

Maria WYSTRYCHOŃSKA

ITERACYJNY SPOSÓB WYZNACZANIA STANU NAPRĘŻENIA W ĆWIERĆPRZESTRZENI GRUNTOWEJ

Streszczenie. W artykule przedstawiono sposób opisu podłoża sprężystego w pionowej płaszczyźnie kontaktu konstrukcji z gruntem przez wyznaczenie uzmiennionego wskaźnika poziomej podatności gruntu wzdłuż głębokości.

1. WSTĘP

Podjęto próbę wyznaczenia oporu gruntu w płaszczyźnie styku ze ścianą oporową w warunkach górniczego zagęszczenia terenu. Rozważania dotyczyły fazy początkowej, gdy nie dochodzi jeszcze, wobec małych wartości wskaźnika deformacji terenu, do stanu krytycznego w przestrzeni gruntowej.

Zagadnienie sprowadziło się więc do próby rozwiązania belki na sprężystym podłożu, w tym przypadku zorientowanej pionowo, przy ograniczeniu przestrzeni gruntowej swobodną linią poziomu [1, 2].

Rozważa się więc ćwierćprzestrzeń gruntową, przy czym dążeniem podjętego rozważania jest wprowadzenie zmienności cech podatności podłoża z uwzględnieniem swobodnego poziomu [3]. Grunt w rozpatrywanej ćwierćprzestrzeni potraktowano jako jednorodny o module odkształcenia E_{gr} i współczynniku Poissona ν . Przyjęto nieobciążony poziom oraz pominięto siły masowe gruntu w ćwierćprzestrzeni.

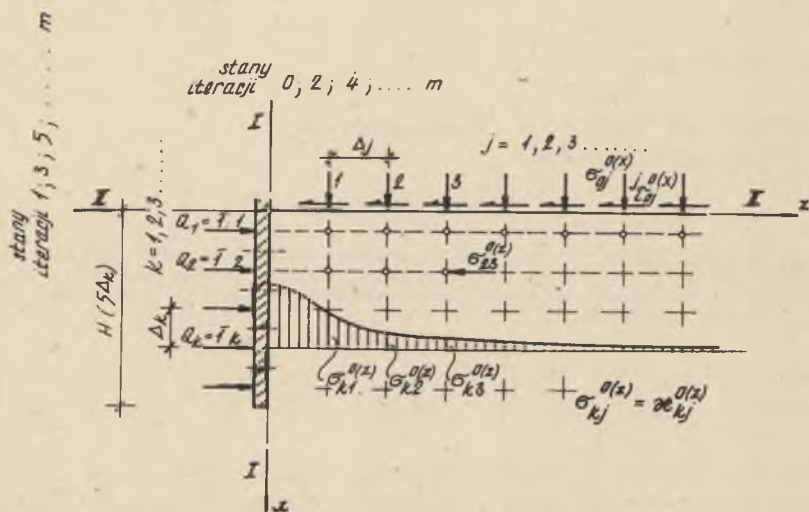
Podstawowym zadaniem jest wyznaczenie naprężeń poziomych w rozpatrywanej przestrzeni gruntowej przy założonym czynnym oddziaływaniu ściany oporowej o skończonej wysokości na grunt przy uwzględnieniu, jak już wspomniano poprzednio, swobodnego ograniczenia od góry - omawianej ćwierćprzestrzeni - poziomą linią poziomu.

Zadanie rozwiązano przez wprowadzenie dyskretnego modelu podłoża założonego na siatce ortogonalnej, stosując iteracyjno-macierzowy sposób obliczania z użyciem maszyny cyfrowej.

2. ZADANIE WYJŚCIOWE, ZMIENNOŚĆ WSKAŹNIKA PODATNOŚCI PODŁOŻA W ZALEŻNOŚCI OD GŁĘBOKOŚCI

Zastępując ścianę oporową elementami o wysokości Δ_k i przykładając do każdego z tych elementów siłę jednostkową, bada się stan naprężeń w

półprzestrzeni ograniczonej linią I-I (rys. 1), otrzymanej przez dodanie do rzeczywistej ćwierćprzestrzeni fikcyjnej ćwiartki przestrzeni gruntuwej ponad osią z .



