ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1987
Seria : AUTOMATYKA z. 89 Nr kol. 916

ANDRZEJ GAWRYCH-ŻUKOWSKI
JAN NIKODEM
JĘDRZEJ UŁASIEWICZ
Instytut Cybernetyki Technicznej
Politechnika Wrocławska

ZASTOSOWANIE METODY AGREGACJI DO STEROWANIA PROCESEM AKUMULACJI W SYSTEMIE WODOCIĄGOWYM *

Streszczenie. Praca dotyczy zagadnienia optymalnego sterowania procesem akumulacji wody w systemie wodociągowym. Zaproponowany został opis energetycznych i transportowych własności systemu w postaci zagregowanych charakterystyk systemu. Podano także sposób ich otrzymywania. Zaprezentowane podejście ułatwia sterowanie procesem akumulacji wody w systemie, umożliwia uzyskanie wyników analitycznych, a także może dostarczyć informacji dających się wykorzystać na etapie projektowania systemu.

1. WPROWADZENIE

Typowy system zaopatrzenia w wodę zawiera takie podsystemy, jak ujęcia wody, stacje uzdatniania, pompownie, sieć rozprowadzania, zbiorniki sieciowe oraz odbiorcy. Zmieniające się w czasie zapotrzebowanie odbiorców, zmienna cena energii elektrycznej w ciągu doby oraz ograniczona wydajność źródeł powodują, że realizacja podstawowego celu systemu, jakim jest dostarczenie odbiorcom wymaganej przez nich ilości wody, jest złożonym zagadnieniem sterowania. Zmieniająca się w czasie cena energii elektrycznej i możliwość akumulacji wody w systemie, a także możliwość pokrycia zapotrzebowania przy różnych wydajnościach źródeł zasilających powodują istnienie wielu, różniących się pod względem kosztów, wariantów sterowania. Optymalizacja sterowania stwarza możliwość znacznego obniżenia kosztów eksploatacji systemu - głównie kosztów energii elektrycznej zużywanej na pompowanie wody. Zagadnieniom tym poświęcone zostały liczne prace, między innymi [1], [3], [7].

* Praca została wykonana w ramach Resortowego Programu Badań Podstawowych R.P.I.02 "Teoria Sterowania i Optymalizacji Ciągłych Układów Dynamicznych i Procesów Dyskretnych".

Sterowanie systemami dystrybucji wody prowadzi zwykle do bardzo złożonych zagadnień optymalizacyjnych. Spowodowane to jest głównie przez znaczną wymiarowość systemu, nieliniowe modele elementów, konieczność uwzględnienia dynamiki wnoszonej przez zbiorniki, dyskretny sposób sterowania pompami oraz losowy, czasowy i przestrzenny rozkład zapotrzebowań odbiorców. Także wybór kryterium sterowania nie jest sprawą jednoznaczną. Celem sterowania może być minimalizacja kosztów energii [1], minimalizacja strat wody [7] lub też minimalizacja prawdopodobieństwa wystąpienia deficytu. Poszczególne prace różnią się przyjętymi kryteriami optymalizacji, modelami elementów, a także metodami rozwiązywania otrzymywanych problemów.

Stopień złożoności otrzymywanych zagadnień wymusza zwykle przyjęcie pewnych założeń upraszczających czy to na etapie formułowania zadania, czy też przy jego rozwiązywaniu. Wybór sposobu sterowania systemem uzależniony jest od jego technicznej specyfiki, preferencji dysponenta systemu, a także od aktualnych możliwości w zakresie uzyskiwania informacji o systemie (identyfikacja, pomiary), ich przesyłania (teletransmisja), przetwarzania (system komputerowy) oraz możliwości realizacji decyzji sterujących.

Niniejsza praca jest kontynuacją prac wcześniejszych, których wyniki zamieszczono w [2], [4], [5], [6], [8], [9]. W modelu rozważanego systemu dystrybucji wody uwzględnione zostały następujące czynniki:

a) sieć rozprowadzania jest siecią nieliniową, w której obowiązują I oraz II prawa Kirchhoffa, a zależność pomiędzy przepływem, a spadkiem ciśnienia opisana jest wzorem Hazena-Williamsa,

b) pompownie i zbiorniki oddziaływują na siebie za pośrednictwem sieci,

c) aby system mógł pracować w sposób prawidłowy, muszą być spełnione określone relacje pomiędzy ciśnieniami w węzłach sieci,

d) pompownie sterowane są w sposób dyskretny, poprzez włączanie oraz wyłączanie kolejnych pomp,

e) w okresie tańszej energii w zbiornikach gromadzony jest zapas wody, który jest wykorzystywany w okresie energii droższej.

Jako funkcja celu przyjęto koszt energii elektrycznej zużywanej przez pompownie, przy czym założono, że w systemie nie występują deficyty wody.

Uwzględnienie wymienionych czynników prowadzi do nieliniowego zadania optymalizacji dynamicznej o wielu tysiącach zmiennych i ograniczeń. Obszar rozwiązań dopuszczalnych jest niespójny, co jest konsekwencją obecności w zadaniu zmiennych dyskretnych. W wymienionych wyżej pracach zaproponowano przezwyciężenie wynikłych trudności obliczeniowych poprzez zastosowanie trójpoziomowej struktury sterowania, oraz metody agregacji modelu sieci. Wyróżniono poziom symulacji sieci, poziom optymalizacji statycznej oraz poziom optymalizacji dynamicznej.

