

Mirosław CHUDEK
Jerzy ARKUSZEWSKI

MATEMATYCZNY SPOSÓB OPISU PROCESU POWSTAWANIA DEFORMACJI O CHARAKTERZE ZAPADLISKOWYM

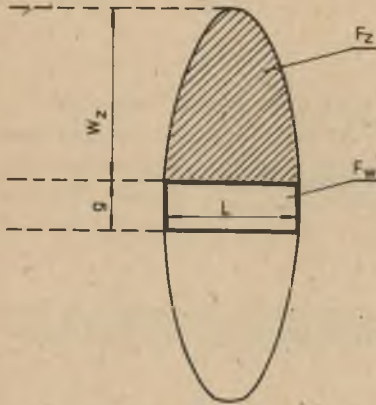
Streszczenie. W pracy podano wzory pozwalające na określenie przebiegu tworzenia się stref zawału nad wyrobiskiem (pustką w górotworze).

1. WPROWADZENIE

Obserwacje przebiegu zjawiska tworzenia się deformacji nieciągłych w modelach potwierdzają możliwość odwzorowania górotworu i spowodowania procesu podobnego do przebiegającego w naturze. Przebieg tworzenia się strefy zawału, spękań, przemieszczenia się pustki do nadkładu i wystąpienia zapadliska są adekwatne do procesu w górotworze. Analizując proces można zauważyć podobieństwo w przebiegu tych zjawisk. Zarówno w modelach, jak i w naturze wysokość strefy, spękań w kształcie elipsy rośnie w miarę wzrostu szerokości wyrobiska "L". Pustka poeksploatacyjna w sprzyjających warunkach (dopływ wody, uszczelnienie zawału), przesuwa się sukcesywnie w górę, aż do nadkładu. Następnym etapem jest tworzenie się okna w skałach zwięzłych, przez które luźne utwory nadkładu mogą wsypać się do pustki wtórnej, tworząc na powierzchni zapadlisko. Wielkość i forma zapadlisk, tak w modelu jak i w naturze, są zależne od tych samych czynników geologiczno-górnictwowych. Jedynie w modelach IX i X, o ukośnym zaleganiu warstw górotworu, przebieg deformacji nieciągłej był odmienny. Modeli tych jednak nie można porównać z żadnym z zarejestrowanych rejonów zapadliskowych. Stwierdzono, że warstwy plastyczne odpowiedniej grubości utrudniają przebieg procesu deformacji nieciągłych (zapadlisk).

2. OKREŚLENIE PRZEBIEGU TWORZENIA SIĘ STREFY ZAWAŁU NAD WYROBISKIEM

Dla teoretycznego opisu kształtowania się w górotworze obszarów zruśnięć i spękań, a tym samym wyznaczenia ich wysokości " w_z " i " w_g ", poczyniono założenia upraszczające, możliwe jednak do przyjęcia ze względu na poprzednio ustalone własności modelu górotworu, podatnego na tworzenie się zapadlisk (rys. 1).



F_z - powierzchnia strefy zawału

F_w - powierzchnia wyrobiska ($F_w = l \cdot g$)

F_e - powierzchnia elipsy ($F_e = 2F_z + F_w$)

Rys. 1. Obrys strefy zawału nad wyrobiskiem górniczym

Warunek samopodsadzania można wyrazić następująco

$$F_z \cdot k = F_z + F_w$$

Równanie oznacza, że skały w sklepieniu zawałowym po rozluźowaniu zajmą powierzchnię wyrobiska oraz sklepienia zawałowego. Po jego przekształceniu uzyskuje się

$$F_z = \frac{F_w}{k-1}$$

Ze względu na występowanie zapadlisk na powierzchni, wymagane jest wyznaczenie wysokości strefy zawału " W_z ", od której uzależniona jest wielkość powierzchni " F_z ". W tym celu dokonuje się porównania powierzchni obszarów zruszenia w postaci elipsy, ustalonych ze względu na wymiary geometryczne wyrobiska oraz warunek samopodsadzania. W obliczeniach pomija się wpływ przyociosowych fragmentów obszaru elipsy zruszenia skał - opisanej na wyrobisku - jako mało istotny ze względu na niewielką powierzchnię. Powierzchnia elipsy, ze względu na wymiary geometryczne wyrobiska, wynosi

