

Stanisław LESSAER

Adam NOWAKOWSKI

PRZEMIESZCZENIA I ODKSZTAŁCENIA POZIOME OBIEKTU LINIOWEGO
NAD NAROŻEM GÓRNICZEGO WYROBISKA

Streszczenie. W artykule przedstawiono zasady obliczania przemieszczeń i odkształceń poziomych obiektu liniowego, którego trasa przebiega nad narożem górniczego wyrobiska. W rejonie naroża wyrobiska górniczego powstaje deformacja powierzchni terenu odznaczająca się złożonym, dwukierunkowym stanem przemieszczenia i odkształcenia. Zaproponowano więc sposób wyznaczenia i analitycznego stanu wspomnianych przemieszczeń i odkształceń powierzchni terenu ze szczególnym wyróżnieniem tych deformacji w płaszczyźnie poziomej. Zastosowano zasadę superpozycji deformacji wychodząc z pojedynczego przypadku wpływu pozostawionej części pokładu o kształcie prostokątnego naroża. Praktyczne zastosowanie przedstawionego sposobu polega na możliwości wyznaczenia poziomych przemieszczeń i odkształceń terenu a tym samym również takich deformacji budowli o charakterze liniowym, przy dowolnym jej położeniu względem występującego naroża wyrobiska.

1. WSTĘP

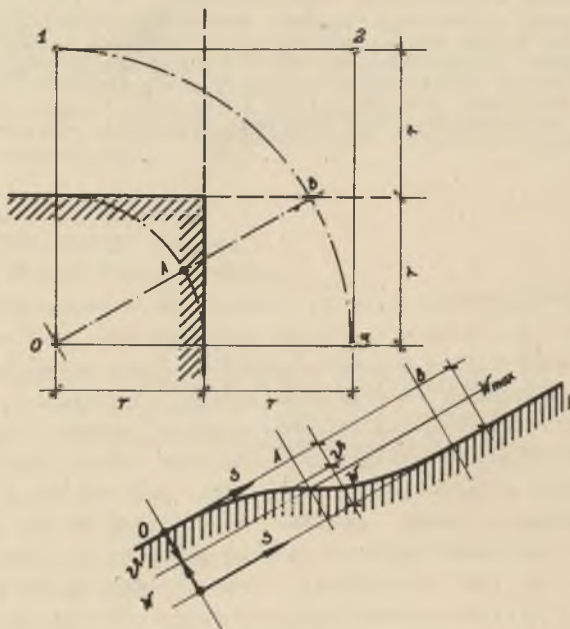
Obiekty o charakterze liniowym, takie jak: rurociągi, kanały, drogi, linie kolejowe itp. ulegają, podczas przechodzenia pod nimi górniczej eksploatacji, poprzecznym przemieszczeniom, które można z dostatecznym przybliżeniem utożsamiać z przemieszczeniami powierzchni terenu. Przemieszczenia te ujmuje się analitycznie poprzez podanie ich składowych, wziętych wzdłuż 3 osi dowolnego, ortogonalnego układu współrzędnych. Najdogodniejszy jest układ, którego jedna z osi jest zgodna z kierunkiem trasy obiektu liniowego, druga - pozioma, prostopadła do tej trasy, zaś trzecia - pionowa. Możliwość wyznaczenia przemieszczeń a następnie również ich pochodnych, to jest odkształceń i krzywizn, jest potrzebna dla analizy kinematycznej i statyczno-konstrukcyjnej rozpatrywanego obiektu liniowego.

Należy zaznaczyć, że omawiany stan przemieszczenia i odkształcenia jest dodatkowo funkcją czasu, gdyż zależny jest od postępu robót górniczych, czyli od szybkości przesuwania się eksploatowanej ściany w pokładzie kopaliny. O ile przypadek położenia rozpatrywanej trasy obiektu liniowego w obszarze walcowego ukształtowania niecki osiadania jest łatwy do określenia i ogólnie znany, o tyle położenie trasy nad narożem górniczego wyrobiska jest przypadkiem bardziej złożonym. Istnieje możliwość wyznaczenia

stanu przemieszczenia i odkształcenia powierzchni terenu oraz obiektów liniowych w takim obszarze, w oparciu o proste geometryczne elementy opisujące wpływy eksploatacji górniczej na powierzchni terenu. Ogólne warunki deformacji poziomej liniowego obiektu na terenie górniczym podane zostały w pracy [3]. Natomiast analityczne ujęcie zadania odnoszącego się do sytuacji w rejonie naroża górniczego wyrobiska przedstawiono w niniejszej pracy na podstawie rozważań zawartych w [1] i [2].

