

Mieczysław LEŚKO

Włodzimierz MAJCHERCZYK

## UGIĘCIA KONSTRUKCJI TRÓJWARSTWOWYCH NAWIERZCHNI DROGOWYCH OD OBCIĄŻEŃ DYNAMICZNYCH

Streszczenie. W pracy podano sposób obliczenia ugięcia nawierzchni drogowej od obciążeń dynamicznych oraz przedstawiono nomogram do określania grubości konstrukcji jezdni drogowej, a następnie podano 2 przykłady liczbowe obliczeń.

Opracowanie to jest uogólnieniem i przystosowaniem do warunków polskich metod H. Wiehlera i W. Smirnowa [4] wymiarowania nawierzchni drogowych od obciążeń dynamicznych.

### 1. WSTĘP

W celu określenia grubości konstrukcji nawierzchni drogowej posługujemy się znanymi i obowiązującymi metodami obliczeniowymi, takimi jak: PJ-IBD, CBR, OSZD, DORNII czy metoda ugięć dla nawierzchni podatnych i Westergaarda czy Iwanowa dla nawierzchni sprężystych. Metody te odnoszą się przeważnie do dwuwarstwowych konstrukcji nawierzchni drogowych, bez uwzględnienia wpływu zmienności obciążenia zewnętrznego. W metodach tych nie zostało również wyjaśnione, jakie odkształcenia występują na powierzchni konstrukcji nawierzchni drogowej przy przejeździe pojazdów drogowych z dużą prędkością i które z nich należy uznać za dopuszczalne.

Znajomość teorii odkształcenia nawierzchni od obciążenia dynamicznego - przy drganiach wywołanych ruchem - potrzebna jest do określenia grubości nawierzchni, jak również do oceny własności zmęczeniowych materiałów stosowanych do poszczególnych warstw nawierzchni drogowej.

W niniejszym opracowaniu podano sposób obliczania ugięcia nawierzchni drogowej od obciążeń dynamicznych, na podstawie którego sporządzono nomogram do określania wartości ugięcia od obciążenia dynamicznego.

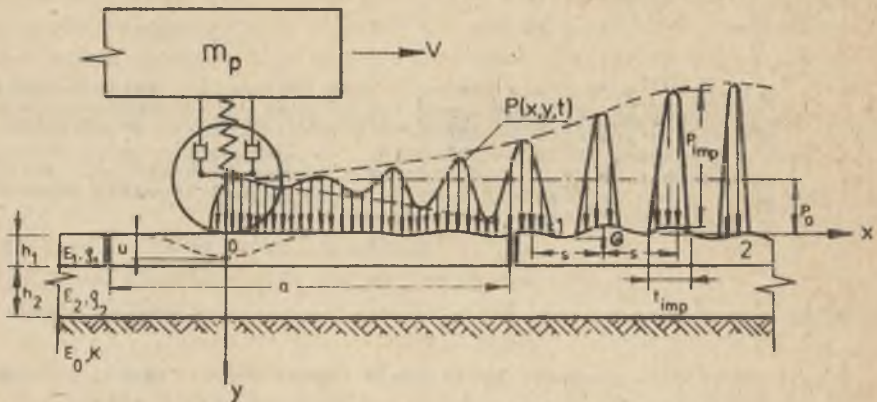
### 2. RÓWNANIE UGIĘCIA WIELOWARSTWOWEJ KONSTRUKCJI JEZDNI DROGOWEJ OD OBCIĄŻENIA DYNAMICZNEGO

Dla sprecyzowania teorii obliczeń nieodzowne jest wyjaśnienie współzależności wielowarstwowych konstrukcji nawierzchni drogowej. Teoria ogólna powinna uwzględniać najistotniejsze cechy obciążenia dynamicznego konstrukcji nawierzchni drogowej.

Cechami tymi są:

- 1) różnica nacisków poruszających się pojazdów samochodowych,
- 2) powtarzalność obciążeń oraz ich częstotliwości;
- 3) własności lepko-sprężystych warstw nośnych.

