

BENIAMIN WIĘZIK

WŁODZINIERZ BANACH

INSTYTUT INŻYNIERII I GOSPODARKI WODNEJ  
POLITECHNIKA KRAKOWSKA

### KOMPUTEROWA IDENTYFIKACJA MATEMATYCZNYCH MODELI ODPŁYWU ZE ZLEWNI

**Streszczenie:** W artykule przedstawiono komputerową metodę identyfikacji matematycznych modeli odpływu ze zlewni kontrolowanych, realizowaną w trybie interakcyjnym na dostępnych na rynku krajowym mikrokomputerach typu IBM PC/XT. Do opisu procesu odpływu przyjęto koncepcyjne liniowe i nieliniowe modele matematyczne różniące się liczbą optymalizowanych parametrów.

Program obliczeniowy ma budowę modułową, jego struktura może być rozbudowywana i dostosowana do aktualnych potrzeb symulacji i prognozy odpływu.

#### 1. Wstęp

W ostatnich latach wiele uwagi w hydrologii poświęcono komputerowym metodom identyfikacji matematycznych modeli odpływu ze zlewni. Opracowano szereg interesujących interakcyjnych programów komputerowych w konwencji CAD (Computer Aided Design) dla popularnych systemów mikrokomputerowych [7],[3].

W badaniach symulacyjnych szerokie zastosowanie znalazły modele koncepcyjne. Pomijając w nich fizyczny sens zjawisk zachodzących na obszarze zlewni analizuje się ilościowe zależności pomiędzy zdefiniowanymi wielkościami wejściowymi i wyjściowymi. Istotne własności dynamiczne systemu rzeczywistego opisane są liniowymi i nieliniowymi równaniami różniczkowymi.

Ogólnie modelowanie matematyczne możemy podzielić na trzy zasadnicze etapy:

- (1) Identyfikacja modelu - wybór właściwej struktury na podstawie dostępnej informacji o badanym systemie rzeczywistym. Zwykle etap ten dotyczy określenia równania różniczkowego opisującego zachowanie się systemu.

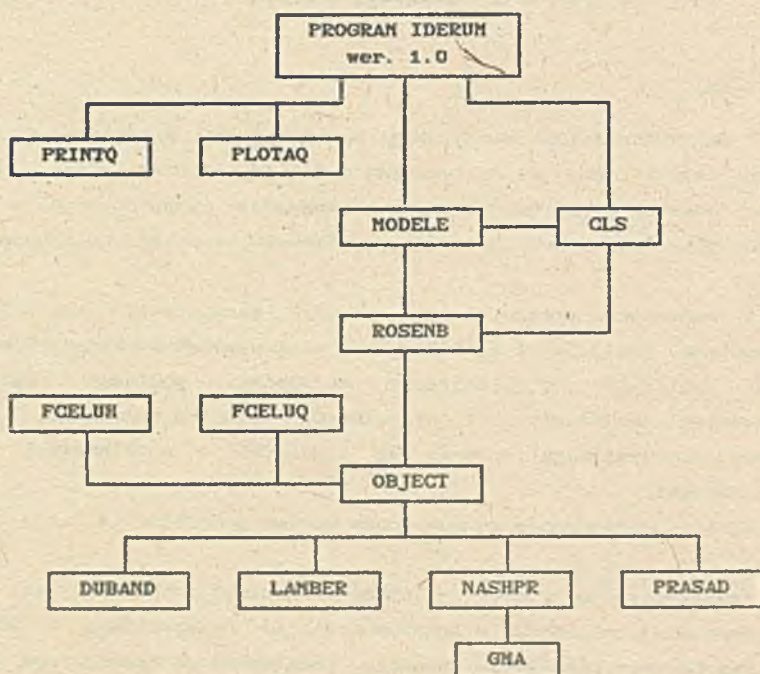
(ii) Estymacja parametrów - wyznaczenie liczbowych wartości parametrów rządzących dynamiką lub/i nieliniowym zachowaniem modelowanego systemu (współczynników równania różniczkowego). Powszechnie stosowanymi metodami estymacji parametrów modeli deterministycznych są metody optymalizacyjne. Wybór odpowiedniej procedury optymalizacyjnej zależy głównie od ilości parametrów i postaci funkcji kryterialnej.