2. DEFORMACJA POWIERZCHNI TERENU NAD POZOSTAWIONĄ ĆWIARTKĄ POKŁADU

W pracy [1] założono, że w razie dokonania eksploatacji w trzech "ćwiartkach" pokładu, tworzy się na powierzchni terenu niecka o kształcie osiowo-obrotowym (rys. 1). Tworząca niecki, opisana w sposób uproszczony [1], wyznacza omawiany, zdeformowany płät powierzchni terenu poprzez swój obrót wokół pionowej osi przechodzącej przez punkt 0.



Rys. 1

Równanie tworzącej, w przyjętym chwilowo układzie współrzędnych s, w , ma postać:

$$w = w_{\max} - w^0 = w_{\max} \left[1 - \frac{1}{2} \left(\frac{s}{r} - \frac{1}{\pi} \sin \frac{\pi s}{r} \right) \right] \quad (1)$$

Stożek o tworzącej opisanej przez równanie (1) nie obejmuje części terenu, zawartej między odcinkami 1-2, 2-3 oraz łukiem 1-3. Na tym płacie oraz na zewnątrz niego (w górę i w prawo) - (rys. 1) - stabilizuje się już pełne obniżenie terenu o wartość W_{\max} , tworząc nową, obniżoną, poziomą płaszczyznę osiadania. Stan ten jest konsekwencją uproszczeń wynikłych z zastąpienia rzeczywistego profilu niecki osiadania, wyznaczanego dokładniej, np. w teorii Budryka - Knothego, uproszczoną funkcją (1). Wzdłuż chwilowo rozpatrywanej linii O-A-B, osiadaniu terenu odpowiadają przemieszczenia poziome

$$u = 0,2 W_{\max} \left(1 - \cos \frac{\mathcal{K}s}{r}\right), \quad (2)$$

jak też odkształcenia

$$\xi = \frac{du}{ds} = +0,2 \frac{\mathcal{K}W_{\max}}{r} \sin \frac{\mathcal{K}s}{r}, \quad (3)$$

a także krzywizna pionowa

$$\kappa = \frac{d^2u}{ds^2} = -\frac{1}{2} \frac{\mathcal{K}^2 W_{\max}}{r^2} \sin \frac{\mathcal{K}s}{r}. \quad (4)$$

3. PRZEMIESZCZENIA POZIOME POWIERZCHNI TERENU NAD NAROŻEM WYROBISKA GÓRNICZEGO

Założono, że w rejonie naroża wyeksploatowanej ściany przebiega w terenie, w sposób dowolny, trasa obiektu liniowego (rys. 2). Zadanie polega np. na wyznaczeniu przemieszczeń i odkształceń zarówno wzdłuż osi trasy, jak też normalnie do tej trasy w płaszczyźnie poziomej. Oczywiście prostoliniowy odcinek trasy poddany jest także deformacji w kierunku pionowym. Rozważania na ten temat zawarte były już w pracy [1]. Rozwiązanie obecnego zadania przebiegać będzie na drodze superpozycji wpływów trzech naroży, - "ćwiartkowych" pozostałości węgla w pokładzie.

Na rysunku 2 ograniczono rozważania na temat przemieszczeń do dowolnie obranego punktu 1 położonego na linii trasy. Oznaczono więc w stosowny sposób współrzędne i kąty kierunkowe dla tegoż punktu. Uogólniając zapis dla dowolnego, n-go punktu na prostej $y = Ax + B$ oraz korzystając ze wzoru (2), uzyskuje się (rys. 3a) wypadkowe przesunięć w kierunkach układu współrzędnych x, y , a mianowicie:

$$u_{nx} = \begin{bmatrix} u_{n1} & u_{n2} & u_{n3} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} a_{n1} \\ a_{n2} \\ a_{n3} \end{bmatrix} = \bar{u}_n \cdot \bar{a}. \quad (5)$$