Na poziomie optymalizacji statycznej określana jest konfiguracja pracy pomp w pompowniach przy założonych przepływach pomiędzy zbiornikami a siecią oraz znanych zapotrzebowaniach odbiorców. Zapewnienie fizycznej

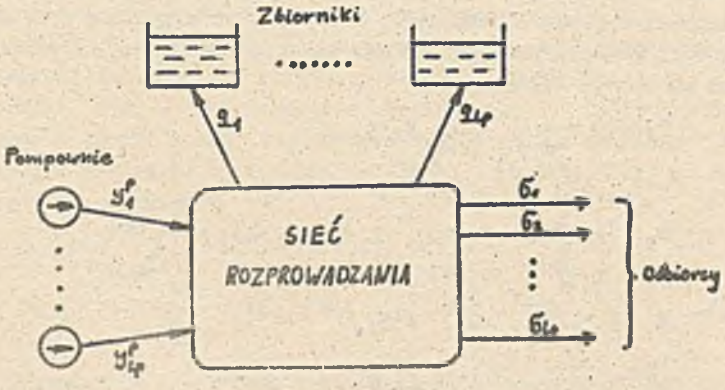
realizowalności przepływów w systemie wymaga znajomości powiązań pomiędzy ciśnieniami w węzłach odpowiadających pompowniom i zbiornikom, a przepływami pomiędzy zbiornikami a siecią. Podana w pracach [5], [6], [9], koncepcja agregacji modelu sieci polega na aproksymacji tych zależności formami kwadratowymi, co prowadzi do radykalnego uproszczenia zadania optymalizacji statycznej. Parametry modelu zagregowanego mogą być wyznaczone poprzez przeprowadzenie stosunkowo prostego eksperymentu identyfikacyjnego, a ponadto nie jest wymagana znajomość parametrów rurociągów sieci.

Otrzymane zadanie statyczne jest nieliniowym zadaniem programowania mieszanego. Metoda jego rozwiązania, oparta na koncepcji metody podziału i ograniczeń oraz przy wykorzystaniu zmodyfikowanego algorytmu Kelley'a, przedstawiona została w pracach [5], [6], [9]. Prezentowana obecnie praca koncentruje się na wykorzystaniu wymienionych rezultatów w celu sterowania procesem akumulacji w systemie, przy zastosowaniu kolejnego etapu agregacji informacji o systemie.

2. MODEL SYSTEMU

Ze względu na ograniczoną ilość miejsca, model systemu i związane z nim zadanie optymalizacji statycznej oraz zagregowany model sieci zostanie przedstawiony w skrótowej postaci. Dokładne opisy podane zostały w pracach [5], [6].

Rozważany system złożony jest z sieci dystrybucji o l_p pompowniach, l_z zbiornikach oraz l_o odbiorcach, co pokazane zostało na rysunku 1.



Rys. 1. Struktura systemu dystrybucji wody

Przyjęte zostały następujące oznaczenia:

M_p, M_z, M_o – zbiory łuków odpowiadających pompowniom, zbiornikom i odbiorcom,

N_p, N_z, N_o - zbiory wierzchołków odpowiadających pompowniom, zbiornikom i odbiorcom,
$y^p=(y_1^p,\ldots,y_{l_p}^p)$ - wektor wydajności pompowni,
$q=(q_1,\ldots,q_{l_z})$ - wektor przepływów pomiędzy siecią a zbiornikami,
$\sigma=(\sigma_1,\ldots,\sigma_{l_o})$ - wektor zapotrzebowań odbiorców,
$y=(y_1,\ldots,y_m)$ - wektor przepływów w łukach sieci,
$x=(x_1,\ldots,x_m)$ - wektor spadków cieśnień na łukach sieci,
$v=(v_1,\ldots,v_k)$ - wektor cieśnień w wierzchołkach sieci,
A, B - macierze; incydencji i oczkowa grafu sieci,
k_j, d_j - parametry łuków sieci rozprowadzania wody,
v_o - ciśnienie w węźle odniesienia.

Sieć dystrybucji wody opisana jest następującym układem równań:

$$Ay = p \quad ; \quad p = (-y^p, q, \sigma) \tag{2.1}$$

$$Bx = 0 \tag{2.2}$$

$$x_j = k_j\, y_j^2\, \mathrm{sgn}(y_j) + d_j \qquad j=1,\ldots,m \tag{2.3}$$

$$v(p) = Cx + \mathbb{1} v_o \tag{2.4}$$

Wzory (2.1), (2.2) odpowiadają I oraz II prawu Kirchhoffa, (2.3) to zależność Hazena-Williamsa, a (2.4) podaje zależność pomiędzy ciśnieniami v w wierzchołkach sieci, a spadkami ciśnień x na łukach sieci i ciśnieniem v_o w węźle odniesienia.

Założono, że w systemie istnieje l_p pompowni posiadających po $\bar{n}_i$ pomp, z których n_i aktualnie pracuje. Pompy w każdej pompowni połączone są równolegle oraz posiadają jednakowe parametry. $F_i(n_i,y_i^p) = \alpha_i n_i + \beta_i y_i$ jest charakterystyką mocy pompowni natomiast $H_i(n_i,y_i^p) = H_i^o - k_i(y_i^p/n_i)^2$ jest charakterystyką podnoszenia, oraz $\underline{y}_i$ i $\bar{y}_i$ minimalną i maksymalną wydajnością pompy w pompowni i-tej. Zadanie statycznej optymalizacji systemu ma postać następującą:

