

Ewelina LITWINOWICZ

ZASTOSOWANIE ANALIZY REGRESJI DO BADANIA WŁASNOŚCI DIELEKTRYCZNYCH
PŁYT PAPIEROWO-FENOLOWYCH

Streszczenie. W artykule przedstawiono zastosowanie analizy regresji i wariancji do badania własności dielektrycznych płyt warstwowych papierowo-fenolowych. W oparciu o planowany eksperyment czynnikowy typu 4^3 i analizę regresji uzyskano adekwatne wielomiany opisujące powierzchnię odpowiedzi $tg\delta$ w funkcji temperatury i czasu prasowania oraz zawartości żywicy w nośniku.

Założenia ogólne

Technologiczny proces otrzymywania płyt elektroizolacyjnych możemy potraktować jako wielowymiarowy obiekt sterowania o $(f+g+h)$ wejściach oraz (j) wyjściach (rys. 1).



Rys. 1. Wielowymiarowy obiekt badany

Wielkości U, V, W, Y oznaczają kolejno:

- $U = (U_1, U_2, \dots, U_f)$ wielkości sterujące, zwane również zmiennymi niezależnymi lub czynnikami;
- $V = (V_1, V_2, \dots, V_g)$ wielkości zakłócające podlegające pomiarowi lub oszacowaniu (błędy systematyczne);
- $W = (W_1, W_2, \dots, W_h)$ wielkości zakłócające nie podlegające bezpośredniemu pomiarowi (błędy przypadkowe);
- $Y = (Y_1, Y_2, Y_3, \dots, Y_j)$ wielkości wyjściowe charakteryzujące pewne interesujące nas cechy obiektu.

Na obserwowany i -ty wektor wyjściowy Y_i mają wpływ wielkości sterujące, których liczba uzależniona jest od celu badań i możliwości ekspery-

mentowania oraz wielkości zakłócające. Ogólny wpływ wielkości zakłócających ($V+W$) nazywany jest również efektem zakłóceń lub efektem szumów. Do wielkości zakłócających należą: błędy odczytu, błędy pomiarów wielkości sterujących i wyjściowych, błędy działania urządzeń pomocniczych, aparatury pomiarowo-regulacyjnej, niekontrolowane niejednorodności materiału, wpływ warunków otoczenia, wpływ eksperymentatora itd.

Funkcja $F(Y) = \Psi(U, V; W)$ opisująca kompleksowo odpowiedź obiektu nie jest w istocie nigdy znana. Konstrukcja wielomianów interpolacyjnych, które dokładnie odtwarzałyby wartości funkcji odpowiedzi w węzłach interpolacyjnych, traci sens, ponieważ wartości te otrzymuje się i tak z pewnym błędem. Możemy poszukiwać jedynie opisu matematycznego poszczególnych odpowiedzi Y_1 , przy czym $Y_1 = f(U, V, W)$ jest tylko oszacowaniem badanej wielkości wyjściowej. Już wtedy, gdy mamy tylko jedną wielkość sterującą U_k ciągłą lub przyjmującą pewne dyskretne wartości $u_{k1}, u_{k2}, \dots, u_{k1}$, odpowiednie wartości funkcji odpowiedzi y_1 (dla $u = u_k$) są danymi eksperymentalnymi, otrzymanymi w wyniku pomiarów lub biernych obserwacji wejść i wyjść. Są więc zmiennymi losowymi. Ponieważ liczba pomiarów przy złożonej postaci obiektu badanego przekracza najczęściej liczbę parametrów, stosuje się metodę aproksymacji a nie interpolacji [2]. Wiadomo, że aproksymacja funkcji odpowiedzi wielomianem jest tym dokładniejsza, im wyższy jest stopień wielomianu, a to pociąga za sobą konieczność obserwacji zmienionych losowych Y_1 w większej liczbie punktów. Identyfikacja obiektu w przypadku większej liczby wielkości sterujących stwarza trudności jeszcze większe.

Zaproponowany sposób opisu procesu technologicznego otrzymywania płyt papierowo-fenolowych, jako wielowymiarowego obiektu sterowania [3], pozwolił autorce na podjęcie próby zastosowania metody analizy czynnikowej do planowania eksperymentu czynnego, stosując planowanie wielopoziomowe, której podstawą teoretyczną jest analiza regresji.

Planowanie wielopoziomowe i metoda analizy regresji umożliwiające określenie charakterystyki statycznej wielowymiarowego obiektu o wielu wejściach sterowanych i jednym wyjściu, gdy cały układ jest poddany niemiernym zakłóceniom często się zmieniającym [1].

