ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1983

Seria: ELEKTRYKA z. 86 Nr kol. 758

Leszek S. CZARNECKI

METODA POMIARU MOCY BIERNEJ INDYWIDUALNYCH SKŁADOWYCH HARMONICZNYCH W OBWODACH Z PRZEBIEGAMI ODKSZTAŁCONYMI

Streszczenie. Artykuł przedstawia metodę pomiaru mocy biernej indywidualnych składowych harmonicznych prądu i napięcia odbiornika jednofazowego zasilanego niesinusoidalnym napięciem okresowym. W celu przekształcenia tej mocy na proporcjonalną do niej napięcie stałe, widma częstotliwościowe prądu i napięcia odbiornika są przekształcane przez jednoczesne pomnożenie obu przebiegów przez parę napięć sinusoidalnych o częstotliwości powiększonej względem częstotliwości wybranej harmonicznej o stałą wartość ω_f i przesuniętych wzajemnie fazowo o kąt $\pi/2$. Z obu otrzymanych w ten sposób przebiegów wyodrębniane są, parą wzajemnie symetrycznych filtrów wąskopasmowych, składniki o częstotliwości ω_f, których uśredniony następnie iloczyn jest proporcjonalny do mocy biernej wybranej harmonicznej.

1. Wstęp

W pewnych teoriach mocy [1, 2] obwodów z okresowymi przebiegami odkształconymi występuje wielkość zwana mocą bierną Q, w postaci zdefiniowanej przez Budeanu [1] jako

$$Q \triangleq \sum_{n=1}^{\infty} U_n I_n \sin\varphi_n \tag{1}$$

gdzie U_n, I_n, φ_n są odpowiednio wartościami skutecznymi i kątem wzajemnego przesunięcia fazowego składowych harmonicznych prądu i napięcia odbiornika. W układach fizycznych przebiegi odkształcone mają ograniczone widmo częstotliwości, tj. $n\omega_1 \leqslant N\omega_1$, gdzie ω_1 jest podstawową częstotliwością przebiegu, a N jest skończoną liczbą naturalną i moc bierna wg definicji Budeanu jest obecnie, w rezultacie usilnych prób znalezienia sposobu jej pomiaru [3 ÷ 11] oraz dzięki dokonanemu ostatnio postępowi [8, 11], wielkością względnie łatwo mierzalną.

Jednocześnie przy szczegółowej analizie właściwości energetycznych obwodów z przebiegami odkształconymi oraz przy próbach poprawy ich współczynnika mocy, wielkością bardziej użyteczną od całkowitej mocy biernej Q może być moc bierna indywidualnych harmonicznych Q_n, równa

$$Q_n \triangleq U_n I_n \sin\varphi_n \tag{2}$$

Na celowość wprowadzenia takiej wielkości i jej pomiaru mogę wskazywać w szczególności następujące motywy. W przypadku pojemnościowej kompensacji mocy biernej odbiornika zasilanego napięciem odkształconym, maksymalny współczynnik mocy źródła uzyskuje się [12, 13] przy pojemności kompensującej $C = C_{opt}$, określonej wzorem

$$C_{opt} = -\frac{\sum_{n=1}^{N} nU_n I_n \sin\varphi_n}{\omega_1 \sum_{n=1}^{N} n^2 U_n^2} = -\frac{\sum_{n=1}^{N} nQ_n}{\omega_1 \sum_{n=1}^{N} n^2 U_n^2} \tag{3}$$

Skuteczniejszą poprawę współczynnika mocy źródła niż przy kompensacji pojemnościowej i której towarzyszy ponadto istotna redukcja odkształceń przebiegu czasowego prądu, uzyskuje się [14] włączając równolegle względem odbiornika dwójnik reaktancyjny, o susceptancjach dla częstotliwości harmonicznych B_n, równych

$$B_n = -\frac{Q_n}{U_n^2} \tag{4}$$

Tak więc parametry obwodu poprawiającego współczynnik mocy źródła pozostają w obu przypadkach w bezpośredniej relacji do mocy biernej indywidualnych składowych harmonicznych Q_n, nie zaś do całkowitej mocy biernej Q odbiornika.

