ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1984

Seria: ELEKTRYKA z. 88 Nr kol. 779

Maciej SIWCZYŃSKI

Instytut Podstawowych Problemów
Elektrotechniki i Energoelektroniki
Politechniki Śląskiej

SYNTEZA DWUWYMIAROWYCH FILTRÓW CYFROWYCH METODĄ PODWÓJNYCH SZEREGÓW FOURIERA

Streszczenie. W artykule wyprowadzono wzory dla poszczególnych próbek odpowiedzi impulsowej dwuwymiarowego filtru SOI, realizującego zadaną charakterystykę amplitudową. Wzory te uzyskano poprzez rozkład amplitudy w podwójny szereg Fouriera kosinusów. Obliczono następnie odpowiedzi impulsowe dla filtrów niskich częstotliwości o prostopadłościennej charakterystyce amplitudowej.

1. Wstęp

Dwuwymiarowy filtr cyfrowy (2FC) jest uogólnieniem jednowymiarowego filtru cyfrowego (1FC) na ciągi dwuindeksowe.

W tym artykule będą rozpatrywane filtry niskich częstotliwości (NCz). 2FC przekształca dwuindeksowy ciąg wejściowy $i(n_1,n_2)$ w dwuindeksowy ciąg wyjściowy $o(n_1,n_2)$ według wzoru:

$$o(n_1,n_2) = \sum_{m_1=0}^{\infty} \sum_{m_2=0}^{\infty} h(m_1,m_2)i(n_1-m_1,n_2-m_2); \tag{1}$$

gdzie $h(m_1,m_2)$ jest odpowiedzią impulsową filtru. Wyrażenie (1) opisuje w ogólnym przypadku filtr o nieskończonej odpowiedzi impulsowej (NOI). Filtr cyfrowy o skończonej odpowiedzi impulsowej (SOI) rzędu (N_1,N_2) opisany jest wzorem:

$$o(n_1,n_2) = \sum_{m_1=0}^{N_1} \sum_{m_2=0}^{N_2} h(m_1,m_2)i(n_1-m_1,n_2-m_2) \tag{2}$$

Artykuł ten dotyczy syntezy 2FCSOI metodą podwójnych szeregów Fouriera. Transmitancja 2FCSOI jest wielomianem

$$\hat{h}(z_1,z_2) = \sum_{n_1=0}^{N_1} \sum_{n_2=0}^{N_2} h(n_1,n_2) z_1^{-n_1} z_2^{-n_2}, \tag{3}$$

a charakterystykę częstotliwościową określa wzór:

$$\hat{h}(e^{j\omega_1}, e^{j\omega_2}) = A(\omega_1,\omega_2) e^{j\varphi(\omega_1,\omega_2)} \tag{4}$$

Amplituda A i faza φ filtru spełniają odpowiednio warunki symetrii i antysymetrii centralnej:

$$\begin{aligned} A(-\omega_1,-\omega_2) &= A(\omega_1,\omega_2) \\ \varphi(-\omega_1,-\omega_2) &= -\varphi(\omega_1,\omega_2) \end{aligned} \tag{5}$$

Synteza filtrów SOI dąży do określenia poszczególnych wartości odpowiedzi impulsowej $h(n_1,n_2)$ tak, aby amplituda $A(\omega_1,\omega_2)$ aproksymowała zadaną funkcję, a faza liniowo zależała od częstotliwości.

2. Własności 2FCSOI z liniową fazą

Z wielu względów praktycznych [2, 5] ważną rolę odgrywają filtry z liniową fazą. Odpowiednie własności jednowymiarowych filtrów z liniową fazą można znaleźć w pracach [5, 6]; tutaj podane zostaną własności filtrów dwuwymiarowych.

Niech $h(n_1,n_2)$ będzie odpowiedzią impulsową 2FCSOI rzędu $(2N_1,2N_2)$.

