ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1980

Seria: BUDOWNICTWO z. 50 Nr kol. 629

Stanisław LESSAER

Barbara MAJ

WPŁYW GÓRNICZEJ KRZYWIZNY TERENU NA KONSTRUKCJE ZBIORNIKA Z DNEM W POSTACI KOPUŁY ODWRÓCONEJ

Streszczenie. Rozpatrzono przypadek konstrukcji okrągłego zbiornika z dnem w postaci kopuły odwróconej, posadowionego na terenie podlegającym wpływom eksploatacji górniczej. Wyznaczono, w zakresie bezmomentowej teorii powłok, siły wewnętrzne w kopule i w jej pierścieniu podporowym, pochodzące od wpływu deformacji górniczej - w szczególności od wygięcia powierzchni terenu do zadanej krzywizny.

Opracowano wykresy służące do praktycznego obliczania sił wewnętrznych w powłoce dna zbiornika.

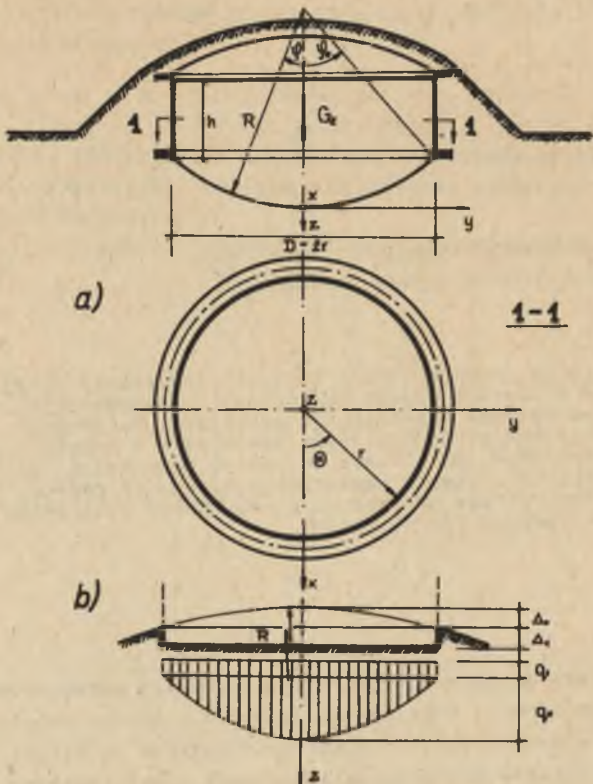
1. WSTĘP

Rozpatrzono pracę statyczną konstrukcji zbiornika wodnego terenowego o kołowym rzucie poziomym, z dnem wykształconym w postaci kopuły odwróconej. W przypadku poddania takiej konstrukcji wpływom górniczej deformacji terenu następuje istotne przegrupowanie początkowego rozkładu naprężeń w gruncie pod kopułą denną zbiornika.

W opracowaniu określono siły w kopule dennej i w jej pierścieniu podporowym dla wpływu krzywizny terenu, zakładając walcowy charakter deformacji. Ograniczono się do rozwiązania powłoki dennej w stanie bezmomentowym, z jej wsparciem na nieodkształcalnym wieńcu podporowym, pomijając przy tym wpływ jego konstrukcyjnego połączenia ze ścianą zbiornika. Rozpatrywany wpływ krzywizny terenu ujawnia się względem kopuły dennej jako oddziaływanie o charakterze osiowo-niesymetrycznym, w związku z czym w powłoce obrotowej wystąpią zarówno siły normalne południkowe i równoleżnikowe, jak też siły styczne. Istotnym zatem przypadkiem wymagającym rozpatrzenia jest stan obciążenia konstrukcji zbiornika, a ściślej mówiąc dolnej jego części, pochodzący od ciężaru kopuły górnej wraz z jej obciążeniem zewnętrznym oraz ciężaru ścian, przy nienapełnieniu zbiornika wodą. Sumę tych obciążeń oznaczono w trakcie dalszych rozważań przez G_z.