Jedyną, znaną autorowi, metodę pomiaru mocy biernej indywidualnych składowych harmonicznych jest metoda przedstawiona w pracy [8]. Jakkolwiek dotyczy ona sposobu pomiaru całkowitej mocy biernej wg definicji Budeanu, to jednak jest w swej istocie metodą pomiaru mocy biernej indywidualnych składowych harmonicznych Q_n, uzupełnioną jedynie, w celu pomiaru całkowitej mocy biernej, sumowaniem zmierzonych wartości. Metoda ta wymaga użycia 6 układów mnożących, 4 układów całkujących oraz generatora pary napięć sinusoidalnych przesuniętych wzajemnie fazowo o kąt $\pi/2$. Znaczną niedogodnością tej metody jest konieczność synchronizacji generatora częstotliwością poszczególnych harmonicznych prądu i napięcia odbiornika.

W niniejszym artykule przedstawiono odmienną metodę pomiaru mocy biernej indywidualnych składowych harmonicznych, wymagającą do realizacji pomiaru prostszych, jak się wydaje, środków technicznych.

2. Opis metody

W przedstawionej tu metodzie pomiaru mocy biernej indywidualnych składowych harmonicznych jej wartość wyznacza się w sposób następujący. Prąd

i napięcie odbiornika mnożone są jednocześnie, dwoma układami mnożącymi, przez parę napięć sinusoidalnych, przesuniętych względem siebie fazowo o kąt $\pi/2$ oraz o częstotliwości powiększonej względem częstotliwości tej harmonicznej, której moc bierną ma się mierzyć, o stałą wartość ω_f.

Z otrzymanych w ten sposób przebiegów wyodrębnia się, parą wzajemnie symetrycznych filtrów wąskopasmowych, składniki o częstotliwości ω_f. Przy spełnieniu odpowiednich warunków dotyczących selektywności i wzajemnej symetrii filtrów wyodrębnione składniki mają amplitudę proporcjonalną do amplitud składowych harmonicznych prądu i napięcia odbiornika, lecz ich wzajemne przesunięcie fazowe jest powiększone względem przesunięcia fazowego składowych harmonicznych prądu i napięcia o kąt $\pi/2$. Mnożąc przez siebie oba wyodrębnione składniki i uśredniając ich iloczyn, otrzymuje się napięcie stałe, proporcjonalne do mocy biernej indywidualnych składowych harmonicznych Q_n.

3. Uzasadnienie metody

Przyjmijmy, że napięcie odbiornika o częstotliwości ω_1 może być aproksymowane następującym wielomianem trygonometrycznym

$$u = U_o + \sqrt{2}\sum_{n=1}^{N} U_n \cos(n\omega_1 t - \varphi_h) \quad . \tag{5}$$

Napięcie to chcemy przekształcić, stosując nie przestrajany filtr wąskopasmowy, w napięcie sinusoidalne o amplitudzie i fazie określonej amplitudą i fazą indywidualnych składowych harmonicznych napięcia odbiornika. W tym celu mnożone jest ono najpierw przez pomocnicze napięcie u_a o przebiegu

$$u_a \triangleq \sqrt{2}\, U_a \sin\omega_g t \triangleq \sqrt{2}\, U_a \sin(h\omega_1 + \omega_f)t \tag{6}$$

gdzie ω_f jest częstotliwością, o którą powiększona jest częstotliwość napięcia u_a względem wybranej częstotliwości harmonicznej, $h\omega_1$; $h \in [1,2 \ldots N]$. Na wyjściu układu mnożącego, o współczynniku mnożenia m_1, otrzymuje się napięcie u_1, równe

$$u_1 \triangleq m_1 u\, u_a = \sqrt{2}\, m_1 U_a U_o \sin(h\omega_1 + \omega_f)t +$$

$$+ m_1 U_a \sum_{n=1}^{N} U_n \sin\left[(h\omega_1 + \omega_f - n\omega_1)t + \varphi_n\right] +$$

$$+ m_1 U_o \sum_{n=1}^{N} U_n \sin\left[(h\omega_1 + \omega_f + n\omega_1)t - \alpha_n\right] \tag{7}$$