(iii) Weryfikacja modelu - ocena jakości modelu oparta na materiale obserwacyjnym niezależnym. Wskaźniki weryfikacji zwykle porównywane są z obiektywną skalą jakości modelu.

W wielu praktycznych zastosowaniach strukturę modelu przyjmujemy a priori z określonej klasy równań różniczkowych, a zagadnienie identyfikacji ogranicza się do estymacji jego parametrów.

## 2. Struktura interakcyjnego programu komputerowego IDERUM

IDERUM ver. 1.0 (IDentification of RUNoff Models) jest interakcyjnym programem fortranowskim przystosowanym do realizacji na popularnych minikomputerach MERA 400 i mikrokomputerach typu IBM PC/XT. Składa się z programu głównego IDERUM i 13 podprogramów (rys.1).



Rys. 1. Struktura programu obliczeniowego

Program główny IDEKUM - w którym deklarowana jest tablica parametrów przyjętych do identyfikacji modeli matematycznych, wspólne bloki COMMON oraz wczytywane są również podstawowe dane wejściowe (opad średni całkowity lub efektywny i obserwowany hydrogram odpływu powierzchniowego). W segmencie głównym wywoływane są podprogramy MODELE oraz PRINTQ i PLOTAQ umożliwiające formatowane drukowanie wyników obliczeń i ich przedstawienie graficzne.

Podprogram MODELE - służy użytkownikowi do uruchomienia podprogramu obliczającego wysokość opadu efektywnego metodą Dubanda lub odpływu powierzchniowego modelami Lamberta, Nasha i Prasada.

Podprogram DUBAND - oblicza wysokość opadu efektywnego w zlewni przy założonym kształcie krzywej strat opadu. W prezentowanym programie zastosowano model Dubanda [1]. Wysokość opadu efektywnego  $H(t)$  jest funkcją opadu średniego  $P(t)$  w zlewni i parametru  $B$  charakteryzującego zintegrowaną retencję (straty) zlewni.

$$H(t) = P(t) - B \{1 - \exp[-P(t) / B]\} \quad (1)$$

Parametr retencji zlewni  $B$  można obliczyć na podstawie wskaźnika opadów uprzednich, co umożliwia zastosowanie modelu Dubanda również w prognostycznych modelach odpływu.

Podprogram LAMBER - jest jednym z modeli odpływu powierzchniowego ze zlewni. Do opisu relacji opad efektywny  $H(t)$ , odpływ powierzchniowy  $Q(t)$  przyjęto zmodyfikowany, jednoparametrowy ( $k$ ), nieliniowy model Lamberta [2] w postaci:

$$\frac{k}{Q(t)+1} \frac{dQ}{dt} + Q(t) = H(t) \quad (2)$$

Równanie (2) rozwiązano metodą numeryczną przyjmując stałą w przedziale  $\Delta t$  wysokość opadu efektywnego.

Podprogram NASHPR - służy do obliczenia hydrogramu odpływu powierzchniowego liniowym modelem Nasha [4]. Ogólne dwuparametrowe ( $n, k$ ) równanie różniczkowe modelu ma postać:

$$Q(t) \left(k \frac{d}{dt} + 1\right)^n = H(t) \quad (3)$$

Rozwiązaniem równania (3) przy zerowych warunkach początkowych jest całka spłotu, którą w podprogramie zapisano w postaci sumy.

Wewnątrz podprogramu NASHPR wywoływany jest podprogram GMA.

Podprogram GMA - oblicza występujące w modelu Nasha wartości funkcji gamma Eulera.