2. WYZNACZENIE SIŁ W KOPULE DENNEJ ZBIORNIKA

Podstawowy schemat konstrukcyjny oraz ogólne wymiary i oznaczenia dla rozpatrywanego zbiornika przedstawiono na rys. 1a. Przyjęto, że deforma-



Rys. 1. Schemat konstrukcyjny zbiornika i wyjściowy rozkład naprężeń w gruncie

cja terenu o charakterze walca o promieniu R zorientowana jest swymi tworzącymi wzdłuż osi x. Występuje wówczas bryła pionowych składowych naprężeń w gruncie pod dnem zbiornika również o kształcie walcowym, przedstawiona - w przekroju poprzecznym - na rys. 1b. Założono przy tym, że bryła naprężeń ma w przekroju kształt paraboliczny i ograniczono się do przypadku nieutracenia kontaktu konstrukcji z podłożem na całym rzucie poziomym dna zbiornika. Oznacza to, że w czasie wystąpienia krzywizny terenu obliczeniowa wartość składnika bryły naprężeń q_1, będzie większa od zera.

Przedstawioną w przekroju poprzecznym na rys. 1b bryłę naprężeń można wyrazić za pomocą wzoru:

$$q(\varphi, \theta) = q_1 + q_o\left[1 - \left(\frac{\sin\varphi}{\sin\varphi_o}\right)^2 \cdot \sin^2\theta\right] \tag{1}$$

lub przy oznaczeniu wyrażenia w nawiasie kwadratowym strony prawej równania (1) przez $Z(\varphi,\theta)$ w krótszej postaci:

$$q(\varphi,\theta) = q_1 + q_o\,Z(\varphi,\theta). \tag{1a}$$

Wobec przyjęcia winklerowskiego modelu podłoża gruntowego

$$q_o = C\,.\,\Delta_o = \frac{D^2\,.\,C}{8\,R}. \tag{2}$$

Wartość q_1 wyznaczy się z warunków równowagi

$$G_z = \frac{\pi D^2}{4}\,q_1 + \iint_F Z(\varphi,\theta)\,q_o\,dxdy \tag{3}$$

lub po przejściu na współrzędne biegunowe otrzymuje się:

$$G_z = \frac{\pi D^2}{4}\,q_1 + 4\int_0^{\frac{\pi}{2}}\int_0^{\varphi_o} Z(\varphi,\theta)\,q_o R_k^2 \sin\varphi\cos\varphi\,d\varphi\,d\theta.$$

Stąd po scałkowaniu otrzymuje się:

$$q_1 = \frac{4G_z}{\pi D^2} - \frac{3R_k^2 q_o}{D^2}\,\sin^2\varphi_o \tag{4}$$

oraz

$$q_1 = C\,.\,\Delta_1. \tag{4a}$$

Poprzednio wspomniany warunek kontaktu konstrukcji z podłożem równoznaczny jest ze spełnieniem nierówności:

$$\Delta_1 \geqslant 0$$

lub przy skorzystaniu ze wzorów (4) i (4a):

$$G_z \geqslant \frac{3\pi}{128}\,\frac{D^4 C}{R}.$$

Dalszy tok rozważań przebiegać będzie w dwóch etapach:

- Etap pierwszy dotyczy wpływu stałego składnika bryły naprężeń q_1; prowadzić on będzie do wyznaczenia osiowo-symetrycznego stanu sił wewnętrznych, a więc sił południkowych N_{φ_1} i równoleżnikowych N_{θ_1}, przy czym na styku kopuły z pierścieniem wystąpią składowe oddziaływań V_1 i H_1.

- Etap drugi odpowiada parabolicznemu składnikowi funkcji oddziaływań, czyli wielkości $q_o\ Z(\varphi,\theta)$; prowadzić on z kolei będzie do osiowo-niesymetrycznego stanu obciążeń i takiegoż stanu sił wewnętrznych, a więc sił południkowych N_{φ_2}, równoleżnikowych N_{θ_2}, jak też sił stycznych $N_{\varphi\theta_2}$; w styku kopuły z pierścieniem podporowym wystąpią składowe reakcji V_2, H_2 i Q_2.

