

Jerzy SĘKOWSKI

Zakład Geotechniki
Politechnika Śląska

PROPOZYCJA DOBORU PARAMETRÓW ANIZOTROPOWEJ
PÓŁPRZESTRZENI SPRĘŻYTEJ DLA PODŁOŻA UWARSTWIONEGO

Streszczenie. W pracy podano propozycję ustalania zastępczych parametrów anizotropowej półprzestrzeni sprężystej dla podłoża dwuwarstwowego, znajdującego się w płaskim stanie odkształcenia.

1. WSTĘP

H. Koning (1957) [5] oraz L. Barden (1963) [1] podali wyrażenia na składowe stanu naprężenia i przemieszczenia w jednorodnej anizotropowej półprzestrzeni sprężystej, obciążonej pionową siłą skupioną P . Rozwiązania swoje oparli na uogólnionym prawie Hooke'a, podanym dla ośrodka o anizotropii heksagonalnej przez Hearmona [4] oraz o funkcje naprężeń dla tego ośrodka podane przez Michella [7].

Rozwiązania te (ściślej rozwiązanie Bardena) zostały rozszerzone na inne przypadki obciążenia pionowego. Uzyskane rozwiązania mają postać zamkniętą a warunkiem ich zastosowania jest właściwy dobór pięciu parametrów E_{ov} , n , ν_1 , ν_2 , ν_3 , charakteryzujących analizowany ośrodek gruntowy. Parametry E_{ov} , n oznaczają uogólniony moduł odkształcalności w kierunku pionowym oraz tzw. stopień anizotropii. Pozostałe parametry ν_1 , ν_2 , ν_3 wprowadzone przez Bardena zwane są współczynnikami Poissona, przy czym: ν_1 - uwzględnia wpływ odkształceń poziomych w jednym kierunku na odkształcenia poziome w drugim kierunku, ν_2 - uwzględnia wpływ odkształceń poziomych na odkształcenia pionowe, ν_3 - uwzględnia wpływ odkształceń pionowych na odkształcenia poziome.

Stosowanie wspomnianego modelu oraz otrzymanych rozwiązań szczegółowych można przenieść na podłoża uwarstwione. Problemem otwartym pozostaje jedynie dobór parametrów materiałowych ośrodka zastępczego.

Artykuł niniejszy stanowi propozycję w tym zakresie, ograniczając się jednakże do podłoża dwuwarstwowego znajdującego się w płaskim stanie odkształcenia.

2. PRZEDSTAWIENIE PROBLEMU

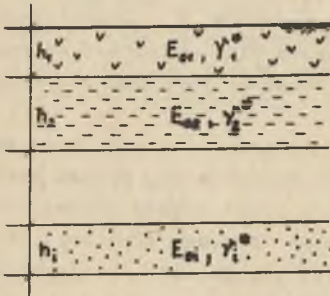
Wykorzystanie modelu anizotropowej półprzestrzeni sprężystej w analizie stanu naprężenia i przemieszczenia podłoża uwarstwionego zasugerował L. Barden [2], proponując jednocześnie sposób określania zastępczych modułów odkształcalności pionowej i poziomej z zależności (rys. 1):

$$\frac{1}{E_{ovz}} = \frac{1}{\sum_1 h_1} \cdot \sum_1 \frac{h_1}{E_{oi}},$$

$$E_{ohz} = \frac{\sum_1 E_{oi} h_1}{\sum_1 h_1},$$
(1)

zatem

$$n = \frac{E_{ohz}}{E_{ovz}}.$$



Rys. 1. Schemat podłoża gruntuowego poziomo uwarstwionego

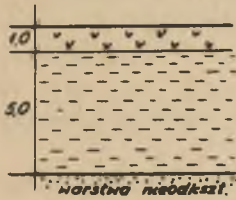
proponowanego sposobu wyznaczania tego parametru. Rozważania te przykładowo zilustrowano na rys. 2.

Obliczone wg (1) wartości stopnia anizotropii n dla przykładów nr I są identyczne i > 1 . Oznaczałoby to wobec zależności składowych stanu naprężenia σ_{ij} głównie od parametru n , że dla obydwu przedstawionych przykładów odpowiadające naprężenia σ_{ij} w tych samych punktach półprzestrzeni są co do wartości równe.

