ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1983

Seria: ELEKTRYKA z. 86 Nr kol. 758

Leszek S. CZARNECKI

ORTOGONALNE SKŁADNIKI PRĄDU ODBIORNIKA LINIOWEGO ZASILANEGO NAPIĘCIEM ODKSZTAŁCONYM

Streszczenie. W artykule przedstawiono rozkład prądu odbiornika liniowego zasilanego napięciem odkształconym na trzy wzajemnie ortogonalne składniki. Przy określonym napięciu źródła wartości skuteczne tych składników są miarami, osobno, mocy czynnej odbiornika oraz składników mocy pozornej, związanych z istnieniem przesunięć fazowych harmonicznych prądu i napięcia odbiornika i z różną konduktancją odbiornika dla częstotliwości harmonicznych.

1. Wstęp

Zastanawiając się nad obecnym stanem pojęć dotyczących wielkości określających przepływ energii w obwodach z przebiegami odkształconymi, dochodzi się do następujących wniosków. Z jednej strony, przeżywa jakby pewien renesans moc bierna wg definicji Budeanu, tj. wielkość

$$Q_B \triangleq \sum_{n=1}^{\infty} U_n I_n \sin\varphi_n \tag{1}$$

(Indeks B podkreśla, że jest to moc bierna w sensie Budeanu, natomiast indeks F będzie oznaczał moc bierną w sensie Fryzego). Wniosek taki implikują dwie obszerne prace Z. Nowomiejskiego [1] i D.H. Fishera [2] opublikowane w 1981 i 1982 w Archiv für Elektrotechnik oraz zdecydowany postęp [3-5] w metodach pomiaru tej mocy, czyniący ją wielkością względnie łatwo mierzalną, co pozwoliło usunąć jeden z ważniejszych stawianych tej definicji zarzutów. Jednocześnie jednak Komitet Techniczny nr 25 Międzynarodowej Komisji Elektrotechnicznej (IEC), pracujący nad wyborem i ustaleniem definicji mocy biernej, skłania się, jak to wynika z raportów IEC [6, 7], do uznania za moc bierną wielkości

$$Q_F \triangleq \sqrt{S^2-P^2} \tag{2}$$

gdzie S jest mocą pozorną, a P jest mocą czynną. W ten sposób, po przeszło 50 latach dyskusja nad definicją mocy biernej jakby wróciła do punktu wyjścia, z tym że tym razem przewagę opinii IEC uzyskała ta wiel-

kość, którą Budeanu w roku 1927 nazwał mocą urojoną (fictive) i następnie rozłożył ją na moc Q_B, nazywając ją mocą bierną (reactive) oraz na moc deformacji D (deformative). S. Fryze uważał natomiast [8÷10], że nie ma w elektrotechnice motywacji uzasadniających podział proponowany przez Budeanu i że za moc bierną winno się uznać wielkość Q_F.

Można przypuszczać, że ta zmiana poglądów jest odbiciem rozczarowania w stosunku do definicji Budeanu. Po 55 latach jej historii i okresie niemal powszechnego jej uznania, gdyż jak stwierdził, zapewne nie bez przesady, A.E. Emanuel w roku 1977: "Budeanu model is today universally accepted" [11, s. 184], teorie mocy korzystające z koncepcji Budeanu zyskały wiele na elegancji matematycznej, czego ilustracją może być na przykład praca Fishera [2], bądź też zostały uogólnione dla przebiegów nieokresowych, jak praca Nowomiejskiego [1], jednak koncepcja Budeanu rozkładu mocy pozornej S na moce Q_B oraz D okazała się, jak się wydaje, bezpłodna dla tak ważnego zagadnienia, jakim jest poprawa współczynnika mocy źródła napięcia odkształconego. Że inaczej być nie mogło, wskazuje na to choćby analiza obwodu przedstawionego na rys. 5a. Źródło napięcia o przebiegu $u = (10\sqrt{2}\sin t + 10\sqrt{2}\sin 3t)$ V ma w tym obwodzie współczynnik mocy $\lambda \triangleq P/S = 1/\sqrt{2}$, który może być zwiększony do wartości $\lambda = 1/\sqrt{1,64}$, przez włączenie dwójnika reaktancyjnego, pokazanego na rys. 5b, nie tylko bez zmiany mocy biernej Budeanu, lecz nawet przy jej zerowej wartości.