W pierwszym z wymienionych stanów, obliczenie poszukiwanych sił przeprowadza się według znanych relacji [3]:

$$N_{\varphi_1} = -\frac{1}{2}q_1R_k, \tag{5}$$

$$N_{\theta_1} = -\frac{1}{2}q_1R_k\cos 2\varphi. \tag{6}$$

W drugim etapie rozważany jest wpływ pozostałego składnika funkcji obciążenia - $q_o\ Z(\varphi,\theta)$. Istnieje dalsza potrzeba rozdzielenia tego obciążenia na dodatkowe części składowe, a więc na część symetryczną, zależną jedynie od kąta φ oraz część niesymetryczną, zależną od dwóch zmiennych φ i θ. To dodatkowe rozdzielenie obciążeń drugiego etapu można przedstawić w postaci:

$$q_oZ(\varphi,\theta) = q_o\left[Z^s(\varphi) + Z^n(\varphi,\theta)\right]. \tag{7}$$

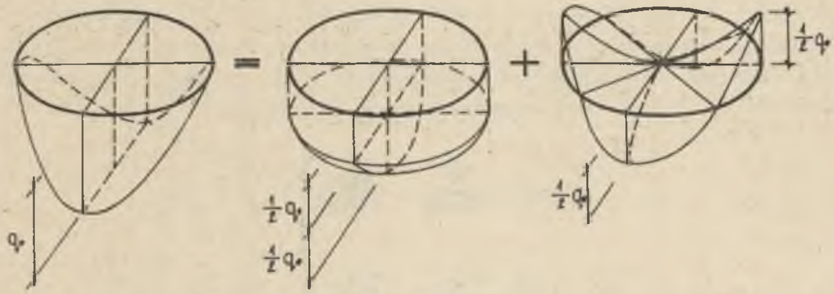
Składniki prawej strony wyrażenia (7) można opisać dokładniej:

$$q_oZ^s(\varphi) = q_o\left[1 - \frac{1}{2}\left(\frac{\sin\varphi}{\sin\varphi_o}\right)^2\right], \tag{8}$$

$$q_oZ^n(\varphi,\theta) = q_o\left[\frac{1}{2}\left(\frac{\sin\varphi}{\sin\varphi_o}\right)^2\cos 2\theta\right]. \tag{9}$$

Dokonany dodatkowo podział przedstawia poglądowo rys. 2. Siły wewnętrzne dla etapu drugiego wyznaczone zostaną oddzielnie, tzn. dla funkcji obciążenia $Z^s(\varphi)q_o$ otrzyma się siły składowe $N^s_{\varphi_2}$ i $N^s_{\theta_2}$, podobnie funkcja $Z^n(\varphi,\theta)q_o$ jako niesymetryczna doprowadzi do składowych $N^n_{\varphi_2}$, $N^n_{\theta_2}$ i $N^n_{\varphi\theta_2}$. Łącznie siły w kopule dennej dla etapu drugiego obliczeń wyrażone zostaną za pomocą ogólnych wzorów:

$$\left.\begin{aligned} N_{\varphi_2} &= N^s_{\varphi_2} + N^n_{\varphi_2} \\ N_{\theta_2} &= N^s_{\theta_2} + N^n_{\theta_2} \\ N_{\varphi\theta_2} &= 0 + N^n_{\varphi\theta_2} \end{aligned}\right\}. \tag{10}$$



Rys. 2. Rozdzielenie obciążenia niesymetrycznego na części składowe

Siły południkowe wyznaczyć można dla dowolnego obrotowego obciążenia kopuły według [2]; przy przyjęciu rozpatrywanej funkcji obciążeń otrzymuje się:

$$N^{s}_{\varphi 2} = \frac{1}{R_k \sin^2\varphi}\left\{\int R_k^2\left[Z^s(\varphi)\cos^2\varphi - Z^s(\varphi)\sin^2\varphi\right]q_o \sin\varphi\, d\varphi + C\right\}. \qquad (11)$$