$$F(q,\sigma) = \min_{n,y^p} \sum_{i\in N_p} F_i(n_i,y_i^p) \tag{2.5}$$

$$H_i(n_i,y_i^p) \geqslant v_i(p) \quad ; \quad i\in N_p \tag{2.6}$$

$$h_i - k_i q_i^2 \geqslant v_i(p) \quad ; \quad \text{gdy } q_i < 0 \qquad i\in N_z \tag{2.7}$$

$$h_i + k_i q_i^2 \leqslant v_i(p) \quad ; \quad \text{gdy } q_i \geqslant 0 \qquad i\in N_z \tag{2.8}$$

$$x \leqslant v_i(p) \quad ; \quad i\in N_o \tag{2.9}$$

$$\underline{y}_i n_i \leqslant y_i \leqslant \bar{y}_i n_i \quad ; \quad i\in N_p \tag{2.10}$$

$$0 \leqslant n_i \leqslant \bar{n}_i \quad ; \quad i\in N_p \tag{2.11}$$

$$n_i \text{ - całkowite} \quad ; \quad i\in N_p \tag{2.12}$$

Zależność (2.6) gwarantuje realizowalność przepływu z pompowni do sieci. Zależności (2.7), (2.8) zapewniają realizowalność przepływu do zbiorników ($q_i \geqslant 0$) i ze zbiorników ($q_i < 0$). Występujące w (2.7), (2.8) parametry h_i oraz k_i są wysokościami zbiorników względem węzła przyłączenia do sieci

oraz opornościami rurociągów zbiornik-sieć. Nierówność (2.9) zapewnia odbiorcom ciśnienia nie mniejsze niż $\underline{v}$.

Rozwiązanie powyższego zadania statycznego wymaga dla wyznaczenia $v_i(p)$ występującego we wzorach (2.6) - (2.9), rozwiązania układu równań nieliniowych (2.1) - (2.4) dla każdej aktualnej wartości y^p, n. W pracach [5], [6], [9] pokazano, że zależność v(p) może być aproksymowana formami kwadratowymi, co daje zagregowany opis sieci w postaci:

$$v_i(y^p,q) = (y^p,q)^T A^i(y^p,q) + B^i(y^p,q) + C^i \quad ; \qquad i \in N_p \cup N_z \tag{2.13}$$

$$\sum_{i \in M_p} y_i^p = \sum_{i \in M_z} q_i + \sigma_o \tag{2.14}$$

Ze względu na silną korelację pomiędzy zapotrzebowaniami odbiorców możliwe okazało się zastąpienie wektora $\sigma = (\sigma_1,\ldots,\sigma_{10})$ w zależności $p=(-y^p,q,\sigma)$ jednym odbiorcą zagregowanym o poborze $\sigma_o = \sum_{i \in M_o} \sigma_i$, a tym samym eliminację σ z wektora p. Opis sieci należy uzupełnić jednak równaniem bilansowym (2.14).

Zastąpienie v(p) w zadaniu (2.5) - (2.12) poprzez model zagregowany (2.13) - (2.14), eliminuje konieczność wielokrotnego rozwiązywania układu równań (2.1) - (2.4) oraz radykalnie zmniejsza liczbę rozpatrywanych zmiennych. Utrata na optymalności spowodowana przyjętym uproszczeniem nie przekraczała 2% wartości funkcji celu.

Rozwiązanie zadania statycznego pozwala na wyznaczenie dla zadanego przepływu q, pomiędzy siecią a zbiornikami i znanego poboru σ_o, optymalnych wydajności pompowni y_i^p oraz liczby włączonych pomp - n_i, a także minimalnego zużycia energii $F(q,\sigma)$. Jak już wspomniano metoda rozwiązania zadania statycznego podana została w pracach [5], [6], [9]. Obecnie sformułowane zostanie zadanie dynamicznej optymalizacji systemu.

Niech $T=(1,\ldots,t_k)$ będzie dyskretnym zbiorem chwil czasowych (np. 24h $s_i(k)$ natomiast zasobem wody zbiornika i-tego w chwili k-tej, $\bar{s}_i$ - pojemnością zbiornika, c(k) - ceną energii w chwili k-tej, a $\sigma_o(k)$ - poborem zagregowanym w chwili k-tej. Zadanie dynamiczne polega na minimalizacji kosztu energii w okresie T, dla danego zbioru $\{\sigma_o(k)\}$; $k \in T$, przewidywanych poborów zagregowanych.

$$\psi = \min_{q(k)} \sum_{k \in T} c(k)\, F(q(k), \sigma_o(k)) \tag{2.15}$$

$$0 < s_i(0) + \sum_{l=0}^{k} q_i(l) \leqslant \bar{s}_i \qquad i \in N_z,\ k \in T \tag{2.16}$$

W wyniku rozwiązania powyższego zadania zostaje wyznaczony plan $\{q(k)\}$; $k \in T$, wykorzystania zbiorników sieciowych w systemie. Zauważmy, że każdorazowe określenie wartości funkcji celu występującej w (2.15) wymaga rozwiązania zadania statycznego (2.5) - (2.12).

3. ZAGREGOWANIE CHARAKTERYSTYKI SYSTEMU

Dla liczby zbiorników większej niż jeden, rozwiązanie sformułowanego uprzednio zadania dynamicznego jest trudnym problemem. Aby uzyskać rozwiązanie w dającym się zaakceptować czasie, konieczne jest dokonanie uproszczeń. Postępowanie takie jest dodatkowo uzasadnione faktem, że parametry zadania nie są zwykle określone zbyt dokładnie. Przyjęto więc, że w rozpatrywanym horyzoncie optymalizacji występują dwa okresy stałych cen energii. Okres taniej energii T_1 i okres drogiej energii T_2. Przyjęto także, że w okresie T_1 zbiorniki nie mogą być opróżnione, a w okresie T_2 napełniane.