Podprogram PRASAD - jest ostatnim podprogramem przyjętego do identyfikacji matematycznego nieliniowego trzyparametrowego  $(m, k_1, k_2)$  modelu odpływu Prasada [3]. Relacje opad efektywny - odpływ powierzchniowy opisuje nieliniowe równanie różniczkowe (4):

$$k_2 \frac{d^2 Q(t)}{dt^2} + k_1 m Q^{m-1}(t) \frac{dQ(t)}{dt} + Q(t) = H(t) \quad (4)$$

Stopień nieliniowości systemu  $(m)$  można określić metodami optymalizacyjnymi lub metodą empiryczną analizując historyczne realizacje opad - odpływ.

Do estymacji parametrów modelu opadu efektywnego i modelu odpływu przyjęto procedurę optymalizacyjną Rosenbrocka.

Podprogram ROSENB - jest procedurą opartą na metodzie przeszukiwania obszaru zmienności parametrów poprzez zmienny krok iteracji z obrotem układu współrzędnych. Jeżeli nie jest znany kształt funkcji kryterialnej, należy przyjąć kilka różnych punktów startowych, aby wyznaczyć minimum globalne i optymalne wartości parametrów. Podprogram ROSENB wywoływany jest przez podprogram MODELE.

Podprogram OBJECT - organizuje wykonanie podprogramu optymalizacyjnego poprzez wywołanie określonych przez użytkownika podprogramów modeli odpływu i odpowiednie dla nich funkcje kryterialne.

Podprogram FCELEW - służy do obliczenia wartości funkcji kryterialnej przy optymalizacji parametru modelu opadu efektywnego Dubanda. Funkcję kryterialną zdefiniowano jako kwadrat różnicy sumy opadu efektywnego  $VH$  i sumy wysokości odpływu powierzchniowego  $VQ$ .

$$C = (VH - VQ)^2 \quad (5)$$

Podprogram FCELEQ - wykorzystywany jest do obliczenia wartości funkcji kryterialnej przy optymalizacji parametrów modeli odpływu.

Wartości funkcji są sumą kwadratów odchyłań hydrogramu obserwowanego  $Q_{obs}$  i obliczonego  $Q_{obl}$ .

$$C = \sum_{i=1}^M (Q_{obs_i} - Q_{obl_i})^2 \quad (6)$$

Obliczone wartości opadu efektywnego oraz obserwowane i obliczone hydrogramy odpływu drukowane są w tabelach lub przedstawiane w postaci wykresów za pomocą odpowiednich podprogramów.

Podprogram PRINTQ - drukuje wyniki obliczeń w postaci sformatowanych tabel, wypisuje również optymalne wartości parametrów modelu i wartość funkcji kryterialnej.

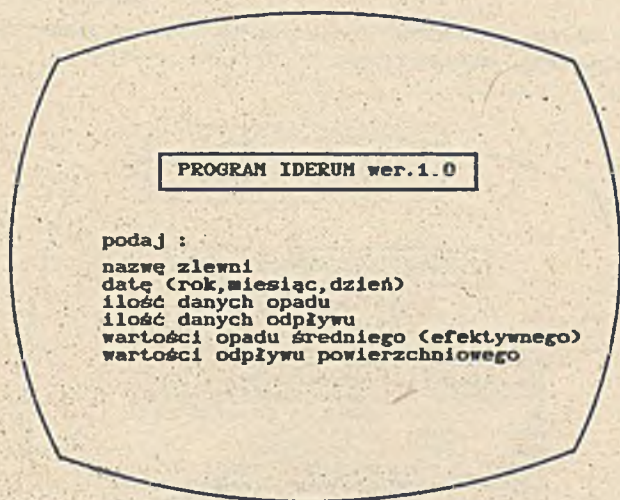
Podprogram PLOTAQ - służy do graficznego przedstawienia wyników obliczeń.

Podprogram CLS - jest podprogramem czyszczącym ekran monitora, wywoływany w programie IDERUM i podprogramach MODELE, ROSENB ( w wersji przygotowanej dla mikrokomputera MERA 400).