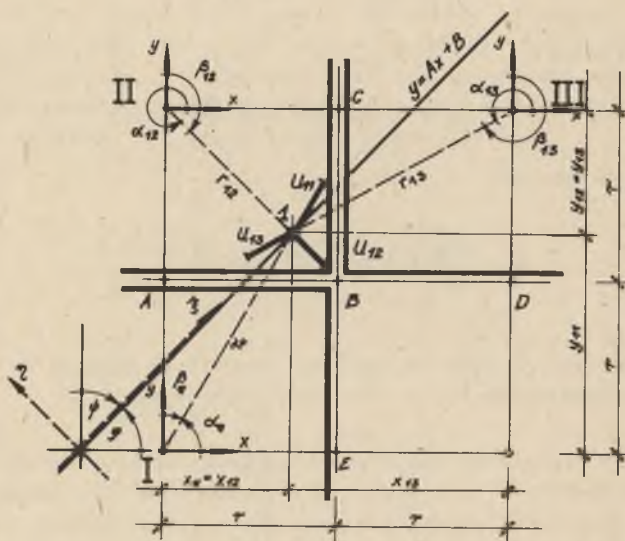
$$u_{ny} = \begin{bmatrix} u_{n1} & u_{n2} & u_{n3} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} b_{n1} \\ b_{n2} \\ b_{n3} \end{bmatrix} = \bar{u} \cdot \bar{b} \quad (6)$$

gdzie:

$$u_{nk} = 0,2 W_{\max} (1 - \cos \frac{\pi}{r} r_{nk}) \quad \text{dla } k = 1, 3 \quad (7)$$

dla równania (7) obowiązuje dodatkowy warunek, mianowicie przy

$$r_{nk} \geq 2r - u_{nk} = 0$$



Rys. 2

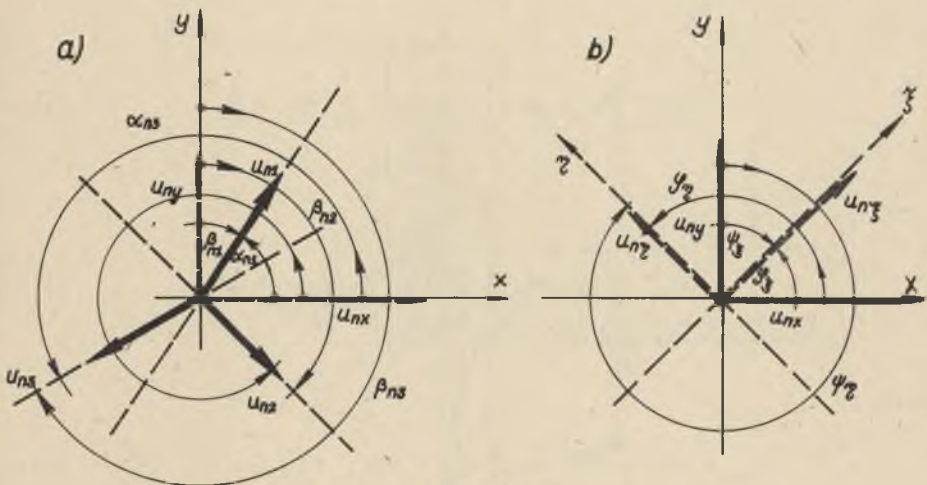
Wielkości a_n , b_n są macierzami cosinusów kątów kierunkowych, wyrazy tych macierzy oblicza się więc z ogólnych relacji

$$a_{nk} = \frac{x_{nk}}{r_{nk}}, \quad b_{nk} = \frac{y_{nk}}{r_{nk}}, \quad r_{nk} = \sqrt{x_{nk}^2 + y_{nk}^2}$$

Dla dowolnego punktu "n" wzajemne związki między współrzędnymi x_{nk} i y_{nk} , przy uwzględnieniu równania prostej, przedstawia tablica 1.

Tablica 1

$k \backslash x, y$	x_{nk}	y_{nk}
1	x_{n1}	$Ax_{n1} + B$
2	x_{n2}	$-2r + Ax_{n1} + B$
3	$-2r + x_{n1}$	$-2r + Ax_{n1} + B$



Rys. 3

Wreszcie składowe przemieszczeń wzdłuż osi trasy $-u_{n\xi}$ oraz normalnie do niej $-u_{n\eta}$ wynoszą (rys. 3b):

$$u_{n\xi} = \begin{bmatrix} u_{nx} & u_{ny} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} a_{n\xi} \\ b_{n\xi} \end{bmatrix}, \quad (8)$$

$$u_{n\eta} = \begin{bmatrix} u_{nx} & u_{ny} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} a_{n\eta} \\ b_{n\eta} \end{bmatrix}, \quad (9)$$

gdzie wyrazy $a_{n\xi}$, $b_{n\xi}$, $a_{n\eta}$, $b_{n\eta}$ są cosinusami kolejnych kątów φ_{ξ} , ψ_{ξ} , φ_{η} , ψ_{η} (rys. 3b).