Genezą zagregowanych charakterystyk systemu jest próba odpowiedzi na, jak się wydaje, naturalne pytania:

a) Jaka energia minimalna potrzebna jest do wysłania do sieci sumarycznej ilości wody y_o w jednostce czasu?

b) Ile wody daje się zmagazynować w zbiornikach w jednostce czasu, przy globalnym zapotrzebowaniu odbiorców σ_o?

c) Jaka ilość wody może być przesłana ze zbiorników do systemu w jednostce czasu, przy globalnym zapotrzebowaniu σ_o?

Próba odpowiedzi na pytanie a) prowadzi do koncepcji zagregowanych charakterystyk mocy. Zagregowane charakterystyki mocy $f_1(y_o)$ i $f_2(y_o)$ opisują sumaryczną moc pobieraną przez wszystkie pompownie w systemie, zasilające sieć przepływem y_o, przy założeniu że pompownie te pracują optymalnie.

$$y_o = \sum_{i \in M_p} y_i^p = \sum_{i \in M_z} q_i + \sigma_o \tag{3.1}$$

$f_1(y_o)$ dotyczy okresu T_1, gdy zbiorniki są napełniane (wymagane jest wtedy wyższe ciśnienie w sieci), a $f_2(y_o)$ dotyczy okresu T_2, gdy zbiorniki są opróżniane (ciśnienie w sieci musi być wtedy odpowiednio niższe).

Zagadnienie wyznaczenia funkcji $f_1(y_o)$ i $f_2(y_o)$ polega na aproksymacji funkcji $F(q,\sigma_o)$ występującej w (2.5). W ogólności dla danego y_o jej wartość zależy od sposobu wykorzystania zbiorników (opisanego wektorem q) i od struktury poboru σ. Aby wyznaczyć zależności $f_1(y_o)$ i $f_2(y_o)$ należy:

1. Określić typ funkcji $f_1(y_o)$, $f_2(y_o)$.
2. Ustalić serię identyfikacyjną $\{(q^1, \sigma_o^1), \ldots, (q^k, \sigma_o^k)\}$.
3. Rozwiązać serię zadań statycznych (2.5) - (2.12), wyznaczając $F(q^l, \sigma_o^l)$, $l=1,\ldots,k$
4. Metodą najmniejszych kwadratów wyznaczyć $f_1(y_o)$ i $f_2(y_o)$.

Jak wykazały przeprowadzone eksperymenty, funkcje kwadratowe dobrze aproksymują zależności $f_1(y_o)$ i $f_2(y_o)$. Zauważmy, że powyższe zależności mogą być określone eksperymentalnie w oparciu o pomiary mocy i wartości przepływów w sieci.

Zagregowana charakterystyka wydajności pompowni $\bar{y}_o(\sigma_o)$ jest funkcją opisującą maksymalną wydajność pompowni $\bar{y}_o$, w zależności od całkowitego

poboru σ_o. Dla danego σ_o, wartość $\bar{y}_o$ może być wyznaczona poprzez rozwiązanie następującego zadania optymalizacji:

$$\bar{y}_o(\sigma_o) = \sigma_o + \max_{q,y^p} \sum_{j\in M_z} q_j \tag{3.2}$$

$$v_i(y^p,q) \geqslant h_i + k_i q_i^2 \; ; \qquad i\in N_z \tag{3.3}$$

$$v_i(y^p,q) \leqslant H_i(y_i^p,n_i) \; ; \qquad i\in N_p \tag{3.4}$$

$$0 \leqslant y_j^p \leqslant \bar{n}_j \, \bar{y}_j \; ; \qquad j\in M_p \tag{3.5}$$

$$0 \leqslant q_j \leqslant (h_j/k_j)^2 \; ; \qquad j\in M_z \tag{3.6}$$

$$\sum_{j\in M_p} y_j^p + \sum_{j\in M_z} q_j = \sigma_o \tag{3.7}$$

Powyższe zadanie polega na maksymalizacji formy liniowej przy liniowych i kwadratowych ograniczeniach. Algorytmy rozwiązywania tej klasy zadań został podany w pracy [9]. Rozwiązanie serii zadań (3.2) - (3.7) dla różnych wartości σ_o, pozwala na uzyskanie zależności $\bar{y}_o(\sigma_o)$ na drodze aproksymacji. Podobnie jak poprzednio, zależność $\bar{y}_o(\sigma_o)$ może być uzyskana eksperymentalnie.

W procesie sterowania systemem istotną rolę odgrywa informacja o możliwości wykorzystania zapasu wody zgromadzonego w zbiornikach sieciowych. Zagregowana charakterystyka wydajności zbiorników $Q_o(\sigma_o)$ podaje zależność maksymalnej, możliwej do osiągnięcia, wydajności sumarycznej zbiorników od całkowitego poboru odbiorców σ_o. Zależność $Q_o(\sigma_o)$ może być otrzymana drogą aproksymacji, poprzez wielokrotne rozwiązywanie danego poniżej zadania optymalizacji, dla różnych wartości σ_o.

$$Q_o(\sigma_o) = \max_{q,y^p} \sum_{j\in M_z} q_j \tag{3.8}$$

$$v_i(y^p,q) \leqslant h_i - k_i q_i^2 \; ; \qquad i\in N_z \tag{3.9}$$

$$\underline{y}_j \leqslant y_j^p \leqslant \bar{n}_j \, \bar{y}_j \; ; \qquad j\in M_p \tag{3.10}$$

$$0 \leqslant q_j \leqslant (h_j/k_j)^2 \; ; \qquad j\in M_z \tag{3.11}$$

$$\sum_{j\in M_p} y_j^p + \sum_{j\in M_z} q_j = \sigma_o \tag{3.12}$$

Podobnie jak poprzednio, powyższe zadanie polega na minimalizacji formy liniowej przy liniowych i kwadratowych ograniczeniach i może być rozwiązane przy pomocy algorytmu opisanego w [9]. Zależność $Q_o(\sigma_o)$ wyznaczyć można drogą eksperymentu identyfikacyjnego przeprowadzonego bezpośrednio na systemie.