Proces produkcji płyt elektroizolacyjnych z tworzyw sztucznych jest przykładem takiego właśnie wielowymiarowego obiektu sterowania. Wielkościami sterującymi są tu np. parametry powlekania, prasowania lub zastosowane surowce. Wielkością wyjściową może być np. stała dielektryczna gotowego wyrobu, współczynnik stratności dielektrycznej, wytrzymałość na rozciąganie, wodochłonność lub dowolna inna wielkość. Wybór wielkości sterujących zdecydował o wyborze planu doświadczeń. Plan ten ustalono w oparciu o statystyczne metody planowania doświadczeń jako całkowity eksperyment wieloczynnikowy typu p^n , gdzie n oznacza ilość czynników, czyli założonych zmiennych niezależnych, zaś litera p oznacza ilość poziomów występowania każdego czynnika. Wartość p^n określa liczbę niezbędnych do wykonania eksperymentów.

Program badań

Przedmiotem badań były płyty papierowo-fenolowe grubości 3 mm wykonane przez autorkę przy zastosowaniu surowców standardowych, tj. papieru elektroizolacyjnego do nasyczeń o masie jednostkowej 80 g/m^2 oraz żywicy rezolowej K-4Fa.

Celem badań było sprawdzenie możliwości i skuteczności zastosowania analizy czynnikowej opartej na analizie regresji krzywoliniowej do określenia współzależności, w postaci modelu matematycznego między współczynnikiem stratności i trzema podstawowymi parametrami technologicznymi warstwowych płyt elektroizolacyjnych.

Jako parametry zmienne (wielkości sterujące) przyjęto:

a - wagową zawartość żywicy w nośniku,

ϑ - temperaturę prasowania,

ζ - czas prasowania.

Układ doświadczeń oraz założone zmienne niezależne zostały przyjęte po stwierdzeniu w badaniach wstępnych ich współzależności oraz istotności ich wpływu na badane wielkości wyjściowe. Pozostałe parametry powlekania i prasowania założono stałe.

Zaplanowano i wykonano całkowity eksperyment wieloczynnikowy typu 4^3 . Pełna ilość wykonanych cykli prasowania wyniosła więc $N = 64$. Zmienne parametry a, ϑ, ζ dobrano tak, aby badany obszar obejmował możliwie szeroki, a równocześnie użyteczny zakres zmienności (tabl. 1). Dlatego jednym z poziomów dla każdej ze zmiennych były wielkości stosowane w przemyśle. Dla każdej kombinacji poziomów zaplanowano po trzy replikacje, które zrealizowano prasując równocześnie trzy płyty. Różnice pomiędzy poziomami dla poszczególnych czynników wybrano takie, aby można było zapewnić wystarczającą rozdzielczość oraz dostatecznie duży zakres zmian badanej funkcji odpowiedzi. Równocześnie badany obszar wybrano na tyle mały, aby uzyskane w drodze analizy statystycznej wielomiany aproksymujące powierzchnię odpowiedzi były adekwatne.

Tabela 1

Czynniki i ich poziomy

Czynnik	P o z i o m y c z y n n i k a			
	1	2	3	4
a [%] zawartość żywicy w nośniku	34,43	42,03	50,25	58,92
ζ [min] czas prasowania	30	60	90	120
ϑ [°C] temperatura prasowania	100	125	150	175

W rozpatrywanym przypadku obiekt badany cechuje się pewnymi własnościami ekstremalnymi. Stąd istotniejsze konieczność aproksymacji poszukiwanej funkcji 3 zmiennych wielomianem drugiego lub trzeciego stopnia, lub jeszcze wyższych stopni

$$\begin{aligned}
 Y(U_1, U_2, U_3) = & b_0 + \sum_{i=1}^3 b_{i1} U_i + \sum_{i=1}^3 b_{i11} U_i^2 + \sum_{i=1}^3 \sum_{w=1}^3 \underbrace{b_{i1w}}_{1,1,1} U_i U_w + \\
 & + \dots + \sum_{i=1}^3 \sum_{w=1}^3 \underbrace{b_{i\dots i, w}}_{\substack{1,1,1 \\ 3 \text{ razy}}} U_i^2 U_w + \dots
 \end{aligned} \quad (1)$$

W większości opracowań planów doświadczeń czynnikowych w przestrzeni trójwymiarowej przyjmuje się plan sześcianu o wszystkich bokach równych [2]. Zasadę tę wykorzystano dla sporządzenia planu badań czynnikowych płyt warstwowych. W tak przyjętym układzie badań efekty zmian każdego z parametrów zmiennych zostają sprawdzone dla każdej kombinacji pozostałych zmiennych objętych doświadczeniem. Wykonanie 4^3 doświadczeń nie jest konieczne z punktu widzenia oceny wszystkich współczynników regresji równania (1) lecz wykonano je, ponieważ nie wiadomo, z których doświadczeń można zrezygnować bez szkody dla dokładności przybliżenia poszukiwanej funkcji odpowiedzi wielomianem aproksymującym.