Twierdzenie 1

Jeżeli h spełnia warunek symetrii kwadrantowej:

$$\begin{aligned} h(2N_1-n_1,n_2) &= h(n_1,n_2) \\ h(n_1,2N_2-n_2) &= h(n_1,n_2), \end{aligned} \tag{6}$$

to filtr posiada liniową fazę:

$$\varphi(\omega_1,\omega_2) = -N_1\omega_1 - N_2\omega_2, \tag{7}$$

oraz

$$A(\omega_1,\omega_2) = \sum_{n_1=0}^{N_1} \sum_{n_2=0}^{N_2} a(n_1,n_2)\cos(n_1\omega_1)\cos(n_2\omega_2), \tag{8}$$

gdzie:

$$
\begin{aligned}
a(0,0) &= h(N_1,N_2) \\
a(0,n_2) &= 2h(N_1,N_2-n_2) && n_2 = 1,\dots,N_2 \\
a(n_1,0) &= 2h(N_1-n_1,N_2) && n_1 = 1,\dots,N_1 \\
a(n_1,n_2) &= 4h(N_1-n_1,N_2-n_2) && n_1 = 1,\dots,N_1,\ n_2 = 1,\dots,N_2
\end{aligned}
\tag{9}
$$

Dowód: Odpowiednie przekształcenia dają:

$$\hat{h}(e^{j\omega_1}, e^{j\omega_2}) = \sum_{n_1=0}^{2N_1} \sum_{n_2=0}^{2N_2} h(n_1,n_2) e^{-jn_1\omega_1} e^{-jn_2\omega_2} =$$

$$= \sum_{n_1=0}^{2N_1} e^{-jn_1\omega_1} \left[\sum_{n_2=0}^{N_2-1} h(n_1,n_2) e^{-jn_2\omega_2} + h(n_1,N_2) e^{-jN_2\omega_2} + \right.$$

$$\left. + \sum_{n_2=N_2+1}^{2N_2} h(n_1,n_2) e^{-jn_2\omega_2} \right] =$$

$$= \sum_{n_1=0}^{2N_1} e^{-jn_1\omega_1} \left[\sum_{n_2=0}^{N_2-1} h(n_1,n_2) e^{-jn_2\omega_2} + h(n_1,N_2) e^{-jN_2\omega_2} + \right.$$

$$\left. + \sum_{n_2=0}^{N_2-1} h(n_1,2N_2-n_2) e^{-j(2N_2-n_2)\omega_2} \right] =$$

$$= \sum_{n_1=0}^{2N_1} e^{-jn_1\omega_1} e^{-jN_2\omega_2} \sum_{n_2=0}^{N_2-1} h(n_1,n_2)(e^{j(N_2-n_2)\omega_2} + e^{-j(N_2-n_2)\omega_2}) +$$

$$+ h(n_1,N_2)\Big]$$

$$= e^{-jN_2\omega_2}\sum_{n_1=0}^{2N_1} e^{-jn_1\omega_1}\left[\sum_{n_2=0}^{N_2-1} 2h(n_1,n_2)\cos(N_2-n_2)\omega_2 + h(n_1,N_2)\right] =$$

$$= e^{-jN_2\omega_2}\sum_{n_1=0}^{2N_1} e^{-jn_1\omega_1}\sum_{n_2=0}^{N_2} a_2(n_1,n_2)\cos n_2\omega_2,$$

gdzie:

$$\begin{aligned} a_2(n_1 0) &= h(n_1,N_2) \\ a_2(n_1,n_2) &= 2h(n_1,N_2-n_2) \end{aligned} \tag{10}$$

Po dalszych przekształceniach otrzymuje się:

$$\hat{h}(e^{j\omega_1}, e^{j\omega_2}) = e^{-jN_2\omega_2}\sum_{n_2=0}^{N_2}\cos n_2\omega_2\sum_{n_1=0}^{2N_1} a_2(n_1,n_2)e^{-jn_1\omega_1}$$

Z warunku symetrii kwadrantowej ciągu $h(n_1,n_2)$ wynika, że:

$$a_2(2N_1-n_1,n_2) = a_2(n_1,n_2),$$

a zatem po analogicznych przekształceniach otrzymuje się:

$$\hat{h}(e^{j\omega_1}, e^{j\omega_2}) = e^{-j(N_1\omega_1-N_2\omega_2)}\sum_{n_1=0}^{N_1}\sum_{n_2=0}^{N_2} a(n_1,n_2)\cos(n_1\omega_1)\cos(n_2\omega_2)$$

gdzie:

$$\begin{aligned} a(0,n_2) &= a_2(N_1,n_2) \\ a(n_1,n_2) &= 2a_2(N_1-n_1,n_2) \end{aligned} \tag{11}$$

Ze wzorów (10) i (11) otrzymuje się:

$$a(0,0) = a_2(N_1,0) = h(N_1,N_2)$$

$$a(0,n_2) = 2h(N_1,N_2-n_2), \quad n_2 = 1,\dots,N_2$$

$$a(n_1,0) = 2a_2(N_1-n_1,0) = 2h(N_1-n_1,N_2), \quad n_1 = 1,\dots,N_1,$$

$$a(n_1,n_2) = 4h(N_1-n_1,N_2-n_2) \quad \text{dla} \quad n_1 = 1,\dots,N_1, \; n_2 = 1,\dots,N_2,$$

co kończy dowód twierdzenia.