4. ANALITYCZNE WŁASNOŚCI ZADAŃ NAPEŁNIANIA I OPRÓŻNIANIA ZBIORNIKÓW SIECIOWYCH

Obecnie pokazany zostanie sposób wykorzystania zagregowanych charakterystyk mocy $f_1(y_o)$ i $f_2(y_o)$ do wyznaczania optymalnych strategii napełniania i opróżniania zbiorników. Założono, że funkcje $f_1(y_o)$ i $f_2(y_o)$ są wypukłe oraz, że ograniczenia na wydajność pompowni y_o i zbiorników Q_o, (są nieaktywne. Przyjęcie takich założeń pozwala na uzyskanie pewnych wyników analitycznych.

Rozważmy zadanie napełniania zbiorników w celu osiągnięcia na końcu etapu T_1 zapasu o wartości s. Może być ono sformułowane następująco:

$$\psi_1(s) = \min_{q_o^k} \sum_{k\in T_1} f_1(q^k_o + \sigma^k_o) \tag{4.1}$$

$$\sum_{k\in T_1} q_o^k = s \tag{4.2}$$

<u>Twierdzenie 1.</u>

Jeżeli funkcja $f_1(y_o)$ jest wypukła, to zadanie (4.1), (4.2) posiada rozwiązanie optymalne

$$\tilde{q}_o^k = c_1 - \sigma_o^k \quad ; \quad k\in T_1$$

gdzie

$$c_1 = (s + \sum_{k\in T_1} \sigma_o^k) / |T_1|$$

<u>Wniosek 1.</u>

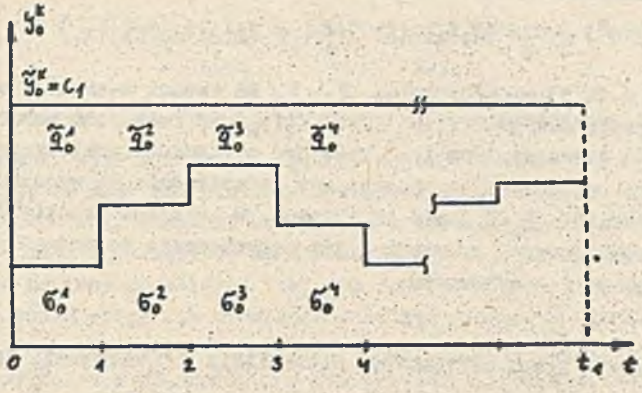
$$\psi_1(s) = \sum_{k\in T_1} f_1(\tilde{q}_o^k + \sigma_o^k) = \sum_{k\in T_1} f_1(c_1 - \sigma_o^k + \sigma_o^k) = |T_1| f_1(c_1$$

<u>Wniosek 2.</u>

$$\tilde{y}_o^k = \tilde{q}_o^k - \sigma_o^k = c_1 - \sigma_o^k + \sigma_o^k = c_1 = \text{const} \quad ; \quad k\in T_1$$

Jak wynika z twierdzenia 1 rozwiązanie zadania optymalnego napełniania zbiornika posiada analityczne rozwiązanie. Jest rzeczą godną uwagi, że rozwiązanie optymalne nie zależy od $f_1(y_o)$, co pozwala uwolnić się od ewentualnych błędów aproksymacji. Niemniej istotny jest wniosek 2. Jak z niego wynika, sumaryczna wydajność pompowni y_o^k jest stała w całym odcinku czasu T_1 i wynosi c_1.

Uzyskane wyniki wskazują, że chcąc uzyskać zapas wody s, zużywając najmniej energii należy zasilać sieć stałym przepływem c_1. Nadwyżki wody nie pobrane przez odbiorców zostaną zakumulowane w zbiorniku. Wynik ten zilustrowano na rysunku 2.



Rys. 2. Proces optymalnego napełniania zbiorników sieciowych

Analogiczne wyniki mogą być osiągnięte przy rozpatrywaniu zadania optymalnego opróżniania zbiorników od poziomu s do zera w okresie T_2. Odpowiednie zadanie optymalizacji przyjmie postać następującą:

$$\Psi_2(s) = \min_{q_o^k} \sum_{k \in T_2} f_2(\sigma_o^k - q_o^k) \tag{4.3}$$

$$\sum_{k \in T_2} q_o^k = s \tag{4.4}$$

Twierdzenie 2.