Analiza przykładów nr II dowodzi, że dla wartości β z przedziału $(0,1 \div 10)$ przy różnych wartościach h_1, h_2 wartość parametru n waha się w przedziale $(1 \div 2,8)$. Przyjęcie parametru n z tego przedziału nieznacznie modyfikuje wartości składowe σ_{ij} w stosunku do rozwiązań uzyskanych dla

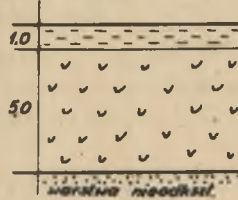
$$\beta = \frac{E_{01}}{E_{02}}$$

$$\gamma_i^2 = 0,3$$



$$\beta = 10$$

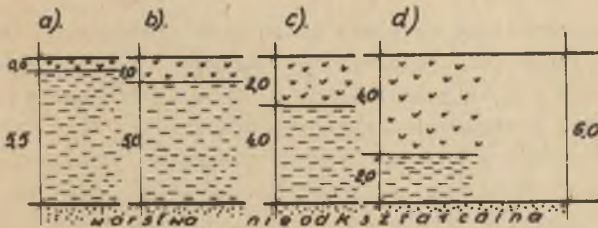
$$n = 2,12$$



$$\beta = 0,1$$

$$n = 2,12$$

Nr. I



Nr. II

n	a).	b).	c).	d).
$\beta=0,1$	1,62	2,12	2,80	2,80
$\beta=0,2$	1,24	1,44	1,41	1,71
$\beta=0,5$	1,01	1,07	1,11	1,11

ciężkości warstwy
w [m]

dla $\beta = 2, 5, 10$ symetrycznie

Rys. 2. Przykładowa ilustracja analizowanego sposobu wyznaczania parametru n dla podłoża dwuwarstwowego (wg L. Bardena)

półprzestrzeni izotropowej ($n = 1,0$). Porównując wyniki rozwiązań uzyskanych dla odpowiedniej wartości n z wynikami uzyskanymi dla ośrodka uwarstwionego (metodą elementów skończonych) można stwierdzić, iż rozbieżności w nich szczególnie dla $\beta \ll 1$ i $\beta \gg 1$ są różne i niejednakowe.

Zatem wobec uznanego wpływu uwarstwienia podłoża na wartości składowe stanu naprężenia i przemieszczenia proponowany przez Bardena sposób wyznaczania parametru n należy uznać za niewłaściwy. Jeśliby przyjąć koncepcję stosowania anizotropowej półprzestrzeni sprężystej jako modelu pod-

łoża uwarstwionego, należałoby zweryfikować sposób określania zastępczych parametrów materiałowych przynajmniej w zakresie analizowanym w niniejszej pracy.

Za proponowanym przez Bardena sposobem przemawia prostota oraz zgodność wyników rozwiązań porównywanych w pewnym przedziale rozważań, co jednakże wymagałoby szczegółowszej analizy i uogólnień.

Proponowany w pracy [9] sposób określania parametru n , bazujący na równaniach Tokaria, wykorzystuje rozkłady naprężeń σ_z , σ_x dla podłoża izotropowego. Jego ewentualne wykorzystanie wymaga jednakże analizy adekwatności.

W przedstawionej pracy podano sposób ustalania parametrów zastępczych dla podłoża dwuwarstwowego, znajdującego się w płaskim stanie odkształcenia. Rozwiązanie podano dla przypadku, gdy $\nu_1^* = 0,3$.

3. DOBÓR PARAMETRÓW ANIZOTROPOWEJ PÓŁPRZESTRZENI SPRĘŻYTEJ DLA PODŁOŻA UWARSTWIONEGO

W pracy podano sposób ustalania wartości parametrów zastępczych anizotropowej półprzestrzeni sprężystej jako modelu podłoża dwuwarstwowego, znajdującego się w płaskim stanie odkształcenia. Scharakteryzowano przyjętą metodę postępowania w poszukiwaniu właściwych wartości tych parametrów oraz podano sposób wykorzystania uzyskanych rozwiązań. Podstawą prowadzonych poszukiwań były rozwiązania szczegółowe, uzyskane dla szeregu odpowiednio dobranych przykładów liczbowych, przeprowadzone metodą elementów skończonych. Schemat analizowanego podłoża gruntowego, zakres wstępnie przeprowadzonych obliczeń szczegółowych oraz sposób obliczeń przedstawiono w punkcie 3.2, dokładniej w pracach [10], [11].

