

Stanisław LESSAER

Józef MENDEC

WPLYW GÓRNICZEJ DEFORMACJI TERENU NA POZIOME PRZEMIESZCZENIA FUNDAMENTÓW PŁYTOWYCH

Streszczenie. W pracy podano sposób wyznaczania obrotu wokół osi pionowej symetrycznych, sztywnych płyt fundamentowych, poddanych wpływowi poziomych, ukośnie przebiegających górniczych deformacji powierzchni terenu. Założono jednorodne podłoże gruntowe o zadanym wskaźniku poziomej podatności.

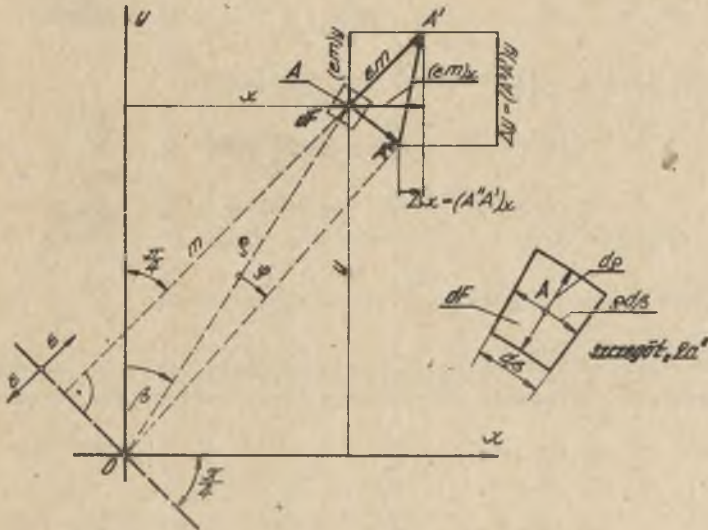
1. WSTĘP

Budowle zwarte, położone na obszarze powstającej i postępującej górniczej niecki osiadania, doznają poziomych przemieszczeń. W ogólnym przypadku przemieszczenie takie można określić za pomocą trzech składowych - dwóch składowych przesunięć względem dowolnie dobranego, poziomego układu współrzędnych oraz kąta obrotu w płaszczyźnie poziomej. W przypadku budowli posadowionej na płycie lub skrzyni fundamentowej interesujące jest przede wszystkim wyznaczenie tego obrotu. W niniejszej pracy przedstawiono sposób wyznaczenia obrotu fundamentów płytowych, mających dwie osie symetrii, w przypadku wystąpienia wpływu walcowej niecki osiadania o kierunku jej tworzącej odchylonej od głównych osi rzutu poziomego fundamentu o $\frac{\pi}{4}$.

W rozpatrywanym zadaniu wprowadzono następujące założenia:

- fundament jest całkowicie sztywny w płaszczyźnie poziomej,
- rozkład naprężeń pionowych w gruncie pod fundamentem jest wyrównany,
- wartość górniczego odkształcenia poziomego (pełzania) jest stała na całym rzucie poziomym płyty fundamentowej,
- podłoże gruntowe potraktowane zostało jako jednorodna półprzestrzeń o wskaźniku poprzecznej podatności podłoża k [N/cm^3],
- zachodzi warunek nieprzekroczenia wytrzymałości gruntu na ścinanie w warstwie podfundamentowej podłoża na całym rzucie poziomym fundamentu.

Ostatni warunek jest silnym ograniczeniem analizowanego zadania. Należy oczekiwać, że warunek ten narzuci ramy ważności zadania, odpowiadające przedziałowi niższych wartości górniczego pełzania (ϵ) terenu.



Rys. 2. Przemieszczenia elementarnego pola fundamentu

punkt \$A\$ odniesiony do gruntu przemieściłby się względem osi \$e-e\$ do położenia \$A'\$. Wreszcie, przy współdziałaniu poziomo odkształcającego się gruntu z fundamentem, punkt \$A\$ - odnoszący się do fundamentu - przesunie się do położenia \$A''\$. Kąt \$AOA'' = \varphi\$ jest równocześnie poszukiwanym kątem obrotu całego fundamentu. Z rysunku 2 odczytać można następujące zależności

$$m = (x + y) \cos \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2} (x + y), \quad (2a)$$

$$(\varepsilon \cdot m)_y = (\varepsilon \cdot m)_x = \frac{\varepsilon}{2} (x + y), \quad (2b)$$

$$\Delta x = \frac{\varepsilon}{2} (x + y) - \varrho \sin \varphi \cos \beta, \quad (2c)$$

$$\Delta y = \frac{\varepsilon}{2} (x + y) + \varrho \sin \varphi \sin \beta. \quad (2d)$$