W celu zminimalizowania tendencyjności zakłóceń i eliminacji uprzywilejowania pewnych parametrów kolejność wykonywania badań w poszczególnych punktach przestrzeni czynnikowej była losowa.

Wyniki analizy regresji i wariancji

Zgodnie z przyjętym programem badań wyprodukowano płyty papierowo-fenolowe PcFE w skali półtechnicznej w 250-tonowej prasie hydraulicznej w ZTS Erg w Gliwicach. Gotowe płyty poddano klimatyzacji i badaniom atmosferycznym zgodnie z PN-73/E-29080 "Płyty warstwowe fenolowe". Wyniki pomiarów współczynnika strat dielektrycznych $\text{tg } \delta$ wykonane przy częstotliwości 50 Hz i 1 kHz posłużyły do opisu powierzchni odpowiedzi $\text{tg } \delta = f(\bar{v}, a, \bar{z})$ wielomianami regresyjnymi typu (1).

Analizę regresji i wariancji przeprowadzono dla kilkunastu różnych modeli wielomianów pierwszego, drugiego i trzeciego stopnia. Analizę wykonano wg programu opracowanego w Ośrodku ETO Politechniki Śląskiej na EMC Odra 1305.

Tabela 2a

Wyniki analizy regresji dla $\operatorname{tg} \delta$ (50 Hz)

Czynnik	Współczynnik regresji	$Y = b_0 + b_1 \psi + b_2 a + b_{12} \psi a + b_3 \zeta + b_{13} \psi \zeta \dots$				
		$\operatorname{tg} \delta = Y \cdot 10^{-5}$ (50 Hz)				
Wielomian		I	II	III	IV	V
	b_0 t_0					
ψ	b_1 t_1	-40,596 3,6523	-29,025 2,6567		-61,6908 2,86144	-41,2206 0,643832
a	b_2 t_2	83,326 2,7476	92,610 3,3211	22,851 2,3213	134,567 2,1727	130,719 0,704408
ψa	b_{12} t_{12}	-0,6309 3,2713	-0,6957 3,4495	-0,2395 2,1596	-0,51265 2,33813	-0,81457 0,782802
ζ	b_3 t_3	29,3948 2,7476			36,9698 2,61176	10,2889 0,70887
$\psi \zeta$	b_{13} t_{13}					0,0070657 0,097065
$a \zeta$	b_{23} t_{23}				-0,18686 0,91784	-0,18574 0,83355
ψ^2	b_{11} t_{11}	0,38865 4,7693	0,29794 4,1557	0,11234 6,5946	0,38464 4,54194	0,28256 0,68093
a^2	b_{22} t_{22}				-0,57960 0,76028	
ζ^2	b_{33} t_{33}	-0,17775 2,5297			-0,17103 2,41995	
$\psi^2 a$	b_{112} t_{112}					0,002230 0,251189
$a^2 \zeta$	b_{223} t_{223}					
$\psi^2 \zeta$	b_{113} t_{113}					
$a^2 \psi$	b_{221} t_{221}					-0,003301 0,12632

Tabela 2b

Analiza wariancji dla wielomianów z tab. 2a

Symbol i nazwa		W i e l o m i a n y				
		I	II	III	IV	V
f	Stopnie swobody licz/mian.	6	4	3	8	10
		58	60	61	56	54
R	Współczynnik korelacji	0,8023	0,7690	0,7381	0,8088	0,7867
S_R^2	Wariancja resztkowa	$2,6 \cdot 10^{-5}$	$2,88 \cdot 10^{-5}$	$3,17 \cdot 10^{-5}$	$2,61 \cdot 10^{-5}$	$2,99 \cdot 10^{-5}$
S_R	Błąd resztkowy	$510 \cdot 10^{-5}$	$537 \cdot 10^{-5}$	$563 \cdot 10^{-5}$	$511 \cdot 10^{-5}$	$547 \cdot 10^{-5}$
F_{obl}	Test Snedecora	17,461	21,710	24,329	13,244	8,7676
F_{kr}	5%	2,25	2,53	2,76	2,11	2,00
	1%	3,12	3,65	4,13	2,85	2,66
t_{kr}	5%	2,00	2,00	2,00	2,00	2,00
	1%	2,67	2,66	2,66	2,67	2,67

Wyniki analizy przedstawiono w tabelach 2 i 3. Tabele te zawierają odpowiednio po pięć wielomianów określonych dla wartości $tg\delta$ przy częstotliwości 50 Hz i 1 kHz po atestacji próbek gotowego wyrobu.