Patrząc na definicje mocy biernej przez pryzmat problemu poprawy współczynnika mocy źródła, trudno jednak uznać argumenty przeciwko definicji Budeanu za argumenty na rzecz definicji (2), tj. mocy Q_F. Z definicji tej nie wynikają bowiem wyraźne związki wartości tej mocy z parametrami obwodu, wskutek czego tak zdefiniowana wielkość nie udziela odpowiedzi na pytanie, czy i w jakim stopniu moc ta może być zmniejszona za pomocą elementów reaktancyjnych, czy też wymagane są bardziej złożone środki techniczne.

Konkludując, należy stwierdzić za T. Cholewickim [12]: "(...) za wcześnie byłoby jeszcze mówić o wyraźnych preferencjach jednego wariantu nad drugim; przeżywamy raczej okres współistnienia obu wariantów". Wnioskiem z tego stanu jest także potrzeba dalszych badań teoretycznych nad naturą przepływu energii w obwodach z przebiegami odkształconymi i to właśnie jest motywem niniejszej pracy.

Argumentując za uznaniem wielkości Q_F jako mocy biernej, S. Fryze wyodrębnił z prądu odbiornika tzw. "składową czynną" prądu i rozłożył go w ten sposób na dwie, wzajemnie ortogonalne składowe.

W niniejszej pracy uogólnia się ten rozkład wykazując, że przy zachowaniu koncepcji składowej czynnej możliwy jest, przynajmniej dla odbiorników liniowych, rozkład prądu odbiornika na trzy wzajemnie ortogonalne składowe. Rozkład ten w wyraźny sposób ujawnia przyczyny, powodujące, że w obwodzie o przebiegach odkształconych wartość skuteczna prądu źródła,

zasilającego pewien liniowy i stacjonarny odbiornik, może być większa w porównaniu z jej wartością wtedy, gdy źródło to zasila odbiornik czysto rezystancyjny, pobierający tę samą moc czynną.

2. Stosowana symbolika

W niniejszym artykule stosuje się następującą symbolikę. Symbol f oznacza wielomian trygonometryczny o okresie T i składowych harmonicznych f_n, o numerach n z pewnego skończonego zbioru liczb naturalnych $\mathcal{N}$. Wielomian ten przedstawiamy w postaci

$$f \triangleq F_o + \sum_{n\in\mathcal{N}} f_n \triangleq F_o + \sqrt{2}\,\mathrm{Re} \sum_{n\in\mathcal{N}} \underline{F}_n e^{jn\omega_1 t} \tag{3}$$

gdzie:

$$\omega_1 \triangleq \frac{2\pi}{T}, \qquad F_o \triangleq \frac{1}{T}\int_0^T f\,dt$$

$$\underline{F}_n \triangleq F_n e^{j\alpha_n} \triangleq \frac{\sqrt{2}}{T}\int_0^T f\, e^{-jn\omega_1 t}\,dt \tag{4}$$

Zbiór $\mathcal{N}$ uzupełniony liczbą 0 jest oznaczony symbolem $\mathcal{N}_o$. Wielomiany f traktujemy jako wektory pewnej przestrzeni liniowej $L^2_{\mathcal{N}_o}$, w której określony jest iloczyn skalarny (f_i, f_j) dwóch wektorów f_i, f_j, zdefiniowany jako

$$(f_i, f_j) \triangleq \frac{1}{T}\int_0^T f_i f_j\,dt = F_{io}F_{jo} + \mathrm{Re}\sum_{n\in\mathcal{N}} \underline{F}_{in}\underline{F}^*_{jn} = \mathrm{Re}\sum_{n\in\mathcal{N}_o} \underline{F}_{in}\underline{F}^*_{jn} \tag{5}$$

gdzie gwiazdka oznacza sprzężoną liczbę zespoloną oraz określona jest norma wektora f, czyli wartość skuteczna odpowiadającej wektorowi f wielkości fizycznej, mianowicie

$$\|f\| \triangleq (f,f)^{1/2} = \sqrt{\sum_{n\in\mathcal{N}_o} F_n^2} \tag{6}$$

Dwa wektory przestrzeni $L^2_{\mathcal{N}_o}$ są wzajemnie ortogonalne, gdy ich iloczyn skalarny jest równy zeru, tj.

