ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1983

Seria: ELEKTRYKA z. 86 Nr kol. 758

Leszek S. CZARNECKI

POJEMNOŚCIOWO-INDUKCYJNA KOMPENSACJA MOCY BIERNEJ OBWODÓW Z PRZEBIEGAMI ODKSZTAŁCONYMI

Streszczenie. Przedmiotem artykułu jest zagadnienie minimalizacji wartości skutecznej oraz redukcja odkształceń prądu źródła napięcia odkształconego, zasilającego odbiorniki rezystancyjno-indukcyjne. Wykazano, że gałąź pojemnościowo-indukcyjna, włączona równolegle względem obciążenia, może nie tylko istotnie zmniejszyć stopień odkształcenia przebiegów, lecz może także zwiększyć współczynnik mocy źródła w porównaniu z jego wartością osiągalną przy czysto pojemnościowej kompensacji mocy biernej. Przedstawiono sposób wyznaczania wartości pojemności, przy której współczynnik mocy źródła ma największą wartość oraz przykłady ilustrujące efektywność kompensacji LC.

1. Wstęp

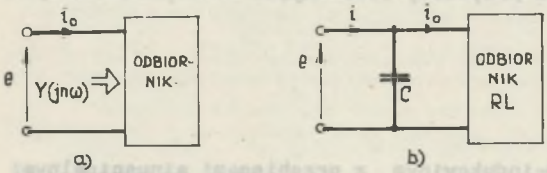
Gdy w obwodzie rezystancyjno-indukcyjnym z przebiegami sinusoidalnymi zachodzi potrzeba poprawy współczynnika mocy źródła, jednym z najprostszych rozwiązań jest włączenie, równolegle względem odbiornika bloku kondensatorów o odpowiednio dobranej pojemności. Ze względu na prostotę takiego rozwiązania istnieje zrozumiała skłonność do podobnego postępowania także i wtedy, gdy przebiegi w obwodzie nie są sinusoidalne, jednak w takim przypadku współczynnik mocy nie tylko nie może osiągnąć jedności, lecz następuje ponadto wzrost odkształceń przebiegów, niekiedy bardzo gwałtowny. Jakkolwiek nie wszystkie negatywne skutki odkształceń przebiegów są obecnie rozpoznane [7, 8] i są one w konkretnych sytuacjach bardzo trudne do oceny, nie ma jednak wątpliwości, że redukcja tych odkształceń jest w każdym razie korzystna. Przy pojemnościowej kompensacji mocy biernej wzrost odkształceń spowodowany jest zmniejszaniem przez kondensator impedancji obciążenia źródła dla częstotliwości harmonicznych, zatem deformacje mogą być ograniczone, jeśli szeregowo z kondensatorem włączony zostanie induktor, o tak dobranej indukcyjności, aby kondensator nie stracił funkcji elementu kompensującego moc bierną odbiornika. Taki sposób postępowania jest dość rozpowszechniony, chociaż włączenie induktora uzasadnia się raczej potrzebą zabezpieczenia kondensatora kompensacyjnego przed przeciążeniem, wywołanym prądami wyższych harmonicznych. Gałęzie kompensujące są więc często nie gałęziami pojemnościowymi lecz pojemnościowo-indukcyjnymi jednak sposób obliczania dla takiej gałęzi wartości pojemności kompensu-

jącej, która umożliwiałaby uzyskanie najwyższej wartości współczynnika mocy źródła, nie jest obecnie znany, a często cytowany [1 ÷ 3] sposób wyznaczania tzw. optymalnej pojemności kompensującej nie może być stosowany przy kompensacji pojemnościowo-indukcyjnej.

Przedmiotem niniejszego artykułu jest określenie wartości pojemności kondensatora pojemnościowo-indukcyjnej gałęzi kompensującej, umożliwiającej uzyskanie największej wartości współczynnika mocy źródła oraz porównanie kompensacji pojemnościowej i pojemnościowo-indukcyjnej z punktu widzenia osiągalnego współczynnika mocy oraz wprowadzanych odkształceń.

