ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1983

Seria: ELEKTRYKA z. 89 Nr kol. 757

Edmund PIĘTKA
Jerzy ŻACZEK

WPŁYW GRADIENTU TEMPERATURY W CYLINDRYCZNYM KRIOPRZEWODNIKU NA LOKALNE ZMIANY JEGO REZYSTYWNOŚCI

Streszczenie. Przedstawiono sposób określania gradientu temperatury w ściance cylindrycznego krioprzewodnika obciążonego prądem oraz wyniki obliczeń dla cienkościennych cylindrów aluminiowych zanurzonych poziomo w ciekłym azocie.

1. Wstęp

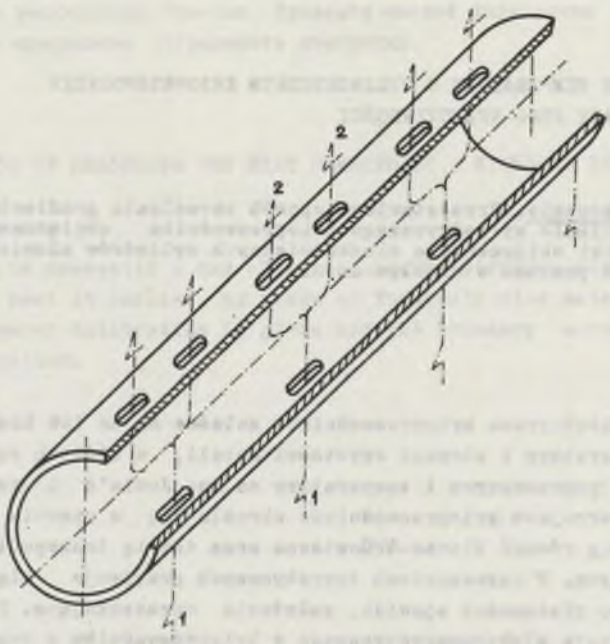
Parametry elektryczne krioprzewodników zależne są od ich konfiguracji, wymiarów, temperatury i stopnia czystości metali, z których są wykonane. Wpływ wymiarów poprzecznych i temperatury na moc Joule'a i rozkład jej gęstości w przekrojach krioprzewodników określa się w oparciu o równania Maxwella, teorię równań Blocha-Grüneisena oraz teorię transportu w ośrodkach jednorodnych. W rozważaniach teoretycznych przyjmuje się niekiedy, niezbędne wobec złożoności zjawisk, założenia upraszczające. Przy określaniu efektów pola elektromagnetycznego w krioprzewodniku z reguły zakłada się jednakową w przekroju i na powierzchni temperaturę. Założenie to byłoby spełnione pod warunkiem jednakowej struktury metalu oraz izotermiczności ciepła Joule'a w przekroju. W rzeczywistości jednak przepływ ciepła z obszaru przewodnika do kriocieczy napotyka na opór termiczny powodujący lokalne zmiany temperatury i związane z nią zmiany rezystywności w przekroju.

Celem rozważań jest ocena wpływu gradientu temperatury w ściance cylindrycznego krioprzewodnika na lokalne zmiany rezystywności w jego przekroju, a tym samym ocena konsekwencji przyjmowania założenia o izotermiczności energii cieplnej w przekroju.

2. Temperatury w przekroju ścian cylindrycznych krioprzewodników

Rozpatruje się temperatury w przekroju aluminiowych krioprzewodników w ciekłym azocie, dla zadanej funkcji objętościowej gęstości źródła ciepła. Przedmiotem badań jest prostoliniowy przewodnik cylindryczny o promieniu wewnętrznym r_1 i promieniu zewnętrznym r_2, umieszczony poziomo w krio-

cieczy i nagrzewany prądem przemiennym 50 Hz. W ściankach cylindrów przewidziano otwory (rys. 1), których zadaniem jest umożliwienie swobodnego dostępu kriocieczy do obydwu powierzchni cylindra.