$$F_e = \pi \cdot \frac{L}{2} (W_z + \frac{g}{2})$$

1. Górnowód zbudowany jest ze skał jednorodnych, o małej wytrzymałości na rozzerwanie.
2. Ciężar objętościowy skał jest stały dla danej skały i niezależny od wielkości ciśnienia w górnowodzie.
3. Współczynnik Poissona skał, wyrażony przez liczbę "m" w przedziale głębokości do 150 m, jest stały dla danego rodzaju skały.
4. Przyjmuje się eliptyczny kształt strefy zruszeń i spękań, przy czym ta ostatnia posiada obrys poza obszarem wyrobiska.

Podstawowym warunkiem prawidłowego prognozowania zapadlisk jest obliczenie wysokości strefy zawału nad płytko położonym wyrobiskiem. Warunkiem zatrzymania rozwoju zawałowego sklepienia jest samopodsadzanie pustki.

Powierzchnia elipsy ze względu na warunek samopodsadzenia wynosi:

$$F_e = 2 F_z + F_w = \frac{2 F_w}{k-1} + F_w = \frac{2 F_w + (k-1) F_w}{k-1} = \frac{F_w (2+k-1)}{k-1}$$

$$F_e = \frac{g \cdot L (k+1)}{k-1}$$

Porównując prawe strony równań uzyskuje się warunek

$$\pi \frac{L}{2} (W_z + \frac{g}{2}) = \frac{g L (k+1)}{k-1}$$

W równaniu niewiadomą jest wielkość "W_z".

Przekształcając, uzyskuje się

$$W_z + \frac{g}{2} = \frac{g (k+1)}{k-1} \cdot \frac{2}{\pi}$$

skąd:

$$W_z = \frac{2 g (k+1)}{\pi (k-1)} \cdot \frac{g}{2} - g \left[\frac{2 (k+1)}{\pi (k-1)} - \frac{1}{2} \right] = g \left[\frac{4(k+1) - \pi(k-1)}{2\pi(k-1)} \right]$$

Oznaczając wyrażenie w nawiasie przez "K" uzyska się

$$W_z = g K.$$

Wielkość "K" jest stała dla danych warunków naturalno-geologicznych górotworu, gdyż zależy tylko od współczynnika rozluźnienia skał "k". Z uzyskanych równań wynika, że wysokość strefy zawału nad pustką "W_z" zależy od współczynnika rozluźnienia skał "k" oraz wysokości pustki "g", a nie zależy od jej szerokości "L" - co potwierdza spostrzeżenie i wnioski ustalone na podstawie badań modelowych. Nadmieniam się, że spełnienie warunku

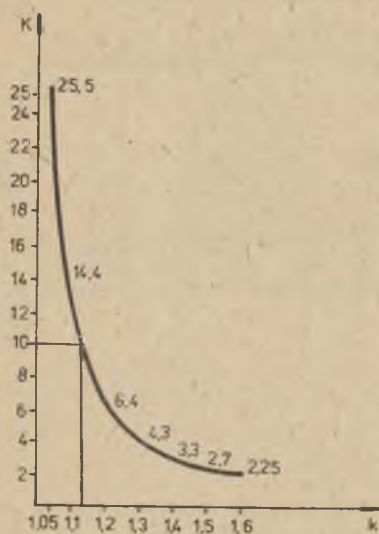
$$W_z \geq H - h$$

prowadzi do zapadlisk na powierzchni.

Dalsza analiza tego zagadnienia może dotyczyć jedynie problemu, czy warunek ten występuje i ma miejsce w rozpatrywanej partii górotworu ze względu na czynniki naturalno-górnictwe.