Schemat obciążenia dynamicznego nawierzchni drogowej przedstawiono na rys. 1.



Rys. 1. Schemat trójwarstwowej nawierzchni drogowej i oddziałującego na nią obciążenia dynamicznego

Na powierzchni jezdni drogowej porusza się dwuosiowy pojazd samochodowy z prędkością  $v$ . Masę tego pojazdu oznaczono przez  $m_p$ , a nacisk koła przez  $P(x,y,t)$  oraz dla tych rozważań, przy  $v = 0$  i  $P(x,y,t) = P_0$ , gdzie  $t$  - oznacza czas.

Głębokość i długość fali odkształcenia nawierzchni w kształcie sinusoidy oznaczono przez  $G$  i  $s$ . W zależności od zmiany wartości liczbowej prędkości  $v$  i od zmian głębokości i długości fali odkształcenia powierzchniowego zmienia się wartość funkcji obciążenia zewnętrznego  $P(x,y,t)$ . Występujące tutaj obciążenie chwilowe oznaczono przez  $P_{imp}$ , które w czasie  $t_{imp}$  wytworzy w konstrukcji jezdni drogowej drgania o charakterze fali.

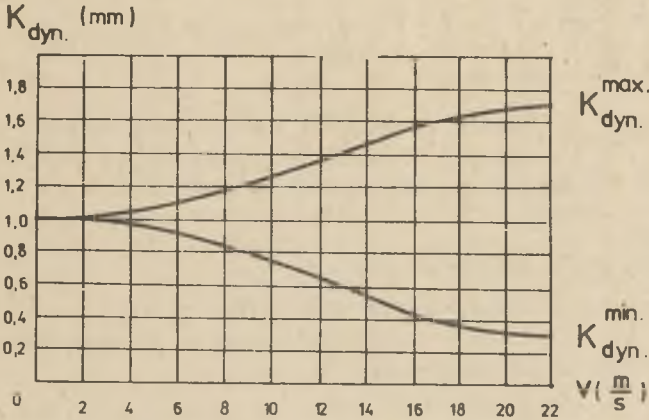
Wielkość poruszającego się obciążenia określono za pomocą następującej zależności:

$$P(x,y,t) = P_0 (K_{dyn}^{max.} - K_{dyn}^{min.}) + P_0 K_{dyn}^{min.} \quad (1)$$

gdzie:

$P_0$  - nacisk koła pojazdu przy  $v = 0$  wyrażony w kN,

$K_{dyn}^{max.}$ ,  $K_{dyn}^{min.}$  - współczynniki dynamiczne ciężaru pojazdu, zależne od prędkości  $v$ ; oblicza się je z nomogramu przedstawionego na rys. 2, w oparciu o teorię drgań pojazdów samochodowych.



Rys. 2. Nomogram do obliczania wartości  $K_{dyn}^{max.}$  oraz  $K_{dyn}^{min.}$  w zależności od prędkości  $v$ .  
Głębokość fali  $g = 5$  mm. Długość fali  $s = 5$  m.

W tym ujęciu przez nawierzchnię drogi rozumie się sprężystą płytę o wymiarach w planie  $a$ ,  $b$  i grubości  $h_1$ , leżącą na lepko-sprężystej warstwie nośnej o grubości  $h_2$ .

Wprowadzono dalej oznaczenia:

$E_1$  - moduł sprężystości płyty,

$\nu_1$  - liczba Poissone'a dla materiału płyty,

$E_2$  - moduł sprężystości warstwy nośnej,

$\alpha$  - współczynnik tłumienia wynikający z elastyczności warstwy nośnej.

Współczynnik  $\alpha$  uwzględnia własności warstwy nośnej w okresie maksymalnego zawilgocenia. Dla sprężystych warstw nośnych  $\alpha = 0$ , dla ciał plastycznych zaś  $\alpha = 1$ . Warstwy nośne (podbudowy) w okresie silnego zawilgocenia wykazują zakres wartości współczynnika tłumienia od  $\alpha = 0,3$  do  $\alpha = 0,7$ .