Rys. 1. Fragment aluminiowego przewodnika cylindrycznego z otworami dla przepływu kriocieczy
1 - wlot, 2 - wylot

Zakłada się, że właściwości fizyczne przewodnika są jednorodne i stałe. Przyjmuje się również jednakowe warunki chłodzenia każdego miejsca powierzchni przewodnika na drodze przejmowania ciepła przez azot. Źródłem ciepła jest moc Joule'a, a rozkład jej gęstości w przekroju przewodnika, stanowiący objętościową funkcję źródła ciepła, dany jest w postaci [1]:

$$P_v(r) = \frac{I^2 \omega \mu}{(2\pi r_2)^2 G^2(\alpha, r_1, r_2)} \Big\{ M_{Ko}^{2\prime}(\alpha r_1) M_{Jo}^2(\alpha r) + M_{Jo}^{2\prime}(\alpha r) M_{Ko}^2(\alpha r) +$$

$$+ 2M_{Ko}'(\alpha r_1) M_{Jo}'(\alpha r_1) M_{Jo}(\alpha r) M_{Ko}(\alpha r) \cos\Big[\varphi_{Jo}(\alpha r) + \varphi_{Ko}(\alpha r) +$$

$$+ \varphi_{Jo}'(\alpha r_1) + \varphi_{Ko}'(\alpha r_1)\Big]\Big\}, \qquad (1)$$

w której:

I - natężenie prądu,

ω - pulsacja,

μ - przenikalność magnetyczna,

r - promień cylindra zawarty w przedziale $r_1 \geqslant r \geqslant r_2$.

Funkcje Kelvina-Thomsona

$$G(\sigma, r_1, r_2) = (a^2 + b^2)^{\frac{1}{2}}$$

$$a = ber'(\sigma r_2)Kei'(\sigma r_1) + bei'(\sigma r_2)Ker'(\sigma r_1) - ber'(\sigma r_1)Kei'(\sigma r_2) +$$

$$- bei'(\sigma r_1)Ker'(\sigma r_2)$$

$$b = bei'(\sigma r_2)Kei'(\sigma r_1) - ber'(\sigma r_2)Ker'(\sigma r_1) + ber'(\sigma r_1)Ker'(\sigma r_2) +$$

$$- bei'(\sigma r_1)Kei'(\sigma r_2)$$

$$\varphi_G(\sigma, r_1, r_2) = \text{arc tg}\,\frac{b}{a}$$

$$M_{Ko}(\sigma r) = \left\{\left[Ker(\sigma r)\right]^2 + \left[Kei(\sigma r)\right]^2\right\}^{\frac{1}{2}}$$

$$\varphi_{Ko}(\sigma r) = \text{arc tg}\,\frac{Ker(\sigma r)}{Kei(\sigma r)}$$

$$M_{Jo}(\sigma r) = \left\{\left[bei(\sigma r)\right]^2 + \left[ber(\sigma r)\right]^2\right\}^{\frac{1}{2}}$$

$$\varphi_{Jo}(\sigma r) = \text{arc tg}\,\frac{bei(\sigma r)}{ber(\sigma r)}$$

gdzie:

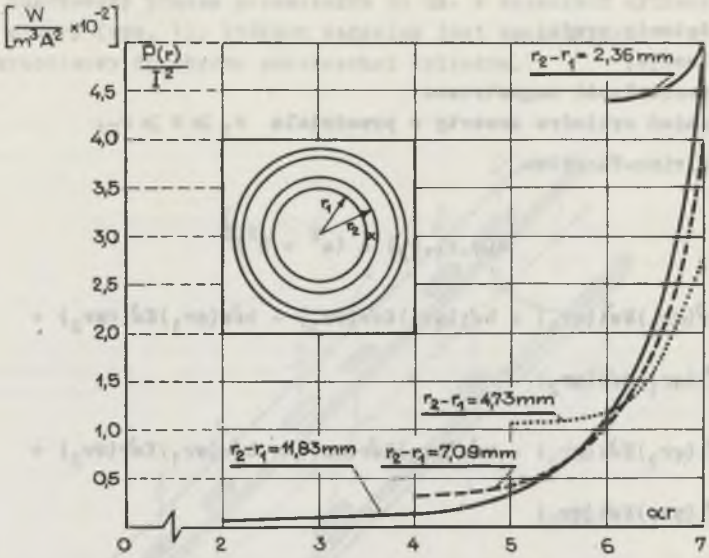
$M'_{Ko}(\sigma r)$; $M'_{Jo}(\sigma r)$ - pochodne funkcji $M_{Ko}(\sigma r)$ i $M_{Jo}(\sigma r)$,