Przy skorzystaniu ze wzoru (8) oraz po scałkowaniu otrzymano:

$$N^{s}_{\varphi 2} = \frac{1}{\sin^2\varphi R_k}\left\{R_k^2 q_o\left[\cos\varphi - \frac{1}{\sin^2\varphi_o}\left(\cos\varphi - \frac{1}{3}\cos^3\varphi\right)\right] + C\right\}.$$

Stałą C wyznaczono z warunku, że wypadkowa naprężeń przyjmuje skończone wartości dla $\varphi = 0$. Ponieważ mianownik zawiera zero drugiego rzędu, również zerować się musi licznik tego ułamka. Stąd otrzymano:

$$C = R_k^2 q_o\left[1 - \frac{1}{3\sin^2\varphi_o}\right].$$

Zatem

$$N^{s}_{\varphi 2} = -\frac{R_k q_o}{\sin^2\varphi}\left[1 - \cos\varphi + \frac{1}{2\sin^2\varphi_o}\left(\cos\varphi - \frac{1}{3}\cos^3\varphi - \frac{2}{3}\right)\right]. \qquad (12)$$

Z kolei siłę równoleżnikową $N^{s}_{\theta 2}$, czyli składnik symetryczny siły drugiego zasadniczego etapu obliczeń, wyznaczy się z podstawowego warunku równowagi elementu powłoki obrotowej, zatem:

$$N^{s}_{\theta 2} = -Z^s(\varphi) R_k q_o \cos\varphi - N^{s}_{\varphi 2}. \qquad (13)$$

Przystępując do wyznaczania niesymetrycznych składników sił drugiego etapu obliczeń, wprowadzono [2] funkcje pomocnicze U i V, stanowiące kombinację liniową poszukiwanych wielkości $N^n_{\varphi 2}$ i $N^n_{\varphi\theta 2}$ z wprowadzeniem współczynników trygonometrycznych kąta θ, czyli:

$$\left.\begin{aligned} U &= \frac{N^n_{\varphi 2}}{\cos 2\theta} + \frac{N^n_{\varphi\theta 2}}{\sin 2\theta} \\ V &= \frac{N^n_{\varphi 2}}{\cos 2\theta} - \frac{N^n_{\varphi\theta 2}}{\sin 2\theta} \end{aligned}\right] . \tag{14}$$

Równocześnie wyraża się wprowadzone wielkości pomocnicze U i V jako funkcje rozpatrywanego składnika obciążeń $Z^n(\varphi,\theta)q_o$ w postaci

$$\left.\begin{aligned} U &= \frac{\mathrm{ctg}^2\frac{\varphi}{2}}{\sin^2\varphi}\left\{A - R_k q_o \int\left[Z^n(\varphi,\theta)\sin\varphi - \frac{2+\cos\varphi}{\sin\varphi}Z^n(\varphi,\theta)\cos\varphi\right]\sin^2\varphi\,\mathrm{tg}^2\frac{\varphi}{2}d\varphi\right\} \\ V &= \frac{\mathrm{tg}^2\frac{\varphi}{2}}{\sin^2\varphi}\left\{B - R_k q_o \int\left[Z^n(\varphi,\theta)\sin\varphi + \frac{2-\cos\varphi}{\sin\varphi}Z^n(\varphi,\theta)\cos\varphi\right]\sin^2\varphi\,\mathrm{ctg}^2\frac{\varphi}{2}d\varphi\right\} \end{aligned}\right\} \tag{15}$$