2. Kompensacja pojemnościowa

Rozpatrzmy obwód jednofazowy prądu zmiennego (rys. 1a), składający się za źródła napięcia odkształconego o częstotliwości ω_1 oraz liniowego odbiornika o admitancji dla częstotliwości harmonicznych $\omega = n\omega_1$ oznaczonej jako



Rys. 1

$$Y(jn\omega_1) \triangleq Y_n \triangleq |Y_n| \exp\{-j\varphi_n\} \triangleq \triangleq G_n + jB_n \qquad (1)$$

Przypuśćmy, że napięcie e na zaciskach źródła nie zależy od prądu oraz ma składowe harmoniczne o numerach z pewnego zbioru $\mathcal{N}$ i wartościach skutecznych E_n. Gdy dla $n \in \mathcal{N}$ susceptancje B_n odbiornika są różne od zera, to prąd źródła i_o ma składową bierną i_{or} o wartości skutecznej [4]

$$\|i_{or}\| = \sqrt{\sum_{n\in\mathcal{N}} I_n^2 \sin^2\varphi_n} = \sqrt{\sum_{n\in\mathcal{N}} E_n^2 B_n^2} \qquad (2)$$

powiększającą bezużytecznie wartość skuteczną prądu źródła. Całkowite usunięcie tej składowej z prądu źródła wymaga włączenia do obwodu dość złożonego dwójnika reaktancyjnego [5], co może być ekonomicznie nieopłacalne i trzeba się zwykle zadowolić pewnym zmniejszeniem tylko wartości skutecznej prądu źródła. W przypadku odbiorników rezystancyjno-indukcyjnych, zasilanych ze źródeł o nieznacznie odkształconym napięciu, najprostszym sposobem zmniejszania wartości skutecznej składowej biernej prądu źródła jest kompensacja pojemnościowa.

Kondensator o pojemności C, włączony w sposób przedstawiony na rys. 1b, zmienia wartość skuteczną składowej biernej prądu źródła i_r do wartości

$$\|i_r\| = \sqrt{\sum_{n\in\mathcal{N}} E_n^2(B_n+n\omega_1 C)^2} \qquad (3)$$

która jest najmniejsza wtedy, gdy pojemność kondensatora ma wartość nazywaną [1 ÷ 3] pojemnością optymalną, C_{opt}, równą

$$C_{opt} = \frac{-\sum_{n\in\mathcal{N}} nE_n^2 B_n}{\omega_1 \sum_{n\in\mathcal{N}} n^2 E_n^2} \qquad (4)$$

Pojemność ta może być także wyznaczona bezpośrednio, z przebiegów czasowych prądu i napięcia odbiornika [6].

Włączenie kondensatora na zaciski źródła o napięciu odkształconym powoduje jednak zwiększenie wartości skutecznej składowych harmonicznych prądu źródła. Dla źródeł o nieznacznie odkształconym napięciu, tj. takich, dla których przy $n > 1$, $E_n/E_1 \ll 1$, względne wartości skuteczne składowych harmonicznych prądu źródła I_n/I_1 mogą być oszacowane w sposób następujący. Ponieważ w przypadku małych odkształceń ze wzoru (4) wynika, że $\omega_1 C_{opt} \approx -B_1$, a ponadto susceptancja B_n odbiornika rezystancyjno-indukcyjnego maleje ze wzrostem n, zatem słuszne jest następujące przybliżenie

$$\frac{I_n}{I_1} = \frac{E_n|Y_n + jn\omega_1 C_{opt}|}{E_1|Y_1 + j\omega_1 C_{opt}|} \approx \frac{E_n}{E_1}\cdot\frac{n\omega_1 C_{opt}}{G_1} \approx \frac{E_n}{E_1}\, n\,\frac{-B_1}{G_1} = \frac{E_n}{E_1}\, n\, tg\varphi_1 \qquad (5)$$

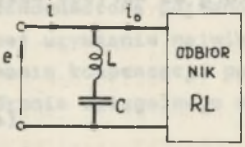
gdzie $\cos\varphi_1$ jest współczynnikiem mocy odbiornika. Tak więc względne wartości skuteczne składowych harmonicznych prądu źródła są przy kompensacji pojemnościowej $n.tg\varphi_1$-krotnie większe od względnych wartości skutecznych składowych harmonicznych napięcia. W powyższym oszacowaniu przyjęto, że impedancja wewnętrzna źródła jest równa zeru. Gdy takie założenie nie jest do przyjęcia oraz gdy ponadto impedancja ta ma charakter indukcyjny, wówczas wartości skuteczne pewnych składowych harmonicznych prądu mogą zwiększyć się bardziej, niż to wynika ze wzoru (5).