Warstwa nośna lepko-sprężysta, jaką jest podbudowa, spoczywa na podłożu, które charakteryzuje współczynnik podatności podłoża  $K$ . W dalszych rozważaniach skorzystano z zależności:

$$K = \frac{E_0}{100}$$

gdzie:

$E_0$  - jest edometrycznym modułem podłoża gruntowego.

Zgodnie z uprzednimi zależnościami zastosowano równanie różniczkowe dla stanu równowagi płyty nawierzchni drogowej w postaci:

$$m_1 \frac{d^2 U_1}{dt^2} + D_1 \cdot \nabla \cdot \nabla \cdot U_1 = P(x, y, t) - g(x, y, t), \quad (2)$$

gdzie:

$m_1 = \rho_1 \cdot h_1$  - masa odniesiona do 1 m<sup>2</sup> płyty wyrażona w kg/m<sup>2</sup>,  
 $\rho_1$  - gęstość materiału płyty wyrażona w kg/m<sup>3</sup>,  
 $h_1$  - grubość płyty wyrażona w m,

$D_1 = \frac{E_1 h_1^3}{12(1 - \nu_1^2)}$  - sztywność płyty,

$E_1$  - moduł sprężystości płyty,

$U_1$  - ugięcie powierzchni płyty od obciążenia dynamicznego wyrażone w mm;

$\nabla \nabla$  - laplasjan funkcji,

$P(x, y, t)$  - obciążenie zewnętrzne w N;

$g(x, y, t)$  - reakcja (ugięcie) warstwy nośnej.

Równanie drgania dla lepko-sprężystej warstwy nośnej określono z zależności:

$$m_2 \frac{d^2 U_2}{dt^2} + D_2 \cdot \nabla \cdot \nabla \cdot U_2 + \frac{h_2^3}{12} \int_0^t f_2 \cdot (t-\tau) \cdot \nabla \cdot \nabla \cdot U_2 \cdot d\tau =$$

$$= g(x, y, t) - KU_2, \quad (3)$$

gdzie:

$m_2 = \rho_2 \cdot h_2$  - masa odniesiona do 1 m<sup>2</sup> warstwy nośnej wyrażona w kg/m<sup>2</sup>,

$\rho_2$  - gęstość materiału warstwy nośnej wyrażona w kg/m<sup>3</sup>,

$h_2$  - grubość warstwy nośnej wyrażona w m,

$D_2 = \frac{E_2 h_2^3}{12(1 - \nu_2^2)}$  - sztywność warstwy nośnej,

$E_2$  - moduł sprężystości warstwy nośnej,

$U_2$  - ugięcie warstwy nośnej wyrażone w mm.

Z uwagi na to, że ugięcie warstwy nośnej i jezdnej jest w przybliżeniu równe, przyjmując można, że:

$$U_1 = U_2 = U.$$

Przyrównując wzory (2) i (3), otrzymano równanie równowagi konstrukcji nawierzchni drogowej wg zależności:

$$m \frac{d^2 U}{dt^2} + (U_1 + U_2) \cdot \nabla \cdot \nabla \cdot U + k \cdot U + \frac{n^5}{12} \int_0^{\tau} f_2 \cdot (t-\tau) \cdot \nabla \cdot \nabla \cdot U d\tau =$$

$$= P(x, y, t)$$

gdzie:

$$m = m_1 + m_2,$$

- $A_2 \cdot e^{-\alpha_2(t-\tau)}$  - funkcja własności odkształceń podbudowy,
- $\tau$  - czas oddziaływania obciążenia wyrażony w s,
- $\alpha_2$  - współczynnik tłumienia wynikający z własności lepko-sprężystych warstwy nośnej,
- $A_2 \cdot e^{-\alpha_2(t-\tau)}$  - szybkość zmienności odkształcenia warstwy nośnej,
- $e$  - podstawa logarytmu naturalnego.