σ - składowa argumentu funkcji Kelvina-Thomsona =

σ = $\left[\frac{\omega\mu}{\rho_B(T)}\right]^{\frac{1}{2}}$,

$\rho_B(T)$ - funkcja Blocha-Grüneisena [1].

Funkcja (1) określa rozkład gęstości mocy Joule'a w przewodniku cylindrycznym w zależności od temperatury jego powierzchni, grubości ścian, czystości metalu i uśrednionego stopnia zdefektowania struktury krystalicznej metalu. Rozkład gęstości mocy Joule'a w ściankach aluminiowych cylindrów zanurzonych w ciekłym azocie zilustrowano w postaci $P(r)/I^2$ = = $f(\sigma r)$ na rys. 2.



Rys. 2. Rozkład gęstości mocy Joule'a w aluminiowych (AL 99,995) kriopzewodnikach z prądem przemiennym 50 Hz, w zależności od parametru αr dla różnych grubości ścian cylindrów. Rezystywność metalu $\rho_{AL77^oK}=221.10^{-11}\Omega m$ wartość składowej parametru $\alpha = 422,65$ 1/m

Punktem wyjścia w rozważaniach zmierzających do wyznaczenia gradientów temperatury w ściankach cylindra jest równanie przewodnictwa. Równanie to dla przyjętej symetrii kołowej temperatury, wynikającej z założenia jednakowych warunków chłodzenia każdego miejsca powierzchni przewodnika, przyjmuje postać [2]:

$$T(r) = T(r_1) = -\frac{P_v}{4\lambda}(r^2-r_1^2) + C \ln\frac{r}{r_1} \qquad (2)$$

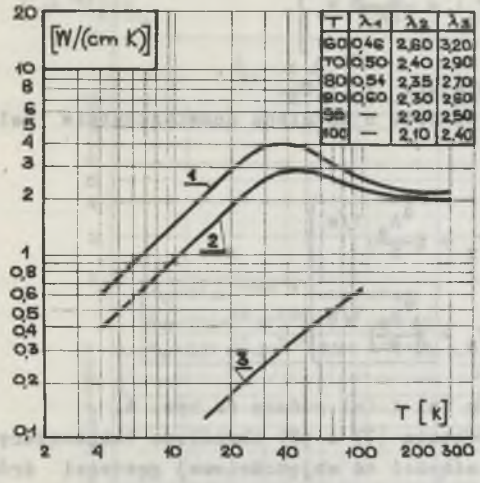
w której:

- r - promień cylindra zawarty w przedziale $r_1 \leqslant r \leqslant r_2$,
- λ - współczynnik przewodzenia ciepła,
- P_v - funkcja objętościowej gęstości źródła ciepła,
- C - stała całkowania.

Poszukuje się rozwiązania tego równania przy założeniu, że współczynnik przewodzenia ciepła w przekroju przewodnika ma stałą wartość w zakresie niewielkich zmian temperatury (ΔT = 0...3 K). Założenie to usprawiedliwia przedstawioną na rys. 3 zależność temperaturowych zmian współczynnika λ, zwłaszcza dla przewodników o dużym stopniu czystości metalu.

Stałą całkowania C w równaniu (2) można wyrazić za pomocą promienia r_m, na którym wystąpi maksymalna temperatura w przekroju ścianki cylindra

Promień ten dzieli przekrój ścianki na dwa pierścienie w ten sposób, że z mniejszego pierścienia ciepło spływa do obszaru wewnętrznego, a z pierścienia większego odpływa na zewnątrz cylindra.



