ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1984

Seria: ELEKTRYKA z. 88 Nr kol. 779

Leszek S. CZARNECKI

Instytut Podstawowych Problemów
Elektrotechniki i Energoelektroniki
Politechniki Śląskiej

METODA POMIARU MOCY BIERNEJ OBWODÓW O PRZEBIEGACH ODKSZTAŁCONYCH WYKORZYSTUJĄCA MODULACJĘ JEDNOWSTĘGOWĄ

Streszczenie. W artykule omówiona jest zasada działania miernika mocy biernej, wg definicji Budeanu, obwodów i przebiegach odkształconych, oparta na modulacji jednowstęgowej pary harmonicznych napięć kwadraturowych wartościami chwilowymi prądu i napięcia odbiornika.

1. Wstęp

Po latach niepowodzeń zagadnienie konstrukcji miernika mocy biernej zdefiniowanej przez C.I. Budeanu w roku 1927 jako

$$Q_B \triangleq \sum_{n=1}^{\infty} U_n I_n \sin\varphi_n, \tag{1}$$

gdzie U_n, I_n, φ_n są odpowiednio wartościami skutecznymi harmonicznych prądu i napięcia odbiornika i ich wzajemnym przesunięciem fazowym, znalazło ostatnio kilka rozwiązań i posiada obecnie dość bogatą literaturę. Pewną liczbę prac dotyczących konstrukcji miernika mocy biernej obwodów o przebiegach odkształconych zestawiono na końcu tego artykułu [1÷10]. Dają one konstruktorowi takich mierników pewną swobodę wyboru rozwiązań, najbardziej odpowiadających ich potrzebom. Autor niniejszego artykułu pragnie dołączyć do zbioru istniejących rozwiązań tego zagadnienia jeszcze jedno rozwiązanie, mianowicie wykorzystujące modulację jednowstęgową.

2. Zasada pomiaru

Przedstawiona metoda umożliwia pomiar mocy biernej obwodów o przebiegach odkształconych z widmem ograniczonym do pasma częstotliwości $\omega_1 \leq \omega \leq N\omega_1$, gdzie ω_1 jest częstotliwością przebiegów a N jest

pewną liczbą naturalną. Przyjmujemy ponadto, że napięcie odbiornika nie posiada składowej stałej, tj. ma przebieg:

$$u = \sqrt{2}\sum_{n=1}^{N} U_n \cos(n\omega_1 t + \alpha_n) \tag{2}$$

Prąd odbiornika może natomiast mieć składową stałą I_o oraz przebieg:

$$i = I_o + \sqrt{2}\sum_{n=1}^{N} I_n \cos(n\omega_1 t + \alpha_n - \varphi_n) \tag{3}$$

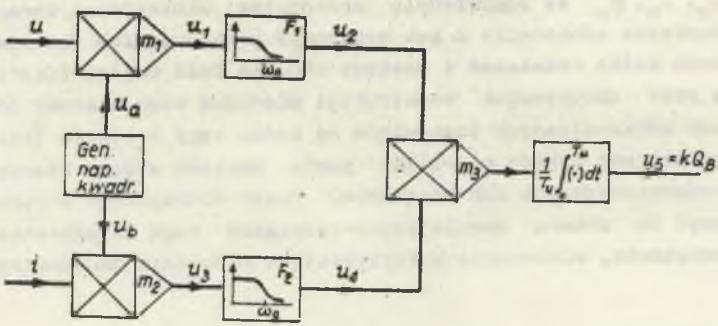
Napięciem odbiornika moduluje się amplitudowo napięcie harmonicznej

$$u_a \triangleq \sqrt{2}\, U_a \sin\omega_g t \tag{4}$$

o częstotliwości $\omega_g > N\omega_1$, tworząc układem mnożącym (rys. 1) iloczyn

$$u_1 \triangleq m_1 u_a u = m_1 U_a \sum_{n=1}^{N} U_n \sin\left[(\omega_g + n\omega_1)t + \alpha_n\right] +$$

$$+ m_1 U_a \sum_{n=1}^{N} U_n \sin\left[(\omega_g - n\omega_1)t - \alpha_n\right], \tag{5}$$