$$(f_i, f_j) = \mathrm{Re} \sum_{n \in \mathcal{N}_0} \underline{F}_{in} \underline{F}^*_{jn} = 0 \tag{7}$$

Gdy pewien wektor f przestrzeni $L^2_{\mathcal{N}_0}$ jest równy sumie dwóch ortogonalnych wektorów f_i, f_j, tj. $f \triangleq f_i + f_j$, wówczas ich normy spełniają tożsamość

$$\| f \|^2 = \| f_i \|^2 + \| f_j \|^2 \tag{8}$$

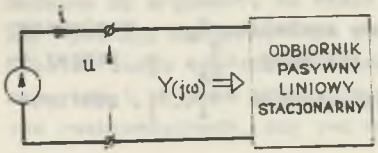
3. Ortogonalny rozkład prądu odbiornika liniowego

Rozpatrujemy odbiornik pasywny, liniowy i stacjonarny, o dowolnej strukturze (rys. 1) i o admitancji dla częstotliwości $n\omega_1$ równej

$$Y(jn\omega_1) \triangleq Y_n e^{-j\varphi_n} \triangleq G_n + jB_n \triangleq \underline{Y}_n$$

gdzie: (9)

$$G_n \triangleq \mathrm{Re}\{\underline{Y}_n\}; \quad B_n = \mathrm{Im}\{\underline{Y}_n\}$$



Rys. 1

zasilany ze źródła napięcia, o napięciu odkształconym, które może być aproksymowane wielomianem trygonometrycznym postaci (3), mianowicie

$$u \triangleq U_0 + \sqrt{2}\, \mathrm{Re} \sum_{n \in \mathcal{N}} \underline{U}_n e^{jn\omega_1 t} \tag{10}$$

przy czym zakładamy, że napięcie źródła jest niezależne od prądu obciążenia. Jeśli dla $n \in \mathcal{N}_0$, admitancje Y_n są ograniczone, to prąd odbiornika ma przebieg czasowy

$$i = I_0 + \sqrt{2}\, \mathrm{Re} \sum_{n \in \mathcal{N}} \underline{I}_n e^{jn\omega_1 t} = G_0 U_0 + \sqrt{2}\, \mathrm{Re} \sum_{n \in \mathcal{N}} (G_n + jB_n) \underline{U}_n e^{jn\omega_1 t} \tag{11}$$

Moc czynna odbiornika jest równa

$$P = (u, i) = \sum_{n \in \mathcal{N}_0} G_n U_n^2 \tag{12}$$

Definiujemy, za S. Fryzem, składową czynną prądu, mianowicie

$$i_a \triangleq \frac{P}{\|u\|^2} u \tag{13}$$

tj. pewien prąd o przebiegu czasowym napięcia u, przenoszący przy tym napięciu moc czynną P. Istotnie

$$(u, i_a) = \mathrm{Re} \sum_{n \in \mathcal{J}_0} \underline{U}_n \left(\frac{P}{\|u\|^2} \underline{U}_n\right)^* = \frac{P}{\|u\|^2} \sum_{n \in \mathcal{J}_0} U_n^2 = P \tag{14}$$

Możemy więc przyjąć, że ze względu na moc czynną rozpatrywany odbiornik jest równoważny, przy zasilaniu go z tego samego źródła, pewnemu odbiornikowi rezystancyjnemu, o konduktancji

$$G_e \triangleq \frac{P}{\|u\|^2}, \tag{15}$$

która będzie dalej nazywana konduktancją równoważną. Prąd tego rezystancyjnego odbiornika ma przebieg czasowy

$$i_a = G_e U_0 + \sqrt{2}\, \mathrm{Re} \sum_{n \in \mathcal{J}} G_e \underline{U}_n e^{jn\omega_1 t} \tag{16}$$

Przyjmując, że prąd odbiornika posiada składową czynną i_a, reszta tego prądu, $i-i_a$, ma przebieg czasowy:

$$i - i_a = (G_0 - G_e) U_0 + \sqrt{2}\, \mathrm{Re} \sum_{n \in \mathcal{J}} (G_n + jB_n - G_e) \underline{U}_n e^{jn\omega_1 t} \tag{17}$$

