

Gerard BARTODZIEJ

NUMERYCZNE WYZNACZENIE STACJONARNEGO ROZKŁADU TEMPERATURY
W NIEJEDNORODNYM TORZE PRĄDOWYM

Streszczenie. W oparciu o analogie pomiędzy wielkościami cieplnymi i elektrycznymi przedstawiono metodę numerycznego wyznaczenia stacjonarnego rozkładu temperatury wzdłuż niejednorodnego toru prądowego.

1. Wprowadzenie

Tory prądowe aparatów i urządzeń elektrycznych, a także niektóre linie przesyłowe są niejednorodne i wykazują:

- różną gęstość strat mocy wzdłuż toru,
- różne warunki wymiany ciepła z otoczeniem dla poszczególnych odcinków toru,
- występowanie przepływu ciepła przez przewodzenie wzdłuż toru.

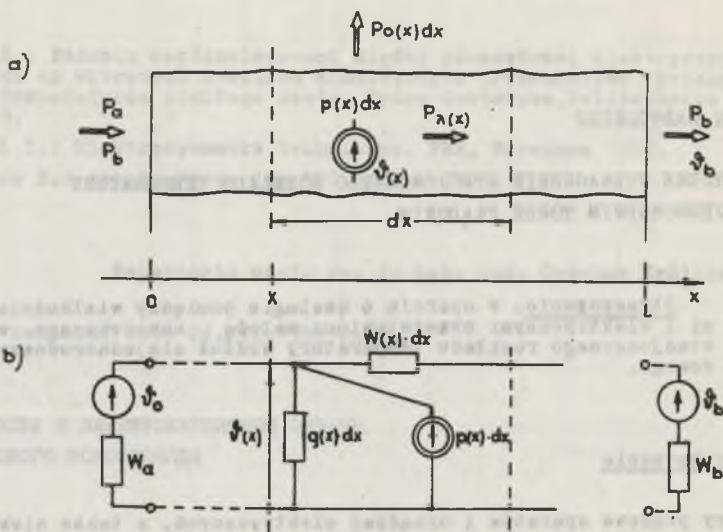
Poprawne określenie obciążalności prądowej długotrwałej dla takich torów wymaga wyznaczenia rozkładu temperatury wzdłuż toru. Dla stanu cieplnego ustalonego można sporządzić cieplny schemat zastępczy toru (rys. 1), wykorzystując analogie pomiędzy wielkościami elektrycznymi i cieplnymi.

Tor prądowy tworzy układ termokinetyczny linearny o parametrach złożonych, w którym:

- $p(x)$ jest gęstością strat mocy w torze (W/m),
- $w(x)$ jest gęstością oporu cieplnego na drodze przepływu mocy wzdłuż toru (K/W.m),
- $g(x)$ jest gęstością konduktancji cieplnej dla przepływu mocy do otoczenia (W/K.m).

Warunki brzegowe (na krańcach toru) mogą być scharakteryzowane za pomocą źródeł temperatury ϑ_a^0 i ϑ_b^0 wraz z oporami cieplnymi W_a i W_b (wielkości skupione, jednostka - K/W).

W praktyce możliwe jest uzyskanie opisu analitycznego rozkładu przyrostu temperatury w linearnym układzie termokinetycznym jedynie dla prostych przypadków układu odcinkami jednorodnego dla niewielkiej liczby odcinków (2-3) [1].



Rys. 1. Niejednorodny linearny układ termokinetyczny

a) struktura fizyczna, b) schemat zastępczy w postaci linii o parametrach rozłożonych

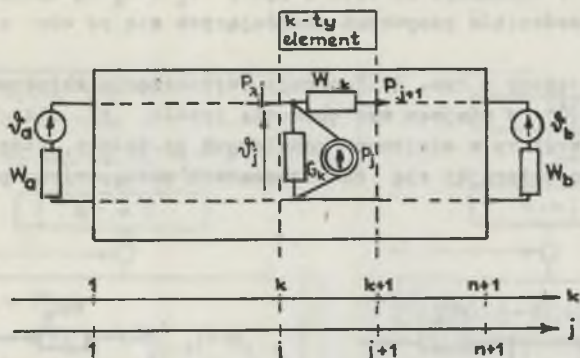
Złożoność opisu analitycznego i jego niewielka przydatność praktyczna skłaniają do opracowania metody numerycznej przydatnej dla dowolnego linearnego układu termokinetycznego.