Rys. 1. Układ sił i naprężeń zewnętrznych oraz wewnętrznych w modelowej ćwierćprzestrzeni gruntuwej

Przyjmując $\Delta_k = 1$ utożsamiono siły Q_k z naprężeniami $\hat{\sigma}_{k0}$. Wówczas

$$\hat{\sigma}_{k0} = C_k \cdot s_{k0} \quad (2.1)$$

przy czym wskaźnik podatności podłoża zależny od głębokości wynosi:

$$C_k = \frac{E}{\Delta_k} \quad (2.2)$$

gdzie

$$\Delta_k = \left(1 - \frac{\nu^2}{1-\nu}\right) \cdot \int_0^{\infty} \mathcal{K}(z)_k dz \quad (2.3)$$

Dla $\Delta_k = 1$ oraz $Q_k = \hat{\sigma}_{k0} = 1$, funkcje $\mathcal{K}(z)_k$ są równe wprost naprężeniom w półprzestrzeni $\hat{\sigma}_{kz}$. W układzie dyskretnym siatki zastępczej o module Δ_k , Δ_j poszukiwane będą naprężenia w punktach podziału $\hat{\sigma}_{kj}$, a ponadto wyznaczy się w "zerowym" stanie procesu iteracyjnego naprężenia normalne $\hat{\sigma}_{0j}$ oraz styczne τ_{0j} (rys. 1). Zatem

$$G_{kj}^{O(z)} = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} & \dots \\ G_{21} & G_{22} & \dots \\ \vdots & \vdots & \ddots \\ \vdots & \vdots & \dots \end{bmatrix} O(z) \quad (2.4)$$

$$G_{oj}^{O(x)} = [G_{01} \quad G_{02} \quad \dots] O(x) \quad (2.5)$$

$$\tau_{oj}^{O(z)} = [\tau_{01} \quad \tau_{02} \quad \dots] O(z) \quad (2.6)$$

Element macierzy (2.4) wynosi:

$$G_{kj}^{O(z)} = \frac{2}{\pi} (\bar{1} \cdot a_{kjn}), \quad (2.7)$$

gdzie $\bar{1}$ jest jednostkową macierzą wierszową, zaś a_{kjn} jest macierzą kolumnową

$$a_{kjn} = \begin{bmatrix} a_{kj1} \\ a_{kj2} \\ \vdots \\ \vdots \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

Dowolny element macierzy (2.8) wynosi:

$$a_{kjn} = \frac{(j \Delta_j)^3}{[(n-k)^2 (\Delta_k)^2 + (j \Delta_j)^2]^2} \quad (2.9)$$

Z kolei elementy macierzy (2.5) i (2.6) wynoszą odpowiednio

$$G_{oj}^{O(x)} = \frac{2}{\pi} (\bar{1} \cdot b_{kj}), \quad (2.10)$$

$$\tau_{oj}^{O(z)} = \frac{2}{\pi} (\bar{1} \cdot c_{kj}), \quad (2.11)$$

przy czym

$$b_{kj} = \begin{bmatrix} b_{1j} \\ b_{2j} \\ \vdots \\ \vdots \end{bmatrix}, \quad c_{kj} = \begin{bmatrix} c_{1j} \\ c_{2j} \\ \vdots \\ \vdots \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

a elementy obu macierzy (2.12) oblicza się ze wzorów:

$$b_{kj} = \frac{4(2k-1)^2 (\Delta_k)^2 (j\Delta_j)}{[(2k-1)^2 (\Delta_k)^2 + (j\Delta_j)^2]^2} \quad (2.13)$$

$$c_{kj} = \frac{8(2k-1) (\Delta_k) (j\Delta_j)^2}{[(2k-1)^2 (\Delta_k)^2 + (j\Delta_j)^2]} \quad (2.14)$$

3. POSTĘPOWANIE ITERACYJNE

Przygotowanie elementów wyjściowych opisanych w rozdziale 2. a w szczególności macierzy (2.4), (2.5) i (2.6) stanowi etap wyjściowy iteracji. Zatem etap następny, określony jako pierwszy, odnosić się będzie do półprzestrzeni gruntowej ograniczonej linią II-II (czyli po dodaniu fikcyjnej świartki gruntowej po lewej stronie linii I-I) obciążonej naprężeniami macierzy (2.5) i (2.6) wziętymi ze znakami odwrotnymi.