T	λ1	λ2	λ3
60	0,46	2,60	3,20
70	0,50	2,40	2,90
80	0,54	2,35	2,70
90	0,60	2,30	2,60
98	—	2,20	2,50
100	—	2,10	2,40

Rys. 3. Współczynnik przewodzenia ciepła dla aluminium w zależności od temperatury [3, 4] dla różnych stopni czystości metalu:

1 - AL 99,995, 2 - AL 99,998, 3 - AL 98,5

Dobór stałej C w postaci [2]:

$$C = \frac{P_v}{2\lambda} r_m^2 \tag{3}$$

zapewnia spełnienie warunku

$$\frac{d\, P_v(r_m)}{dr} = 0 \tag{4}$$

dla $r = r_m$.

Przyjmując w oparciu o eksperymentalne wyniki badań [1] jednakowe temperatury na powierzchni zewnętrznej i wewnętrznej ściany cylindrów, określa się ciepło spływające z nich do azotu. Ilość tego ciepła dzieli się na dwa strumienie - wewnętrzny i zewnętrzny, proporcjonalne do objętości pierścieni, wg zależności:

$$\left.\begin{aligned} \pi(r_m^2 - r_1^2)P_v &= 2\pi r_1\, \dot{q}_A(T_1 - T_s) \\ \pi(r_2^2 - r_m^2)P_v &= 2\pi r_2\, \dot{q}_A(T_2 - T_s) \end{aligned}\right\} \tag{5}$$

w których:

$\dot{q}_A$ - strumień ciepła na jednostkę powierzchni ścian cylindra,

T_1, T_2 - temperatury na powierzchni wewnętrznej i zewnętrznej ściany cylindra,

T_s - temperatura nasycenia azotu.

Dzieląc równania stronami w zależności (5), określono promień rozdziału strumienia ciepła w przekroju ścian cylindrów

$$r_m = \sqrt{r_1 r_2} \tag{6}$$

Wartości r_m odpowiadają strumieniowi ciepła na powierzchni zewnętrznej i wewnętrznej ściany cylindra

$$\left.\begin{aligned} \dot{q}_{A_z}(T_1-T_s) &= \frac{r_m^2-r_1^2}{2r_1} P_v \\ \dot{q}_{A_w}(T_2-T_s) &= \frac{r_2^2-r_m^2}{2r_2} P_v \end{aligned}\right\}, \tag{7}$$

którym przyporządkowane są temperatury T_1 i T_2.
Temperatury te można określić w oparciu o ustaloną doświadczalnie zależność [1]:

$$\left.\begin{aligned} T_1 &= T_s + \left(\frac{\dot{q}_{A_z}}{a}\right)^{1/n} \\ T_2 &= T_s + \left(\frac{\dot{q}_{A_w}}{a}\right)^{1/n} \end{aligned}\right\}, \tag{8}$$

dla której wartości współczynnika (a) i (n) podano na rys. 4.

Uwzględniając ostatnie dwa równania (7) i (8) określono temperatury na powierzchni ścian cylindra w zależności od objętościowej gęstości źródła ciepła