Wielkość "K" wyrażona przez równanie

$$K = \frac{4 (k+1) - \pi (k-1)}{2\pi (k-1)}$$



Rys. 2. Zależność stałej "K" od współczynnika rozluźnienia

a którą przedstawia wykres na rys. 2, jest funkcją ze względu na własności skał wyrażone przez współczynnik rozluźnienia. Jest ona jednak wielkością stałą dla konkretnej partii górotworu. Zatem również i w tym przypadku problem sprowadza się do jej wyznaczenia ze względu na własności i rodzaj skał budujących górotwór.

Z podanych zależności oraz krzywej na rys. 2 wynika potwierdzenie wcześniejszych ustaleń o wysokości strefy zawału wynoszącej od kilku do kilkunastu wysokości pustki (grubości pokładu). Uwzględnienie czynnika czasu (uszczelnienie zawału na przestrzeni lat) względnie dopływu wody do strefy zawału może zmniejszyć współczynnik "k" do 1,1 i spowodować strefę zawału o wysokości 14,4 razy wyższą od grubości pokładu.

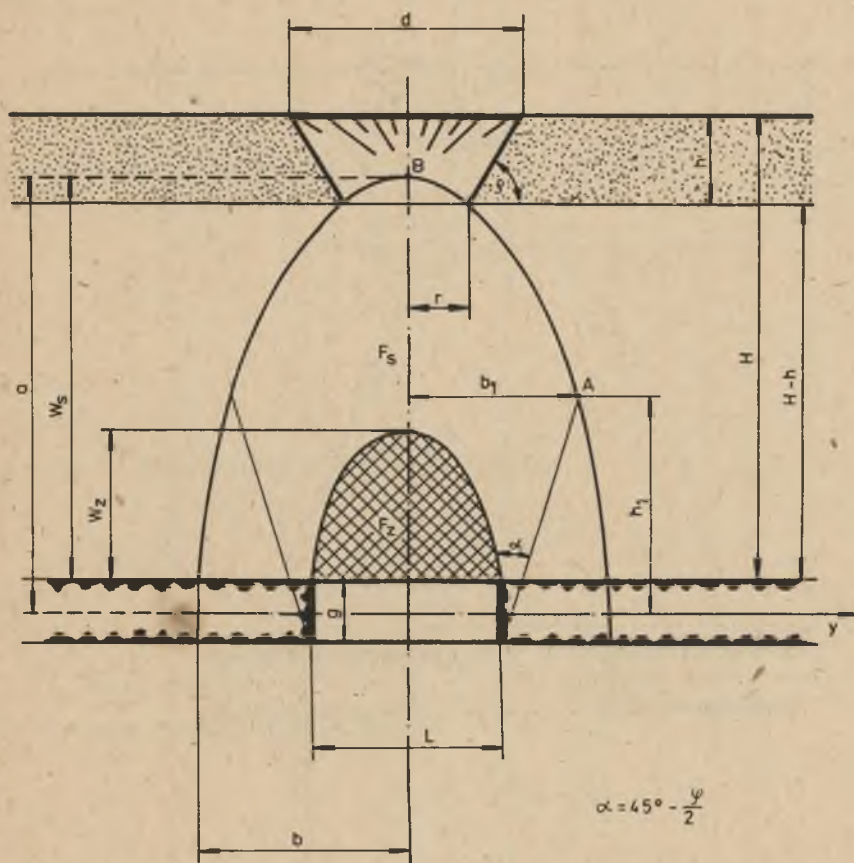
Potwierdza się zatem słuszność przyjęcia dużej wysokości strefy zawału na płytce położonymi wyrobiskami.

3. OKREŚLENIE ZASIĘGU STREFY SPEKAŃ W GÓROTWORZE

Wraz ze wzrostem szerokości wyrobisk górniczych ulegają zwiększeniu naprężenia w ociosach wyrobisk. Występuje tu zjawisko spekania ociosów i poszerzenia strefy spekań (rys. 3).