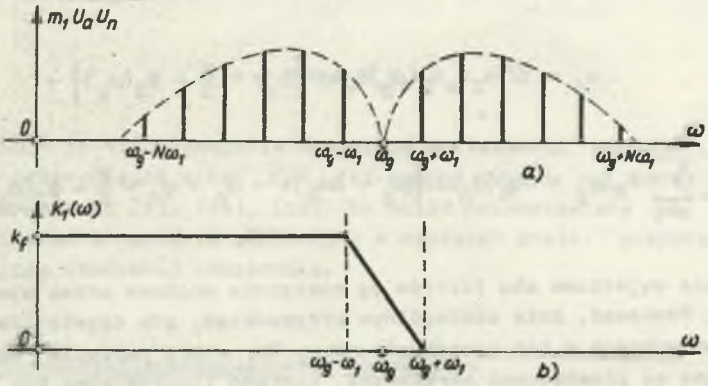


Rys. 1

gdzie m_1 jest współczynnikiem wymiarowym układu mnożącego. Otrzymane napięcie u_1 jest przebiegiem o widmie dwuwstęgowym, symetrycznym względem

częstotliwości ω_g (rys. 2a). Górna wstęga widma napięcia u_1 tłumiona jest następnie filtrem dolnoprzepustowym F_1 o transmitancji częstotliwościowej

$$\underline{K}_1(j\omega) \triangleq K_1(\omega)e^{-j\phi_1(\omega)} \tag{6}$$



Rys. 2

Gdy w paśmie częstotliwości $\omega > \omega_g + \omega_1$ (rys. 2b)

$$K_1(\omega) = 0, \tag{7}$$

wówczas napięcie wyjściowe filtru F_1 jest równe:

$$u_2 = m_1U_a\sum_{n=1}^{N} K_1(\omega_g - n\omega_1)U_n\sin\left[(\omega_g - n\omega_1)t - \alpha_n - \phi_1(\omega_g - n\omega_1)\right] \tag{8}$$

Jednocześnie z mnożeniem napięcia odbiornika przez napięcie u_a prąd odbiornika mnożony jest przez napięcie u_b równe:

$$u_b \triangleq \sqrt{2}\,U_b\sin(\omega_g t - \frac{\pi}{2}) \tag{9}$$

Napięcie wyjściowe układu mnożącego jest równe:

$$u_3 \triangleq m_2u_bi = \sqrt{2}\,m_2U_bI_o\sin(\omega_g t - \frac{\pi}{2}) + m_2U_b\sum_{n=1}^{N} I_n\sin\left[(\omega_g + n\omega_1)t + \alpha_n - \varphi_n - \frac{\pi}{2}\right] +$$

$$+ m_2U_b\sum_{n=1}^{N} I_n\sin\left[(\omega_g - n\omega_1)t - \alpha_n + \varphi_n - \frac{\pi}{2}\right] \tag{10}$$

Po stłumieniu górnej wstęgi widma tego napięcia filtrem dolnoprzepustowym F_2 o transmitancji

$$\underline{K}_2(j\omega) = K_2(\omega)e^{-j\Phi_2(\omega)} \tag{11}$$

i właściwościach podobnych do właściwości filtru F_1 otrzymujemy napięcie:

$$u_4 = \sqrt{2}\, m_2 U_b K_2(\omega_g) I_o \sin\left[\omega_g t - \frac{\pi}{2} - \Phi_2(\omega_g)\right] +$$

$$+ m_2 U_b \sum_{n=1}^{N} K_2(\omega_g - n\omega_1) I_n \sin\left[(\omega_g - n\omega_1)t - \alpha_n + \varphi_n - \frac{\pi}{2} - \Phi_2(\omega_g - n\omega_1)\right] \tag{12}$$