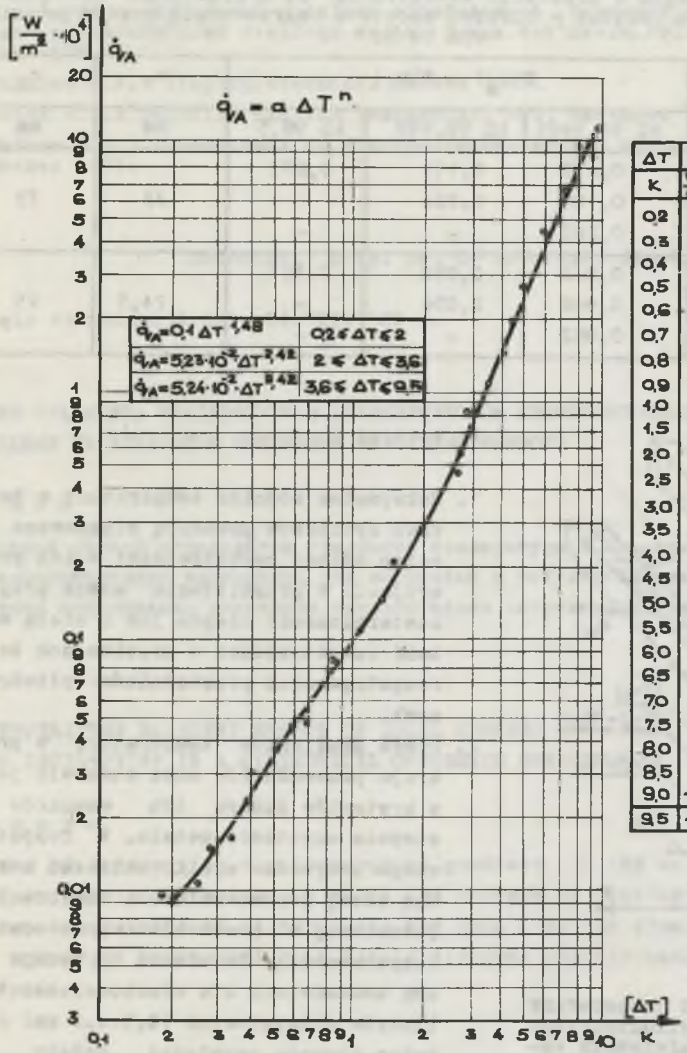
$$\left.\begin{aligned} T_1 &= T_s + \left(\frac{1}{a} \cdot \frac{r_m^2-r_1^2}{2r_1} P_v\right)^{1/n} \\ T_2 &= T_s + \left(\frac{1}{a} \cdot \frac{r_2^2-r_m^2}{2r_2} P_v\right)^{1/n} \end{aligned}\right\} \tag{9}$$

Dla maksymalnych gęstości źródła ciepła ($486.10^6 \ldots 121.10^6$ W/m^3) różnica temperatury na powierzchni wewnętrznej i zewnętrznej cienkich ścian cylindrów (0,5...3 mm) nie przekracza wartości $T_2 - T_1 \leq 0{,}007$ K, uzasadniając dopuszczalność założenia $T_1 = T_2$.

Maksymalne różnice temperatury w przekroju ścianki cylindra określają równania (2) i (3) w postaci:

$$T(r_m) - T(r_1) = \frac{P_v}{2\lambda}\left[r_m^2 \ln\frac{r_m}{r_1} - \frac{1}{2}(r_m^2 - r_1^2)\right] \tag{10}$$

Uwzględniając w równaniu (1) temperaturowe zmiany rezystywności przedstawiono na rys. 5 maksymalne różnice temperatur w ściance cylindra. Wartości liczbowe zestawiono w tablicy 1.



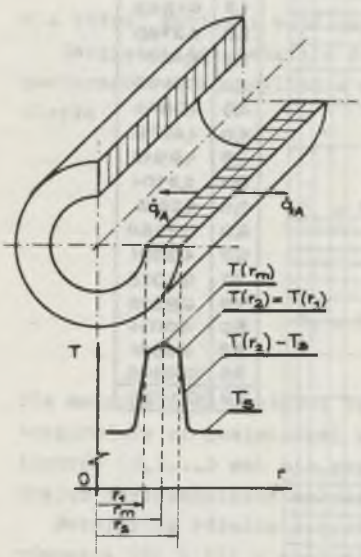
ΔT	$\dot{q}_{VA}$
K	$\frac{W}{m^2}\cdot 10^4$
0,2	0,0092
0,3	0,0168
0,4	0,02576
0,5	0,03581
0,6	0,04695
0,7	0,05898
0,8	0,07187
0,9	0,08556
1,0	0,1003
1,5	0,1822
2,0	0,2789
2,5	0,4801
3,0	0,7466
3,5	1,0842
4,0	1,4979
4,5	1,9919
5,0	2,5704
5,5	3,2372
6,0	3,9960
6,5	4,8501
7,0	5,8028
7,5	6,8572
8,0	8,0164
8,5	9,2831
9,0	10,6602
9,5	12,1736