Aby przyjęte wielomiany wystarczająco dobrze opisywały funkcję odpowiedzi, przeprowadzono analizę wariancji odpowiednich równań regresji, co zostało ujęte w części b) każdej z tabel.

Dla oceny istotności współczynników regresji obliczono pomocniczą zmienną mającą rozkład t Studenta o $N-k-1$ stopniach swobody w celu porównania z wielkością t_{kryt} wyznaczoną z tablic. W przypadku gdy $t_{obl} > t_{kryt}$, odpowiedni współczynnik jest istotny na poziomie $\alpha = 0,05$ lub $0,01$ wybranym a priori.

Równanie regresji jest istotne w całości, jeżeli:

- współczynnik korelacji wielokrotnej R jest duży, istotnie różny od zera ($R \leq 1$),
- z testu F Snedecora wynika, że $F_{obl} \gg F_{kryt}$ na wybranym a priori poziomie istotności,
- współczynniki regresji oceniane każde z osobna na podstawie zerowego testu t są również istotne.

Zaprezentowane w tab. 2 i 3 wielomiany aproksymujące są wysoce istotne. Współczynniki regresji tych wielomianów wyznaczone zostały na podsta-

Wyniki analizy regresji dla $\text{tg } \delta$ (1 kHz)

Czynnik	Współczynnik regresji	$\text{tg } \delta = Y$				
		I	II	III	IV	V
		$Y = b_0 + b_1 \cdot \gamma + b_2 \cdot a + b_{12} \cdot \gamma a + b_3 \cdot \gamma^2 + b_{13} \cdot \gamma a^2 + \dots$				
	Wielomiany					
	b_0 t_0	0,3621 2,25398	-	-	0,2323 0,5283	-
γ	b_1 t_1	-7,0897.10 ⁻³ 2,9862		-1,839.10 ⁻³ 3,8792	-4,1987.10 ⁻³ 0,7289	-5,5971.10 ⁻⁴ 2,2978
a	b_2 t_2	1,6206.10 ⁻³ 2,7512		1,8465.10 ⁻³ 3,0798	7,7901.10 ⁻⁴ 0,0968	
γa	b_{12} t_{12}		7,8526.10 ⁻⁶ 4,5446		3,3234.10 ⁻⁵ 1,6145	
γ^2	b_3 t_3		5,420.10 ⁻³ 2,9676		3,5711.10 ⁻³ 0,7504	
γa^2	b_{13} t_{13}		-9,267.10 ⁻⁵ 3,3812		-5,9108.10 ⁻⁵ 0,8549	
$a \gamma^2$	b_{23} t_{23}				0,1765.10 ⁻⁵ 0,1029	

cd. tabeli 3a

Czynnik	Współczynnik regresji	$Y = b_0 + b_1x + b_2x^2 + b_3x^3 + b_4x^4 + b_5x^5$				
		I	II	III	VI	V
x^2	b_{11} t_{11}	$3,0346 \cdot 10^{-5}$ 3,5266		$1,1514 \cdot 10^{-5}$ 5,4181	$1,1325 \cdot 10^{-5}$ 0,5501	$0,6924 \cdot 10^{-5}$ 4,2835
x^2	b_{22} t_{22}				$-4,1319 \cdot 10^{-5}$ 0,5217	
x^2	b_{33} t_{33}					$-0,1987 \cdot 10^5$ 0,3233
x^2	b_{112} t_{112}					
x^2	b_{223} t_{223}					
x^2	b_{113} t_{113}		$3,7945 \cdot 10^{-7}$ 3,8217			$2,5362 \cdot 10^{-7}$ 1,0120
x^2	b_{221} t_{221}					