2. Założenia metody numerycznej

Układ termokinetyczny dzieli się na n elementów skończonych wprowadzając wielkości skupione i zastępuje schematem zastępczym (rys. 2) w postaci łańcucha czwórników aktywnych. Wstępnie przyjmuje się liniowość układu termokinetycznego (niezależność strat mocy oraz oporów cieplnych od przyrostów temperatur).

Schemat zastępczy linearnego układu termokinetycznego stanowi linia o oporach rozłożonych i rozłożonych źródłach mocy. Na końcach linii mogą być wymuszone przyrosty temperatury i może występować obciążenie skupionymi oporami cieplnymi (rys. 2).

Ze względu na organizację rozwiązania numerycznego konieczne jest wprowadzenie podwójnej dyskretnej osi rzędnych. Indeks (współrzędna) j przypisano źródłom mocy. Indeks k oznacza miejsce występowania elementów pasywnych (oporów cieplnych), a także miejsce występowania wielkości składowych pochodzących od źródła mocy lub źródła temperatury w procesie obliczania metodą superpozycji. Szczegółową organizację obliczeń numerycz-



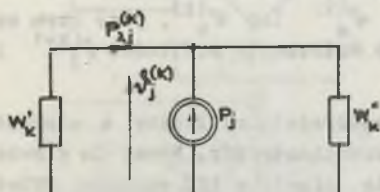
Rys. 2. Schemat zastępczy linearnego układu termokinetycznego w postaci łańcucha czwórników

nych rozkładu przyrostu temperatury i rozpływu mocy w linearnym układzie termokinetycznym, dostępnym w Politechnice Śląskiej¹⁾.

Stosując superpozycję wyznacza się przyrost temperatury w dowolnym miejscu k jako sumę przyrostów składowych:

$$\eta_j^n := \eta_k^n = \sum_{j=1}^n \eta_j^{(k)} + \eta_a^{(k)} + \eta_b^{(k)},$$

przy czym $\eta_j^{(k)}$ dla $j = 1 \dots n$ oznacza przyrosty wywołane w miejscu k przez każde źródło mocy; $\eta_a^{(k)}$ i $\eta_b^{(k)}$ - oznaczają przyrosty wywołane w miejscu k przez źródło temperaturowe. Według metody superpozycji układ zawierający n źródeł mocy i 2 źródła temperatury zastępuje się $n+2$ układami składowymi zawierającymi tylko jedno źródło (mocy lub temperatury).



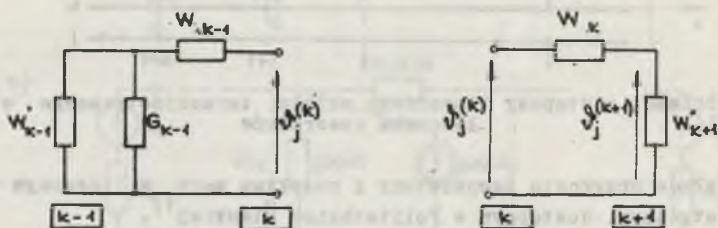
Rys. 3. Wyznaczenie składowego przyrostu temperatury w miejscu występowania źródła

Dla każdego układu składowego można uzyskać schemat zastępczy, w którym występują źródło i opory zastępcze reprezentujące elementy pasywne układu składowego. Schemat zastępczy dla źródła w miejscu $j=k$ pokazuje rys. 3.

¹⁾ Opracowanie autora "Metoda numeryczna wyznaczenia rozkładu przyrostu temperatury w niejednorodnym linearnym układzie termokinetycznym".

Występujące w schemacie na rys. 3 opory W'_k i W''_k są oporami wejściowymi łańcuchów cswórników pasywnych znajdujących się po obu stronach źródła.

Schemat zastępczy z rys. 3 ilustruje wyznaczenie składowego przyrostu temperatury $\vartheta_j^{(k)}$ w miejscu występowania źródła, tj. dla $j=k$. Składowe przyrosty temperatury w miejscach oddalonych od źródła, które je wymusza, można wyznaczyć opierając się na schematach zastępczych pokazanych na rys. 4.