W wyniku rozwiązania równań (4) i (1), przy uwzględnieniu równomierności obciążenia warstwy jezdnej, otrzymano zależność:

$$U = \frac{16}{\pi^2 (m + m_p)} \left\{ \frac{P_0 (k_{dyn}^{max.} - k_{dyn}^{min.}) \cdot \sqrt{Q^2 - 2}}{2} + \frac{P_0 \cdot 2 \cdot k_{dyn}^{min.}}{\psi_1^2 \cdot \alpha_2 + A_2 \cdot M_1 - Q^2 (1 + p(\omega) \cdot M) \alpha_2} \right\} + \dots$$

$$+ \frac{P_0 (k_{dyn}^{max.} - k_{dyn}^{min.}) \cdot \sqrt{Q^2 - 2}}{2} + \frac{P_0 \cdot 2 \cdot k_{dyn}^{min.}}{\psi_1^2 \cdot \alpha_2 + A_2 \cdot M_1 - Q^2 (1 + p(\omega) \cdot M) \alpha_2} \quad (5)$$

gdzie:

- $m_p = \frac{P_0}{a \cdot b}$  - obciążenie samochodem ciężarowym przypadające na 1 m<sup>2</sup> płyty nawierzchni wyrażone w kN/m<sup>2</sup>,
- $P_0$  - obciążenie samochodem ciężarowym wyrażone w kN,
- $Q = \frac{2g \cdot v}{s}$  - częstotliwość kołowa drgań wymuszonych dla obciążenia P<sub>0</sub> wyrażona w H<sub>z</sub>,
- $P(\omega) = \frac{\pi \cdot d}{2a}$  - prawdopodobieństwo wystąpienia wartości maksymalnej częstotliwości drgań wymuszonych przy jeździe przez szczyłiny a,
- $d$  - średnica zastępcza powierzchni styku koła samochodu z nawierzchnią wyrażona w cm,
- $\eta = \frac{m_p}{m + m_p}$  - parametr uwzględniający udział obciążenia pojazdem,

$M_1 = \frac{m}{m + m_p}$  - parametr uwzględniający udział ciężaru konstrukcji nawierzchni drogowej,

$A_2 = \frac{U_{\max} \cdot v}{d_0}$  - szybkość zmian odkształcenia warstwy nośnej - podbudowy,

$U_{\max}$  - ugięcie maksymalne wyrażone w mm (przyjęte z przedziału 0,6-0,8 mm),

$\alpha_2$  - współczynnik tłumienia drgań. Jest to stosunek wartości amplitudy drgań na powierzchni jezdni do wartości amplitudy drgań na głębokości  $d_0$ ; jego wartość wynosi w przybliżeniu:  $\alpha_2 = 0,4$ ,

$\psi_1$  - uogólniony parametr.

W równaniu (5) wyrażenie ujmujące cechy wytrzymałościowe nawierzchni drogowej zostało nazwane uogólnionym parametrem  $\psi_1$ . Do cech tych zalicza się sztywność materiału oraz momenty bezwładności płyty nawierzchni drogowej.

Wyniki, jakie otrzymano, zgadzają się z teorią płyt cienkich, omówioną w pracy [2].

Charakter zginania płyty, na skutek dynamicznego oddziaływania poruszających się po jej powierzchni obciążeń, jest walcowy, a sztywność wyrażona zależnością

$$D_1 = \frac{E_1 \cdot h_1^3}{12(1 - \nu_1^2)}$$

jest sztywnością walcową płyty nawierzchni drogowej.