3. Kompensacja pojemnościowo-indukcyjna

Odkształcenie prądu źródła, powodowane zmniejszaniem przez kondensator impedancji dla wyższych składowych harmonicznych napięcia, może być zmniejszone przez włączenie, szeregowo z kondensatorem, induktora o pewnej indukcyjności L, jednak w takim przypadku pojemność określana wzorem (4) nie jest już pojemnością optymalną ze względu na redukcję wartości skutecznej składowej biernej prądu źródła. Pojemność ta może być określona w

sposób następujący. Ponieważ odbiornik z dołączoną równolegle gałęzią LC ma dla częstotliwości harmonicznych $\omega = n\omega_1$ susceptancję

$$B_{1n} = B_n + \frac{n\omega_1 C}{1 - n^2\omega_1^2 LC} \tag{6}$$



Rys. 2

zatem wartość skuteczna składowej biernej prądu źródła zmienia się do wartości

$$\|i_r\| = \sqrt{\sum_{n\in\mathcal{N}} E_n^2 \left(B_n + \frac{n\omega_1 C}{1 - n^2\omega_1^2 LC}\right)^2} \tag{7}$$

Wyznaczając minimum funkcji $\|i_r\| = f(C)$, znajdujemy, że wartość skuteczna składowej biernej prądu źródła jest najmniejsza przy pojemności $C = C_{opt}$, spełniającej relację

$$\sum_{n\in\mathcal{N}} nB_n E_n^2 \frac{1}{(1-n^2\omega_1^2 LC)^2} + \omega_1 C \sum_{n\in\mathcal{N}} n^2 E_n^2 \frac{1}{(1-n^2\omega_1^2 LC)^3} = 0 \tag{8}$$

Ponieważ pojemność optymalna C_{opt} występuje w powyższym wzorze w postaci uwikłanej, wyznaczenie jej wartości wymaga użycia metod numerycznych. Aby ją obliczyć dla ilustrujących artykuł przykładów kompensacji LC, stosowano metodę iteracyjną, obliczając kolejne wyrazy ciągu

$$C_o, C_1, C_2, \ldots, C_i, C_{i+1}, \ldots \tag{9}$$

z relacji

$$C_{i+1} = \frac{-\sum_{n\in\mathcal{N}} nB_n E_n^2 \frac{1}{(1-n^2\omega_1^2 LC_i)^2}}{\omega_1 \sum_{n\in\mathcal{N}} n^2 E_n^2 \frac{1}{(1-n^2\omega_1^2 LC_i)^3}} \tag{10}$$

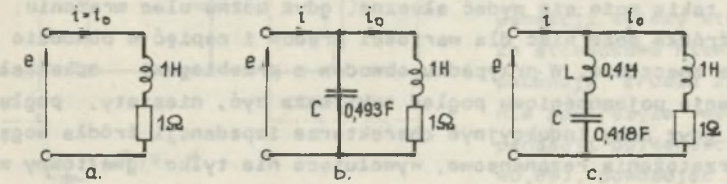
równoważnej dla $|C_{i+1} - C_i| \to 0$, relacji (8). Ponieważ dla częstotliwości podstawowej przebiegów impedancja gałęzi kompensującej musi mieć charakter pojemnościowy oraz indukcyjny dla częstotliwości wyższych harmonicznych, jako wartość C_o ciągu (9) wybierano dowolną liczbę spełniającą nierówności

$$\begin{gathered} \omega_1^2 LC_o < 1 \\ n^2\omega_1^2 LC_o > 1, \quad n > 1 \end{gathered} \tag{11}$$

W analizowanych przykładach obliczone ciągi były zbliżone do C_{opt}.

4. Przykład 1

Wyniki obu sposobów kompensacji porównane są na przykładzie kompensacji prostego odbiornika RL, przedstawionego na rys. 3a, zasilanego ze źródła o pomijalnej impedancji wewnętrznej, znormalizowanej częstotliwości $\omega_1 = 1$ rad/s oraz $E_1 = 100$ V; $E_5 = 2$ V; $E_7 = 1$ V; tj. $\mathcal{N} = \{1,5,7\}$.



Rys. 3

Wyniki analizy obwodu niekompensowanego, obwodu z kondensatorem o pojemności obliczonej ze wzoru (4) oraz obwodu z gałęzią indukcyjno-pojemnościową o indukcyjności L = 0,4 H i pojemności spełniającej relację (8) zestawione są w tabeli 1.