Napięcia wyjściowe obu filtrów są następnie mnożone przez siebie i uśredniane. Ponieważ, poza szczególnym przypadkiem, gdy częstotliwość generatora jest wybrana w ten sposób, że $\omega_g - N\omega_1 = \omega_1$, napięcia wyjściowe filtrów nie są przebiegami okresowymi, dlatego iloczyn musi być uśredniany w przedziale czasowym T_u znacznie większym od okresu zmienności składników o najmniejszej częstotliwości, tj.

$$T_u \gg \frac{2\pi}{\omega_g - N\omega_1} \tag{13}$$

Napięcie wyjściowe układu uśredniającego jest wówczas równe:

$$u_5 = \frac{1}{T_u}\int_0^{T_u} u_2 u_4 dt =$$

$$= \frac{1}{2} m_1 m_2 m_3 U_a U_b \sum_{n=1}^{N} K_1(\omega_g - n\omega_1) K_2(\omega_g - n\omega_1) U_n I_n \cos\left[\varphi_n - \frac{\pi}{2} + \Phi_1(\omega_g - n\omega_1) -\right.$$

$$\left. - \Phi_2(\omega_g - n\omega_1)\right] \tag{14}$$

Jeśli dla $n = 1,2,\ldots,N$

$$K_1(\omega_g - n\omega_1) K_2(\omega_g - n\omega_1) = k_f^2 \tag{15}$$

$$\Phi_1(\omega_g - n\omega_1) = \Phi_2(\omega_g - n\omega_1), \tag{16}$$

wówczas

$$u_5 = k\sum_{n=1}^{N} U_n I_n \sin\varphi_n = kQ_B, \tag{17}$$

gdzie

$$k = \frac{1}{2} m_1 m_2 m_3 U_a U_b k_f^2 \tag{18}$$

Jeśli spełnione są więc wymagania dotyczące dokładności mnożenia, uśredniania oraz przesunięcia o kąt $\pi/2$ faz napięć u_a i u_b oraz jeśli spełnione są warunki (7), (15), (16), to układ przedstawiony na rys. 1 przekształca prąd i napięcie odbiornika w napięcie stałe, proporcjonalne do mocy biernej (Budeanu) odbiornika.

3. Uwagi o ograniczeniach dokładności metody

Możliwości spełnienia wymagań dotyczących dokładności mnożenia, uśredniania, przesunięcia o $\pi/2$ kątów fazowych napięć u_a i u_b, dokładności ich wartości skutecznych U_a, U_b i kształtu zależą tylko od technologicznego poziomu wykonania miernika i nie są niczym ograniczone. To samo dotyczy warunku wzajemnej symetrii charakterystyk fazowych filtrów (16). Nie może być natomiast spełniony dokładnie ani warunek (7) dla filtru F_1, z podobnym dla filtru F_2, ani warunek (15), a ponadto warunki te są wzajemnie przeciwstawne. Dokładność ich spełnienia można poprawić tylko przez zwiększenie stopnia złożoności filtrów.

Względne błędy pomiaru spowodowane osobno niestałością modułu transmitancji filtru w paśmie przepuszczania, ograniczonym tłumieniem górnej wstęgi widma oraz brakiem wzajemnej symetrii charakterystyk fazowych filtrów można oszacować w sposób następujący.

1. Jeśli w paśmie przepuszczania filtru stałość modułu transmitancji utrzymana jest z błędem $d_n \ll 1$, tj.

$$K_1(\omega_g - n\omega_1)K_2(\omega_g - n\omega_1) \triangleq k_f^2(1 + d_n)^2, \tag{19}$$

to względny błąd pomiaru mocy jest równy:

$$\delta_m \triangleq \frac{\frac{1}{k}u_5 - Q_B}{Q_{Bzn}} \approx \frac{2\sum_{n=1}^{N} d_n U_n I_n \sin\varphi_n}{Q_{Bzn}}, \tag{20}$$

zaś jego moduł ograniczony jest nierównością

$$|\delta_m| \leq 2\left|\frac{Q_B}{Q_{Bzn}}\right| \mathrm{Max}\left\{|d_n|\right\}. \tag{21}$$

gdzie symbol $\mathrm{Max}\left\{x_n\right\}$ oznacza wartość największej liczby ze zbioru modułów x_n, a Q_{Bzn} oznacza znamionową moc bierną miernika.