Reszta ta może być rozłożona na dwie składowe i_s oraz i_r, zdefiniowane w sposób następujący:

$$i_s \triangleq (G_0 - G_e (U_0 + \sqrt{2}\, \mathrm{Re} \sum_{n \in \mathcal{J}} (G_n - G_e) \underline{U}_n e^{jn\omega_1 t} \tag{18}$$

$$i_r \triangleq \sqrt{2}\, \mathrm{Re} \sum_{n \in \mathcal{J}} jB_n \underline{U}_n e^{jn\omega_1 t} \tag{19}$$

W ten sposób prąd odbiornika został rozłożony na trzy składowe, spełniające tożsamość

$$i = i_a + i_s + i_r \tag{20}$$

Ponieważ iloczyny skalarne tych składowych są równe zeru, gdyż

$$(i_s, i_r) = \mathrm{Re} \sum_{n \in \mathcal{N}_o} (G_n - G_e) \underline{U}_n (jB_n \underline{U}_n)^* = 0 \tag{21}$$

$$(i_s, i_r) = \mathrm{Re} \sum_{n \in \mathcal{N}} G_e \underline{U}_n (jB_n \underline{U}_n)^* = 0 \tag{22}$$

$$(i_s, i_s) = \mathrm{Re} \sum_{n \in \mathcal{N}_o} G_e \underline{U}_n (G_n - G_e) \underline{U}_n^* =$$

$$= G_e \Big(\sum_{n \in \mathcal{N}_o} G_n U_n^2 - G_e \sum_{n \in \mathcal{N}_o} U_n^2 \Big) = G_e (P - P) = 0 \tag{23}$$

zatem są one wzajemnie ortogonalne, a więc ich wartości skuteczne spełniają tożsamość

$$\|i\|^2 = \|i_s\|^2 + \|i_s\|^2 + \|i_r\|^2 \tag{24}$$

gdzie:

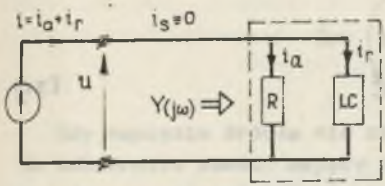
$$\|i_s\| = \frac{P}{\|U\|} \tag{25}$$

$$\|i_s\| = \sqrt{\sum_{n \in \mathcal{N}_o} (G_n - G_e)^2 U_n^2} \tag{26}$$

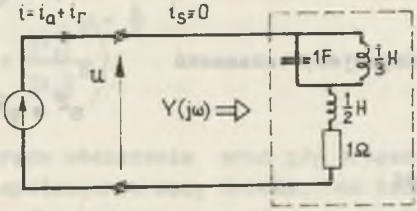
$$\|i_r\| = \sqrt{\sum_{n \in \mathcal{N}} B_n^2 U_n^2} \tag{27}$$

Rozkład ten w wyraźny sposób ujawnia przyczyny, powodujące, że w obwodzie o przebiegach odkształconych wartość skuteczna prądu źródła, zasilającego pewien liniowy i stacjonarny odbiornik, może być większa w porównaniu z jej wartością wtedy, gdy źródło to zasila odbiornik czysto rezystancyjny, pobierający tę samą moc czynną.

Składowa prądu, oznaczona przez i_s, istnieje w prądzie odbiornika wtedy, gdy są on dla częstotliwości harmonicznych $n\omega_1$, $n \in \mathcal{N}_o$, różne wartości konduktancji G_n. Przy określonym napięciu u, tj. określonym zbiorze wartości U_n, wartość skuteczna $\|i_s\|$ tej składowej jest pewną miarą rozrzutu konduktancji G_n względem konduktancji równoważnej G_e. Trywialnym przykładem odbiornika, którego prąd, przy nie zerowej składowej i_r, nie posiada składowej i_s, jest odbiornik, który można podzielić na dwa, równoległe połączone dwójniki: rezystancyjny i reaktancyjny (rys. 2). Składowa ta może być jednak równa zeru również i wtedy, gdy odbiornik nie może być w ten sposób podzielony. Ilustrację tego może być obwód pokazany