Dla płyty prostokątnej o wymiarach  $a$ ,  $b$  w planie i grubości  $h$  momenty bezwładności określono za pomocą wzorów:

$$J_1 = \frac{b \cdot h^3}{12}, \quad J_2 = \frac{a \cdot h^3}{12}$$

zaś uogólniony parametr  $\psi_1$  przyjmie postać

$$\psi_1 = \frac{(D_1 + D_2) \cdot \pi^4 \left( \frac{J_1}{a^2} + \frac{J_2}{b^2} \right)^2 + K}{m + m_p} \quad (6)$$

gdzie wszystkie oznaczenia są takie, jak we wzorach poprzednich.

Z równania (4), po przekształceniach i redukcji, otrzymano wyrażenie na częstość drgań własnych konstrukcji jezdni drogowej w postaci

$$\omega = \sqrt{\psi_1^2 - \frac{v^2 \cdot \pi^2}{Q^2}} \quad (7)$$

Jak wynika z zależności (7), częstość drgań własnych zależna jest tylko od sprężystości warstw konstrukcji nawierzchni i jej masy.

Częstość ta zmienia się w granicach od  $\omega = 190$  Hz do  $\omega = 272$  Hz.

Ponieważ częstotliwość drgań wymuszonych zgodnie z [3] wynosi od 15 do 22 Hz, to konstrukcje jezdni drogowych nie są podatne na rezonans.

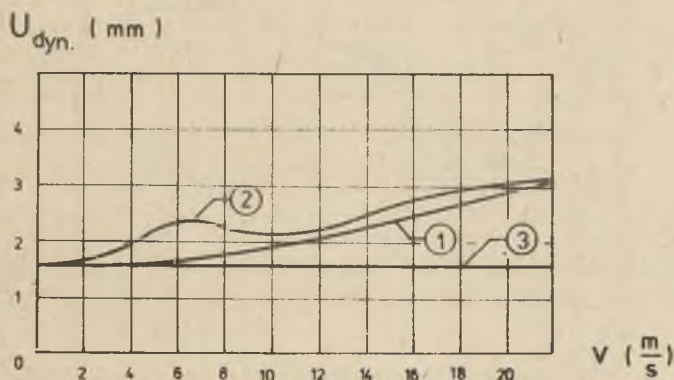
Pojazd mechaniczny może jednak zostać wprowadzony w stan rezonansu podczas poruszania się po sfałowanej nawierzchni. Wzrastają przy tym ugięcia maksymalne konstrukcji nawierzchni drogowej.

Długość fal nierówności, przy których możliwy jest rezonans pojazdu, przytoczono w poniższej tabelicy:

Prędkość w m/s	5,60	11,10	16,70	22,20
Długość fali w cm	0,14	0,30	0,45	0,60

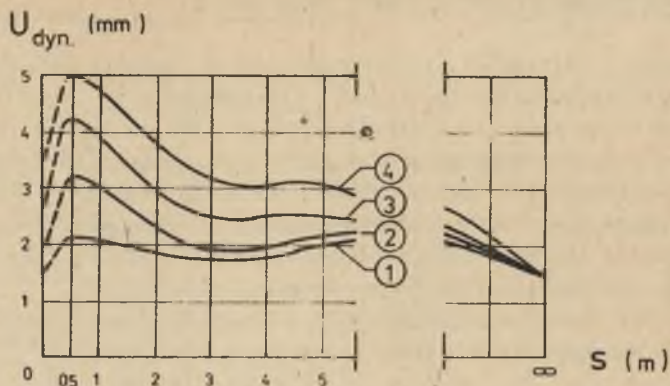
Na podstawie przedstawionych rozważań można wysnuć następujące wnioski:

1. Ugięcia nawierzchni o nierównościach w odstępach od 3 do 5 m są największe;
2. Największy wpływ na ugięcie nawierzchni drogowej mają ciężkie i średnie samochody ciężarowe, jadące z prędkością rzędu  $v = 22$  m/s. (80 km/h) - jak to pokazano na rys. 3. Szczególnie silnie wzrastają ugięcia przy długościach nierówności ok. 0,5 m. Zjawisko to przedstawia rysunek 4.