2. Gdy warunek zupełnego tłumienia górnej wstęgi nie jest spełniony, lecz dla $\omega > \omega_g + n\omega_1$

$$K_1(\omega_g + n\omega_1)K_2(\omega_g + n\omega_1) \triangleq \varkappa_n^2 k_f^2 > 0, \tag{22}$$

to względny błąd pomiaru ma wartość:

$$\delta_t \triangleq \frac{\frac{1}{k}u_5 - Q_B}{Q_{Bzn}} = \frac{\sum_{n=1}^{N} \varkappa_n^2 U_n I_n \cos(\varphi_n + \frac{\pi}{2})}{Q_{Bzn}}, \tag{23}$$

zaś jego moduł ograniczony jest nierównością:

$$\delta_t \leq \left|\frac{-Q_B}{Q_{Bzn}}\right| \mathrm{Max}\left\{\varkappa_n^2\right\} \tag{25}$$

3. Gdy nie jest spełniony warunek (16), lecz

$$\Phi_1(\omega_g - n\omega_1) - \Phi_2(\omega_g - n\omega_1) \triangleq \Delta\Phi_n, \tag{26}$$

wówczas, jeśli $\Delta\Phi_n \ll \frac{\pi}{2}$ i stąd $\cos\Delta\Phi_n \approx 1$, $\sin\Delta\Phi_n \approx \Delta\Phi_n$, względny błąd pomiaru ma wartość:

$$\delta_\Phi \triangleq \frac{\frac{1}{k}u_5 - Q_B}{Q_{Bzn}} \approx \frac{k\sum_{n=1}^{N} \Delta\Phi_n U_n I_n \cos\varphi_n}{Q_{Bzn}}, \tag{27}$$

zaś jego moduł ograniczony jest nierównością:

$$|\delta_\Phi| \leq \frac{P}{Q_{Bzn}} \mathrm{Max}\left\{|\Delta\Phi_n|\right\}. \tag{28}$$

gdzie P jest mocą czynną odbiornika.

Aby wyznaczyć stopień złożoności filtrów k, tj. liczbę elementów reaktancyjnych, niezbędnych do ich realizacji, pozwalający utrzymać moduły błędów względnych $|\delta_m|$ oraz $|\delta_t|$ w dopuszczalnych granicach, trzeba, dla określonej liczby N, wyznaczyć zależności wartości $\mathrm{Max}\{|d_n|\}$ oraz $\mathrm{Max}\{\lambda_n^2\}$ od stopnia złożoności filtrów, k. W tym celu przyjmujemy, że granicą pasma przepuszczania filtrów (rys. 2a) jest częstotliwość $\omega_g - \omega_1$ oraz normalizujemy względem niej charakterystykę filtrów, wprowadzając częstotliwość względną λ równą:

$$\lambda \triangleq \frac{\omega}{\omega_g - \omega_1} \tag{29}$$

Uzyskanie skutecznego tłumienia górnej wstęgi częstotliwości, przy możliwie najniższym stopniu złożoności filtru, wymaga przyjęcia równomiernie falistej charakterystyki modułu transmitancji w paśmie przepuszczania, tj. odchyleniu od wartości stałej opisanej wielomianem Czebyszewa. Przyjmujemy ponadto, że oba filtry mają mieć taką samą transmitancję oraz że na granicy pasma przepuszczania, tj. dla $\lambda = 1$, moduł transmitancji filtrów ma być równy jedności. Wówczas

$$K_1(\omega) = K_2(\omega) \triangleq K(\omega) \triangleq \frac{\sqrt{1+\varepsilon}}{\sqrt{1+\varepsilon T_k^2(\lambda)}}, \tag{30}$$

gdzie $T_k(\lambda)$ jest wielomianem Czebyszewa stopnia k, mianowicie

$$T_k(\lambda) = \begin{cases} \cos(k \arccos\lambda) & \text{dla } \lambda \leq 1 \\ \cos h(k \operatorname{ar\,cos\,h}\lambda) & \text{dla } \lambda \geq 1 \end{cases} \tag{31}$$