W przypadku przemieszczeń możliwe byłoby również znalezienie bezpośrednie składowych $u_{n\xi}$ i $u_{n\eta}$ z przemieszczeń wyjściowych (wzór 7), z pominięciem wyznaczonych pośrednio wielkości u_{nx} i u_{ny} (wzory 5 i 6).

4. ODKSZTAŁCENIA POZIOME POWIERZCHNI TERENU NAD NAROŻEM WYROBISKA GÓRNICZEGO

W zakresie odkształceń poziomych postawiono sobie za cel wyznaczenie odkształceń poziomych tylko wzdłuż osi trasy założonego obiektu liniowego, a następnie - wyznaczenie odkształceń głównych i kierunków ich występowania. W rozpatrywanym bowiem rejonie, nad narożem wyrobiska, powstaje dwukierunkowy stan poziomej deformacji terenu, a w takim przypadku [1] jednym z podstawowych zadań staje się właśnie wyznaczenie elementów odkształceń głównych.

Wypadkowe odkształceń w kierunkach osi x, y uzyskuje się, podobnie jak w przypadku wyznaczania przesunięć, z superpozycji wpływów oddziaływania wyjściowych stożków, odpowiadających osiom obrotu I, II, III, a więc

$$\epsilon_{nx} = [\epsilon_{n1} \epsilon_{n2} \epsilon_{n3}] \times \begin{bmatrix} a_{n1}^2 \\ a_{n2}^2 \\ a_{n3}^2 \end{bmatrix} = \epsilon_n \cdot a_n^2 \quad (10)$$

$$\epsilon_{ny} = [\epsilon_{n1} \epsilon_{n2} \epsilon_{n3}] \times \begin{bmatrix} b_{n1}^2 \\ b_{n2}^2 \\ b_{n3}^2 \end{bmatrix} = \epsilon_n \cdot b_n^2 \quad (11)$$

gdzie:

$$\epsilon_{nk} = +0,2 \frac{\chi_{w \max}}{r} \sin \frac{\pi}{r} r_{nk} \quad \text{dla } k = 1, 2, 3 \quad (12)$$

Podobnie jak w przypadku składowych przemieszczeń również obecnie dla

$$r_{nk} \geq 2r - \epsilon_{nk} = 0$$

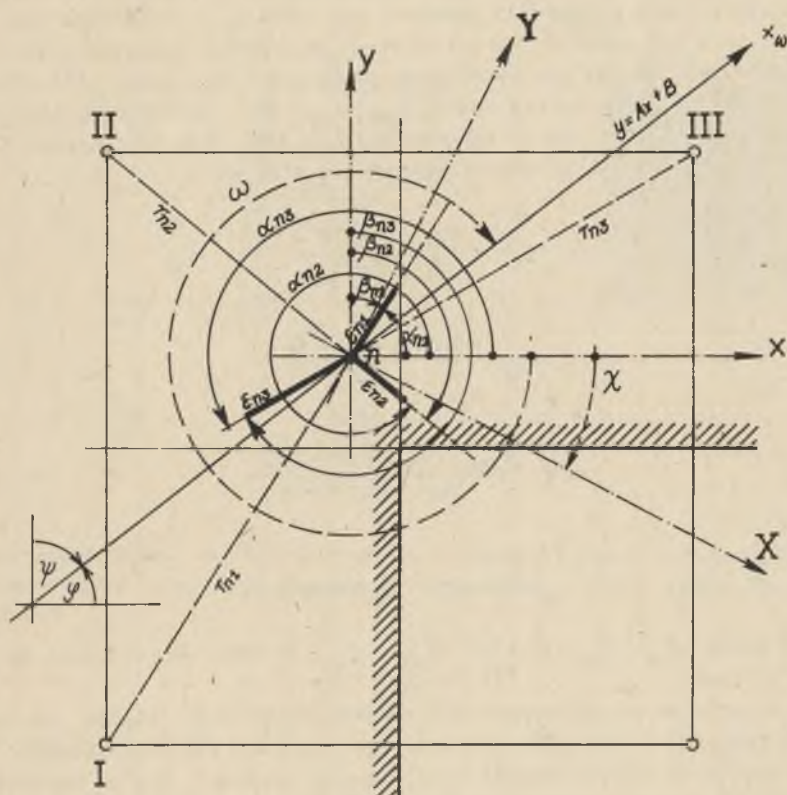
Z kolei można wyznaczyć odkształcenia wzdłuż trasy założonego obiektu liniowego, a więc zgodnie z osią x oznaczoną uprzednio (w punkcie 3) przez ξ (rys. 4).