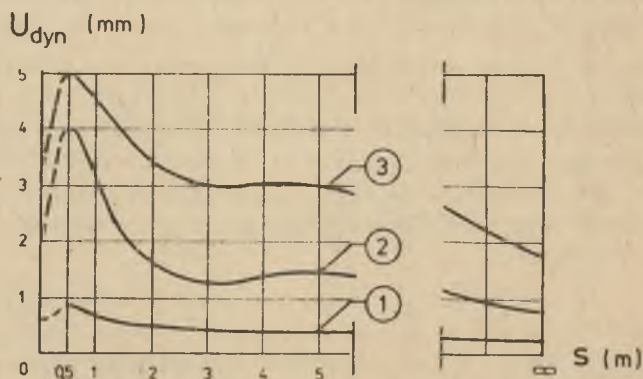
Rys. 3. Zmiana ugięcia trójwarstwowej nawierzchni drogowej w zależności od prędkości jazdy samochodu ciężarowego

Krzywe 1, 2, 3 odpowiadają długości fali odkształcenia 3 m, 5 m i  $\infty$ . Głębokość nierówności  $g = 5$  mm



Rys. 4. Zmiana ugięcia nawierzchni w zależności od długości fali odkształcenia. Nacisk koła  $P_0 = 36,5$  kN

Krzywe 1, 2, 3, 4 odpowiadają prędkościom pojazdu:  $v_1 = 5,6$  m/s,  $v_2 = 11,0$  m/s,  $v_3 = 16,7$  m/s,  $v_4 = 22,0$  m/s



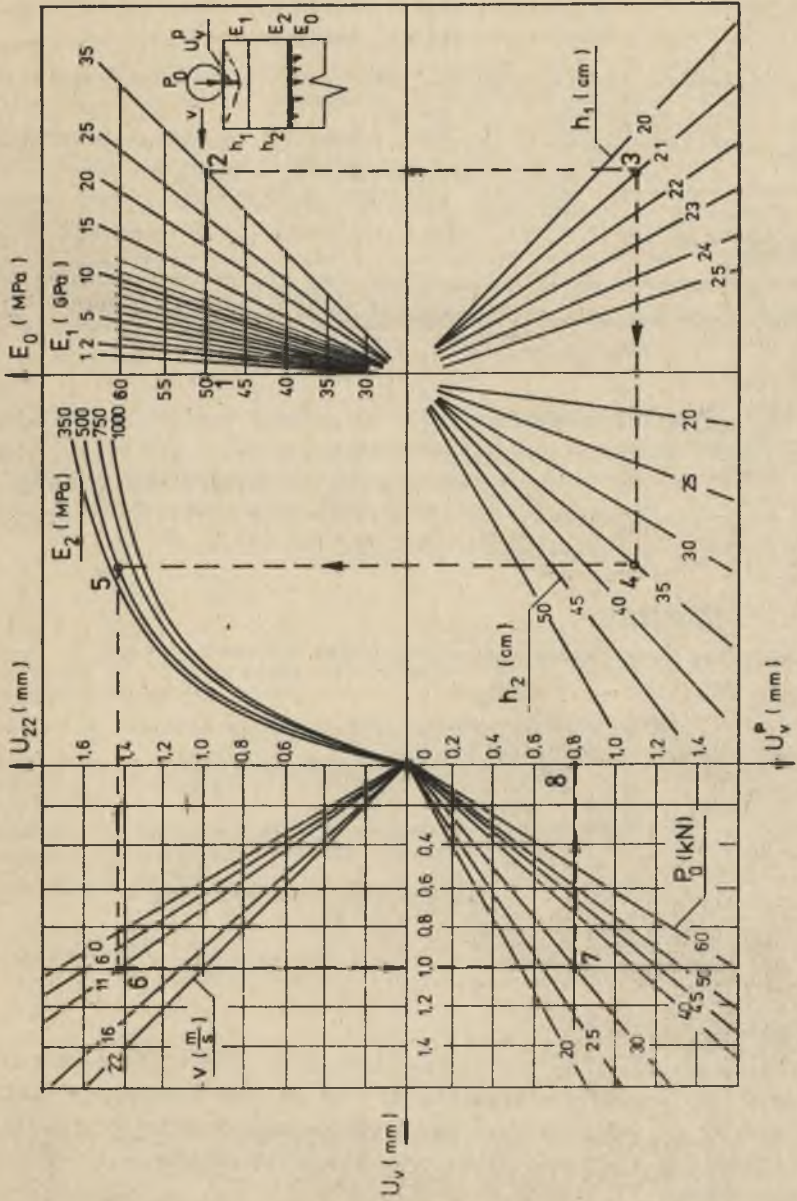
Rys. 5. Zmiana ugięcia nawierzchni w zależności od długości fali odkształcenia