W wyniku tego etapu otrzymana się macierz dodatków naprężeń $\Delta\sigma_{kj}^1(z)$ oraz naprężenia normalne $\sigma_{ko}^1(z)$ i styczne $\tau_{ko}^{1(x)}$ na płaszczyźnie pierwotnie pomyślanej ściany oporowej.

Kolejne etapy polegać będą na przemiennym operowaniu półprzestrzeni ograniczonymi linią I-I bądź II-II z każdorazowym odłożeniem dodatków naprężeń poziomych w punktach podziału. Będą to kolejne macierze $\Delta\sigma_{kj}^n(z)$, gdzie $n = 1, 2, \dots, m$, czyli ostatnim etapem iteracji jest operacja m-ta. Celem iteracji jest więc wyznaczenie rzędnych funkcji $\alpha_{kj}^n(z)$, gdzie

$$\alpha_{kj}^n(z) = \sigma_{kj}^0(z) + \sum_{n=1}^m \Delta\sigma_{kj}^n(z) \quad (3.1)$$

Mając wartości wyznaczone ze wzoru (3.1) można już wyznaczyć ze wzoru (2.3)

$$\Omega_k = \left(1 - \frac{\nu^2}{1-\nu}\right) \cdot \Delta_j \cdot \sum_j \alpha_{kj}^n(z) \quad (3.2)$$

a tym samym można obliczyć ze wzoru (2.2) zmieniającą się wartość wskaźnika podatności C_k .

4. PRZYKŁAD OBLICZENIOWY

Przyjęto następujące dane: $H = 5,0$ m, $Q_k = 1,0$, $k = 5$, $j = 25$, $\Delta_k = 1,0$ m, $\Delta_j = 0,8$ m.

Dane gruntowe potraktowano ogólnie.

Obliczenie przeprowadzono na maszynie cyfrowej "Odra 1204". Wyniki obliczeń zestawiono na wykresach (rys. 2). Dla każdej poziomej linii siatki podziału ($k = 1, 2, 3, 4, 5$) naniesiono wykresy $\%_{kj}^{(x)}$ jako linie "a", a następnie otrzymane z procesu iteracyjnego (wykonano 20 przybliżeń) wykresy $\%_{kj}^{(z)}$ - w myśl wzoru (3.1) - oznaczone liniami "b".

Na tej podstawie otrzymano wreszcie w oparciu o wzór (3.2) oraz (2.2) zmieniające się wartości C_k , a mianowicie:

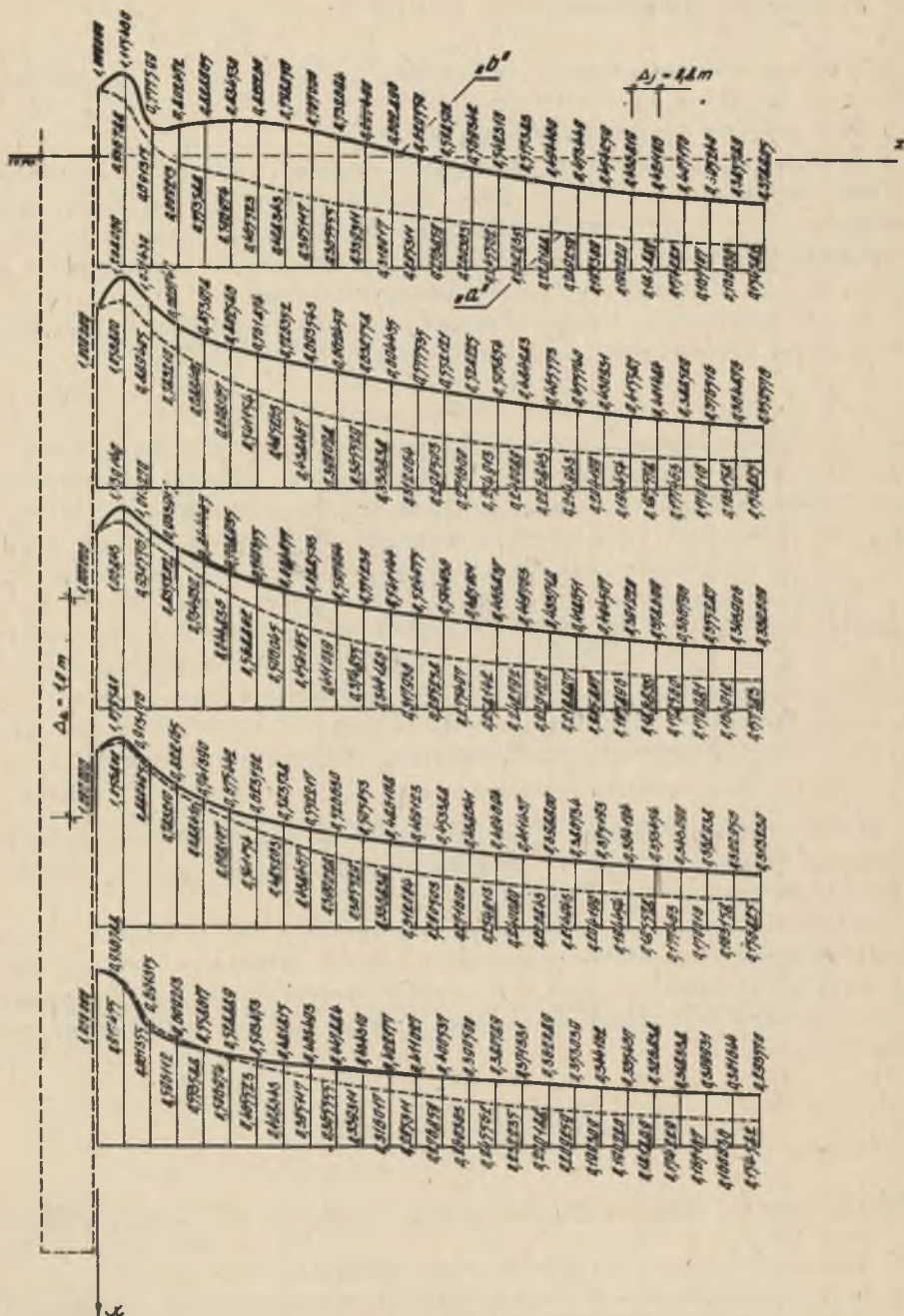
| k | x [m] | C_k | mnożnik |
|---|-------|---------|--|
| 1 | 0,5 | 0,60438 | $\frac{E_{gr}}{1 - \frac{2,2}{1-\nu}}$ |
| 2 | 1,5 | 0,61745 | |
| 3 | 2,5 | 0,65500 | |
| 4 | 3,5 | 0,71957 | |
| 5 | 4,5 | 0,83933 | |

W przytoczonym przypadku i dla przyjętych danych liczbowych zmienność poziomego wskaźnika podatności podłoża uwzględniającego wpływ swobodnej płaszczyzny naziomu wynosi około 25%.

Zaburzenie początkowego przebiegu wykresu "b" dla $x = 0,5$ m wynika z bezpośredniego sąsiedztwa powierzchni terenu. Zaburzenie to ma charakter czysto obliczeniowy, gdyż w tej części ośrodka dochodzi w rzeczywistości do szybkiego stanu granicznego, ujawnia się tam graniczna wartość odporu gruntu.

LITERATURA

- [1] Fłorin W.A.: Osnovy mekhaniki gruntow. Gosstrojizdat, Moskwa - Leningrad 1961.
- [2] Wiłun Z.G.: Zarys geotechniki. WKiŁ, Warszawa 1976.
- [3] Święch-Wystrychowska M.: Wpływ czasu na redukcję parcia gruntu na ściany budowli hydrotechnicznych. Zeszyt Naukowy Politechniki Śląskiej - Seria Inżynieria Sanitarna nr 21, Gliwice 1979.



Rys. 2. Wykresy zmienności współczynnika α w zależności od głębokości warstwy czteroprzestrzeni sprężystej

ИТЕРАЦИОННЫЙ МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ
В ЧЕТВЕРТИ ПРОСТРАНСТВА ГРУНТА

Резюме

В статье представлен метод описания упругового основания в вертикальной плоскости контакта конструкции с грунтом путем определения варьированного коэффициента горизонтали податливости (упругости) основания вдоль глубины.

THE ITERATIVE WAY OF DETERMINING THE STATE OF STRESS IN A QUADRANT
OF THE SPACE OF GROUND

Summary

A way of describing an elastic base in the vertical plane of the contact of the construction with ground by fixing changeable index of horizontal ground flexibility along the depth is presented.