Korzysta się ze wzoru

$$\epsilon_{n\omega} = [\epsilon_{n1} \epsilon_{n2} \epsilon_{n3}] \times \begin{bmatrix} -2 \\ a_{n1}^2 \\ a_{n2}^2 \\ a_{n3}^2 \end{bmatrix} = \epsilon_n \bar{a}_n^2 \quad (13)$$

lub ze wzoru

$$\bar{\epsilon}_{n\omega} = \begin{bmatrix} \epsilon_{n1} \\ \epsilon_{n2} \\ \epsilon_{n3} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \bar{b}_{n1}^2 \\ \bar{b}_{n2}^2 \\ \bar{b}_{n3}^2 \end{bmatrix} = \bar{\epsilon}_n \bar{b}_n^2 \quad (14)$$



Rys. 4

Wyrazy macierzy $\bar{\alpha}_n^2 \bar{b}_n^2$ są obecnie podniesionymi do drugiej potęgi cosinusami odpowiednich kątów kierunkowych (rys. 4)

$$\left. \begin{aligned} \bar{\alpha}_{nk} &= \alpha_{nk} - \psi \\ \bar{\beta}_{nk} &= \beta_{nk} - \psi \end{aligned} \right\} \text{ dla } k = 1, 2, 3;$$

Stąd

$$\bar{a}_{nk} = \cos \bar{\alpha}_{nk}$$

oraz

$$\bar{\epsilon}_{nk} = \cos \bar{\beta}_{nk}$$

Z kolei możliwe jest wyznaczenie stanu odkształceń głównych oraz kierunków osi głównych. W teorii płaskiego stanu deformacji zadanie polega na znalezieniu odkształceń ϵ_{nx} , ϵ_{ny} oraz kąta χ określającego położenie układu osi głównych X, Y względem początkowego układu x, y . Do znalezienia tych trzech wielkości niezbędne są dane $\bar{\epsilon}_{nx}, \bar{\epsilon}_{ny}$, czyli odkształcenia względem dowolnego w zasadzie układu współrzędnych ortogonalnych oraz $\bar{\epsilon}_{n\omega}$, czyli odkształcenie względem 3 dowolnej osi (np. x_ω), odchylonej od osi układu x, y o kąt różny od wielokrotności kąta $\pi/2$. Wymagane trzy wielkości wyjściowe zostały już wyznaczone ze wzorów (10), (11), (13) - można więc określić poszukiwane wielkości $\epsilon_{nx}, \epsilon_{ny}, \chi$. Skorzystano z rozwiązań zawartych w [2], z tym że wprowadzono niektóre inne oznaczenia i dokonano prostych przekształceń. Otrzymuje się stąd wzory:

$$\epsilon_{nx} = \frac{\bar{\epsilon}_{nx} - \bar{\epsilon}_{ny} \operatorname{tg}^2 \chi}{1 - \operatorname{tg}^2 \chi}, \quad (15)$$

$$\epsilon_{ny} = \frac{\bar{\epsilon}_{ny} - \bar{\epsilon}_{nx} \operatorname{tg}^2 \chi}{1 - \operatorname{tg}^2 \chi}, \quad (16)$$

gdzie:

$$\operatorname{tg}^2 \chi = \frac{\bar{\epsilon}_{n\omega} - (\bar{\epsilon}_{nx} a^2 + \bar{\epsilon}_{ny} b^2)}{(\bar{\epsilon}_{ny} - \bar{\epsilon}_{nx}) a b \phi} \quad (17)$$

oraz

$$a_\phi = \cos \phi, \quad b_\phi = \sin \phi.$$

Kierunki kątów $\alpha_{nk}, \beta_{nk}, \varphi, \phi, \bar{\alpha}_{nk}, \bar{\beta}_{nk}, \omega$ oraz χ oznaczono na rysunkach 3 i 4.