Twierdzenie 2

Jeżeli filtr SOI rzędu $(2N_1,2N_2)$ posiada liniową fazę, to odpowiedź impulsowa spełnia warunek symetrii centralnej:

$$h(2N_1-n_1,2N_2-n_2) = h(n_1,n_2) \tag{12}$$

Dowód: Z założenia wynika, że

$$\varphi(\omega_1,\omega_2) = -\alpha_1\omega_1 - \alpha_2\omega_2,$$

gdzie α_1, α_2 są liczbami rzeczywistymi.

Wówczas

$$A(\omega_1,\omega_2)e^{-j(\alpha_1\omega_1-\alpha_2\omega_2)} = \sum_{n_1=0}^{2N_1}\sum_{n_2=0}^{2N_2} h(n_1,n_2)e^{-j(n_1\omega_1-n_2\omega_2)}$$

Stąd łatwo otrzymuje się równanie:

$$\frac{\sin(\alpha_1\omega_1+\alpha_2\omega_2)}{\cos(\alpha_1\omega_1+\alpha_2\omega_2)} = \frac{\sum_{n_1=0}^{2N_1}\sum_{n_2=0}^{2N_2} h(n_1,n_2)\sin(n_1\omega_1+n_2\omega_2)}{\sum_{n_1=0}^{2N_1}\sum_{n_2=0}^{2N_2} h(n_1,n_2)\cos(n_1\omega_1+n_2\omega_2)},$$

które równoważne jest następującemu równaniu:

$$\sum_{n_1=0}^{2N_1}\sum_{n_2=0}^{2N_2} h(n_1,n_2)\sin(\alpha_1-n_1)\omega_1 + (\alpha_2-n_2)\omega_2 = 0$$

Po lewej stronie tego równania znajduje się podwójny wielomian trygonometryczny. Jest on równy zero dla dowolnych ω_1, ω_2 wtedy i tylko wtedy, gdy wyrazy symetryczne względem środka są wzajemnie przeciwnego znaku, to znaczy, gdy spełniony jest warunek (12) i ponadto

$$(\alpha_1-n_1)\omega_1 + (\alpha_2-n_2)\omega_2 = -\left[(\alpha_1-2N_2+n_1)\omega_1 + (\alpha_2-2N_2+n_2)\omega_2\right],$$

skąd otrzymuje się równanie:

$$(\alpha_1-N_1)\omega_1 + (\alpha_2-N_2)\omega_2 = 0,$$

które ma być spełnione przy wszystkich ω_1, ω_2, co ma miejsce dla

$$\alpha_1 = N_1, \quad \alpha_2 = N_2$$

Na tym kończy się dowód twierdzenia.

Twierdzenie 1 daje bezpośrednią metodę syntezy filtrów SOI z liniową fazą. Niech $A_d(\omega_1,\omega_2)$ będzie zadaną amplitudą 2FC. Wówczas współczynniki szeregu (8) wyznacza się na podstawie funkcji A_d z następujących wzorów:

$$\begin{aligned}
a(0,0) &= \frac{1}{4\pi^2}\int_{-\pi}^{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} A_d(\omega_1,\omega_2)\,d\omega_1 d\omega_2 \\
a(n_1,0) &= \frac{1}{2\pi^2}\int_{-\pi}^{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} A_d(\omega_1,\omega_2)\cos(n_1\omega_1)\,d\omega_1 d\omega_2 \\
a(0,n_2) &= \frac{1}{2\pi^2}\int_{-\pi}^{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} A_d(\omega_1,\omega_2)\cos(n_2\omega_2)\,d\omega_1 d\omega_2 \\
a(n_1,n_2) &= \frac{1}{\pi^2}\int_{-\pi}^{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} A_d(\omega_1,\omega_2)\cos(n_1\omega_1)\cos(n_2\omega_2)\,d\omega_1 d\omega_2,
\end{aligned} \tag{13}$$