Jeżeli $f_2(y_o)$ jest funkcją wypukłą, to zadanie (4.3), (4.4) posiada rozwiązanie optymalne

$$\tilde{q}_o^k = \sigma_o^k - c_2 \quad ; \qquad k \in T_2$$

gdzie

$$c_2 = \Big(\sum_{k \in T_2} \sigma_o^k - s \Big) / |T_2|.$$

Wniosek 1.

$$\Psi_2(s) = \sum_{k \in T_2} f_2(\sigma_o^k - q_o^k) = \sum_{k \in T_2} f_2(\sigma_o^k - \sigma_o^k + c_2) = |T_2| \, f_2(c_2)$$

Wniosek 2.

$$\tilde{y}_o^k = \sigma_o^k - \sigma_o^k + c_2 = c_2 = \text{const} \quad ; \qquad k \in T_2$$

Interpretacja Twierdzenia 2 i wniosków jest tutaj analogiczna jak poprzednio. Rozwiązanie optymalne nie zależy od $f_2(y_o)$, a w całym okresie T_2 optymalna wydajność pompowni $\tilde{y}_o^k$ jest stała i wynosi c_2.

Uzyskane wyniki mogą być wykorzystywane do wyznaczania optymalnego zapasu wody s^m. Należy w tym celu znaleźć minimum funkcji $\Psi(s)$:

$$\psi(s^{*}) = \min_{s} \left(\gamma_1 f_1(c_1(s))|T_1| + \gamma_2 f_2(c_2(s))|T_2|\right) \qquad (4.5)$$

Występujące w (4.5) współczynniki γ_1, γ_2 są cenami energii w okresach T_1 oraz T_2. W przypadku gdy $f_1(y_o)$ oraz $f_2(y_o)$ są funkcjami kwadratowymi, $\psi(s)$ posiada jedno minimum i s^{*} może być wyznaczone analitycznie.

Powyższe rozważania są słuszne, gdy ograniczenia na wydajność pompowni $\bar{y}_o(\sigma_o)$ i zbiorników $Q_o(\sigma_o)$ nie są aktywne. W kolejnym rozdziale opiszemy jak należy postępować w przypadku, gdy ograniczenia te muszą być uwzględnione z uwagi na ich aktywność.

5. ROZWIĄZYWANIE ZADAŃ OPTYMALNEGO NAPEŁNIANIA I OPRÓŻNIANIA ZBIORNIKÓW

Rozpatrując zadanie optymalnego napełniania zbiorników przyjęto, że dane są następujące informacje:

- harmonogram poborów σ_o^k ; $k \in T_1$,
- zagregowana charakterystyka mocy $f_1(y_o)$,
- zagregowana charakterystyka wydajności pompowni $\bar{y}_o(\sigma_o)$,
- zapas wody s na końcu etapu T_1,

Założono, że w ciągu etapu T_1 zbiorniki nie mogą być opróżniane oraz że zapotrzebowanie odbiorców może być pokryte (tj. $\sigma_o^k \leq y_o(\sigma_o^k)$; $k \in T_1$).

Zadanie polega na napełnieniu zbiorników do poziomu s, przy zużyciu minimalnej ilości energii.

$$\psi_1(s) = \min_{q_o^k} \sum_{k \in T_1} f_1(\sigma_o^k + q_o^k) \qquad (5.1)$$

$$\sum_{k \in T_1} q_o^k = s \qquad (5.2)$$

$$0 \leq q_o^k \leq \bar{q}_o^k = \bar{y}_o(\sigma_o^k) - \sigma_o^k, \qquad k \in T_1 \qquad (5.3)$$

Maksymalny, możliwy do uzyskania w ciągu T_1, zapas wody wynosi

$$s_1 = \sum_{k \in T_1} (\bar{y}_o(\sigma_o^k) - \sigma_o^k) \qquad (5.4)$$

Zadanie (5.1) - (5.3) tylko wtedy posiada rozwiązanie dopuszczalne, gdy $s \leq s_1$. Poprzez podstawienie $y^k = \sigma_o^k + q_o^k$ powyższe zadanie może być przekształcone do zadania optymalnej allokacji z ograniczeniami zmiennymi.

Obecnie wykorzystamy wyniki uzyskane w rozdziale poprzednim. Chociaż zadanie (5.1) - (5.3) może zostać zawsze rozwiązane, o ile spełniona jest nierówność $s \leq s_1$, to interesującym jest zbadanie warunków, dla których zadanie to może być rozwiązane analitycznie oraz zapewniona jest stała wydajność pompowni w całym okresie T_1 (wniosek z Twierdzenia 1).

Sytuacja taka ma miejsce, gdy ograniczenia (5.3) są nieaktywne, co prowadzi do następujących nierówności:

$$s \geq \max_{k \in T_1} \{\sigma_o^k\} - \left(\sum_{k \in T_1} \sigma_o^k\right) / |T_1| = s_1 \qquad (5.5)$$

$$s \leq |T_1| \min_{k \in T_1} \{\bar{y}_o(\sigma_o^k)\} - \sum_{k \in T_1} \sigma_o^k = \bar{s}_1 \qquad (5.6)$$

Powyższe nierówności przydatne są przy projektowaniu zbiorników oraz pompowni. Wykazują one, że jeżeli pojemność zbiorników jest nie mniejsza niż $\bar{s}_1$, to mogą one skutecznie zbuforować nierównomierny pobór wody przez odbiorców oraz zapewnić korzystny, z technicznego punktu widzenia, warunek stałej w okresie T_1 wydajności pompowni. Z kolei projektowanie pompowni powinno przebiegać tak, aby spełnione były nierówności (5.4), (5.6), gdyż tylko wtedy ich wydajność może być uznana za wystarczającą.

Analogiczne wyniki uzyskać można na drodze analizy zadania optymalnego opróżniania zbiorników. W tym przypadku przyjęto, że dane są następujące informacje:

- harmonogram poborów σ_o^k, $k \in T_2$,
- zagregowana charakterystyka mocy $f_2(y_o)$,
- zagregowana charakterystyka wydajności zbiorników $Q_o(\sigma_o)$,
- poziom wody s na początku okresu T_2.