Z napięcia tego wyodrębniany jest filtrem wąskopasmowym, F_1, składnik o częstotliwości różnicowej ω_f. Przy dostatecznie wysokiej selektywności filtru amplituda jego napięcia wyjściowego jest proporcjonalna do amplitudy wyłącznie tej składowej harmonicznej napięcia, dla której n = h, pod warunkiem jednak, że dla pozostałych wartości $k \in [0,1 \ldots N]$, różnych od h,

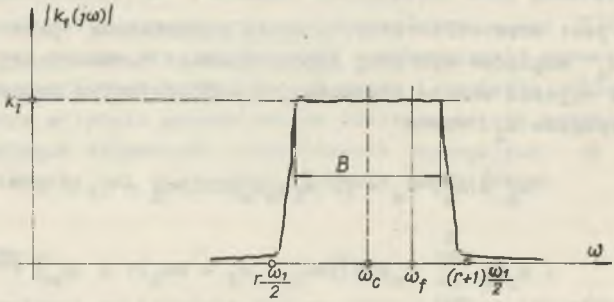
$$h\omega_1 + \omega_f = k\omega_1 \neq -\omega_f, \tag{8}$$

gdyż filtr przenoszący sygnały o częstotliwości ω_f przenosi też sygnały o częstotliwości $-\omega_f$. Niespełnienie tego warunku powoduje występienie w napięciu wyjściowym filtru składnika związanego nie tylko z n-tą, lecz także z k-tą składową harmoniczną napięcia odbiornika. Warunek (8) ogranicza wybór częstotliwości ω_f, mianowicie częstotliwości

$$\omega_f = (k - h)\frac{\omega_1}{2} \tag{9}$$

są częstotliwościami niedozwolonymi, ponadto ogranicza on dopuszczalną, bezwzględną szerokość pasma przepuszczania B filtru. Jeśli jako częstotliwość środkową ω_c filtru (rys. 1) przyjmie się wartość średnią arytmetyczną dwóch dowolnych, sąsiednich częstotliwości niedozwolonych, tj. jedną z wartości

$$\omega_c = r\frac{\omega_1}{2} + \frac{\omega_1}{4}, \quad r = 0,1 \ldots N \tag{10}$$



Rys. 1

wówczas bezwzględna szerokość pasma przepuszczania B filtru musi być mniejsza od $\frac{\omega_1}{2}$ i dewiacja częstotliwości ω_f względem częstotliwości środkowej ω_c filtru musi być ograniczona nierównością

$$|\omega_f - \omega_c| < \frac{\omega_1}{4} \tag{11}$$

Nierówność ta określa dopuszczalny margines wahań częstotliwości ω_f, o którą powiększona jest częstotliwość napięcia u_a względem częstotliwości wybranej składowej harmonicznej napięcia odbiornika.
Jeśli transmitancja częstotliwościowa filtru

$$K_1(j\omega) \triangleq |K_1(j\omega)|\, e^{-j\theta_1(\omega)} \tag{12}$$

ma w paśmie przenoszenia, $|\omega - \omega_c| < \frac{B}{2}$, dostatecznie stałą wartość modułu, tj. można przyjąć, że

$$|K_1(j\omega)| \triangleq k_1 = \text{const} \tag{13}$$

i jeśli poza tym pasmem $|K_1(j\omega)|$ dostatecznie szybko dąży do zera, wówczas napięcie na wyjściu filtru F_1 ma przebieg

$$u_2 = k_1 m_1 U_a U_n \sin\left[\omega_f t + \alpha_n - \theta_1(\omega_f)\right] \tag{14}$$