Tabela 1

Kompensacja		Nie komp.	C	LC
C_{opt}	F	-	0,493	0,418
I_1	A	70,7	50,0	50,0
I_5/I_1	%	0,55	9,1	3,4
I_7/I_1	%	0,20	6,6	1,1
$\|\|i\|\|$	A	70,7	50,3	50,3
$S_o \triangleq \|\|e\|\|\,\|\|i\|\|$	V.A	7073	5033	5004
$D_o \triangleq \sqrt{S_o^2-P^2}$	V.A	5002	576	207
$\lambda \triangleq P/S_o$	-	0,71	0,99	1

Jak na to wskazują zestawione wyniki, kompensacja LC znacznie zmniejszyła zawartość wyższych harmonicznych w prądzie źródła w porównaniu z kompensacją pojemnościową, w niewielkim natomiast stopniu zmieniła współczynnik mocy obwodu. Gdyby jednak w analizowanym obwodzie włączono induktor, o przyjętej poprzednio dla kompensacji LC indukcyjności L = 0,4 H, lecz pozostawiając kondensator o pojemności takiej, jak przy optymalnej kompensacji pojemnościowej, tj. C = 0,493 F, wówczas współczynnik mocy obwodu zmniejszyłby się do wartości $\lambda = 0,97$.

5. Wpływ impedancji źródła

Relacja (8), określająca optymalną pojemność kompensującą, została wyprowadzona przy założeniu, że napięcie na zaciskach źródła nie zależy od prądu obciążenia, tj. impedancja źródła jest, ze względu na impedancję obciążenia, pomijalnie mała. Ponieważ moce zwarciowe źródeł są w układach elektroenergetycznych wielokrotnie większe od mocy odbiorników, założenie takie może się wydać słuszne, gdyż można ulec wrażeniu, że impedancja źródła może mieć dla wartości prądów i napięć w obwodzie tylko drugorzędne znaczenie. W przypadku obwodów z przebiegami odkształconymi i kompensacją pojemnościową pogląd taki może być, niestety, poglądem fałszywym, gdyż przy indukcyjnym charakterze impedancji źródła mogą w nim powstać przetężenia rezonansowe, wywołujące nie tylko gwałtowny wzrost deformacji prądu źródła, lecz także i napięcia na zaciskach odbiornika. Kompensacja pojemnościowo-indukcyjna, z poprawnie wybraną wartością indukcyjności induktora, pozwala uniknąć powstawania rezonansów między pojemnością kompensującą a indukcyjnością źródła, niemniej, impedancja źródła zmienia napięcie na zaciskach odbiornika. Wartości skuteczne składowych harmonicznych napięcia odbiornika, U_n, są zależne od włączonej pojemności kompensującej C, jednak poszukiwanie optymalnej wartości pojemności kompensującej, minimalizującej wartość skuteczną składowej biernej prądu i_r, z uwzględnieniem zależności U_n od C, prowadziłoby, już dla prostych obwodów, do bardzo złożonych relacji. Dlatego, obliczając optymalną pojemność kompensującą, trzeba pozostać, przynajmniej w przypadku obwodów o nieznacznie odkształconym napięciu i małej względnej impedancji źródła, przy relacji (8), zmodyfikowanej jedynie do postaci:

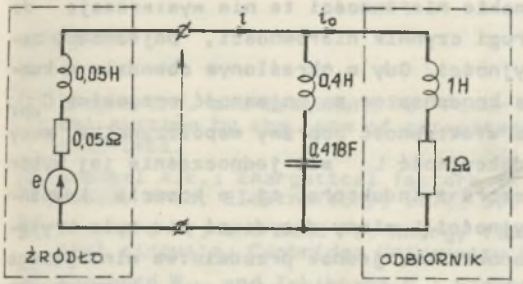
$$\sum_{n\in\mathcal{N}} nB_n U_n^2 \frac{1}{(1-n^2\omega_1^2 LC)^2} + \omega_1 C \sum_{n\in\mathcal{N}} n^2 U_n^2 \frac{1}{(1-n^2\omega_1^2 LC)^3} = 0 \qquad (12)$$

z tym jednak, że po wyznaczeniu każdego kolejnego wyrazu C_i ciągu $C_0, C_1, \ldots C_i, C_{i+1}, \ldots$ należy obliczyć wartości skuteczne U_n składowych harmonicznych napięcia odbiornika w obwodzie z włączoną pojemnością C_i i użyć je przy obliczaniu następnego wyrazu, C_{i+1}. Tak więc, wyznaczanie optymalnej pojemności kompensującej, uwzględniającej impedancję źródła, jest obliczeniowo raczej uciążliwe i nie do uniknięcia jest użycie maszyny cyfrowej, przy czym program iteracyjnego obliczania wyrazów ciągu (9) musi być uzupełniony podprogramem analizy obwodu.