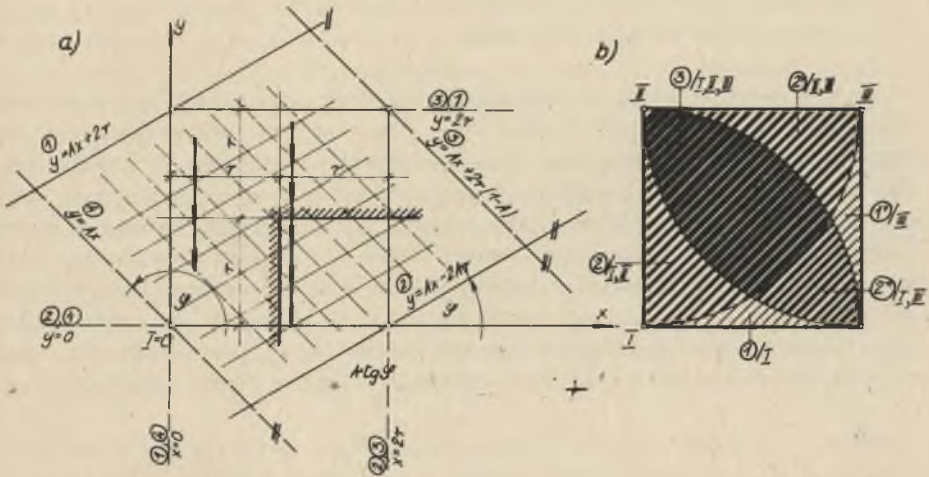
Wszystkie wzory na przemieszczenia i odkształcenia mogą służyć do numerycznego wyznaczenia rzędnych wykresów tych wielkości zmieniających się wzdłuż rozważanej prostoliniowej trasy danego obiektu, przez wstawianie do omawianych wzorów - kolejnych współrzędnych punktów trasy w obrębie kwadratowego pola wpływów $2r \times 2r$. Możliwe jest również dodatkowe uzmiennienie opracowywanych wyników obliczeń w czasie. Otrzymuje się wówczas pęki wykresów odkształceń i przemieszczeń odkładanych wzdłuż trasy, odpowiadających przyjętym w analizie przedziałom czasowym.

Uwzględnienie czynnika czasu sprowadza się do analizy zmieniających się wzajemnych położenia względem siebie, obszaru wpływów naróża wyrobiska oraz trasy obiektu liniowego (rys. 5a). Gdy równanie prostej $y = Ax + B$ określające przebieg trasy obiektu odniesione jest do układu współrzęd-

nych o początku w punkcie 0, to można rozróżnić dwa ogólne przypadki przebiegu tej prostej, mianowicie

$$\text{gdy } 0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}, \quad \text{czyli dla } 0 \leq A$$

$$\text{oraz } \frac{\pi}{2} \leq \varphi \leq \pi, \quad \text{czyli dla } A \leq 0.$$



Rys. 5

Rozpatrywana trasa znajduje się wtedy w zasięgu wpływów deformacyjnych naroża wyrobiska, przy czym w przypadku pierwszym - wyraz wolny \mathcal{B} spełnia warunek