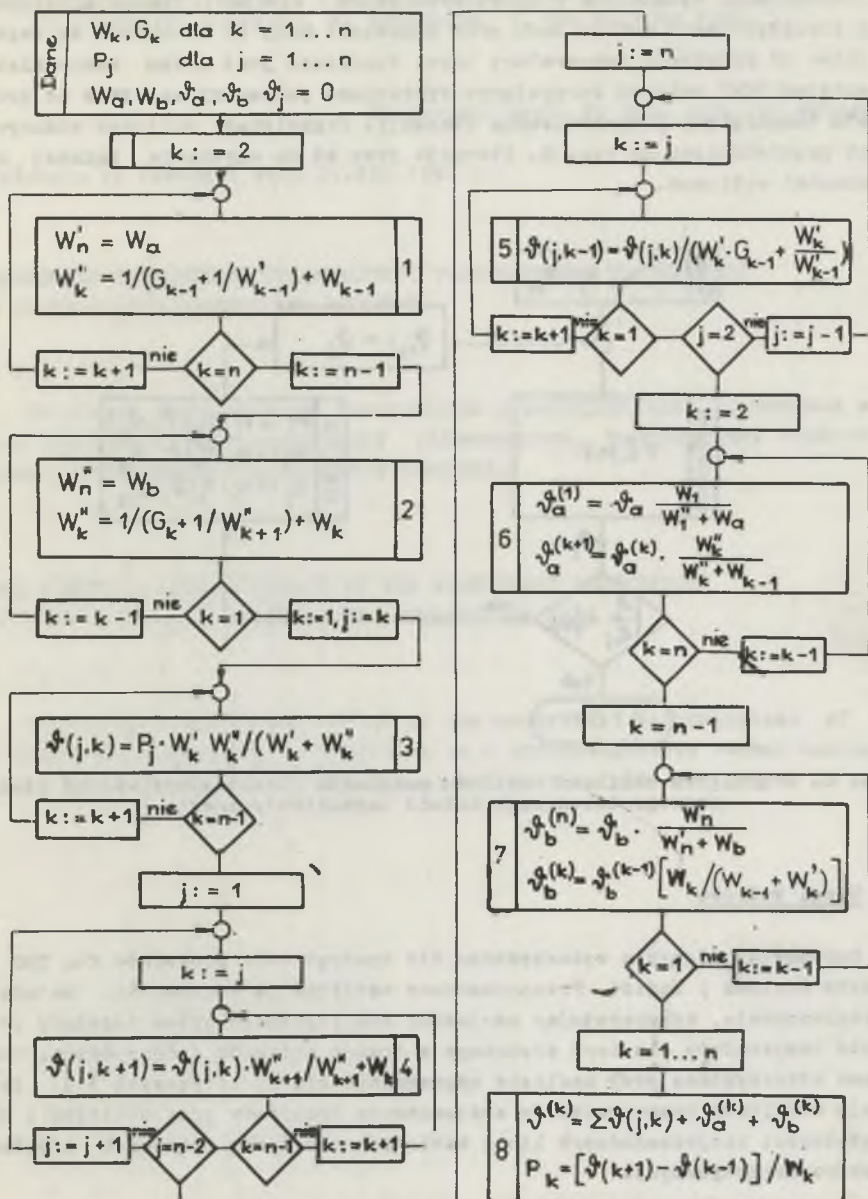


Rys. 4. Schematy ilustrujące wyznaczenie składowych przyrostów temperatury w miejscach oddalonych od źródła

Metoda numeryczna obliczenia rozkładu przyrostu temperatury sprowadzi się zatem do:

- $n+1$ - krotnego wyliczenia oporów wejściowych widzianych z $n+1$ miejsc układu,
- n - krotnego wyliczenia wielkości $\vartheta_j^{(k)}$ dla $k=j$ wynikających ze schematu zastępczego (rys. 3),
- $n(n-1)$ - krotnego wyliczenia wielkości $\vartheta_j^{(k+1)}$ lub $\vartheta_j^{(k-1)}$ wynikających ze schematów zastępczych (rys. 4),
- $2n$ - krotnego wyliczenia wielkości $\vartheta_a^{(k)}$ lub $\vartheta_b^{(k)}$, przy czym sposób wyliczenia jest podobny do wyliczenia wielkości $\vartheta_j^{(k+1)}$ lub $\vartheta_j^{(k-1)}$.