Założono ponadto, że w ciągu okresu T_2, zbiorniki nie mogą być napełniane i że po jego zakończeniu mają być puste. Zadanie polega na takim opróżnieniu zbiorników, aby energia zużyta na ten cel przez pompownię była minimalna. Odpowiednie zadanie optymalizacji przyjmuje postać następującą:

$$\psi_2(s) = \min_{q_o^k} \sum_{k \in T_2} f_2(\sigma_o^k - q_o^k) \qquad (5.7)$$

$$\sum_{k \in T_2} q_o^k = s \qquad (5.8)$$

$$0 \leq q_o^k \leq \bar{q}_o^k = \min\{\sigma_o^k, Q_o(\sigma_o^k)\} \; ; \; k \in T_2 \qquad (5.9)$$

Ograniczenie (5.9) zapewnia realizowalność wypływu q_o^k ze zbiorników oraz spełnienie warunku $y_o^k = \sigma_o^k - q_o^k \geq 0$ nieujemnej wydajności pompowni.

Maksymalny, możliwy do wykorzystania w okresie T_2 zapas wody wynosi:

$$s_2 = \sum_{k \in T_2} Q_o(\sigma_o^k) \qquad (5.10)$$

Zadanie to posiada rozwiązanie dopuszczalne, gdy $s \leq s_2$ (zapas s może być w pełni wykorzystany). Podobnie jak poprzednio, zadanie może być przekształcone poprzez podstawienie $y^k = \sigma_o^k - q_o^k$, do zadania optymalnej allokacji z ograniczonymi zmiennymi, a następnie rozwiązane jedną ze znanych metod.

Interesujące jest jednak zbadanie warunków, dla których istnieje analityczne rozwiązanie oraz możliwe jest utrzymanie stałej wydajności pompowni. Sytuacja taka ma miejsce wtedy, gdy ograniczenie (5.9) pozostają nieaktywne, co prowadzi do nierówności:

$$s \geq |T_2| \max_{k \in T_2} \{\sigma_o^k\} - \sum_{k \in T_2} \sigma_o^k = \bar{s}_2 \qquad (5.11)$$

$$s \leq |T_2| \min_{k \in T_2} \{\min\{\sigma_o^k, Q_o(\sigma_o^k)\} - \sigma_o^k\} + \sum_{k \in T_2} \sigma_o^k = \bar{s}_2 \qquad (5.12)$$

Podobnie jak poprzednio, nierówności powyższe mogą być wykorzystane przy projektowaniu zbiorników. Gdy pojemność zbiorników jest mniejsza od s_2 nie mogą one skutecznie buforować nierównomierności zapotrzebowań odbiorców. Z kolei aktywność ograniczeń (5.12) wskazuje na zbyt niskie usytuowanie zbiorników, a w konsekwencji za małą ich wydajność.

6. WYZNACZANIE OPTYMALNEGO ZAPASU WODY W ZBIORNIKACH SIECIOWYCH

Obecnie może być wyznaczony optymalny, ze względu na koszty, poziom zapasu wody s^* w zbiornikach w chwili zmian ceny energii. Rozważany horyzont optymalizacji obejmuje okres $T = T_1 \cup T_2$. Przyjęto, że w T_1 cena energii wynosi γ_1 i w okresie tym zbiorniki będą napełniane, a w T_2 cena energii wynosi γ_2 i zbiorniki będą opróżniane. Niech ponadto $\gamma_1 < \gamma_2$ oraz $\bar{s}$ oznacza pojemność zbiorników w systemie, s_1 maksymalny zapas jaki może być zgromadzony w T_1 (wzór (5.4)), a s_2 maksymalny, możliwy do wykorzystania w T_2, zapas wody.

Zadanie minimalizacji kosztów energii K(s) w okresie T, ma następującą postać:

$$K(s^*) = \min_{0 \leq s \leq \tilde{s}} (\gamma_1 \Psi_1(s) + \gamma_2 \Psi_2(s)) \qquad (6.1)$$

$$\tilde{s} = \min\{\bar{s}, s_1, s_2\}$$

Szukany poziom optymalny s^* nie może być większy od $\tilde{s}$ danego wzorem (6.2), gdyż pojemność $\bar{s}$ zbiorników nie może zostać przekroczona. Niemożliwe jest również zgromadzenie zapasu większego od s_1 oraz wykorzystanie zapasu większego od s_2. Sposób wyznaczania funkcji $\Psi_1(s)$, $\Psi_2(s)$ oraz parametrów s_1, s_2 podany został w rozdziale poprzednim. Powyższy problem jest zadaniem minimalizacji funkcji wypukłej ($\Psi_1(s)$ oraz $\Psi_2(s)$ są wypukłe) w przedziale $[0, \tilde{s}]$ i może być bez trudności rozwiązany jedną ze znanych w literaturze metod.

Po rozwiązaniu zadania (6.1) wyróżnić można dwa przypadki:

a) optymalny poziom zapasu leży w przedziale $[0, \tilde{s})$,

b) optymalny poziom zapasu leży na ograniczeniu $\tilde{s}$, czyli $s^* = \tilde{s}$.