### 3. Eksploatacja programu IDERUM!

Program IDERUM uruchamiany jest w trybie interakcyjnym z końcówki minikomputera. Podstawowe dane wejściowe jak obserwowane wartości opadu średniego w zlewni i odpływu przygotowywane są zwykle wcześniej i zapisywane w postaci zbiorów. Program wykonywany jest zgodnie z algorytmem przedstawionym na schemacie (rys.2.).

Po uruchomieniu programu należy podać z klawiatury następujące dane w kolejności przedstawionej na ekranie:



Po wprowadzeniu danych użytkownik wybiera jeden z modeli podając numer zgodnie z informacją, która wypisywana jest na ekranie monitora.

Jeżeli dysponujemy opadem całkowitym średnim w zlewni jako pierwszy uruchamiany jest model opadu efektywnego, a następnie jeden z modeli odpływu. Obliczenia można powtarzać wybierając inny model odpływu dla tych samych wartości wejściowych.

## PROGRAM IDERUM ver.1.0

podaj numer modelu :

- 1 - model opadu efektywnego
- 2 - logarytmiczny model Lamberta
- 3 - liniowy model Nasha
- 4 - nieliniowy model Prasada

Przed uruchomieniem procedury optymalizacyjnej program wymaga podania następujących wartości początkowych:

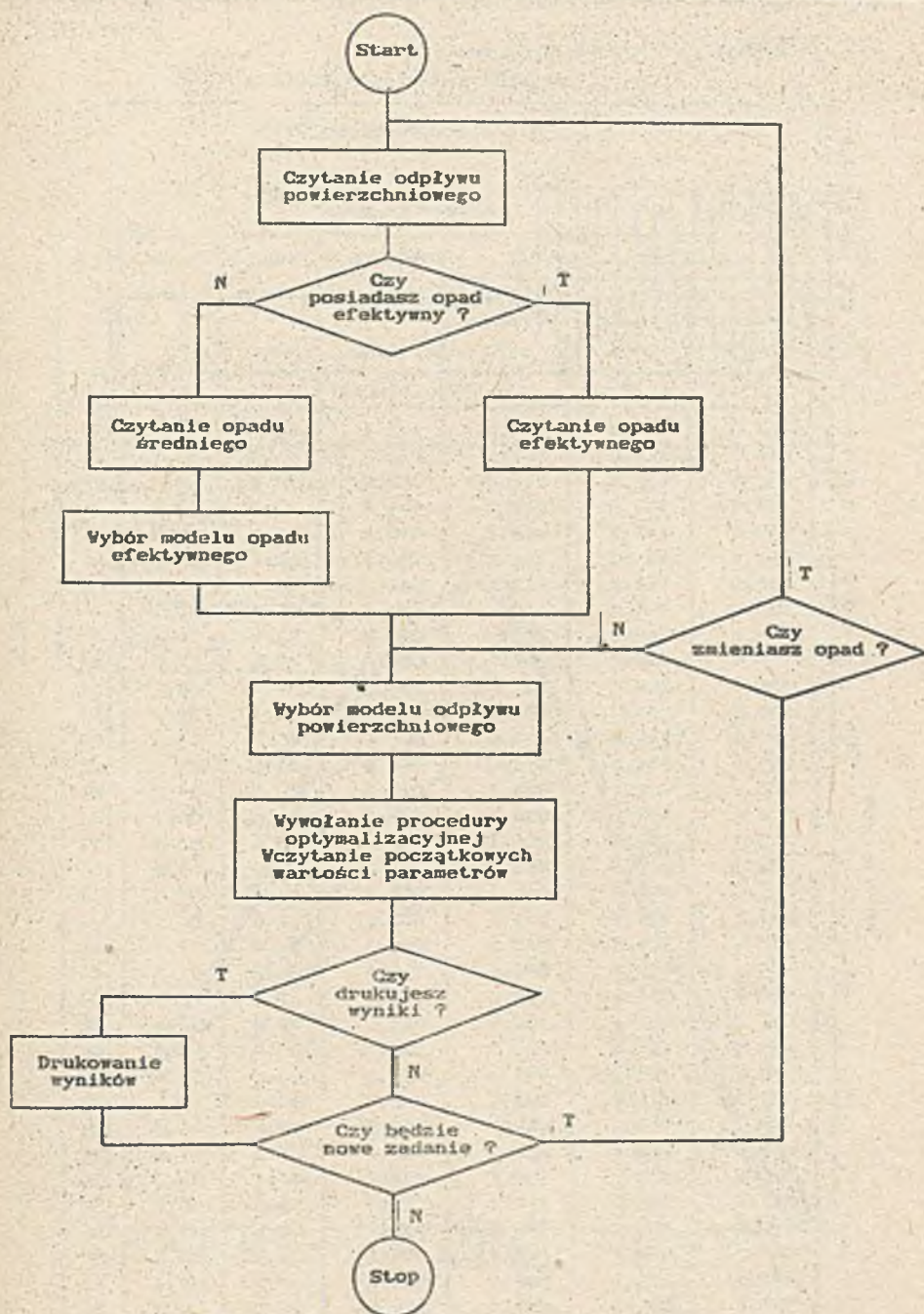
## PROGRAM IDERUM ver.1.0

podaj :

- początkowy punkt startowy
- początkową długość kroku
- końcowe odchylenie funkcji celu
- max. liczba obliczeń funkcji celu
- max. liczba rotacji osi
- max. liczba niepowodzeń
- współ. zwiększający długość kroku
- współ. zmniejszający długość kroku
- parametr sterujący długością kroku

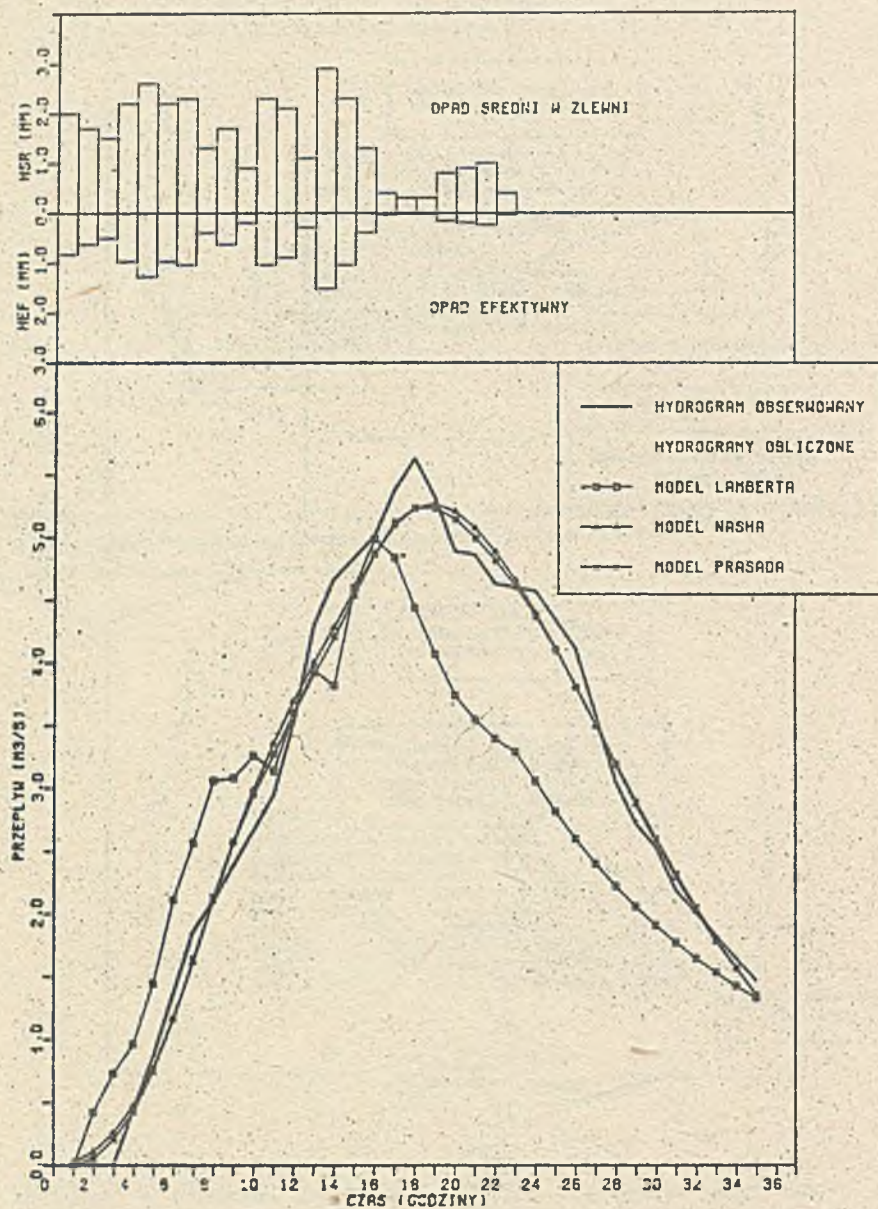
Pozostałe obliczenia wykonywane są bez ingerencji użytkownika. Wyniki obliczeń przedstawiono w tabeli 1 oraz porównywane z wartościami obserwowanymi (rys.3.).