Krzywe 1, 2, 3 odpowiadają naciskom na koło  $P_{01} = 4,75$  kN,  $P_{02} = 17,80$  kN i  $P_{03} = 36,50$  kN dla prędkości  $v = 22$  m/s

3. Zwiększenie prędkości jazdy samochodów ciężarowych na nierównych nawierzchniach powoduje szybsze niszczenie nawierzchni jezdni drogowej.

W celu określania ugięcia maksymalnego konstrukcji nawierzchni drogowej, spowodowanego ruchem pojazdów oraz oceny wytrzymałości konstrukcji jezdni, sporządzono nomogram przedstawiony na rysunku 6. Sposób posługiwania się nomogramem zostanie omówiony na przykładach liczbowych.





rys. 6. Nomogram do określania ugięcia trójwarstwowej nawierzchni drogowej

### 3. PRZYKŁADY OBLICZEŃ

#### 3.1. Przykład 1

Sprawdzić, jakie odkształcenia wywołane wpływami dynamicznymi występują na nawierzchni drogowej o następującej konstrukcji:

- 1) warstwa ścieralna z betonu cementowego o grubości  $h_1 = 21$  cm i module sprężystości  $E_1 = 35$  GPa,
- 2) warstwa podbudowy z grysów bitumowanych powierzchniowo o grubości  $h_2 = 35$  cm i module sprężystości  $E_2 = 0,5$  GPa,
- 3) podłoże niewysadzinowe charakteryzujące się modulem odkształcenia  $E_0 = 50$  MPa.

Po nawierzchni poruszają się samochody ciężarowe o nacisku  $P_0 = 30$  kN/koło, jadące z prędkością maksymalną  $v = 11$  m/s. (40 km/h).

#### Rozwiązanie

Posługując się nomogramem (rys. 6) zgodnie z oznaczoną na nim kolejnością, odczytano wartość ugięcia konstrukcji  $U_V^P = 0,8$  mm, z pionowej skali  $U_V^P$ . Natomiast ze skali poziomej  $U_V$  odczytuje się ugięcie konstrukcji jezdni dla obciążenia pojazdem ciężarowym o nacisku na koło  $P_0 = 36,5$  kN, jadącego z prędkością  $v = 22$  m/s. (80 km/h).

#### 3.2. Przykład 2

Obliczyć konstrukcję nawierzchni nowo budowanej drogi.

D a n e:

- 1) ruch pojazdów o nacisku rzędu 50 kN/koło,
- 2) dopuszczalna prędkość dla pojazdów ciężkich  $v = 16$  m/s,
- 3) grunt podłoża - niepewny,
- 4) materiał na podbudowę - tłuczeń dobrze zaklinowany o module sprężystości  $E_2 = 1,0$  GPa,
- 5) warstwa jezdna - prefabrykowana płyta betonowa z betonu cementowego o module sprężystości  $E_1 = 35$  GPa,
- 6) maksymalne dopuszczalne ugięcie nawierzchni  $U_V^P = 1,2$  mm.