3.1. Omówienie przyjętej metody wyznaczania parametrów zastępczych dla podłoża uwarstwionego

Wykorzystując udostępniony program obliczeniowy w metodzie elementów skończonych [3], tzw. FINESA, określono dla poszczególnych przykładów liczbowych wartości składowe stanu naprężenia i przemieszczenia w zadanych punktach modelu dyskretnego ośrodka gruntowego. Otrzymane rozwiązania były przedmiotem analizy wpływu uwarstwienia podłoża gruntowego na wartości naprężeń i przemieszczeń w ośrodku w odniesieniu do rozwiązań klasycznych [10], [11]. Wpływ ten - czego dowodzą również i inne prace - jest funkcją odkształcalności, miąższości oraz współczynnika Poissona poszczególnych warstw podłoża ν_1^* przy ustalonym schemacie obciążenia. Bazując na uzyskanych rozwiązaniach przyjęto następującą metodę postępowania przy ustalaniu wartości parametrów ośrodka zastępczego.

Założono, że warunkiem prawidłowego ich doboru jest zgodność wybranej wartości naprężenia lub przemieszczenia w rozwiązaniach porównywanych. Po-

rownianymi były: rozwiązanie wyjściowe uzyskane dla podłoża uwarstwionego metodą elementów skończonych oraz rozwiązanie dla anizotropowej półprzestrzeni sprężystej przy a priori ustalonych parametrach zastępczych E_{ov} , n , ν_1 , ν_2 , ν_3 . Wartością, którą analizowano w próbie zgodności, było naprężenie pionowe σ_{11} w osi pod środkiem geometrycznym obciążenia. Jako kryterium poprawnego przyjęcia parametrów zastępczych przyjęto warunek

$$\sum_1 (\sigma_{iMES} - \sigma_{iA})^2 = \text{MIN.} \quad (2)$$

Wartość naprężenia pionowego σ_{1A} skrótkowo wyraża się wzorem

$$\sigma_{1A} = q Q. \quad (3)$$

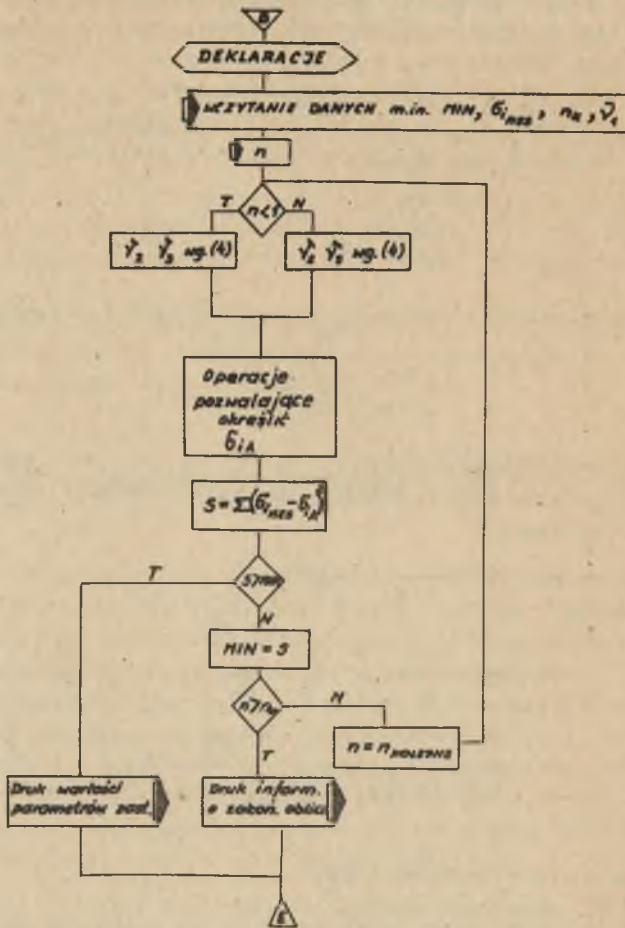
gdzie Q jest funkcją parametrów: n , ν_1 , ν_2 , ν_3 oraz głębokości z . Wartości ν_1 , jako mające mniejszy wpływ na rozwiązanie końcowe, przyjęto dobrać z zależności:

$$\begin{aligned} \nu_1 &= 0,3 \\ \text{gdy } n > 1 \quad \nu_2 &= \frac{\sum_1 \nu_1^* h_1}{\sum_1 h_1}, \quad \nu_3 = \frac{\nu_2}{n} \\ \text{gdy } n < 1 \quad \nu_3 &= \frac{\sum_1 \nu_1^* h_1}{\sum_1 n_1}, \quad \nu_2 = \nu_3 n \end{aligned} \quad (4)$$

spełniając warunki brzegowe modelu.