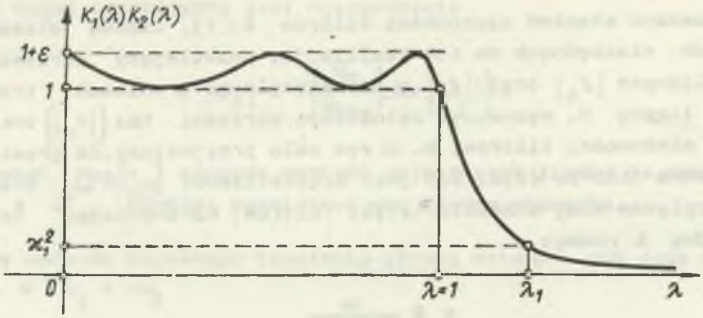
zaś ε jest współczynnikiem określającym falistość charakterystyki. Orientacyjny przebieg charakterystyki częstotliwościowej iloczynu modułów transmitancji obu filtrów

$$K_1(\lambda)K_2(\lambda) = \frac{1+\varepsilon}{1+\varepsilon T_k^2(\lambda)} \tag{32}$$

dla $k = 5$, przedstawia rys. 3.

Na rys. 3, λ_1 oznacza częstotliwość względną leżących w górnej wstędze składników napięć u_1 i u_3 o najniższej częstotliwości, tj. o częstotliwości równej $\omega_g + \omega_1$ i stąd

$$\lambda_1 = \frac{\omega_g + \omega_1}{\omega_g - \omega_1} \tag{33}$$



Rys. 3

Jeśli przyjąć, że $\omega_g = (N+1)\omega_1$, wówczas $\lambda_1 = (N+2)/N$. Jeśli zatem moduł transmitancji filtrów określony jest wzorem (30), to porównując wzory (19) i (32) otrzymamy:

$$\mathrm{Max}\left\{|d_n|\right\} = \frac{\varepsilon}{2},$$

natomiast

$$\mathrm{Max}\left\{\varkappa_n^2\right\} = \varkappa^2 = \frac{1+\varepsilon}{1+\varepsilon T_k^2(\lambda_1)} =$$

$$= \frac{1+\varepsilon}{1+\varepsilon\left\{\cosh\left[k\ \mathrm{ar}\cosh\left(\frac{N+2}{N}\right)\right]\right\}^2} \tag{34}$$

Tak więc, przy określonej liczbie harmonicznych N prądu i napięcia odbiornika wartość $\varkappa_1^2$ zależy od przyjętego współczynnika falistości ε i liczby elementów reaktancyjnych, k, filtrów, tj. od stopnia ich zależności.

Minimalne liczby elementów reaktancyjnych filtrów F_1 i F_2, o charakterystyce modułu transmitancji aproksymowanej wielomianem Czebyszewa i zapewniających spełnienie nierówności $\varkappa_1^2 \leq \varepsilon$, zestawiono dla kilku wartości N oraz ε w tabeli 1.

Tabela 1

ε	0,05	0,04	0,03	0,02	0,01
N = 5	5	5	5	6	7
N = 10	6	7	7	8	9
N = 15	8	8	9	9	11
N = 20	9	9	10	11	12

Jak na to wskazują zestawione w tabeli wyniki, konstrukcja miernika, mierzącego dostatecznie dokładnie moc bierną kilkunastu harmonicznych, może wymagać dość złożonych filtrów. Wymagania te można w pewnym stopniu zmniejszyć, wybierając inne, od powyżej omawianych, charakterystyki modułu transmitancji, w szczególności, dopuszczając pewną falistość charakterystyki w paśmie tłumienia filtru.