$$-2rA < \mathcal{B} < 2r,$$

zaś w przypadku drugim

$$0 < \mathcal{B} < 2r(1-A).$$

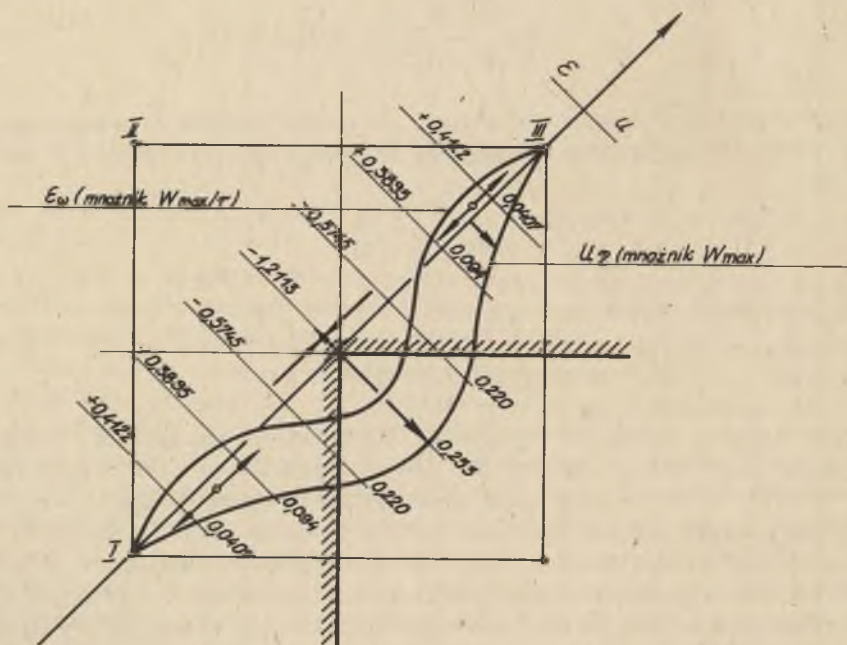
Mogą występować szczególne przypadki, mianowicie równoległość trasy do linii robót górniczych lub też do bocznej krawędzi wyrobiska (rys. 5a).

Wreszcie należy zauważyć, że przy obliczaniu przemieszczeń lub odkształceń z odpowiednich wzorów (5), (6), (8) czy też (10), (11), (13), (14) nie zawsze pojawia się pełna suma trzech składników, wynikająca z zapisu operacji mnożenia macierzy. Występują bowiem na obszarze wzajemnych wpływów składowych, czyli na polu kwadratu o bokach $2r$ - części powierzchni wzajemnie wyłączające się ze współudziału. Zatem wzajemnie sumujące się,

a więc równocześnie różne od zera, względnie wyłączone się ze współdziałania składowe przemieszczeń i odkształceń można przewidzieć na podstawie schematu (rys. 5b). Widoczne są na nim obszary oddziaływania bądź to wszystkich trzech stref składowych (I, II, III), bądź też kombinowanych koniunkcji wpływu niektórych z nich.

5. PRZYKŁAD WYZNACZENIA PRZEMIESZCZEŃ I ODKSZTAŁCEŃ WZDŁUŻ TRASY OBIEKTU LINIOWEGO

Na podstawie podanego toku postępowania przy wyznaczaniu przemieszczeń (punkt 3) oraz odkształceń (punkt 4), wyznaczono dla szczególnego przypadku położenia prostoliniowej trasy nad narożem wyrobiska - odkształcenia podłużne (ϵ_w) oraz przemieszczenia poziome u_p - poprzeczne do rozpatrywanej trasy. Szczególne położenie tej trasy, mianowicie wziętej wzdłuż przekątnej kwadratu wpływów deformacji (rys. 6) znacznie uprościło obliczenia rzędnych odkształceń i przemieszczeń przy korzystaniu dla przemieszczeń ze wzoru (9) oraz dla odkształceń - odpowiednio ze wzoru (13). Wykresy wyznaczono jako ogólne funkcje wielkości W_{max} (maksymalna wartość osiadania) oraz r (promień zasięgu wpływów w niecce osiadania).



Rys. 6

6. UWAGI I WNIOSKI KOŃCOWE

Pełna analiza deformacji wzdłuż zadanej trasy obiektu liniowego obejmować powinna różne, skokowo rozpatrywane położenia względem przemieszczającego się frontu robót. Stąd można określić miejsce występowania oraz ekstremalne wartości poszczególnych geometrycznych wskaźników przemieszczeń i odkształceń. Taka analiza, podejmowana dla odcinka trasy w rejonie przemieszczającego się naroża wyrobiska, jest szczególnie istotna, gdyż tu właśnie występują znacznie wyższe wartości odkształceń niż nad prostoliniową krawędzią wyeksploatowanego pola pokładu. Cel obliczeń i zakres ich wykorzystania zależy od rodzaju i konstrukcji rozpatrywanego obiektu. Istnieją pełne możliwości zmechanizowania obliczeń przez opracowanie programów opartych na podanych relacjach i wzorach oraz posłużenie się maszyną cyfrową.