Rys. 4. Przyrost temperatury ΔT na powierzchni przewodników zanurzonych w ciekłym azocie w zależności od gęstości strumienia ciepła na ich powierzchni [1]

Tablica 1

Maksymalne różnice temperatury w przekroju ścianki aluminiowych przewodników cylindrycznych o promieniu wewnętrznym r_1 i promieniu zewnętrznym r_2, umieszczonych poziomo w ciekłym azocie i nagrzewanych prądem przemiennym 50 Hz

Lp.	$\dot{J}$	$T(r_m) - T(r_1)$			r_1	r_2
	A/mm^2	AL 99,9995	AL 99,998	AL 98,5	mm	mm
1	200	0,418	0,178	0,673		
2	225	0,187	0,224	-	23	25
3	235	0,203	-	-		
4	395	0,042	0,050	0,197		
5	442	0,046	0,056	-	24,5	25
6	470	0,052	-	-		



Rys. 5. Gradient temperatury w przekroju cylindrycznego przewodnika aluminiowego zanurzonego w ciekłym azocie i nagrzewanego prądem przemiennym 50 Hz

T_s - temperatura nasycenia azotu

3. Wnioski

1. Maksymalne różnice temperatury w ściankach cylindrów powodują nieznaczne lokalne zmiany rezystywności w ich przekrojach. W przybliżeniu można przyjąć izotermiczność ciepła jak i stałą wartość rezystywności w przekrojach ścian rozpatrywanych przewodników cylindrycznych.
2. Ocena gradientów temperatury w przekroju przewodników może stanowić jedno z kryteriów doboru ich wymiarów i stopnia czystości metalu. W rozpatrywanym przypadku wyniki obliczeń stanowią ocenę dopuszczalności założenia - jednakowej w przekroju przewodników rezystywności. Założenie to wydaje się być uzasadnione dla cienkościennych cylindrów aluminiowych (0,5...2 mm) o wysokim stopniu czystości metalu (AL 99,9995... AL 99,998).

LITERATURA

[1] Piętka E.: Badania współzależności między parametrami elektrycznymi i cieplnymi na wybranych modelach aluminiowych przewodników krioporowych w temperaturze ciekłego azotu. Praca doktorska. Politechnika Śląska 1979.

[2] Judajew B.N.: Tiepłopieredacza. Moskwa 1973.

[3] Scott R.B.: Technika niskich temperatur. WNT, Warszawa 1963.

[4] Małkow M.P.: Sprawocznik po fizyko-tiechniczeskim osnowam kriogeniki, Moskwa 1973.

Recenzent: prof. zw. dr hab. inż. Czesław Królikowski

Wpłynęło do redakcji dnia 24.VII.1982 r.

ВЛИЯНИЕ ГРАДИЕНТА ТЕМПЕРАТУРЫ В ЦИЛИНДРИЧЕСКОМ КРИОРЕЗИСТИВНОМ ПРОВОДНИКЕ НА ЛОКАЛЬНЫЕ ИЗМЕНЕНИЯ ЕГО РЕЗИСТИВНОСТИ

Р е з ю м е

Показан способ определения градиента температуры в стенке цилиндрического криорезистивного проводника под нагрузкой и результаты расчётов для тонкостенных алюминиевых цилиндров горизонтально погруженных в жидком азоте.

THE TEMPERATURE GRADIENT EFFECT ON LOCAL CHANGES OF ITS RESISTIVITY IN A CYLINDRICAL CRYOGENIC CONDUCTOR

S u m m a r y

A way of determining the temperature gradient in the wall of a cylindrical cryogenic conductor, in which the current is flowing is presented. Moreover the results of calculations for thin - walled aluminium cylinders submerged horizontally in liquid nitrogen are discussed.