Przez ν_1^* oznaczono współczynnik Poissona warstwy 1. Warunek (2) badano w ośmiu punktach osi pionowej z do głębokości $3B$ (B - szerokość obciążenia). Przy warunku zgodności przemieszczeń w rozwiązaniach porównywanych należy określić sposób ustalania wartości E_{ovz} . Realizacja poszukiwań wartości parametrów zastępczych możliwa była przy wykorzystaniu ETO i odpowiednio zbudowanych programów obliczeniowych. Schemat blokowy takiego programu przedstawiono na rys. 3.

Po wczytaniu znanych wartości naprężeń σ_{11} w określonych punktach podłoża (rozwiązanie wyjściowe) ustalone są wartości parametrów E_{ov} , ν_1 ($E_{ov} = \text{const}$, $\nu_1 = 0,3$). Następnie przyjmowana jest wartość parametru n (dowolnie) oraz zgodnie z (4) wartości parametrów ν_2 , ν_3 . Operacje następne dotyczą określenia wartości naprężeń σ_{11A} w odpowiednich punktach oraz wartości wyrażonej wzorem (2). Obliczenia powtarzają się po przyjęciu innej wartości parametru n oraz odpowiednio ν_2 , ν_3 - aż do chwili, gdy wyrażenie (2) uzyska wartość minimalną. Wartości ostateczne są wyprowa-