6. Przykład 2

Wpływ impedancji źródła na wyniki kompensacji pojemnościowej i pojemnościowo-indukcyjnej porównano na przykładzie kompensacji takiego samego odbiornika jak w przykładzie 1 i zasilanego ze źródła o takim samym jak

poprzednio odkształceniu napięcia na otwartych zaciskach, przyjmując jednak, że impedancja wewnętrzna źródła ma dla częstotliwości podstawowej wartość $Z = (0{,}05+j0{,}05)\Omega$, oraz źródło ma strukturę przedstawioną na rys. 4. Wyniki kompensacji zestawione są w tabeli 2.



Rys. 4

Porównując zestawione w tabelach 1 i 2, wyniki kompensacji możemy stwierdzić, że stosunkowo niewielka impedancja źródła zdecydowanie pogorszyła wyniki kompensacji pojemnościowej $\lambda_o = 0{,}89$), powodując jednocześnie silny wzrost odkształceń prądu i napięcia ($I_7/I_1 = 35{,}1\%$, $U_7/U_1 = 6{,}7\%$), natomiast przy kompensacji pojemnościowo-indukcyjnej współczynnik mocy pogorszył się tylko nieznacznie ($\lambda_o = 0{,}97$), a odkształcenie przebiegów prądu i napięcia nawet się zmniejszyło.

Tabela 2

Kompensacja		Nie komp.	C	LC
C_{opt}	F	-	0,403	0,418
U_1	V	95,24	97,08	97,57
U_5/U_1	%	2,0	3,7	1,7
U_7/U_1	%	1,0	6,7	0,86
I_1	A	67,34	49,44	48,77
I_5/I_1	%	0,55	13,3	2,9
I_7/I_1	%	0,20	35,1	0,94
$\|\|i\|\|$	A	67,34	52,82	48,79
P	W	4535	4714	4754
$S_o = \|\|e\|\| \, \|\|i\|\|$	VA	6736	5283	4880
$D_o = \sqrt{S_o^2 - P^2}$	VA	4981	2386	1090
$\lambda_o = P/S_o$	-	0,67	0,89	0,97

Tak więc przedstawione przykłady dobitnie uwydatniają zalety kompensacji pojemnościowo-indukcyjnej nie tylko ze względu na wprowadzane odkształcenia, lecz także ze względu na osiągalny współczynnik mocy.

7. Uwagi o wyborze wartości indukcyjności L

Formalnie wybór indukcyjności L gałęzi kompensującej jest ograniczony jedynie nierównościami (11), jednakże nierówności te nie wystarczają do jej określenia, szczególnie że drugi czynnik nierówności, pojemność, zależy od wybranej wartości indukcyjności. Gdy w określonym obwodzie z kompensacją pojemnościowo-indukcyjną kondensator ma pojemność optymalną C_{opt}, jedynym parametrem determinującym efektywność poprawy współczynnika mocy oraz stopień odkształceń jest indukcyjność L, ale jednocześnie jej wybór decyduje o mocy pozornej kondensatora i induktora, tj. o kosztach kompensacji. Tak więc o wyborze indukcyjności L winny decydować nie tyle kryteria techniczne, co techniczno-ekonomiczne, jednak przedmiotem niniejszego artykułu są tylko techniczne aspekty kompensacji pojemnościowo-indukcyjnej. Dlatego przedstawione tu rozważania nie pozwalają wyjść poza wyznaczenie, dla określonego obwodu, zależności od indukcyjności L takich parametrów technicznych kompensacji, jak np. wartość pojemności kompensującej, C_{opt}, stopień odkształcenia przebiegów, współczynnik mocy, moce pozorne elementów kompensujących.

Dla obwodu, analizowanego w przykładzie 2, zależności pewnych parametrów technicznych od indukcyjności L zestawiono, dla ilustracji, w tabeli 3.