Ponieważ

$$dF = \varrho d\varrho d\beta, \quad x = \varrho \sin \beta, \quad y = \varrho \cos \beta$$

więc elementarne składowe momentów, wchodzące do równania (1c), można przedstawić w postaci

$$dM_x = k \cdot \varrho \cdot y \cdot \Delta x \cdot d\varrho d\beta = k \cdot \Delta x \cdot \varrho^2 \cos \beta d\varrho d\beta, \quad (3a)$$

$$dM_y = k \cdot q \cdot x \cdot \Delta y \cdot d\alpha d\beta = k \cdot \Delta y \cdot q^2 \sin\beta d\alpha d\beta. \quad (3b)$$

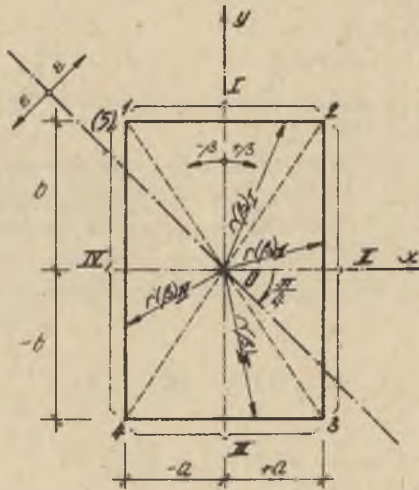
Z kolei wzory (2c) i (2d) można wyrazić następująco

$$\Delta x = q \left[\frac{\xi}{2} (\sin\beta + \cos\beta) - \sin\alpha \cos\beta \right] = q \cdot A_x, \quad (4a)$$

$$\Delta y = q \left[\frac{\xi}{2} (\sin\beta + \cos\beta) + \sin\alpha \sin\beta \right] = q \cdot A_y, \quad (4b)$$

3. WYZNACZENIE OBROTU PROSTOKĄTNEJ PŁYTY FUNDAMENTOWEJ

Dla płyty fundamentowej o kształcie prostokąta (rys. 3) można wyrazić składowe momentów, wchodzące do równania (1c), korzystając ze wzorów (3a) i (3b)



Rys. 3. Oznaczenie warunków brzegowych dla fundamentu prostokątnego

$$\begin{aligned} \frac{1}{k} \int_{(F)} dM_x &= \int_{-\beta_1}^{+\beta_2} \int_0^{r(\beta)_I} \Delta x q^2 \cos\beta d\alpha d\beta + \int_{\beta_2}^{\beta_3} \int_0^{r(\beta)_{II}} \Delta x q^2 \cos\beta d\alpha d\beta + \\ &+ \int_{\beta_3}^{\beta_4} \int_0^{r(\beta)_{III}} \Delta x q^2 \cos\beta d\alpha d\beta + \int_{\beta_3}^{\beta_5} \int_0^{r(\beta)_{IV}} \Delta x q^2 \cos\beta d\alpha d\beta. \end{aligned} \quad (5a)$$

podobnie

$$\begin{aligned} \frac{1}{k} \int_{(F)} dM_y = & \int_{-\beta_1}^{\beta_2} \int_0^{\rho} \Delta y \varrho^2 \sin \beta d\varrho d\beta + \int_{\beta_2}^{\beta_3} \int_0^{\rho} \Delta y \varrho^2 \sin \beta d\varrho d\beta + \\ & + \int_{\beta_3}^{\beta_4} \int_0^{\rho} \Delta y \varrho^2 \sin \beta d\varrho d\beta + \int_{\beta_4}^{\beta_5} \int_0^{\rho} \Delta y \varrho^2 \sin \beta d\varrho d\beta. \end{aligned} \quad (5b)$$

W dalszym ciągu, wprowadzając do równań (5a) i (5b) wyrażenia (4a) i (4b) oraz oznaczając następująco granice całkowania:

$$\text{dla } \beta_1 \leq \beta < \beta_2 \quad r(\beta)_I = \frac{b}{\cos \beta}$$

$$\text{dla } \beta_2 \leq \beta < \beta_3 \quad r(\beta)_{II} = \frac{a}{\sin \beta}$$

$$\text{dla } \beta_3 \leq \beta < \beta_4 \quad r(\beta)_{III} = -\frac{b}{\cos \beta}$$

$$\text{dla } \beta_4 \leq \beta < \beta_5 \quad r(\beta)_{IV} = -\frac{a}{\sin \beta}$$