Proces spekań górotworu związany jest z występowaniem w ociosach wyrobiska płaszczyzn poślizgowych, w których skała podlega ścinaniu wyrobiska płaszczyzn poślizgowych, w których skała podlega ścinaniu pod kątem $\alpha = 45 - \frac{\varphi}{2}$. Kliny ścięcia powodują poszerzenie pustki i przesunięcie punktu "A" oparcia sklepienia strefy spekań w głąb górotworu. Kąt przecięcia płaszczyzn poślizgu w ociosach z obrysem strefy spekań wynosi $90 - \varphi$. Uwzględniając te warunki, przy poprzednich założeniach, można obliczyć wysokość i rozpiętość strefy spekań. Dla ułatwienia obliczeń zakłada się nowy układ osi X, Y (rys. 4), w którym wielkość "y" w układzie X, Y jest równa wielkości "y" w układzie Z, Y, natomiast wielkość $x = Z - H$. Dalsze rozważania przeprowadza się w układzie przesuniętym X, Y. Równanie ogólne strefy spekań określa wzór elipsy

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1.$$



$$\alpha = 45^\circ - \frac{\gamma}{2}$$

Rys. 3. Obrys strefy spękań nad wyrobiskiem górniczym

Styczną do krzywej opisującej obrys strefy w punkcie "A" o współrzędnych:

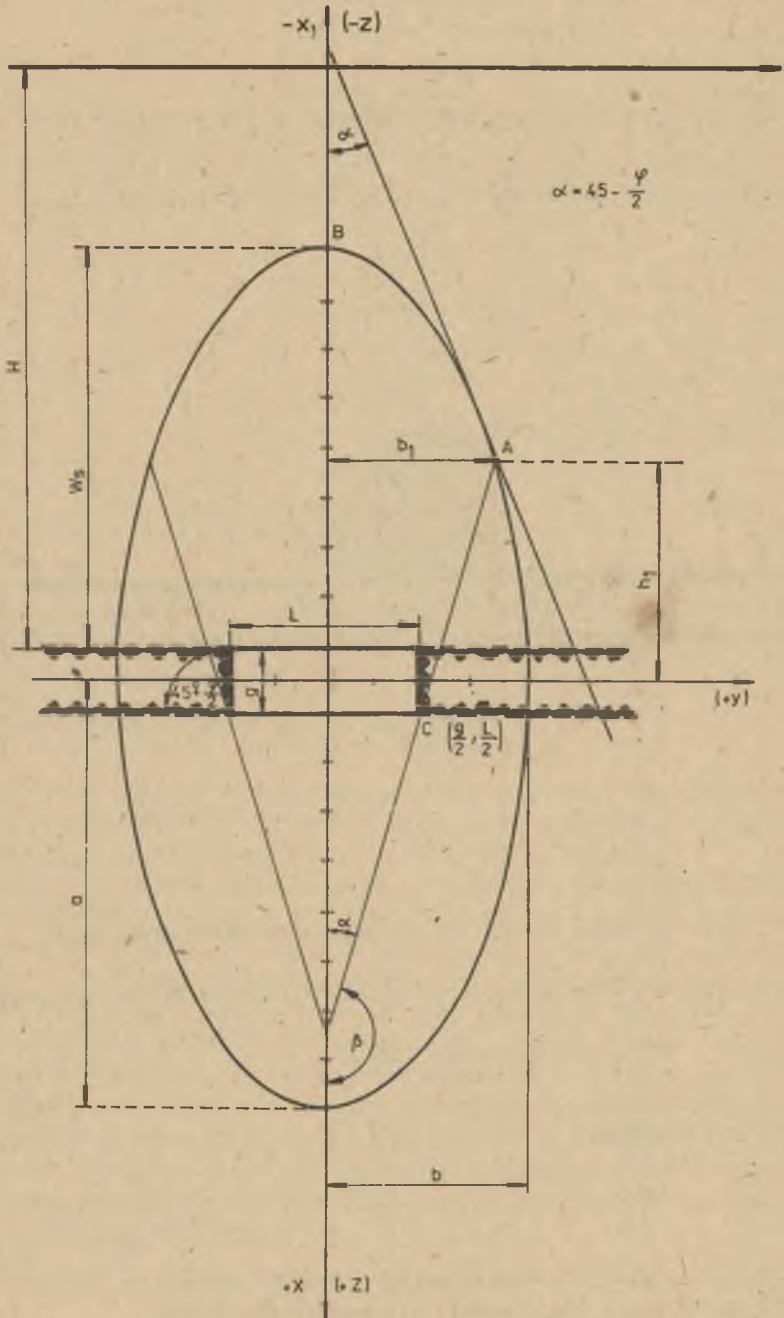
$$X_A = h_1; \quad Y_A = b_1$$

jest prosta o równaniu

$$\frac{x \cdot h_1}{a^2} + \frac{y \cdot b_1}{b^2} = 1.$$

Prosta ta, jak wynika z geometrycznych warunków, musi być nachylona do osi X pod kątem α , a jej równanie kierunkowe ma postać

$$y = b_1 \operatorname{tg} \alpha (x - h_1).$$



Rys. 4. Wyznaczenie zasięgu strefy spękań

Jednocześnie punkt "A" leży na krzywej tak, że jego współrzędne spełniają to równanie

$$\frac{h_1^2}{a^2} + \frac{b_1^2}{b^2} = 1.$$

Z równań tych otrzymuje się

$$y = \frac{h_1}{b_1} \cdot \frac{b^2}{a^2} \cdot x + \frac{b^2}{b_1}$$

oraz

$$y = \operatorname{tg} \alpha \cdot x - \operatorname{tg} \alpha \cdot h_1 + b_1$$

Ponieważ są to równania tej samej prostej, to

$$-\frac{h_1}{b_1} \cdot \frac{b^2}{a^2} = \operatorname{tg} \alpha$$

oraz

$$\frac{b^2}{b_1} = -\operatorname{tg} \alpha \cdot h_1 + b_1$$

Z pierwszego równania wyznacza się

$$h_1 = -\frac{a^2 b_1 \cdot \operatorname{tg} \alpha}{b^2}$$

Wykorzystując ten związek i oznaczając $\frac{a}{b} = M$, otrzymuje się

$$\frac{M^4 \cdot b_1^2 \cdot \operatorname{tg}^2 \alpha}{M^2 \cdot b^2} + \frac{b_1^2}{b^2} = 1.$$

Mnożąc dwustronnie przez b^2 , otrzymuje się

$$b^2 = b_1^2 (M^2 \cdot \operatorname{tg}^2 \alpha + 1)$$

i w efekcie

$$b_1 = \pm \frac{b}{\sqrt{M^2 \cdot \operatorname{tg}^2 \alpha + 1}}$$

Rzut jednej z płaszczyzn poślizgu w ociosach na płaszczyznę prostopadłą do osi podłużnej wyrobiska (płaszczyzna rysunku) obrazuje prostą przechodzącą przez pkt "C" o współrzędnych:

$$x = \frac{L}{2}; \quad y = \frac{L}{2}.$$

Prosta ta nachylona jest do osi pionowej pod kątem

$$\beta = 180 - \alpha.$$

Równanie tej prostej ma postać:

$$y = \frac{L}{2} = \operatorname{tg} \beta (x - \frac{L}{2})$$

$$\operatorname{tg} \beta = - \operatorname{tg} \alpha$$

Prosta ta przechodzi przez pkt "A", tak więc jego współrzędne spełniają równanie

$$b_1 = \frac{L}{2} = - \operatorname{tg} \alpha (h_1 - \frac{L}{2}),$$

skąd

$$b_1 = - \operatorname{tg}^2 \alpha (h_1 - \frac{L}{2}) = \frac{L}{2}.$$

Dalej otrzymuje się

$$\pm \frac{b}{\sqrt{M^2 \operatorname{tg}^2 \alpha + 1}} = \frac{L}{2} - (h_1 - \frac{L}{2}) \operatorname{tg} \alpha.$$