Obliczone optymalne wartości parametrów modeli zestawiono w tabeli 2.



Eys.2. Schemat ideowy programu

## PROGRAM IDERUM WER. 1.0.



**Rys. 3. Obliczone hydrograsy odpływu.  
Krzaka Trzebuńka Data 1979.04.28**



Tabela 1

Obliczone wartości odpływu

PROGRAM IDERUM ver. 1.0

Rzeka Trzebuńka

Data 1979.04.28

Lp.	Opad średni mm	Opad efekt. mm	Hydrogram obserwow. m <sup>3</sup> /s	Hydrogramy obliczone		
				Model Lamberta m <sup>3</sup> /s	Model Nasha m <sup>3</sup> /s	Model Prasada m <sup>3</sup> /s
1	2	3	4	5	6	7
1	2.00	0.83	0.001	0.000	0.026	0.000
2	1.70	0.63	0.015	0.424	0.111	0.059
3	1.50	0.51	0.050	0.732	0.259	0.210
4	2.20	0.98	0.430	0.963	0.474	0.431
5	2.60	1.28	0.860	1.450	0.774	0.748
6	2.20	0.98	1.360	2.113	1.161	1.166
7	2.30	1.05	1.860	2.570	1.616	1.646
8	1.30	0.40	2.100	3.059	2.099	2.134
9	1.70	0.63	2.380	3.081	2.567	2.577
10	0.90	0.20	2.660	3.262	2.988	2.953
11	2.30	1.05	2.940	3.138	3.357	3.278
12	2.10	0.90	3.520	3.604	3.689	3.601
13	1.10	0.29	4.300	3.942	4.002	3.915
14	2.90	1.52	4.670	3.817	4.284	4.209
15	2.30	1.05	4.840	4.602	4.577	4.538
16	1.30	0.40	5.010	4.989	4.862	4.872
17	0.40	0.04	5.380	4.838	5.094	5.120
18	0.30	0.03	5.630	4.437	5.234	5.238
19	0.30	0.03	5.320	4.069	5.271	5.235
20	0.80	0.16	4.890	3.741	5.210	5.143
21	0.90	0.20	4.860	3.545	5.074	4.993
22	1.00	0.25	4.630	3.395	4.884	4.813
23	0.40	0.04	4.600	3.289	4.657	4.607
24	0.00	0.00	4.570	3.055	4.398	4.368
25	0.00	0.00	4.340	2.815	4.112	4.098
26	0.00	0.00	4.110	2.598	3.808	3.806
27	0.00	0.00	3.580	2.402	3.495	3.503
28	0.00	0.00	3.050	2.223	3.179	3.197
29	0.00	0.00	2.720	2.060	2.870	2.894
30	0.00	0.00	2.530	1.911	2.571	2.600
31	0.00	0.00	2.190	1.775	2.288	2.318
32	0.00	0.00	2.010	1.650	2.023	2.051
33	0.00	0.00	1.830	1.535	1.779	1.802
34	0.00	0.00	1.650	1.429	1.556	1.570
35	0.00	0.00	1.470	1.332	1.354	1.357