Rys. 2



Rys. 3

na rys. 3, za źródłem o napięciu $u = U_1\sqrt{2}\sin t + U_2\sqrt{2}\sin 3t$, tj. $\mathcal{N}=\{1,3\}$. Dla $n\in\mathcal{N}$, admitancja odbiornika jest równa $\underline{Y}_1 = \underline{Y}_3 = (0{,}5 - j0{,}5)S$, a zatem, niezależnie od wartości U_1 i U_2, $G_1 = G_2 = G_e = 0{,}5$ S oraz $i_s = 0$. Składowa prądu, oznaczona przez i_r, pojawia się w prądzie odbiornika wtedy, gdy wprowadza on przesunięcie fazowe składowych harmonicznych prądu. Jeśli analogicznie do tego, jak się to czyni w przypadku przebiegów sinusoidalnych, wprowadzi się pojęcie składowej biernej, i_{bn}, każdej składowej harmonicznej prądu i_n, tj. składowej prądu i_n przesuniętej fazowo względem n-tej składowej harmonicznej napięcia

$$u_n = U_n\sqrt{2}\cos(n\omega_1 t + \alpha_n) \tag{28}$$

o kąt $\pi/2$, to ma ona przebieg

$$i_{bn} = B_n U_n\sqrt{2}\cos(n\omega_1 t + \alpha_n + \tfrac{\pi}{2}) = I_{bn}\sqrt{2}\cos(n\omega_1 t + \alpha_n + \tfrac{\pi}{2}) \tag{29}$$

i wówczas, w wartości skutecznej $\|i_r\|$ składowej i_r rozpoznaje się wartość skuteczną wszystkich składowych biernych i_{bn}, dla $n\in\mathcal{N}$, tj.

$$\|i_r\| = \sqrt{\sum_{n\in\mathcal{N}} I_{bn}^2} \tag{30}$$

Przedstawiony, ortogonalny rozkład prądu odbiornika prowadzi w naturalny sposób do następującego rozkładu mocy pozornej. Mnożąc tożsamość (24) przez kwadrat wartości skutecznej napięcia odbiornika, $\|u\|$, mianowicie

$$\|u\|^2\|i\|^2 = \|u\|^2\|i_a\|^2 + \|u\|^2\|i_s\|^2 + \|u\|^2\|i_r\|^2 \tag{31}$$

i oznaczając

$$\|u\|\,\|i_a\| = \sqrt{\sum_{n\in\mathcal{N}_0} U_n^2}\sqrt{\sum_{n\in\mathcal{N}_0}(G_n-G_e)^2 U_n^2} \triangleq D_e \tag{32}$$

$$\|u\|\,\|i_r\| = \sqrt{\sum_{n\in\mathcal{N}_0} U_n^2}\,\sqrt{\sum_{n\in\mathcal{N}} B_n^2 U_n^2} \triangleq Q_r \tag{33}$$

otrzymujemy tożsamość

$$S^2 \equiv P^2 + D_s^2 + Q_r^2 \tag{34}$$

oraz

$$Q_F^2 \equiv D_s^2 + Q_r^2 \tag{35}$$

Jeśli zauważymy, że $B_n U_n = -I_n \sin\varphi_n$, to w wielkości oznaczonej przez Q_r rozpoznaje się wielkość, którą wprowadzili Shepherd i Zakikhani w pracy [13], oznaczając ją przez S_x. Zaproponowany przez nich rozkład mocy pozornej spotkał się jednak ze sceptycznym przyjęciem [14 ÷ 16], m.in. dlatego, że nie występuje w nim moc czynna P, lecz pewna wielkość nie będąca mocą czynną, S_R. Natomiast sama wielkość S_x, mimo podobnego sceptycyzmu, lepiej się przyjęła w teorii mocy obwodów o przebiegach odkształconych i występuje w pracy Sharona [17] pod symbolem S_Q. Proponowany przez Sharona rozkład mocy pozornej zawiera także wielkość oznaczoną symbolem S_c i nazwaną "complementary reactive power". Jest ona, przynajmniej w obwodach liniowych, identyczna z wprowadzoną tutaj wielkością D_s. Ponieważ jednak wielkość S_c została wprowadzona formalnie jako uzupełnienie kwadratów mocy P i S_Q do S^2, [11, s. 185], tj.

$$S_c^2 \triangleq S^2 - (P^2 + S_Q^2) \tag{36}$$

wielkość S_c ma w pracy [17] tak złożoną postać, że identyczność wielkości S_c i D_s wynika raczej z porównania obu rozkładów mocy, nie zaś z porównania wyrażeń określających te wielkości. Nie stosując koncepcji składowej czynnej prądu ani pojęcia konduktancji równoważnej obwodu, G_e, Sharon nie mógł opisać mocy S_c prostym, nadającym się do interpretacji wyrażeniem.