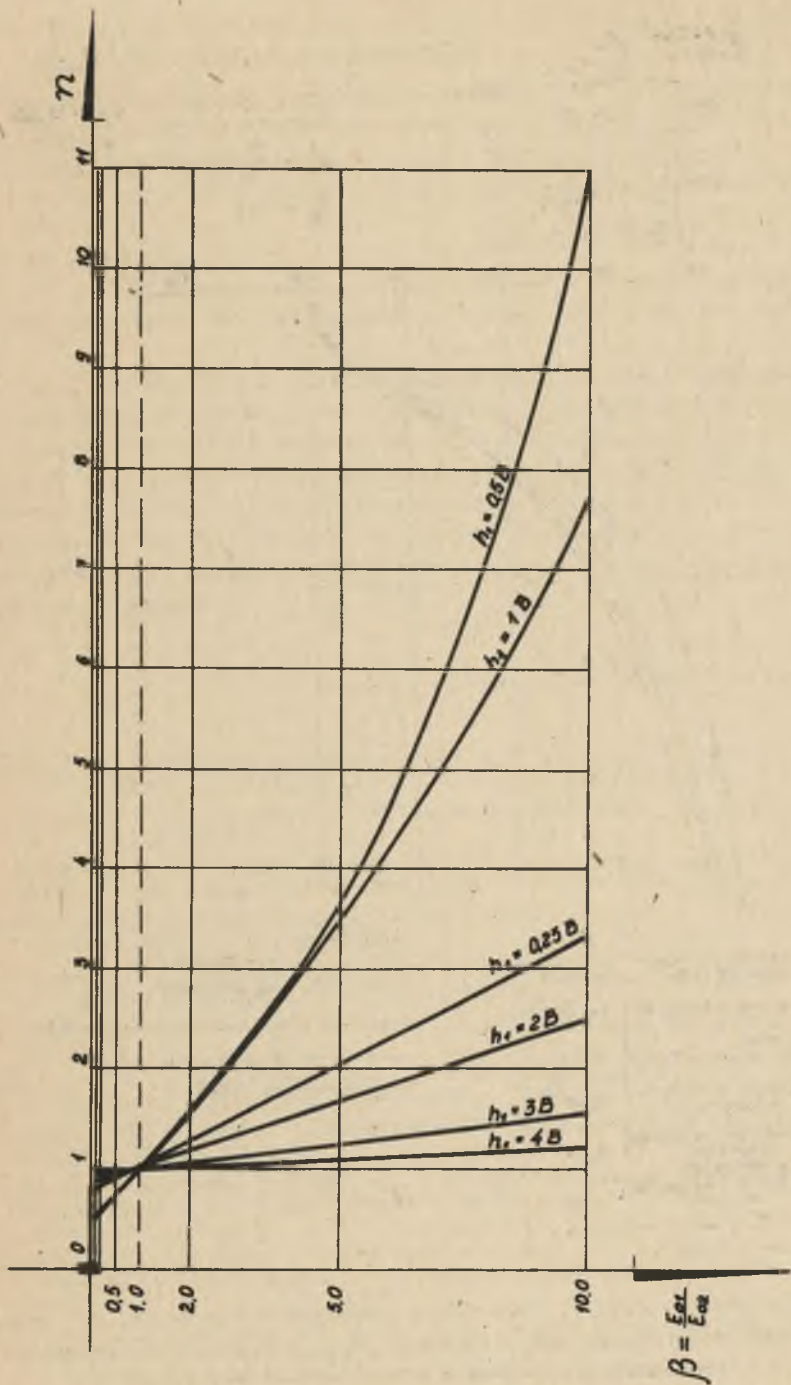


Rys. 3. Schemat blokowy programu obliczeniowego

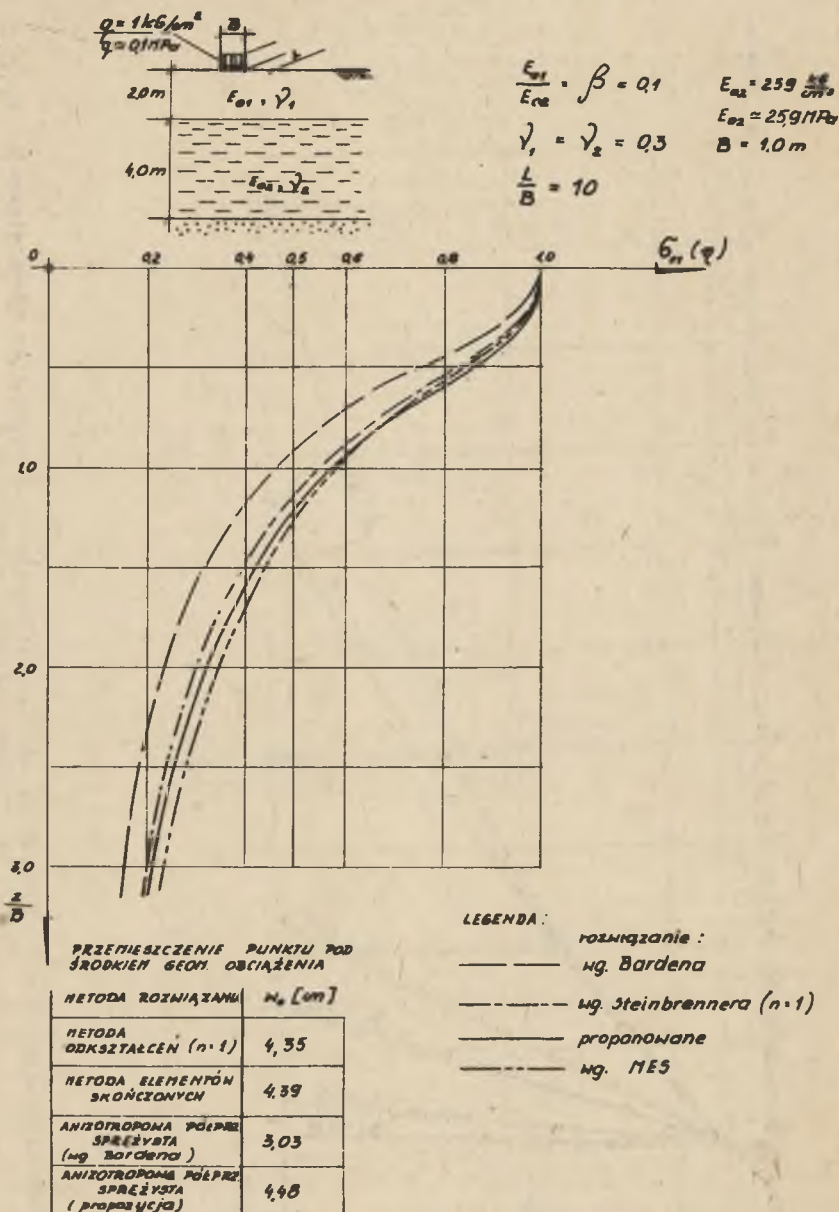
dzane na monitor lub drukarkę. W analizowanych przykładach odchylenie rozwiązań wyrażone poprzez

$$\sum_1 (\sigma_{1MES} - \sigma_{1A})^2$$

dla $i = 8$ nie przekraczało 0,01 wyjątkowo 0,02 dla $\beta \gg 1$. Przy określaniu przemieszczeń wartość zastępczej odkształcalności E_{ovz} można określić wg Tokaria z warunku równoważności przemieszczeń.