Po wykonaniu całkowania w grupie wzorów (15) i porównaniu stronami odpowiednich równań (14), otrzymano układ równań ze względu na $N^n_{\varphi 2}$ i $N^n_{\varphi\theta 2}$, którego rozwiązanie stanowią wyrażenia:

$$N^n_{\varphi 2} = \frac{\cos 2\theta}{\sin^4\varphi}\left[\frac{A+B}{2}(1+\cos^2\varphi) + (A-B)\cos\varphi + \frac{R_k q_o}{2\sin^2\varphi_o}\cos\varphi\right]$$

$$N^n_{\varphi\theta 2} = \frac{\sin 2\theta}{\sin^4\varphi}\left[\frac{A-B}{2}(1+\cos^2\varphi) + (A+B)\cos\varphi + \frac{R_k q_o}{4\sin^2\varphi_o}\cos^4\varphi(4+\cos^4\varphi-3\cos^2\varphi)\right] \tag{16}$$

Stałą A wyznaczono podobnie jak w poprzednim przypadku stałą C, tzn. z warunku zerowania się licznika któregokolwiek ze wzorów (16). Stąd:

$$A = -\frac{R_k q_o}{4\sin^4\varphi_o}.$$

Natomiast stałą B wyznacza się z warunku równowagi sił w paśmie kopuły wzdłuż południka $\theta = 0$, a więc:

$$B = \frac{R_k q_o}{4\sin^2\varphi_o}\left[1 + \sin^2\varphi_o(1+\cos\varphi_o)^2\right].$$

Wstawiając otrzymane wyrażenia na stałe A i B do równań (16), otrzymano niesymetryczny składnik $N^n_{\varphi 2}$ sił południkowych drugiego etapu obliczeń oraz siłę styczną $N^n_{\varphi\theta 2}$. Innymi słowy wyznaczono drugie składniki sum prawej strony równań (10), a mianowicie:

$$N^n_{\varphi 2} = -\frac{R_k q_o}{8}(1+\cos\varphi_o)^2\frac{(1-\cos\varphi)^2}{\sin^4\varphi}\cos 2\theta, \tag{17}$$

$$N^n_{\varphi\theta 2} = -\frac{R_k q_o}{4\sin^2\varphi_o}\frac{\sin 2\theta}{\sin^4\varphi}\left\{1 + (1-\cos\varphi)^2\frac{\sin^2\varphi_o(1+\cos\varphi_o)^2}{2} - \cos^2\varphi(3+\cos^4\varphi - 3\cos^2\varphi)\right\}. \tag{18}$$

Trzeci z tych składników, tzn. $N^n_{\theta 2}$, wyznaczony zostaje z podstawowego warunku równowagi elementu powłoki obrotowej, a zatem:

$$N^n_{\theta 2} = -Z^n(\varphi,\theta)\cos\varphi R_k q_o - N^n_{\varphi 2}. \tag{19}$$

Po określeniu stanu sił w tzw. drugim etapie można dokonać zsumowania poszczególnych składowych sił, korzystając ze wzorów (5), (6) oraz grupy wzorów (10), której poszczególne składniki określone zostały przez wyrażenia (12), (13), (17), (18) oraz (19). Czyli ostatecznie:

$$\begin{aligned} N_\varphi &= N_{\varphi 1} + N_{\varphi 2} \\ N_\theta &= N_{\theta 1} + N_{\theta 2} \\ N_{\theta\varphi} &= N^n_{\theta\varphi 2} \end{aligned} \tag{20}$$

3. WIENIEC PODPOROWY

W pierwszym etapie obliczeń, dotyczącym wpływu składowej q_1 naprężeń między dnem a podłożem, w linii styku kopuły i pierścienia podporowego działa siła:

$$N_{\varphi_o 1} = -\frac{1}{2}q_1 R_k. \tag{21}$$

Składowe tej siły, jako pozioma i pionowa reakcja podporowa, wynoszą:

$$V_1 = N_{\varphi_o 1}\cdot\sin\varphi_o, \tag{22}$$

$$H_1 = N_{\varphi_o 1} \cdot \cos\varphi_o . \tag{23}$$

Otrzymane ze wzorów (22) i (23) wielkości mają charakter osiowo-symetryczny, a więc są oczywiście niezależne od zmiennej θ. W drugim etapie obliczeń osobno wyznacza się składowe reakcje dla przytoczonego poprzednio stanu symetrycznego oraz niesymetrycznego. Zatem:

$$V_2^s = N_{\varphi_o 2}^s \cdot \sin\varphi_o , \tag{24}$$

$$H_2^s = N_{\varphi_o 2}^s \cdot \cos\varphi_o , \tag{25}$$

oraz

$$V_2^n = N_{\varphi_o 2}^n \cdot \sin\varphi_o , \tag{26}$$

$$H_2^n = N_{\varphi_o 2}^n \cdot \cos\varphi_o , \tag{27}$$

$$Q_2^n = N_{\varphi_o \theta 2}^n . \tag{28}$$

Pojawiające się we wzorach (26) ÷ (27) nowe oznaczenia typu $N_{\varphi_o 1}^{s,n}$ są to odpowiednie siły w kopule wzdłuż linii styku z pierścieniem. Otrzymuje się więc je z odpowiednich wzorów (12), (17) i (18), wstawiając do nich $\varphi = \varphi_o$. A więc:

$$N_{\varphi_o 2}^s = - \frac{R_k q_o}{\sin^2\varphi_o}\left[1 - \cos\varphi_o + \frac{1}{2\sin^2\varphi_o}\left(\cos\varphi_o - \frac{1}{3}\cos^3\varphi_o - \frac{2}{3}\right)\right] , \tag{29}$$

$$N_{\varphi_o 2}^n = - \frac{R_k q_o}{8} \cos 2\theta , \tag{30}$$

$$N_{\varphi_o \theta 2}^n = - \frac{R_k q_o}{4}\left[\frac{1 - \cos^2\varphi_o(3 + \cos^4\varphi_o - 3\cos^2\varphi_o)}{\sin^6\varphi_o} + \frac{1}{2}\right]\sin 2\theta . \tag{31}$$

Ostatecznie siły przekazywane z kopuły na pierścień podporowy oblicza się jako sumę składowych pochodzących od kolejnych etapów rozwiązania zadania, a więc:

$$V = V_1 + V_2^s + V_2^n , \tag{32}$$

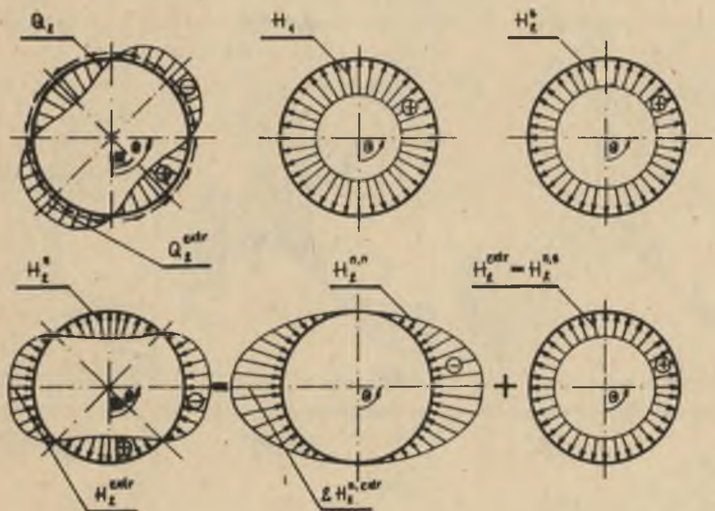
$$H = H_1 + H_2^s + H_2^n, \tag{33}$$

$$Q = Q_2^n. \tag{34}$$

Siły V przekazują się poprzez pierścień na ściany zbiornika, zaś siły H i Q powodują wystąpienie sił wewnętrznych w pierścieniu podporowym, jest on więc rozciągany i zginany w swojej płaszczyźnie. Siły wewnętrzne (rys. 3) wyznacza się ze wzorów:

$$N_p = N_p^s + N_p^n, \tag{35}$$

$$M_p = M_p^n = M_p^n(Q_2) + M_p^n(H_2^{n,n}). \tag{36}$$



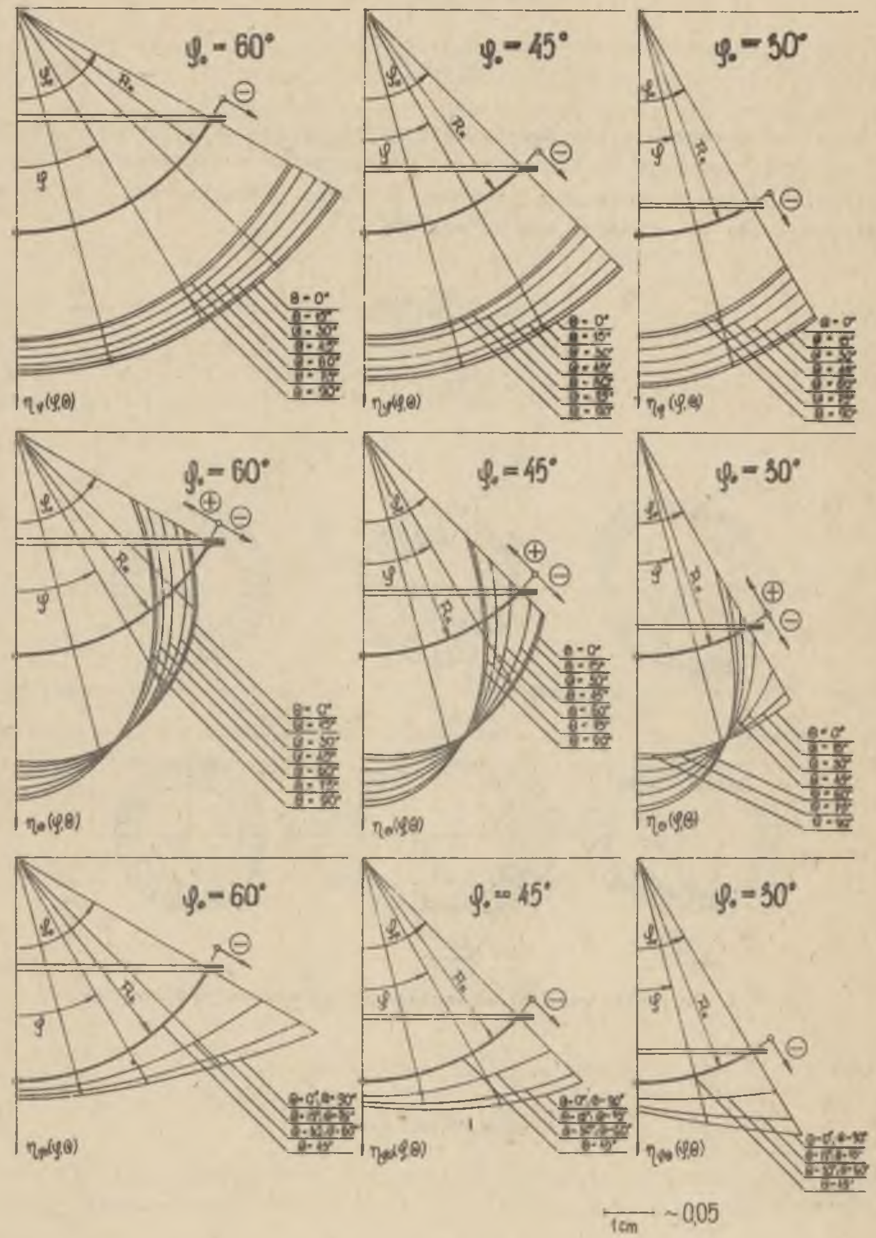
Rys. 3. Składowe sił wewnętrznych w wieńcu podporowym

gdzie:

$$N_p^s = \frac{D}{2}\left[H_1 + H_2^s + H_2^{n,extr}\right], \tag{37}$$

przy czym

$$H_2^{n,extr} = H_2^n\Big|_{\theta = 0^\circ}$$



Rys. 4. Wykresy współczynników do wyznaczenia sił wewnętrznych w kopule dna zbiornika