Aby z prądu odbiornika o przebiegu czasowym

$$i = I_o \cdot \sqrt{2} \sum_{n=1}^{N} I_n \cos(n\omega_1 t - \alpha_n - \varphi_n) \tag{15}$$

gdzie φ_n jest argumentem impedancji odbiornika dla częstotliwości $n\omega_1$, wyodrębnić przebieg sinusoidalny o amplitudzie i fazie określonej amplitudą i fazą n-tej składowej harmonicznej prądu, mnożony on jest najpierw przez napięcie pomocnicze u_b, o przebiegu

$$u_b \triangleq \sqrt{2}\, U_b \sin\left[(h\omega_1 + \omega_f)t - \gamma_b\right] \tag{16}$$

tj. o częstotliwości takiej samej jak napięcie u_a, lecz opóźnione względem niego fazowo o kąt γ_b. Iloczyn ten ma postać:

$$u_3 \triangleq m_2 \text{ i } u_b = \sqrt{2}m_2U_bI_o\sin\left[(h\omega_1 + \omega_f)t - \gamma_b\right] +$$

$$+ m_2U_b \sum_{n=1}^{N} I_n\sin\left[(h\omega_1 + \omega_f - n\omega_1)t + \alpha_b + \varphi_n - \gamma_b\right]$$

$$+ m_2U_b \sum_{n=1}^{N} I_n\sin\left[(h\omega_1 + \omega_f + n\omega_1)t - \alpha_n - \varphi_n - \gamma_b\right] \tag{17}$$

gdzie m_2 jest współczynnikiem wymiarowym układu mnożącego. Napięcie to jest następnie filtrowane filtrem wąskopasmowym F2, o transmitancji częstotliwościowej

$$K_2(j\omega) \triangleq |K_2(j\omega)|\, e^{-j\Theta_2(\omega)} \tag{18}$$

Jeśli filtr ten ma właściwości częstotliwościowe podobne do właściwości filtru F1, wówczas jego napięcie wyjściowe ma przebieg czasowy

$$u_4 = k_2m_2U_bI_n\sin\left[\omega_f t + \alpha_n + \varphi_n - \gamma_b - \Theta_2(\omega_f)\right] \tag{19}$$

gdzie $k_2 \triangleq |K_2(j\omega)|$ w paśmie przenoszenia filtru.

W ten sposób na zaciskach wyjściowych obu filtrów F1 i F2 otrzymuje się jednocześnie dwa napięcia sinusoidalne u_2 i u_4 zawierające informacje o amplitudzie i fazie wybranej, indywidualnej składowej harmonicznej prądu i napięcia odbiornika. Średnia wartość iloczynu obu tych napięć jest równa

$$U \triangleq m_3\,\overline{u_2u_4} \triangleq \frac{1}{T}\int_0^T m_3\, u_2u_4\, dt =$$

$$= \frac{1}{2}\, k_1k_2m_1m_2m_3U_aU_bU_nI_n\cos\left[\varphi_n - \gamma_b + \Theta_1(\omega_f) - \Theta_2(\omega_f)\right] \tag{20}$$

gdzie m_3 jest współczynnikiem wymiarowym układu mnożącego i uśredniającego.

Napięcie wyjściowe układu, U, jest proporcjonalne do mocy biernej Q_n indywidualnej składowej harmonicznej prądu i napięcia odbiornika, tj.