Tabela 3

L	H	-	0,1	0,2	0,4	1,0
C_{opt}	F	0,403	0,478	0,456	0,418	0,335
I_5/I_1	%	13,3	12,4	5,4	2,9	1,6
I_7/I_1	%	35,1	2,8	1,6	0,9	0,5
$\|\|i\|\|$	A	52,82	49,16	48,84	48,79	48,77
S_c	VA	4263	5055	5260	5736	7164
S_L	VA	-	285	496	966	2396
$\lambda_o = P/S_o$	-	0,89	0,967	0,973	0,974	0,975

W tabeli tej symbole S_c i S_L oznaczają moce pozorne kondensatora i induktora.

8. Wnioski

W niniejszym artykule wyprowadzono relację określającą pojemność kondensatora minimalizującego wartość skuteczną składowej biernej prądu źródła i wykazano, że kompensacja taka nie tylko zmniejsza odkształcenia prze-

biegów, lecz pozwala także uzyskać wyższą wartość współczynnika mocy w porównaniu z jego wartością osiągalną przy kompensacji pojemnościowej.

LITERATURA

[1] Shepherd W. and Zakikhani P.: Power factor correction in nonsinusoidal systems by the use of capacitance. J. Phys. D., 1973, 6, pp. 1850-1861.

[2] Emanuel A.E.: Energetical factors in power systems with nonlinear loads. Arch. Elektrotech., 1977, 59, pp. 183-189.

[3] Shepherd W., and Zand P.: Energy flow and power factor in nonsinusoidal circuits. Cambridge University Press, 1979.

[4] Shepherd W., and Zakikhani P.: Suggested definition of reactive power for nonsinusoidal systems. Proc. IEE, Vol. 119, N° 9, Sept. 1972, pp. 1361-62.

[5] Czarnecki L.S.: Minimisation of distortion power of nonsinusoidal sources applied to linear loads, IEE Proc. Vol. 128, Pt. C, N° 4, July 1981, pp. 208-210.

[6] Czarnecki L.S.: Convertor of optimal capacitance for nonsinusoidal systems compensation to DC voltage, Elecr. Lett., 11th June 1981, Vol. 17, N° 12, pp. 426-427.

[7] Linders J.R.: Electric wave distortion: their hidden cost and containment, IEEE Trans. on Ind. Appl., Vol. IA-15, N° 5, Sept./Oct. 1979, pp. 458-471.

[8] Stratford R.P.: Analysis and control of harmonic current in systems with static power convertors, IEEE Trans. on Ind. Appl., Vol. IA-17, N° 1, Jan./Feb. 1981, pp. 71-81.

[9] Shipp D.D.: Harmonic analysis and suppression for electrical systems supplying static power converters and other nonlinear loads, IEEE Trans. on Ind. Appl., Vol. IA-15, N° 5, Sept./Oct. 79, pp. 453-458.

Recenzent: prof. dr hab. inż. Kazimierz Bisztyga

Wpłynęło do redakcji 5.IV.1982 r.

ЕМКОСТНО-ИНДУКТИВНАЯ КОМПЕНСАЦИЯ РЕАКТИВНОЙ МОЩНОСТИ ЦЕПИ НЕСИНУСОИДАЛЬНОГО ТОКА

Р е з ю м е

В статье рассматривается проблему минимизации действующего значения и уменшения искажений тока несинусоидального источника с активно-реактивной нагрузкой. Доказано, что емкостно-индуктивная ветвь, соединенная паралельно нагрузке, может не только существенно уменшить искажения, но также более чем емкостная компенсация, увеличить коэффициент мощности источника. Представлено метод определения значения емкости, при которой коэффициент мощности максимальный. Представлено примеры, которые иллюстрируют эффективность компенсации L, C.

CAPACITIVE-INDUCTIVE COMPENSATION OF REACTIVE POWER IN NON-SINUSOIDAL SYSTEMS

S u m m a r y

The paper is concerned with minimisation of the current RMS value and its distortion of the nonsinusoidal voltage source supplying linear R-L loads. It is shown, that a LC branch, connected parallely to a load substantially reduces the source voltage and source current distortion as well as improves the power factor of the circuit better than a pure capacitor branch. A formula for calculating the optimal value of the LC branch capacitance is presented and examples of minimisation are enclosed.