można napisać

$$\begin{aligned} \frac{1}{k} \int_{(F)} dM_x = & \int_{-\beta_1}^{\beta_2} \int_0^{\frac{b}{\cos \beta}} \varrho^3 [A_x] \cos \beta d\varrho d\beta + \int_{\beta_2}^{\beta_3} \int_0^{\frac{a}{\sin \beta}} \varrho^3 [A_x] \cos \beta d\varrho d\beta + \\ & + \int_{\beta_3}^{\beta_4} \int_0^{-\frac{b}{\cos \beta}} \varrho^3 [A_x] \cos \beta d\varrho d\beta + \int_{\beta_4}^{\beta_5} \int_0^{-\frac{a}{\sin \beta}} \varrho^3 [A_x] \cos \beta d\varrho d\beta. \end{aligned} \quad (6a)$$

Po scałkowaniu i wstawieniu granic całkowania otrzymano

$$\begin{aligned} \frac{1}{k} \int_{(F)} dM_x + \frac{b^4}{4} \left\{ \frac{6}{4} \left[\frac{1}{\cos^2 \beta_2} - \frac{1}{\cos^2 \beta_1} + \frac{1}{\cos^2 \beta_4} - \frac{1}{\cos^2 \beta_3} + 2(\operatorname{tg} \beta_2 - \operatorname{tg} \beta_1 + \right. \right. \\ \left. \left. + \operatorname{tg} \beta_4 - \operatorname{tg} \beta_3) \right] - \sin \varphi (\operatorname{tg} \beta_2 - \operatorname{tg} \beta_1 + \operatorname{tg} \beta_4 - \operatorname{tg} \beta_3) \right\} - \\ - \frac{a^4}{4} \left\{ \frac{6}{12} \left[\frac{3}{\sin^2 \beta_3} - \frac{3}{\sin^2 \beta_2} + \frac{3}{\sin^2 \beta_5} - \frac{3}{\sin^2 \beta_4} + 2(\operatorname{ctg}^3 \beta_3 - \operatorname{ctg}^3 \beta_2 + \right. \right. \end{aligned}$$

$$+ \operatorname{ctg}^3 \beta_5 - \operatorname{ctg}^3 \beta_4) \left] - \frac{\sin \varphi}{3} (\operatorname{ctg}^3 \beta_3 - \operatorname{ctg}^3 \beta_2 + \operatorname{ctg}^3 \beta_5 - \operatorname{ctg}^3 \beta_4) \right\}. \quad (7a)$$

Odpowiednikiem równania (6a) jest

$$\begin{aligned} \frac{1}{k} \int_{(F)} dM_Y = & \int_{-\beta_1}^{\beta_2} \int_0^{\frac{b}{\cos \beta}} \varrho^3 [A_Y] \sin \beta d\varrho d\beta + \int_{\beta_2}^{\beta_3} \int_0^{\frac{a}{\sin \beta}} \varrho^3 [A_Y] \sin \beta d\varrho d\beta + \\ & + \int_{\beta_3}^{\beta_4} \int_0^{\frac{b}{\cos \beta}} \varrho^3 [A_Y] \sin \beta d\varrho d\beta + \int_{\beta_4}^{\beta_5} \int_0^{\frac{a}{\sin \beta}} \varrho^3 [A_Y] \sin \beta d\varrho d\beta. \end{aligned} \quad (6b)$$

Z kolei po scałkowaniu otrzymuje się analogicznie do (7a)

$$\begin{aligned} \frac{1}{k} \int_{(F)} dM_Y = & \frac{b^4}{4} \left\{ \frac{\delta}{12} \left[\frac{3}{\cos^2 \beta_2} - \frac{3}{\cos^2 \beta_1} + \frac{3}{\cos^2 \beta_4} - \frac{3}{\cos^2 \beta_3} + 2(\operatorname{tg}^3 \beta_2 - \operatorname{tg}^3 \beta_1 + \right. \right. \\ & \left. \left. + \operatorname{tg}^3 \beta_4 - \operatorname{tg}^3 \beta_3) \right] + \frac{\sin \varphi}{3} (\operatorname{tg}^3 \beta_2 - \operatorname{tg}^3 \beta_1 + \operatorname{tg}^3 \beta_4 - \operatorname{tg}^3 \beta_3) \right\} - \\ & - \frac{a^4}{4} \left\{ \frac{\delta}{4} \left[\frac{1}{\sin^2 \beta_3} - \frac{1}{\sin^2 \beta_2} + \frac{1}{\sin^2 \beta_5} - \frac{1}{\sin^2 \beta_4} + 2(\operatorname{ctg} \beta_3 - \operatorname{ctg} \beta_2 + \right. \right. \\ & \left. \left. + \operatorname{ctg} \beta_5 - \operatorname{ctg} \beta_4) \right] + \sin \varphi (\operatorname{ctg} \beta_3 - \operatorname{ctg} \beta_2 + \operatorname{ctg} \beta_5 - \operatorname{ctg} \beta_4) \right\}. \end{aligned} \quad (7b)$$