4. Zagadnienie poprawy współczynnika mocy źródła

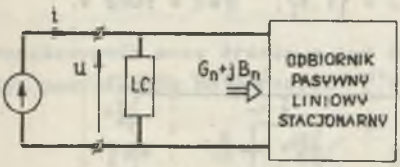
Rozkład mocy pozornej S na moce P, D_s, Q_r, bądź też rozkład wartości skutecznej prądu $\|i\|$ na składniki $\|i_a\|$, $\|i_s\|$, $\|i_r\|$ jest szczególnie korzystny w badaniach nad poprawą współczynnika mocy źródła. Współczynnik ten, zdefiniowany jako

$$\lambda \triangleq \frac{P}{S} \tag{37}$$

może być przede wszystkim wyrażony bezpośrednio, poprzez wartości skuteczne składowych i_a, i_s, i_r, mianowicie

$$\lambda = \left(1 + \frac{\|i_s\|^2}{\|i_a\|^2} + \frac{\|i_r\|^2}{\|i_a\|^2}\right)^{-\frac{1}{2}} \tag{38}$$

Gdy napięcie źródła nie zależy od prądu obciążenia oraz gdy dołączony do odbiornika obwód, mający poprawić współczynnik mocy źródła, ma zachowywać moc czynną źródła P, to nie może ulec zmianie wartość skuteczna składowej czynnej prądu źródła, $\|i_a\|$. W takiej sytuacji możliwość poprawy współczynnika mocy źródła zależy wyłącznie od możliwości zmniejszenia wartości skutecznej składowych i_s oraz i_r prądu źródła.



Rys. 4

Ani kondensator, ani bardziej złożony dwójnik reaktancyjny włączony (rys. 4) na zaciski odbiornika nie zmienia (jeśli pominie się pewne straty mocy czynnej takiego dwójnika) konduktancji G_n widzianej z zacisków źródła ani też konduktancji równoważnej G_s, a więc nie zmienia wartości skutecznej składowej i_s prądu źródła. Zmienia się wyłącznie wartość $\|i_r\|$. Jeśli przez B_{rn} oznaczymy susceptancję dwójnika reaktancyjnego dla częstotliwości harmonicznych, to po jego włączeniu wartość skuteczna składowej i_r prądu źródła jest równa

$$\|i_r\| = \sqrt{\sum_{n \in \mathcal{N}} (B_n + B_{rn})^2 U_n^2} \tag{39}$$

W szczególności, gdy dla $n \in \mathcal{N}$

$$B_{rn} = -B_n, \tag{40}$$

dwójnik taki całkowicie kompensuje składową i_r. Przykłady takiej kompensacji podane są w pracy [18]. Gdy spełnianie warunku (40) wymaga zbyt złożonego dwójnika, wówczas wchodzi w rachubę możliwość, co najwyżej, pewnego tylko zmniejszenia wartości $\|i_r\|$. W każdym razie dwójnik reaktancyjny włączony na zaciski odbiornika nie pozwala uzyskać wyższej wartości współczynnika mocy źródła niż

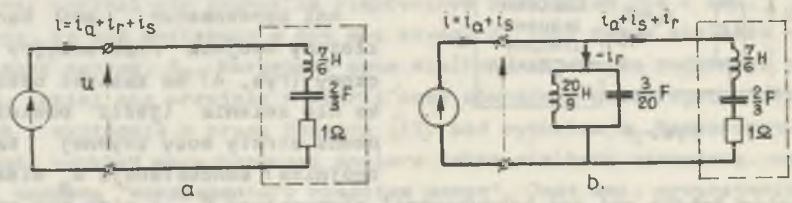
$$\lambda = \left(1 + \frac{\|i_s\|^2}{\|i_a\|^2}\right)^{-\frac{1}{2}} \tag{41}$$

Odnośnie składowej i_s prądu można tylko stwierdzić, że mógłby ją kompensować pewien hipotetyczny dwójnik włączony równolegle względem odbiornika i mający dla $n \in \mathcal{N}$ zerową susceptancję oraz konduktancję równą $G_e - G_n$, tj. różniącą się, dla poszczególnych częstotliwości, znakiem. Taki dwójnik nie jest oczywiście realizowany za pomocą elementów RLC, a zatem składowa i_s nie może być w ten sposób skompensowana.