Przypadek a) występuje, jak się wydaje rzadko i wskazuje na zapas możliwości akumulacji i transportu w systemie. W przypadku b) obniżenie kosztów zużycia energii ograniczone jest przez możliwości akumulacyjne lub transportowe systemu. W zależności od tego czy aktywne jest ograniczenie $\bar{s}$, s_1 czy s_2, możliwe są trzy sytuacje:

1. $s^* = \bar{s}$ - zbyt mała pojemność zbiorników,
2. $s^* = s_1$ - zbyt mała wydajność pompowni,
3. $s^* = s_2$ - zbiorniki położone są na zbyt małej wysokości.

Otrzymane w wyniku rozwiązania (6.1) rezultaty wykorzystane być mogą do sterowania systemem i dodatkowo mogą być pomocne przy projektowaniu, bądź modernizacji systemów już istniejących. Należy jednak pamiętać, że są one słuszne dla określonego rozkładu zapotrzebowań odbiorców σ_o^k; $k \in T$. Aby miały one ogólniejszy charakter należy wykonać badania dla różnych, typowych rozkładów zapotrzebowań i zastosować metody statystyczne.

Wyznaczony w wyniku powyżej opisanego postępowania, optymalny poziom zapasu s^M oraz optymalne, sumaryczne przepływy $\tilde{q}_o^k$, pomiędzy siecią a zbiornikami, mogą być wykorzystane do określenia parametrów statycznego sterowania systemem.

7. WNIOSKI I UWAGI KOŃCOWE

Większość znanych prac dotyczących optymalizacji systemów dystrybucji wody, za punkt wyjściowy przyjmuje model sieci. W takim przypadku konieczna jest znajomość parametrów rurociągów, co wiąże się z kłopotliwą i kosztowną ich identyfikacją. Otrzymywane zadania optymalizacji są zwykle na tyle złożone, że konieczne jest ich upraszczanie na etapie rozwiązywania.

W niniejszej pracy proponujemy podejście oparte na koncepcji zagregowanych charakterystyk transportowych i energetycznych systemu. Identyfikacja tych funkcji jest względnie prosta. Wymagana jest znajomość przepływów i ciśnień w pompowniach i zbiornikach, które to pomiary są zwykle prowadzone. Zagregowane charakterystyki systemu posiadają prostą interpretację fizyczną oraz w znacznym stopniu upraszczają sterowanie systemem. Mogą być także wykorzystywane na etapie projektowania systemów nowych lub modernizacji już istniejących.

8. LITERATURA

[1] Coulbeck B., Sterling M.: Optimized Control of Water Distributions Systems. Proceedings of IEEE on Automatic Control, vol. 122, No. 2, 1978.

[2] Gawrych-Żukowski A., Kotowski J., Ułasiewicz J.: Optimierung eines Wasserversorgungssystems in einer Stadtisch-Industriellen Aglomeration, Bericht Konf. Modellierung und Optimierung von Systemen, Verlag TH Leipzig 1983.

[3] Halliburton T.S., Sirisena H.R.: Development of a Stochastic Optimization for Multireservoir Scheduling, IEEE Trans. on Automatic Control, January 1984.

[4] Klempous R., Kotowski J., Nikodem J., Ułasiewicz J.: Water Distribution System, Proceedings of IFAC Symposium on Components, Instruments and Techniques for Low Cost Optimization and Applications, Valencia, Spain 1986.

[5] Klempous R., Kotowski R., Ułasiewicz J.: Algorytm wyznaczania optymalnej strategii współdziałania zbiorników sieciowych z systemem wodociągowym, Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej s. Automatyka, z. 69, Gliwice 1983.

[6] Kotowski J., Nikodem J., Ułasiewicz J.: Wykorzystanie metody agregacji modelu sieci do optymalnego sterowania systemem wodociągowym, Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej s. Automatyka, z. 79, Gliwice 1985.

[7] Miyaoka S., Funabashi M.: Optimal Control of Water Distribution Systems by Network Flow Theory, IEEE on Automatic Control, vol. 29, No. 4, pp. 303-311, 1984.

[8] Nikodem J., Ułasiewicz J.: Some Aspects of Optimal Computer Feedback Control of Nonlinear Network Systems; Proceedings of 4th Int. Conf. on System Engineering, Coventry 1985.

[9] Ułasiewicz J., Minimalnoenergetyczne sterowanie przepływem w nieliniowej sieci z akumulacją, metodą agregacji jej modelu, raport ICT Politechniki Wrocławskiej nr 32/84, Wrocław 1984.

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДОВ АГРЕГИРОВАНИЯ ДЛЯ УПРАВЛЕНИЯ ПРОЦЕССОМ АККУМУЛЯЦИИ В ВОДОПРОВОДНОЙ СИСТЕМЕ

Р е з ю м е

Работа касается вопроса оптимального управления процессом аккумуляции воды в водопроводной системе. Предлагается описание энергетических и транспортных свойств системы в виде агрегированных характеристик системы. Приводится также способ их получения . Предложенный подход облегчает управление процессом аккумуляции воды в системе , даёт возможность получить аналитические результаты , а также может служить источником информации, дающих возможность использовать их на этапе проектирования системы.

AN APPLICATION OF AGGREGATION METHOD FOR WATER ACCUMULATION CONTROL IN WATER DISTRIBUTION SYSTEM

Summary

In the paper, optimal control of the water accumulation in water distribution system is discussed. We present aggregated mathematical models of a system based on its energetic and transportation properties so the method of determination of aggregated network model is presented. This involves an essential simplification an optimal control of water accumulation and leads to an analytic solution of this problem. Some possible applications of the obtained results presented in this paper are briefly considered.

Recenzent: Doc. dr hab. inż. Janusz PIOTROWSKI

Wpłynęło do Redakcji 19.06.1987 r.