Zakładając z dostatecznym przybliżeniem, jak to zaznaczono na wstępie pracy, zgodność poziomych deformacji budowli liniowej z deformacją terenu, można z kolei rozpatrzeć konsekwencje konstrukcyjno-wytrzymałościowe, kinematyczne i użytkowe dla zadanego obiektu liniowego. Na przykład ze stanu odkształcenia terenu wzdłuż osi obiektu można określić sposób rozwiązania dylatacji podłużnej lub w obiekcie o konstrukcji ciągłej analizować związane z tym stanem siły i naprężenia osiowe. W tym ostatnim przypadku uwzględnia się już jednak różnice w deformacji podłoża i konstrukcji [4].

Poziome przemieszczenia poprzeczne wywołują z kolei zginanie obiektu liniowego (np. rurociągu ciągłego) w płaszczyźnie poziomej. Te poziome przemieszczenia wpływają także w sposób istotny - w przypadku dróg i torów kolejowych - na zmianę warunków geometrycznych, oddziałują więc przejściowo lub na stałe na warunki ruchu pojazdów. W takich przypadkach analiza odkształceń i przemieszczeń jest niezbędna dla nakazywania ograniczeń szybkości ruchu pojazdów lub daje podstawę do bieżącej, lub pełnej korekty prostoliniowych oraz łukowych odcinków trasy komunikacyjnej.

LITERATURA

- [1] Budzianowski Z., Lessaer S.: "O krzywiznach odkształconej powierzchni terenu podlegającego wpływom eksploatacji górniczej, w zakresie potrzeb budownictwa. Archiwum Inżynierii Lądowej 3/1968.
- [2] Budzianowski Z., Lessaer S.: Poziome deformacje budowli podatnych na odkształcenia w obszarze niecki górniczej. Inżynieria i Budownictwo 2/1973.
- [3] Lessaer S.: Przemieszczenia poziome tras komunikacyjnych na terenach górniczych. Drogi kolejowe Nr 11/1980.
- [4] Nowakowski A.: Obliczanie rurociągów na terenach górniczych z uwzględnieniem odkształcalności materiału rur i ośrodka gruntowego. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, Budownictwo z. 53, Gliwice 1980.

ПЕРЕМЕЩЕНИЯ И ГОРИЗОНТАЛЬНЫЕ ДЕФОРМАЦИИ ЛИНЕЙНОГО ОБЪЕКТА НАД УГЛОМ ГОРНОЙ ВЫРАБОТКИ

Резюме

В статье авторы представили влияние на линейный объект выемки трех четвертей горной выработки. Проблема является интересной и важной с практической точки зрения, примеры эксплуатации такого вида встречаем в действительности. Полученные эффекты разработки годятся для распространения путем публикации. Рассмотренная задача является следующим шагом в разоблачении трудной проблемы взаимодействия линейных объектов с основанием на территории, отведенной под горные работы.

Так как линейные объекты являются гибкими в поперечных направлениях по отношению к их длине, они подвержены в этих направлениях на территории, отведенной под горные работы, перемещениям, которые могут отождествляться в приближении с перемещениями основания. Однако это не касается перемещений этих объектов в направлении по отношению к их длине, как можно бы судить по первому предложению статьи. Кроме того, контроля требует уравнение (1) в связи с обозначениями на рис. 1. И так, для $\varepsilon = 0$ из уравнения (1) следует, что $W = W_{\max}$, а должно быть $W = 0$. Однако это не имеет никакого влияния на дальнейшие рассуждения.

DISPLACEMENTS AND HORIZONTAL STRAINS OF A LINEAR OBJECT ABOVE A CORNER OF AN EXCAVATION

Summary

The paper presents the influence of extraction of three quarters of an excavation on a linear object. The problem is interesting and important for the practice; examples of such mining are met in the reality. The obtained effects are worth publishing. The discussed problem constitutes the next step in the recognition of the difficult problem of the co-work of linear objects with bed-rock in mining areas. Linear objects, as elastic in transverse direction to their length, undergo displacements in these directions. These displacements approximately can be identified with displacements of the bed-rock. It does not concern, however, displacements of these objects in the direction of their length, which could be inferred from the first sentence of the paper. Moreover, the formula (1) requires checking in view of the denotations on the figure (1). Thus, for $\varepsilon = 0$ it results from the formula (1) that $W = W_{\max}$ and it should be $W = 0$. It has however, no influence on further solutions.