$$U = k\, U_nI_n\sin\varphi_n = k\, Q_n \tag{21}$$

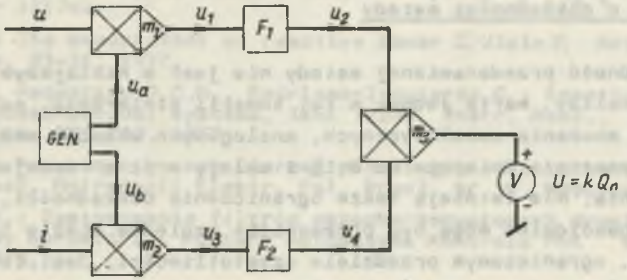
gdy spełnione są warunki

$$\gamma_b = \frac{\pi}{2} \tag{22}$$

$$\theta_1(\omega_f) = \theta_2(\omega_f) \tag{23}$$

przy czym współczynnik proporcjonalności k jest równy

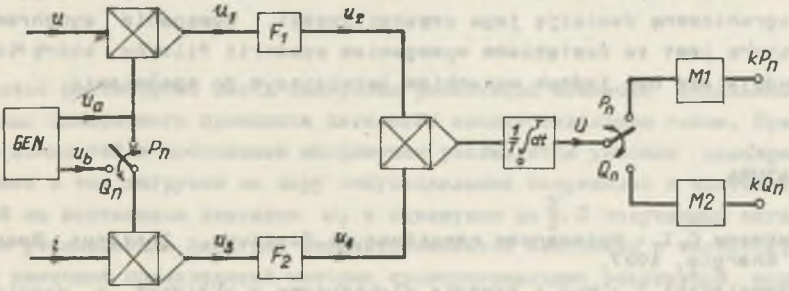
$$k \triangleq \frac{1}{2} k_1 k_2 m_1 m_2 m_3 U_a U_b \tag{24}$$



Rys. 2

Strukturę miernika działającego wg powyższej zasady, z woltomierzem magnetoelektrycznym jako układem uśredniającym iloczyn napięć u_2 i u_4, przedstawia rys. 2. Zastępując woltomierz odrębnym układem uśredniającym, otrzymuje się przetwornik mocy biernej indywidualnych harmonicznych na napięcie stałe. Jego zasadniczymi elementami są, oprócz trzech układów mnożących, przestrajany generator pary napięć sinusoidalnych przesuniętych względem siebie fazowo o kąt $\vartheta_b = \frac{\pi}{2}$ oraz dwa, wzajemnie symetryczne filtry wąskopasmowe. Warto zauważyć, że mnożąc prąd odbiornika przez to samo napięcia pomocnicze, przez które mnożone jest napięcie odbiornika nie zaś przez napięcie u_b, na wyjściu układu otrzymuje się napięcie stałe U proporcjonalne do mocy czynnej P_n indywidualnych składowych harmonicznych, tj.

$$U = kU_n I_n \cos\varphi_n = kP_n \tag{25}$$



Rys. 3

Oba napięcia proporcjonalne do mocy biernej i do mocy czynnej indywidualnych składowych harmonicznych mogą być dalej wykorzystane, o ile zostaną przechowane w pamięci M1 i M2, tak jak to ilustruje rys. 3, do pomiaru argumentu impedancji φ_n odbiornika dla indywidualnych składowych harmonicznych.

4. Uwagi o dokładności metody

Dokładność przedstawionej metody nie jest w niniejszym artykule przedmiotem analizy, warto jednak w tej kwestii stwierdzić, co następuje.

Błędy mnożenia monolitycznych, analogowych układów mnożących mogą być obecnie znacznie mniejsze od 0,1% i maleją wraz z rozwojem technologii ich wytwarzania. Nie istnieją także ograniczenia dokładności, z jaką dwa przebiegi sinusoidalne mogą być przesunięte względem siebie fazowo o kąt $\pi/2$ w pewnym, ograniczonym przedziale częstotliwości. Jest to jedynie kwestia stopnia złożoności obwodu przesuwnika i dokładności jego elementów. Jakkolwiek nie ma także ograniczeń co do możliwości spełnienia wymagań stawianych filtrom F1 i F2, to jednak uzyskanie jednocześnie dostatecznie wysokiej selektywności, stałości modułu transmitancji w paśmie przenoszenia oraz dostatecznie wysokiej wzajemnej symetrii charakterystyk fazy $\theta_1(\omega)$ i $\theta_2(\omega)$, wymaga przemyślanego ich zaprojektowania i starannego ich wykonania. Wybór właściwej charakterystyki częstotliwościowej filtru, wybór właściwego obwodu realizującego tę charakterystykę oraz dokładność wykonania filtru rozstrzygają o dokładności miernika, oczywiście pod warunkiem spełnienia innych, bardziej podstawowych wymagań.

5. Wnioski

Przedstawiona metoda redukuje o połowę liczbę układów mnożących w porównaniu z liczbą tych układów wymaganych w metodzie opisanej w pracy [8] oraz nie wymaga synchronizacji generatora przebiegów $\sin\omega t$ i $\cos\omega t$ częstotliwością indywidualnych składowych harmonicznych, dopuszczając pewną choć ograniczoną dewiację jego częstotliwości. Wymaganie synchronizacji generatora jest tu zastąpione wymaganiem symetrii filtrów, który to warunek wydaje się być jednak warunkiem łatwiejszym do spełnienia.