Rys. 4. Nomogram pozwalający dobrać wartość parametru zastępczego n dla podłoża dwuwarstwowego, znajdującego się w płaskim stanie odkształcenia



Rys. 5. Przykład liczbowy. Wartości przemieszczeń pionowych w_0 powierzchni obciążonej oraz naprężeń pionowych σ_{11} pod środkiem geometrycznym obciążenia uzyskane z analizowanych rozwiązań

3.3. Rezultaty poszukiwań wartości parametrów zastępczych wg przyjętej metody postępowania i ich analiza

Jak wspomniano rozważania dotyczyły szczególnego przypadku podłoża gruntowego. W pracy dodatkowo skoncentrowano się na podłożu o jednakowych wartościach współczynnika Poissona dla obydwu warstw i równych 0,3. Rezultaty poszukiwań parametrów zastępczych dla analizowanego podłoża przedstawiono na rys. 4.

Wartość współczynnika n przyjmujemy w zależności od β oraz h_1 . Parametr ν_1 przyjmujemy jako 0,3, natomiast parametry ν_2, ν_3 zgodnie z (4). Zastępczy moduł odkształcalności proponuje się przyjmować wg Tokaria.

Na rys. 5 przedstawiono wyniki rozwiązań dla wybranego przykładu liczbowego, uzyskane w oparciu o różne analizowane w niniejszej pracy metody. Przedstawione rozwiązania dotyczą wartości naprężenia pionowego σ_{11} w osi pod środkiem geometrycznym obciążenia oraz przemieszczenia pionowego powierzchni obciążonej w_0 wspomnianego punktu.

Rozwinięcie zagadnienia ustalania parametrów zastępczych dla podłoża wielowarstwowego z uwzględnieniem przestrzennego stanu odkształceń wydaje się możliwe i pożądane.

LITERATURA

- [1] Barden L.: Stresses and displacements in a cross-anisotropic soil. Geotechnique, 3, 1963.
- [2] Jarden L.: Distributions of contact pressure under foundations. Geotechnique, 2, 1962.
- [3] Gryczmański M.: Metoda elementów skończonych w analizie podłoża budowl. Zeszyty Naukowe WSI Opole, Budownictwo, Nr 2, 1975.
- [4] Hearmon R.F.S.: An introduction to applied anisotropic elasticity. Clarendon Press., Oxford 1961.
- [5] Koning H.: Stress distribution in a homogeneous anisotropic elastic semi-infinite solid. Proc. IV ICOSOMEF vol. I, London 1957.
- [6] Kisiel I., Lysik B.: Zarys reologii gruntów, t. I, Warszawa, Arkady 1966.
- [7] Michell J.H.: The stress distribution in an anisotropic solid with an infinite plane boundary. Proc. London Math. Soc., 1900.
- [8] Jeske T., Przedeciński T., Rosiński B.: Mechanika gruntów. Warszawa, Wrocław, PWN, 1966.
- [9] Sękowski J.: Model podłoża wg L. Bardena w zastosowaniu do układu warstw poziomych. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, Budownictwo z. 40, 1976.
- [10] Sękowski J.: O wpływie uwarstwienia na rozkład naprężeń w podłożu gruntowym. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, Budownictwo z. 47, 1978.
- [11] Sękowski J.: Wpływ uwarstwienia podłoża gruntowego na wartości pionowych przemieszczeń powierzchni obciążonej. Materiały V Krajowej Konferencji Mechaniki Gruntów i Fundamentowania. Katowice 1978.

СПОСОБ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ АНИЗОТРОПНОГО
ПОЛУПРОСТРАНСТВА ДЛЯ СЛОИСТОЙ ОСНОВЫ

Р е з ю м е

В работе передано способ определения заместительных параметров упругого анизотропного полупространства как модели слоистой основы находящейся в плоском состоянии деформации.

SUGGESTION OF ANISOTROPIC, PARAMETER SELECTION
OF ELASTIC HALF-SPACE FOR STRATIFIED SUBSOIL

S u m m a r y

In the paper has been presented a proposal of establishing substitute parameters of anisotropic elastic half-space as a model for stratified subsoil, existing in a flat-state restrain.