Tabela 2

## Estymowane parametry modeli

	Model Dubanda	Model Lamberta	Model Nasha	Model Prasada
Optymalne wartości parametrów	$B = 1.675$	$k = 16.473$	$n = 3.189$ $k = 4.098$	$m = 1.000$ $k_1 = 11.011$ $k_2 = 46.551$
Wartości funkcji kryterialnej	$0.132E-12$	$0.564E+00$	$0.362E-01$	$0.371E-01$

4. Zakończenie

Opracowany interakcyjny program komputerowy posiada budowę modułową i może być łatwo modyfikowany poprzez wypisanie procedur optymalizacyjnych lub podprogramów opisujących proces transformacji opadu w odpływ.

Po przeanalizowaniu wielu procedur optymalizacyjnych (Powella, Hooka-Jeevesa, i in.) pod kątem zbieżności i czasu obliczeń, wybrano do estymacji parametrów metodę Rosenbrocka.

Zastosowanie programu IDERUM znacznie ułatwia identyfikację matematycznych modeli odpływu, a jego podprogramy mogą być niezależnie stosowane do symulacji i prognozy odpływu w czasie rzeczywistym [6].

Literatura

- [1] Guillot P., Duband D. Function de transfert pluie-debit sur des bassins versants de l'ordre 1000 km<sup>2</sup>, Session de Societe Hydrotechnique de France, 1979.
- [2] Lambert A.O. Catchment Models Based on I.S.O. Function, J. Inst. Wat. Engrs, vol. 26, 1972.
- [3] Laurenson E.M., Mein R.G. Runoff Routing Program RORB - version 3, User's Manual, Monash University, Melbourne 1986.
- [4] Nash J.E. Syntetic Determination of Unit Hydrograph Parameters, J. Geoph. Res. vol. 64, 1959.
- [5] Prasad R. A Nonlinear Hydrologic System Response Model, J. Hydr. Div. vol. 4, 1967.
- [6] Więzik B. Forecasting Model of Catchment Runoff, Conf. Pros. Bratislava 1985.
- [7] Williams J.R., Hann R.W. HYNM, A Problem Oriented Computer Language for Hydrologic Modeling, User's Manual, U.S. Dep. of Agriculture New York 1973.

## КОМПЬЮТЕРНАЯ ИДЕНТИФИКАЦИЯ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ СТОКА

## Резюме

В статье представлен компьютерный метод идентификации математических моделей стока с контролируемых водосборов, реализованный в диалоговом режиме на доступных на польском рынке микрокомпьютерах типа IBM/PC. Для описания процесса стока приняты концептуальные линейные и нелинейные математические модели с разным числом оптимизированных параметров.

Вычислительная программа имеет блочную структуру и можно её приспособить к актуальным потребностям симуляции и прогнозирования речного стока.

## COMPUTER IDENTIFICATION OF MATHEMATICAL MODELS OF CATCHMENT RUNOFF

## Summary

In the paper there is presented a computer method of identification of the mathematical models of runoff from observed catchments, which is realised in interactive mode by means of commercially available micro-computers of IBM PC/XT type. Runoff process description is made through linear and nonlinear conceptual mathematical models with different number of parameters.

The program has a modular structure which can be developed and adapted for current needs of runoff simulation and forecast.

Recenzent: Doc. dr hab. inż. Janusz PIOTROWSKI

Wpłynęło do Redakcji 13.06.1987 r.