LITERATURA

[1] Budeanu C.I.: Puissances reactives et fictives. Institut Roumain de l'Energie, 1927.

[2] Nowomiejski Z.: Moc i energia elektryczna w układach o dowolnych ustalonych przebiegach. Zesz. Nauk. Pol. Śl. nr 77, Elektryka, z. 15, Gliwice 1963.

[3] Antoniu S.I., Leon M.: Linear electronic model for the determination of active and reactive powers in nonsinusoidal state. Acta Imeko, 1967.

[4] Czarnecki L.S.: Miernik mocy biernej dla przebiegów odkształconych. Patent PRL, P 75834, 1972.

[5] Czarnecki L.S.: Miernik mocy biernej dla układów z przebiegami odkształconymi. Patent PRL, P 168155, 1974.

[6] Sawicki J.: Urządzenie do pomiaru mocy reaktywnej $\sum_k I_k U_k \sin\varphi_k$. Patent PRL nr 111781.

[7] Sawicki J.: The measurement of reactive power $\Sigma UI\sin\varphi$. Acta Imeko, Vol. II. pp. 23-31, 1977.

[8] Lopez R.A., Aequerino J.C.M., Rodrigez-Izguierdo G.: Reactive power meter for nonsinusoidal systems. IEEE Trans. Instr. Meas., Vol. IM-26, no 3, pp. 258-260, 1977.

[9] Sawicki J.: Przetwornik mocy biernej przebiegów odkształconych. Prace Nauk. Inst. Metrologii Elektr. Pol. Wrocł. nr 19, Wrocław 1979.

[10] Moskowicz S.: Zastosowanie filtrów wszechprzepustowych drugiego rzędu do budowy waromierza. Pomiary Automatyka Kontrola PAK 8/79, s. 290-291, 1979.

[11] Czarnecki L.S.: Measurement principle of a reactive power meter for nonsinusoidal systems. IEEE Trans. Instr. Meas., Vol. IM-30 no 3, pp. 209-212, 1981.

[12] Shepherd W., Zakikhani P.: Power factor correction in nonsinusoidal systems by the use of capacitance. J. Phys. D. 1973, no 6, pp. 1850-1861.

[13] Emanuel A.E.: Energetical factors in power systems with non-linear loads. Arch. für Elektrotechnik, 1977, 59, pp. 183-189.

[14] Czarnecki L.S.: Minimisation of distortion power of nonsinusoidal applied to linear loads, IEE. Proc. Part. C, Vol. 128, N° 4, July 1981, pp. 208-210.

Recenzent: prof. dr hab. inż. Jerzy Sawicki

Wpłynęło do redakcji 15.IV.1982 r.

МЕТОД ИЗМЕРЕНИЯ РЕАКТИВНОЙ МОЩНОСТИ ОТДЕЛЬНЫХ ГАРМОНИЧЕСКИХ В ЦЕПИ НЕСИНУСОИДАЛЬНОГО ТОКА

Р е з ю м е

В статье рассмотрено метод измерения реактивной мощности отдельных гармонических однофазного приемника питаемого несинусоидальным током. Преобразование мощностей в постоянное напряжение реализуется умножая одновременно напряжение и ток нагрузки на пару синусоидальных напряжений с частотой увеличенной на постоянное значение ω_f и сдвинутых на $\frac{\pi}{2}$. С полученных сигналов, применяя узкополосные фильтры, отфильтровывается слагаемые с частотой, ω_f, средние значения произведений которых пропорциональные реактивной мощности выбранных гармонических.

MEASUREMENT TECHNIQUE OF THE INDIVIDUAL HARMONICS REACTIVE POWER IN NONSINUSOIDAL SYSTEMS

S u m m a r y

The paper presents an individual harmonics reactive power measurement method for a load supplied by a nonsinusoidal source. This method consists in transforming the load voltage and the load current frequency spectra by multiplying both quantities by the quadrature voltages. The obtained products are next filtered using a pair of mutually symmetrical narrow-band filters. The mean value of the filter output product is proportional to the individual harmonice reactive power of the load.