5. Przykład

Ilustrację do tych rozważań jest następujący przykład obliczeniowy. Rozpatrujemy obwód, przedstawiony na rys. 5a, ze źródłem o napięciu

$$u = (10\sqrt{2}\sin t + 10\sqrt{2}\sin 3t)\,\mathrm{V}, \quad \text{tj.} \quad \mathcal{N} = \{1,3\}, \quad \|u\| = 10\sqrt{2}\,\mathrm{V}.$$



Rys. 5

Admitencja odbiornika $\underline{Y}_n$ ma dla $n \in \mathcal{N}$ wartości

$$\underline{Y}_1 = G_1 + jB_1 = (0{,}9 + j0{,}3)\,\mathrm{S}; \qquad Y_1 = 0{,}949\ \mathrm{S}$$

$$\underline{Y}_2 = G_2 + jB_2 = (0{,}1 - j0{,}3)\,\mathrm{S}; \qquad Y_2 = 0{,}316\ \mathrm{S}$$

a zatem

$$\|i\| = \sqrt{\sum_{n\in\mathcal{N}} Y_n^2 U_n^2} = 10\ \mathrm{A}; \qquad P = \sum_{n\in\mathcal{N}} G_n U_n^2 = 100\ \mathrm{W}; \qquad G_e = \frac{P}{\|u\|^2} = 0{,}5\ \mathrm{S}$$

Wartości skuteczne poszczególnych składowych prądu są więc równe

$$\|i_e\| = \frac{P}{\|u\|} = 5\sqrt{2}\ \mathrm{A}$$

$$\|i_g\| = \sqrt{\sum_{n\in\mathcal{N}} (G_n - G_e)^2\, U_n^2} = 4\sqrt{2}\ \mathrm{A}$$

$$\|i_r\| = \sqrt{\sum_{n\in\mathcal{N}} B_n^2\, U_n^2} = 3\sqrt{2}\ \mathrm{A}$$

zaś poszczególne moce mają w tym obwodzie wartości

$$S = \|u\|\,\|i\| = 100\sqrt{2}\ \text{V.A}$$

$$D_s = \|u\|\ \|i_s\| = 80\ \text{V.A}$$

$$Q_r = \|u\|\ \|i_r\| = 60\ \text{V.A}$$

$$Q_F = \sqrt{S^2 - P^2} = \sqrt{D_s^2 + Q_r^2} = 100\ \text{V.A}$$

$$Q_B = \sum_{n\in\mathcal{N}} U_n I_n \sin\varphi_n = -\sum_{n\in\mathcal{N}} B_n U_n^2 = 0$$

Współczynnik mocy źródła w tym obwodzie jest równy $\lambda = \frac{P}{S} = 1/\sqrt{2}$. Może on być podwyższony do wartości

$$\lambda = \left(1 + \frac{\|i_s\|^2}{\|i_s\|^2}\right)^{-\frac{1}{2}} = 1/\sqrt{1{,}64}$$

przez skompensowanie składowej i_r, co można uzyskać włączając na zaciski odbiornika dwójnik LC, o strukturze i parametrach pokazanych na rys. 5b. Zmniejsza to moc Q_F ze 100 VA do 80 VA.

6. Wnioski

Przedstawiony w niniejszym artykule rozkład prądu odbiornika liniowego na trzy ortogonalne składniki jest naturalnym przedłużeniem koncepcji Fryzego rozkładu prądu na składniki ortogonalne i leży w linii rozwojowej teorii mocy obwodów o przebiegach odkształconych, wyznaczonej pracami Shepherda i Zakikhaniego oraz Sharona. Rozkład ten ujawnia składowe prądu odbiornika powodujące wzrost jego wartości skutecznej ponad wartość wynikającą z jego mocy czynnej. Pozwala on także określić granicę, do jakiej można zwiększyć współczynnik mocy źródła za pomocą dwójnika reaktancyjnego włączonego na zaciski odbiornika. Wynikające ponadto z tego rozkładu moce D_s i Q_r pozwalają lepiej wniknąć w naturę mocy Q_F.

LITERATURA

[1] Nowomiejski Z.: Generalized theory of electric power. Archiv für Elektrotechnik, 63 (1981), s. 177-182.

[2] Fisher H.D.: Bemerkungen zu Leistungsbegriffen bei Stromen und Spannungen mit Oberschwingungen. Archiv für Elektrotechnik 64 (1982), s. 289-295.