Przy wstawieniu (7a) i (7b) do równania równowagi (1c) redukują się wszystkie wyrazy zawierające funkcje $\sin \beta_1$ oraz $\cos \beta_1$, natomiast za pozostałe funkcje trygonometryczne wstawiono wyrażenia

$$\operatorname{tg} \beta_1 = (-1)^i \cdot \frac{a}{b}, \quad \operatorname{tg}^3 \beta_1 = (-1)^i \cdot \left(\frac{a}{b}\right)^3,$$

$$\operatorname{ctg} \beta_1 = (-1)^i \cdot \frac{b}{a}, \quad \operatorname{ctg}^3 \beta_1 = (-1)^i \cdot \left(\frac{b}{a}\right)^3,$$

dla $i = 1, 2, 3, 4, 5$.

Z dalszych przekształceń rozbudowanego w ten sposób równania (1c) otrzymano równanie o niewiadomej $(\sin \varphi)$ w postaci

$$\delta(M - P) + \sin \varphi(N + Q) = 0, \quad (8)$$

gdzie wprowadzono dodatkowe oznaczenia

$$M = \frac{ab^3}{2} \left(1 - \frac{1}{3} \frac{a^2}{b^2}\right), \quad P = \frac{a^3b}{2} \left(1 - \frac{1}{3} \frac{b^2}{a^2}\right),$$

$$N = ab^3 \left(1 + \frac{1}{3} \frac{a^2}{b^2}\right) \quad \text{oraz} \quad Q = a^3b \left(1 + \frac{1}{3} \frac{b^2}{a^2}\right),$$

stąd

$$\sin \varphi = \frac{M - P}{N + Q} \cdot \delta = \frac{1}{2} \frac{b^2 - a^2}{b^2 + a^2} \cdot \delta. \quad (9)$$

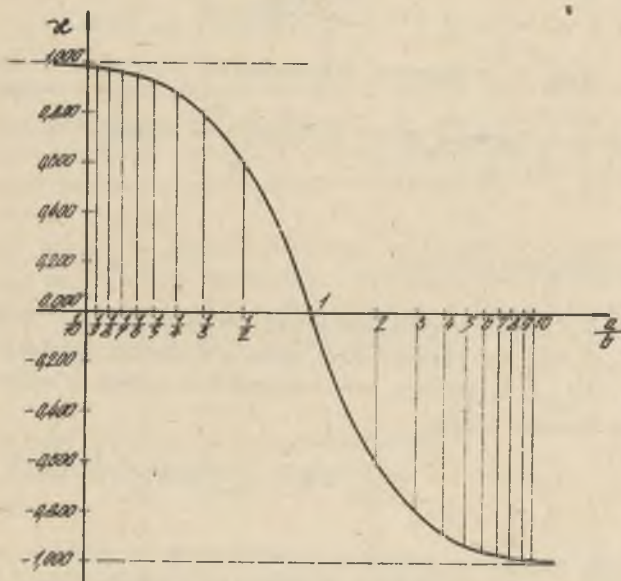
Oznaczając ponadto

$$\alpha = \frac{b^2 - a^2}{b^2 + a^2},$$

przedstawiono wzor (9) w krótkiej formie

$$\sin \varphi \approx \varphi = \frac{1}{2} \alpha \cdot \varepsilon. \quad (10)$$

Poszukiwany kąt obrotu φ prostokątnego fundamentu płytowego, występujący podczas ukośnie przebiegającego, poziomego odkształcenia terenu, zależy więc od wartości tego odkształcenia ε oraz od stosunku wymiarów boków fundamentów $\frac{a}{b}$. Zależność współczynnika α od ilorazu $\frac{a}{b}$ przedstawiono graficznie (rys. 4). Zwrot kąta obrotu fundamentu φ zależy od cha-



Rys. 4. Zależność współczynnika od stosunku boków fundamentu

rakteru odkształcenia ε (rozpełzania lub spleźnienia) oraz od relacji $a \geq b$. Gdy przykładowo fundament o bokach $2a$, $2b$ poddany jest wpływowi rozpełzania (rys. 3), to w przypadku $b > a$ obrót nastąpi w kierunku zgodnym z ruchem wskazówek zegara ($\varphi > 0$), natomiast przy $b < a$ zwrot kąta obrotu będzie przeciwny ($\varphi < 0$).