Z kolei korzystając z gotowych wzorów, na przykład wg [4]:

$$M_p^n = \frac{D}{2}\left\{Q_2^{extr} \cdot \cos 2\theta - \left[\sin\theta + \left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)\cos\theta\right]H_2^{n,extr}\right\} \tag{38}$$

$$M_p^n = \frac{D}{2}\left\{\frac{1}{6}Q_2 \cos 2\theta + \left[\sin\theta + \left(\frac{\pi}{2} + \theta\right)\cos\theta - \frac{4}{\pi}\right]H_2^{n,extr}\right\} \tag{39}$$

4. WYKRESY DO WYZNACZANIA SIŁ W KOPULE

W praktycznym obliczaniu dna w postaci kopuły odwróconej wyznaczanie sił w pierwszym z wprowadzonych etapów obliczeń, czyli dla składnika q_1 jest proste na podstawie wzorów (5) i (6), nie wymaga więc dalszych wyjaśnień. Natomiast dla etapu drugiego opracowano wykresy do obliczania sił $N_{\varphi 2}$, $N_{\theta 2}$, $N_{\varphi\theta 2}$ a więc dla wielkości opisanych ogólnie za pomocą wzorów (10). Wykresy te przygotowane zostały dla trzech kształtów kopuł dennych o wartości kąta $\varphi_o = 30^o;\ 45^o;\ 60^o$.

Korzystanie z wykresów polega na wyznaczeniu poszukiwanych wartości sił według relacji:

$$N_{\varphi 2} = \eta_\varphi(\varphi,\theta) \cdot R_k \cdot q_o,$$

$$N_{\theta 2} = \eta_\varphi(\varphi,\theta) R_k \cdot q_o,$$

$$N_{\theta\varphi_2} = \eta_\theta(\varphi,\theta) \cdot R_k \cdot q_o.$$

Wartości współczynników η dla poszukiwanych sił w punktach wynikających z przyjętej na wykresach siatki równoleżnikowo-południkowej odczytuje się wprost z rysunku 4.

LITERATURA

[1] Budzianowski Z.: Działanie wygiętego podłoża na sztywną budowlę znajdującą się w obrębie wpływów eksploatacji górniczej. Inżynieria i Budownictwo, 6, 7/64.

[2] Flügge W.: Powłoki - obliczenia statyczne. Arkady, 1972.

[3] Gürkmann K.: Dźwigary powierzchniowe. Arkady, 1957.

[4] Lessing E., i in.: Konstrukcje z blach stalowych. Arkady, 1960.

ВЛИЯНИЕ ГОРНОЙ КРИВИЗНЫ ТЕРРИТОРИИ НА КОНСТРУКЦИЮ
РЕЗЕРВУАРА С ДНИЩЕМ В ВИДЕ ПЕРЕВЕРНУТОГО КУПОЛА

Р е з ю м е

В работе рассматривается конструкция цилиндрического резервуара с днищем в виде перевернутого купола, установленного на территории, подверженной влиянию горной эксплуатации. Согласно с безмоментной теорией оболочек определены внутренние силы в куполе и в его опорном кольце, вызванные влиянием горной деформации, а особенно прогибом поверхности территории до заданной кривизны.

Разработаны диаграммы для практического определения внутренних сил в оболочке днища резервуара.

INFLUENCE OF MINING GROUND CURVATURE
ON THE TANK STRUCTURE WITH THE BOTTOM IN THE FORM
OF REVERSED CUPOLA

S u m m a r y

A case of a circular tank with the reversed cupola bottom founded in the ground subjected to mining underground working has been examined.

The inner forces in the cupola and in the bearing ring have been determined within the range of momentless coating theory. Those forces have resulted from mining deformation particularly from the ground flexure to caused curvature.

Some diagrams of practical calculation of inner forces in the tank bottom coating have been worked out.