Wtedy wielkość h_1 przyjmuje postać

$$h_1 = \pm \frac{M^2 \cdot b \cdot \operatorname{tg} \alpha}{M^2 \operatorname{tg}^2 \alpha + 1}.$$

Po podstawieniu dostaje się

$$\pm \frac{b}{\sqrt{M^2 \operatorname{tg}^2 \alpha + 1}} = \frac{L}{2} + (\frac{L}{2} \pm \frac{M^2 b \operatorname{tg} \alpha}{M^2 \operatorname{tg}^2 \alpha + 1}) \operatorname{tg} \alpha.$$

W rozpatrywanym przypadku wielkość b_1 jest dodatnia, tak więc powyższe równanie będzie miało postać

$$\frac{b}{\sqrt{M^2 \operatorname{tg}^2 \alpha + 1}} = \frac{L}{2} + (\frac{L}{2} + \frac{M^2 b \operatorname{tg} \alpha}{M^2 \operatorname{tg}^2 \alpha + 1}) \cdot \operatorname{tg} \alpha$$

i dalej

$$\frac{b}{\sqrt{M^2 + \operatorname{tg}^2 \alpha + 1}} = \frac{L}{2} + \frac{g}{2} \operatorname{tg} \alpha + \frac{M^2 b \operatorname{tg}^2 \alpha}{\sqrt{M^2 \operatorname{tg}^2 \alpha + 1}}$$

$$\frac{b(1 - M^2 \operatorname{tg}^2 \alpha)}{\sqrt{M^2 \operatorname{tg}^2 \alpha + 1}} = \frac{1}{2} (L + g \cdot \operatorname{tg} \alpha),$$

skąd

$$b = \frac{M^2 \operatorname{tg}^2 \alpha + 1}{2(1 - M^2 \operatorname{tg}^2 \alpha)} (L + g \operatorname{tg} \alpha).$$

Po przekształceniu uzyskuje się

$$\frac{x^2}{M^2(M^2 \operatorname{tg}^2 \alpha + 1) \cdot (L + g \cdot \operatorname{tg} \alpha)^2} + \frac{y^2}{(M^2 \operatorname{tg}^2 \alpha + 1) \cdot (L + g \operatorname{tg} \alpha)^2} = 1$$

lub

$$\frac{x^2}{M^2} + y^2 = \frac{(L + g \operatorname{tg} \alpha)^2 (M^2 \cdot \operatorname{tg}^2 \alpha + 1)}{4(1 - M^2 \cdot \operatorname{tg}^2 \alpha)^2}.$$

Rozpiętość strefy spękań nad wyrobiskiem wynosi

$$b_1 = \frac{\sqrt{M^2 \operatorname{tg}^2 \alpha + 1} (L + g \operatorname{tg} \alpha)}{2(1 - M^2 \operatorname{tg} \alpha) \cdot M^2 \operatorname{tg}^2 \alpha + 1},$$

czyli

$$b_1 = \frac{L + g \operatorname{tg} \alpha}{2(1 - M^2 \operatorname{tg}^2 \alpha)}.$$

Równanie elipsy wyznaczającej obrys strefy spękań można zapisać w postaci

$$y = \pm \sqrt{\frac{(L + g \cdot \operatorname{tg} \alpha)^2 (M^2 \operatorname{tg}^2 \alpha + 1)}{4(1 - M^2 \operatorname{tg}^2 \alpha)^2} - \frac{x^2}{M^2}}.$$

Ponieważ $x = Z - H$

$$y = \pm \sqrt{\frac{(L + g \operatorname{tg} \alpha)^2 (M^2 \operatorname{tg}^2 \alpha + 1)}{4(1 - M^2 \operatorname{tg}^2 \alpha)^2} - \frac{(Z - H)^2}{M^2}}.$$