4. Wnioski

Przedstawiona metoda umożliwia pomiar mocy biernej obwodów o przebiegach odkształconych, przy czym dopuszczalna liczba harmonicznych, która może być objęta pomiarem, zależy wyłącznie od właściwości filtrów i głównie od ich właściwości zależy dokładność miernika. Tak więc metoda ta sprowadza zagadnienie konstrukcji miernika mocy biernej niemal całkowicie do dobrze rozwiniętego, chociaż obszernego, zagadnienia syntezy odpowiedniej jakości filtrów dolnoprzepustowych.

LITERATURA

[1] ANTONIU S.I., LEON M.: Linear electronic model for the determination of active and reactive powers in nonsinusoidal systems, Acta IMEKO 1967, Budapest.

[2] ANTONIU S.I., LEON M., TUDUCE R.: P, Q, D - metre apparail pour la mesure des puissances et energies actives, reactives et deformantes dans un regime energetique deformant, Congres MESUCORA, Paris 1973.

[3] CZARNECKI L.S.: Konstrukcja miernika mocy biernej w układzie z przebiegami odkształconymi, Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, s.Elektryka z. 36, Gliwice 1973.

[4] CZARNECKI L.S.: Miernik mocy biernej dla układów z przebiegami odkształconymi, Patant PRL P-168155, 1974.

[5] SAWICKI J.: Urządzenie do pomiaru mocy reaktywnej $\sum U_k I_k \sin\varphi_k$, Patent, PRL nr 111781, 1977.

[6] SAWICKI J.: The measurement of reactive power $\sum UI \sin\varphi$, Acta IMEKO 1977, Budapest.

[7] LOPEZ R.A., ASQUERINO J.C.M., RODRIGEZ-IZGUIERDO G.: Reactive power for nonsinusoidal systems, IEEE Trans. Inst. Meas., Vol.IM-26, No.3, 1977.

[8] SAWICKI J.: Przetwornik mocy biernej przebiegów odkształconych, Prace Naukowe Instytutu Metrologii Elektrycznej Politechniki Wrocławskiej, nr 19, Wrocław 1979.

[9] MOSKOWICZ S.: Zastosowanie filtrów wszechprzepustowych drugiego rzędu do budowy waromierza, PAK 8/79, 1979.

[10] CZARNECKI L.S.: Measurement principle of a reactice power meter for nonsinusoidal systems, IEEE Trans. Instr. Meas. Vol. IM-30, No. 3, 1981.

[11] CZARNECKI L.S.: Sposób przetwarzania mocy biernej przenoszonej przez niesinusoidalne przebiegi okresowe na napięcie stałe. Patent PRL, Nr 222-113, 1980.

Recenzent: prof. dr hab. inż. Jerzy Sawicki

Wpłynęło do redakcji dn. 1.III.1983 r.

МЕТОД ИЗМЕРЕНИЯ РЕАКТИВНОЙ МОЩНОСТИ ЦЕПЕЙ С ДЕФОРМИРОВАННЫМИ ХОДАМИ, ОСНОВАННЫЙ НА ОДНОЛЕНТНОЙ МОДУЛЯЦИИ

Р е з ю м е

Рассмотрен принцип действия измерителя реактивной мощности (по Budeanu) цепей с деформированными ходами, основан на модуляции однолентной пары гармонических квадратных напряжений мгновенными значениями тока и напряжением приемника.

A PRINCIPLE OF THE REACTIVE POWER MEASUREMENT WITH THE SINGLE SIDE-BAND MODULATION IN NONSINUSOIDAL SYSTEMS

S u m m a r y

This paper presents a principle of operation of the reactive power meter in nonsinusoidal systems. The method is based on the single side-band modulation of the sinusoidal quadrature voltages by the instantaneous load voltage and the instantaneous load current.