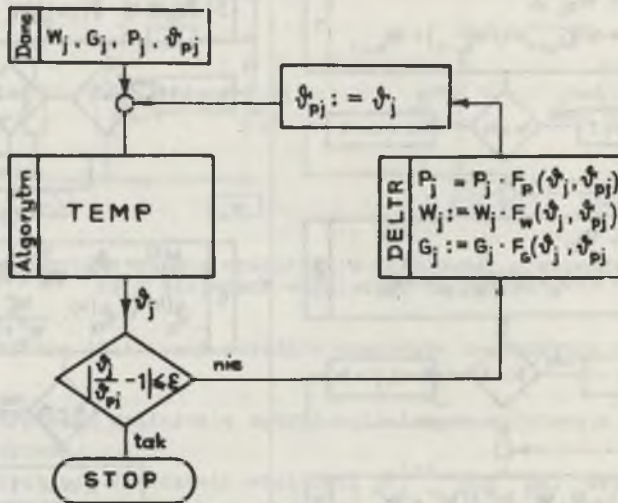
Dokładność wyników obliczeń zależy bezpośrednio od liczby n elementów skończonych, na które podzielono układ termokinetyczny. Nawet dla niewielkiej liczby n (np. $n = 20$) uzyskuje się $n(n+1) = 420$ wartości składowych przyrostów temperatury. Zastosowanie EMC do obliczeń jest nieodzowne ze względu na liczbę występujących operacji obliczeniowych. Samo wyliczenie oporów dla jednego miejsca k wymaga wielu operacji matematycznych, związanych z przekształceniem schematu złożonego z łańcucha niejednakowych cswórników pasywnych do jednego oporu zastępczego. Szczegółową strukturę algorytmu wyznaczającego przyrosty temperatury wymuszone przez źródła mocy oraz pochodzące od źródeł temperatury przedstawiono na rys. 5.



Rys. 5. Algorytm TEMP obliczeń rozkładu przyrostu temperatury wzdłuż liniowego i liniowego układu termokinetycznego

3. Uwzględnienie nieliniowości parametrów

Straty mocy wydzielone w torze oraz opory cieplne charakterystyczne dla przepływu mocy wzdłuż toru oraz oddawanie mocy do otoczenia są zwykle zależne od przyrostu temperatury toru. Konieczne jest zatem uzupełnienie algorytmu TEMP członem korygującym wymienione parametry zależnie od przyrostu temperatury i wprowadzenia iteracji. Organigram obliczeń numerycznych przedstawiono na rys. 6. Iteracja trwa aż do uzyskania żądanej dokładności wyliczeń.



Rys. 6. Organigram obliczeń rozkładu przyrostu temperatury wzdłuż nieliniowego linearnego układu termokinetycznego

4. Uwagi końcowe

Opracowany algorytm wykorzystano dla sporządzenia programów dla EMC (w języku Fortran i Basic). Przeprowadzono weryfikację poprawności metody i oprogramowania, wykorzystując znajomość analitycznego opisu rozkładu przyrostu temperatury dla toru złożonego z trzech odcinków jednorodnych. Programy wykorzystano przy analizie nagrzewania szczyty stykowych [1]. Istnieje możliwość bezpośredniego zastosowania programów przy obliczaniu obciążalności niejednorodnych linii kablowych lub torów prądowych urządzeń elektroenergetycznych.

LITERATURA

- [1] G. Bartodsziej; Modele elektrycznych złączy stykowych. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, s. Elektryka, z. 80, Gliwice 1982.

Recenzent: prof. dr hab. inż. Jan Maksymiuk

Wpłynęło do redakcji dnia 24.VII.1982 r.

ЧИСЛЕННОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ СТАЦИОНАРНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ТЕМПЕРАТУРЫ
В НЕОДНОРОДНОМ ТОКОВЕДУЩЕМ ЭЛЕМЕНТЕ

Р е з ю м е

На основе аналогий между термическими и электрическими величинами показан метод численного определения стационарного распределения температуры вдоль неоднородного токоведущего элемента.

THE NUMERICAL DETERMINATION OF THE STATIONARY TEMPERATURE
DISTRIBUTION IN NON-HOMOGENEOUS CURRENT BUS BARS

S u m m a r y

The paper presents the method of the numerical determination of the stationary temperature distribution in a non-homogeneous busbar basing on the analogies between the electrical and heat values.