Z równania tego wynikają ograniczenia

$$(1 - M^2 \operatorname{tg}^2 \alpha)^2 \neq 0$$

oraz

$$\frac{(L + g \operatorname{tg} \alpha)^2 (M^2 \operatorname{tg}^2 \alpha + 1)}{4 (1 - M^2 \operatorname{tg}^2 \alpha)^2} \geq \frac{(Z - H)^2}{M^2}$$

Z zależności od wielkości "M" można dla danego górotworu i wyrobiska wyznaczyć równanie elipsy. Wstawiając natomiast w miejsce "y" wielkość $y = X(0)$, można wyznaczyć szukaną wysokość W_g ze wzoru

$$W_g = X(0) - \frac{g}{2} \pm M \sqrt{\frac{(L + g \operatorname{tg} \alpha)^2 (M^2 \operatorname{tg}^2 \alpha + 1)}{4 (1 - M^2 \operatorname{tg}^2 \alpha)^2} - \frac{g}{2}}$$

Dla schematu jak na rys. 4 należy przyjmować znak (-).

Wzorem tym można wyznaczyć wysokość strefy spękań dla danego wyrobiska. Znając parametry górotworu H, h oraz przyjmując warunek $W_g < H - h$, można wyliczyć dopuszczalną szerokość "L" lub wysokość "g" wyrobiska tak, by nie dopuścić do powstania zapadłisk na powierzchni.

Tablica 1

Przeciętne parametry górotworu dla wyliczenia wysokości strefy spękań

Rodzaj skały	$t_g \varphi$	$\alpha \varphi$	$\alpha \alpha$	$t_g \alpha$	$t_g^2 \alpha$	Liczba "m"	Stosunek osi elipsy $a/b = N$
Węgiel	1,5	57°	16°	0,2867	0,082	3	2
Łupek miękki	2,0	64°	13°	0,2309	0,053	5	4
Łupek	3,0	72°	9°	0,1584	0,025	6	5
Piaskowiec miękki wapień	4,0	76°	7°	0,1228	0,015	7	6
Łupek piaszczysty	5,0	79°	6°	0,1051	0,011	8	7
Piaskowiec	6,0	80°	5°	0,0815	0,0076	10	9

W tabelicy 1 przykładowo podano średnie parametrów górotworu występujących we wzorze dla najczęściej spotykanych skał w karbonie. Wartości przyjęte w tabelicy 1 stanowią ilustrację ich zmienności dla różnych rodzajów skał i mogą posłużyć do określenia przedziału dla skał słabych i mocnych (np. α od 16° dla węgla, do 5° dla piaskowca).

Z wyznaczonych zależności wynika, że wyliczana wysokość stref spękań skał nad wyrobiskiem jest znaczna i większa od dotychczas wyznaczonej przy wykorzystaniu znanych zależności.

Wielkości te są jednak zgodne ze stwierdzonymi podczas inwentaryzacji pustek położonych na większych głębokościach. Ponadto potwierdza się spostrzeżenia, że sieć naturalnych spękań górotworu może obejmować cały obszar górotworu związłego, a wtedy na powierzchni uaktywniać się mogą pustki po wyrobiskach położonych nawet na średnich głębokościach. Należy podkreślić, że miarodajność wyliczeń uzależniona będzie od ustalenia wielkości charakteryzujących analizowany górotwór.

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ СПОСОБ ОПИСАНИЯ ПРОЦЕССА ОБРАЗОВАНИЯ ДЕФОРМАЦИИ
В КАЧЕСТВЕ ПРОГИБА

Р е з ю м е

В статье приводятся формулы, которые дают возможность определить процесс образования зоны обрушения над горной выработкой (пустота в горной породе).

THE MATHEMATICAL DESCRIPTION METHOD OF THE INFORMATION ON ROOF
FALL EFFECT

S u m m a r y

The paper presents the expressions that allow to define the formation of the roof fall zone over the heading (rock void).