[3] Lopez R.A., Asquerino I.C.M., Rodrigez-Izguierdo G.: Reactive power meter for nonsinusoidal systems. IEEE Trans. Instr. Meas., vol. IM-26, no 3, s. 258-260, 1977.

[4] Czarnecki L.S.: Measurement principle of a reactive power meter for nonsinusoidal systems. IEEE Trans. Instr. Meas., vol. IM-30, no 3, Sept. 1981.

[5] Sawicki J.: The measurement of reactive power Σ UIsinφ. Acta Imeko, vol. II, s. 23-31, 1977.

[6] International Electrotechnical Commission (IEC) Technical Committee N° 25, Working Group 7, Report: Reactive power and distortion power, document 25 (Secr.) 109, grudzień 1976.

[7] International Electrotechnical Commission (IEC) Technical Committee N° 25, Working Group 7, Report: Reactive power and distortion power, document 25 (Secr.) 113, grudzień 1979.

[8] Fryze S.: Moc czynna, bierna i pozorna w obwodach o przebiegach odkształconych prądu i napięcia. Przegląd Elektrotechniczny, 1931 nr 7 s. 193-203, nr 8, s. 225-234.

[9] Fryze S.: Wirk-, Blind-, und Scheinleistung in Elektrisch Stromkreisen mit nichtsinusförmigen Verlauf von Strom und Spannung. ETZ, Bd. 53, 1932 pp. 596-599, 625-627, 700-702.

[10] Fryze S.: W sprawie określenia mocy w obwodach elektrycznych o przebiegach odkształconych prądu i napięcia. Przegląd Elektrotechniczny nr 22, 1932, s. 673-676.

[11] Emanuel A.E.: Energetical factors in power systems with nonlinear loads. Archiv für Elektrotechnik, 59(1977), s. 183-189.

[12] Cholewicki T.: Rodzaje mocy przy przebiegach odkształconych, stan obecny badań. Przegląd Elektrotechniczny, R. LVI, Z. 3/1980, s. 99-102.

[13] Shepherd W.; Zakikhani P.: Suggested definition of reactive power for nonsinusoidal systems. Proc. IEE, Vol. 119, N° 9, Sept. 1972, s. 1361-1362.

[14] Nedelcu V.N.: Suggested definition of reactive power for nonsinusoidal systems. Proc. IEE, Vol. 121, N° 5, May 1974, s. 389.

[15] Sharon D.: Suggested definition of reactive power for nonsinusoidal systems. Proc. IEE, Vol. 120, N° 1, Jan. 1973, s. 108.

[16] Micu E.: Suggested definition of reactive power for nonsinusoidal systems. Prod. IEE, Vol. 120, N° 7, July 1973, s. 796-797.

[17] Sharon D.: Reactive power definitions and power-factor improvement in nonsinusoidal systems. Proc. IEE, Vol. 120, N° 6, June 1973, s. 704-706.

[18] Czarnecki L.S.: Minimisation of distortion power of nonsinusoidal sources applied to linear loads. IEE Proc. Part C, Vol. 128, N° 4, July 1981, s. 208-210.

Wpłynęło do redakcji 20.IX.1982 r.

Recenzent: prof. zw. Tadeusz Cholewicki

ОРТОГОНАЛЬНЫЕ СОСТАВЛЯЮЩИЕ ЛИНЕЙНОГО ПРИЕМНИКА, ПИТАЕМОГО НЕСИНУСОИДАЛЬНЫМ ТОКОМ

Р е з ю м е

Представлено распределение тока линейного приемника, питаемого несинусоидальным напряжением на три ортогональных составляющих. При определенном напряжению источника действующие значения составляющих являются мерами соответственно: активной мощности и составляющих полной мощности приемника связанных с фазовыми сдвигами гармонических тока и напряжения приемника и с разной активной проводимостью приемника при гармонических частотах.

ORTHOGONAL CURRENT COMPONENTS OF NONSINUSOIDAL SOURCE APPLIED TO LINEAR LOADS

S u m m a r y

This paper presents a linear load nonsinusoidal current decomposition into three mutually orthogonal components. At source voltage being specified, the r.m.s. values of these current components are the measures of the load active power and of two reactive power components, namely, the component which is related to the mutual phase-shift of the voltage and current harmonics, and the component which is related to the load conductances variation with the harmonic frequency.