Tabela 3b

Analiza wariancji dla wielomianów z tab. 3a

Symbol i nazwa		Wielomiany				
		I	II	III	IV	V
f	Stopnie swobody licz./mian.	3	4	3	10	2
		60	60	61	53	62
R	Współczynnik korelacji	0,7145	0,7491	0,6850	0,7665	0,6219
S_R^2	Wariancja resztkowa	$1,8512 \cdot 10^{-3}$	$1,6636 \cdot 10^{-3}$	$1,975 \cdot 10^{-3}$	$1,7662 \cdot 10^{-3}$	$2,2453 \cdot 10^{-3}$
S_R	Błąd reszkowy	$4,3025 \cdot 10^{-2}$	$4,0788 \cdot 10^{-2}$	$4,444 \cdot 10^{-2}$	$4,2030 \cdot 10^{-2}$	$4,7380 \cdot 10^{-2}$
F_{obl}	Test Snedecora	20,861	19,176	17,973	7,548	19,548
F_{kr}	5%	2,76	2,53	2,76	2,00	3,15
	1%	4,13	3,65	4,13	2,66	4,98
t_{kr}	5%	2,00	2,00	2,00	2,00	2,00
	1%	2,66	2,66	2,66	2,66	2,66

wie wszystkich N pomiarów, a wariancje współczynników są N razy mniejsze niż wariancje błędu pomiarów. Wynika to z istoty zastosowanego planowania wielopoziomowego.

Wnioski

Wyniki analizy regresji i wariancji wskazują na bardzo silną korelację pomiędzy współczynnikiem stratności dielektrycznej a zespołem rozpatrywanych zmiennych ψ , a , ξ oraz adekwatność znalezionych modeli regresyjnych funkcji $\text{tg} \delta = f(\psi, a, \xi)$.

Z porównania wyników analizy regresji i wariancji dla rozważanych modeli wynika, że związek między $\text{tg} \delta$ (50 Hz) a zmiennymi niezależnymi ψ , a , ξ najlepiej opisuje model regresyjny w postaci niepełnego wielomianu drugiego stopnia (2) (tab. 2):

$$\text{tg} \delta_{(50 \text{ Hz})} = (-29,025\psi^2 + 92,610a - 0,696\psi a + 0,298\psi^2) \cdot 10^{-5} \quad (2)$$

Przeprowadzona analiza otrzymanych wielomianów wykazuje, że jeszcze lepsze przybliżenie mogłyby dać nam wielomiany znacznie wyższych stopni albo inna, nieznaną postać równań opisująca związek $\text{tg} \delta = f(\psi, s, \tilde{v})$, jednakże stosowanie wielomianów wyższych stopni jako modeli regresyjnych posiada znikomą przydatność praktyczną i utrudnia lub uniemożliwia interpretację fizyczną.

Przeprowadzona dodatkowo analiza korelacji zupełnych z poszczególnymi składnikami wielomianu [3] wykazała, że w sensie statystycznym współczynnik stratności dielektrycznej zależy kolejno od:

$$\psi^3, \psi^2, \psi, \psi^2 s, \psi^2 \tilde{v}, \psi s.$$

Na podstawie uzyskanych wyników możemy wnioskować, że na wartość współczynnika stratności dielektrycznej najsilniej wpływa: temperatura prasowania, współdziałanie temperatury prasowania i zawartości żywicy w nośniku. Wynik ten jest zgodny z wynikami analizy fizycznej i danymi literaturowymi [4].

LITERATURA

- [1] Mańczak K.: Technika planowania eksperymentu. WNT, Warszawa 1976.
- [2] Kacprzyński B.: Planowanie eksperymentów, podstawy matematyczne. WNT, Warszawa 1974.
- [3] Litwinowicz E.: Wpływ niektórych parametrów technologicznych na własności dielektryczne płyt papierowo-fenolowych, Praca doktorska, Politechnika Śl., Gliwice 1982.
- [4] Sulima T., Dobraczyński A., Chudzyński S.: Tworzywa sztuczne w elektrotechnice, PWT, Warszawa 1960.

Recenzent: prof. dr hab. inż. Tadeusz Sulima

Wpłynęło do redakcji dn. 20.XI.1982 r.

ПРИМЕНЕНИЕ РЕГРЕССИОННОГО АНАЛИЗА ПРИ ИСПЫТАНИЯХ ДИЛЕКТРИЧЕСКИХ СВОЙСТВ БУМАЖНО-ФЕНОЛОВЫХ ПЛАСТИН

Резюме

В статье представлено практическое применение регрессионного анализа в вариации при испытаниях диэлектрических свойств слоистых бумажно-феноловых пластин. На основе факторного и планированного эксперимента типа 4^3 и анализа регрессии получены адекватные многочлены описывающие поверхность ответа как функцию температуры времени прессовки а также содержания смолы в носителе.

THE REGRESSION ANALYSIS APPLIED TO THE DIELECTRIC PROPERTIES
OF PAPER-PHENOL PLATES

Summary

In the paper variance and regression analysis application to an investigation of dielectric properties of the laminar paper-phenol plates is considered. Basing on planned experiment of type 4^3 factor and regression analysis, the adequate polynomials have been obtained describing the surface of the response in the function of temperature and time pressing and resin content in carrier.