W podobny sposób rozpatrzyć można przypadek spleźnienia powierzchni terenu. Natomiast, gdy fundament jest kwadratowy ($a = b$), wartość α jest równa zero, czyli fundament nie doznaje obrotu. Wreszcie dla fundamentu żawowego, tzn., gdy $b \gg a$ otrzymuje się

$$\lim_{a \rightarrow 0} \alpha = 1$$

więc

$$\varphi \approx \frac{\varepsilon}{2}.$$



Rys. 5. Przypadek przemieszczeń fundamentu ławowego

Ostatni, prosty warunek można otrzymać dla fundamentu o wydłużonym kształcie wprost z rys. 5.

4. ZAKRES WAŻNOŚCI ZADANIA

W ostatnim punkcie warunków podanych we wstępie, dla których obecne zadanie zostało rozwiązane, jest mowa o nieprzekroczeniu wytrzymałości na ścinanie (τ_{gr}) w gruncie pod fundamentem poddanym wpływowi ukośnych odkształceń terenu, czyli

$$\tau_{max} = k \cdot u_{max} < \tau_{gr}$$

Największe, względne, swobodne przemieszczenie gruntu w stosunku do fundamentu występuje w punktach najbardziej odległych od środka obrotu O, zatem, jak wynika z rysunku 2

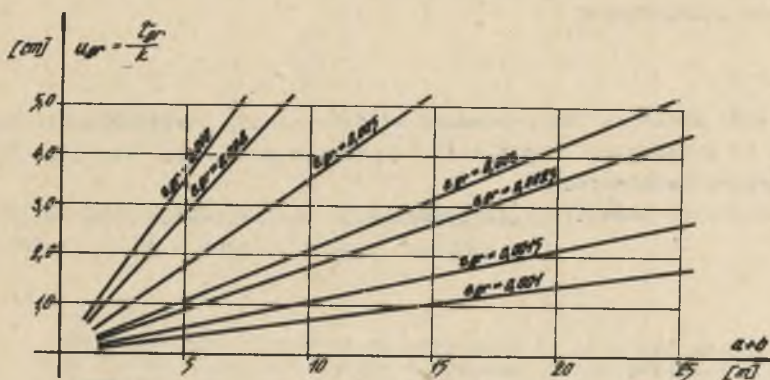
$$u_{max} = u_{1,2,3,4} = \overline{A'A''} \approx \overline{AA'}$$

stąd

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot k \cdot \varepsilon \cdot (a + b) < \tau_{gr}$$

Po przekształceniu otrzymuje się warunek na graniczną wartość górniczego odkształcenia poziomego terenu

$$\varepsilon_{gr} = \sqrt{2} \cdot k \cdot \frac{\tau_{gr}}{(a + b)} = \sqrt{2} \cdot \frac{u_{gr}}{a + b} \quad (11)$$



Rys. 6. Wykres zależności ϵ_{gr} od u_{gr} oraz $a + b$

Kąt obrotu fundamentu można więc wyznaczyć wzorem (10) wówczas, gdy rzeczywista wartość górniczego odkształcenia ϵ jest mniejsza od wartości granicznej wynikającej ze wzoru (11). Praktycznie można w tym przypadku posłużyć się wykresem zależności między wielkościami u_{gr} , $a + b$, ϵ_{gr} (rysunek 6).

Gdy wartość $\epsilon > \epsilon_{gr}$, wówczas dochodzi do ścinania gruntu pod częścią rzutu poziomego na obwodzie fundamentu. Wyznaczenie kąta obrotu fundamentem staje się wtedy zadaniem bardziej złożonym. Zagadnienie to jest przedmiotem dalszych rozważań autorów niniejszej pracy.

ВЛИЯНИЕ ДЕФОРМАЦИЙ ТЕРРИТОРИИ, ВЫЗВАННЫХ ГОРНЫМИ РАБОТАМИ, НА ПЕРЕМЕЩЕНИЕ ПЛЫТОВЫХ ФУНДАМЕНТОВ

Резюме

В работе представлен метод определения вращения вокруг вертикальной оси симметрических жёстких фундаментных плит, подверженных влиянию горизонтальных, распространяющихся наискось горных деформаций поверхности территории. Было принято, что основание однородно и имеет заданный показатель горизонтальной податливости.

INFLUENCE OF MINING GROUND DEFORMATION UPON LEVEL PLATE
FOUNDATION DISPLACEMENT

S u m m a r y

The paper presents the procedure of determining rotation around vertical axis of symmetrical rigid raft foundation subjected to level aslant mining ground deformations.

A homogeneous subsoil of assigned level bedding value has been assumed.