#### Rozwiązanie

Dolną warstwę podbudowy należy wykonać z piasku o wsółczynniku filtracji  $k > 8$  m/dobę i grubości  $h = 15$  cm. Tak utworzone podłoże sztuczne będzie się charakteryzowało modulem odkształcenia  $E_0 = 40$  MPa.

Posługując się nomogramem (rys. 6), odczytano grubości warstw nawierzchni drogowej:

- 1 - warstwa jezdna - płyta betonowa grubości  $h_1 = 24$  cm,
- 2 - warstwa podbudowy grubości  $h_2 = 35$  cm.

#### 4. UWAGI KOŃCOWE

Omówiona w niniejszym opracowaniu metoda Wiehlera i Smirnowa obliczania trójwarstwowych konstrukcji jezdni drogowych w sposób pełniejszy oddaje warunki pracy nawierzchni, niż metody obliczeniowe, obowiązujące obecnie w naszym budownictwie drogowym. Ugięcia od wpływów dynamicznych mają istotne znaczenie w pracy nawierzchni drogowej, gdyż jest ona przecież narażona na działanie obciążeń zmiennych, a więc na wpływy dynamiczne.

Powyższy temat był już w Polsce podjęty i znalazł swoje odbicie w pracach doc. dr inż. Henryka Borkowskiego z Politechniki Gdańskiej. Nie zaproponowano jednak wprowadzenia omówionej metody do szerszego stosowania przy wymiarowaniu grubości konstrukcji nawierzchni drogowych.

Ugięcia od wpływów dynamicznych konstrukcji nawierzchni drogowych powinny bliżej zainteresować specjalistów branży drogowej. Okazuje się bowiem, że konstrukcje jezdni drogowych policzone tradycyjnymi metodami wykazują mniejsze grubości, niż konstrukcje policzone omówioną w artykule metodą.

Przedstawiona metoda, z uwagi na łatwość posługiwania się załączonym nomogramem (rys. 6), mogłaby z powodzeniem stanowić metodę kontrolną przy wymiarowaniu konstrukcji nawierzchni drogowych obowiązującymi metodami tradycyjnymi.

#### LITERATURA

- [1] Borkowski H.: Teoretyczne modele konstrukcji nawierzchni drogowych. *Drognictwo* nr 3, 4/1973.
- [2] Nowacki W.: *Teoria sprężystości*. Arkady, Warszawa 1966.
- [3] Smirnow A.W., Malofiejew A.G.: Drgania nawierzchni drogowych pod działaniem pojazdów mechanicznych. *Izwestia WUZOW - Stroitelstwo i Architektura*.
- [4] Wiehler G., Smirnow A.W.: Dynamische Durchbiegungen dreischichtiger Strassen - konstruktionen mit viskoelastischen Tragschichten - "Die Strasse" nr 6/1973.

ИЗГИБ КОНСТРУКЦИИ ТРОЙСЛОЙНОГО ДОРОЖНОГО ПОКРЫТИЯ  
ОТ ВЛИЯНИЯ ДИНАМИЧЕСКИХ НАГРУЗОК

Р е з ю м е

В работе представлено метод исчисления изгиба дорожного покрытия от динамического действия подвижных нагрузок. Изготовленный был номограмм для определения толщины дорожного покрытия, а тоже 2 примеры расчёта.

Работа представляет собой обобщение и приспособление к польским условиям методов Т. Вилера и В. Смирнова в области исчисления дорожных покрытий подвергасмых влиянию подвижных нагрузок.

DEFLECTIOUS OF THREE - LAMINAR STRUCTURES  
OF ROAD SURFACES CAUSED BY DYNAMIC LOAD

S u m m a r y

In the work these has been given the way of computing deflectious of road surface caused by dynamic load, and presented the nomogram of defining the Huckness of the road - way structure; two numerical examples have also been given.

The work is a generalization and adaptation to Polish conditions of the H. Wichler and W. Smirnow method of dimensioning the road surface taking into consideration dynamic load.