a następnie oblicza się poszczególne próbki odpowiedzi impulsowej filtru z następujących wyrażeń (wzory 9):

$$h(n_1,n_2) = \frac{1}{4}\,a(N_1-n_1,N_2-n_2), \quad n_1 = 0,\dots,N_1-1, \quad n_2 = 0,\dots,N_2-1$$

$$h(n_1,N_2) = \frac{1}{2}\,a(N_1-n_1,0), \qquad n_1 = 0,\dots,N_1-1$$

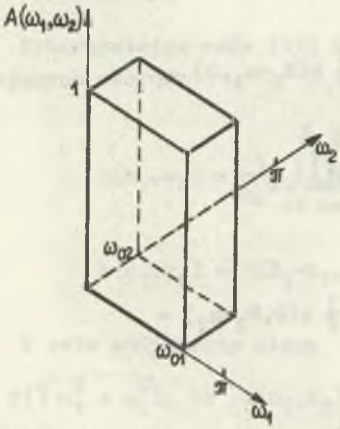
$$h(N_1,n_2) = \frac{1}{2}\, a(0,N_2-n_2), \qquad n_2 = 0,\dots,N_2-1$$

$$h(N_1,N_2) = a(0,0) \tag{14}$$

Zamiast korzystać kolejno ze wzorów (13) i (14) przy obliczaniu próbek odpowiedzi impulsowej filtru można stosować wzór bezpośredni:

$$h(n_1,n_2) = \frac{1}{4\pi^2}\int_{-\pi}^{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} A_d(\omega_1\omega_2)\cos\left[(N_1-n_1)\omega_1\right]\cos\left[(N_2-n_2)\omega_2\right]d\omega_1 d\omega_2, \tag{15}$$

traktując go jako graniczne przejście przy $n_1 \to N_1$, $n_2 \to N_2$.



Rys. 1. Prostopadłościenna amplituda 2FCNCz

3. Synteza 2FCNCz

Na rys. 1 pokazano prostopadłościenną amplitudę 2FCNCz. Stosując wzory (13) otrzymuje się:

$$a(0,0) = \frac{1}{4\pi^2}\int_{-\omega_{01}}^{\omega_{01}}\int_{-\omega_{02}}^{\omega_{02}} d\omega_1 d\omega_2 = \frac{\omega_{01}\omega_{02}}{\pi^2}$$

$$a(n_1,0) = \frac{1}{2\pi^2}\int_{-\omega_{01}}^{\omega_{01}}\int_{-\omega_{02}}^{\omega_{02}} \cos(n_1\omega_1)d\omega_1 d\omega_2 = 2\,\frac{\omega_{02}\sin n_1\omega_{01}}{\pi^2 n_1},$$

$$a(0,n_2) = 2\,\frac{\omega_{01}\sin n_2\omega_{02}}{\pi^2 n_2},$$

$$a(n_1,n_2) = \frac{1}{\pi^2} \int_{-\omega_{01}}^{\omega_{01}} \int_{-\omega_{02}}^{\omega_{02}} \cos(n_1\omega_1)\cos(n_2\omega_2)d\omega_1 d\omega_2 =$$

$$= \frac{4}{\pi^2} \cdot \frac{\sin(n_1\omega_{01})\sin(n_2\omega_{02})}{n_1 n_2}.$$

Stąd:

$$h(n_1,n_2) = \frac{1}{\pi^2} \cdot \frac{\sin\left[(N_1-n_1)\omega_{01}\right]\sin\left[(N_2-n_2)\omega_{02}\right]}{(N_1-n_1)(N_2-n_2)} \tag{15}$$

Wzór (15) jest słuszny dla $n_1 = 0,\ldots,2N_1$, $n_2 = 0,\ldots,2N_2$, z tym że dla $n_1 = N_1$ i $n_2 = N_2$ należy go traktować jako przejście graniczne.

$$h(n_1,N_2) = \lim_{n_2 \to N_2} h(n_1-n_2) = \frac{1}{2}\, a(N_1-n_1,0) =$$

$$= \frac{\omega_{02}\, \sin\left[(N_1-n_1)\omega_{01}\right]}{\pi^2(N_1-n_1)}$$

$$h(N_1,n_2) = \lim_{n_1 \to N_1} h(n_1,n_2) = \frac{1}{2}\, a(0,N_2-n_2) =$$

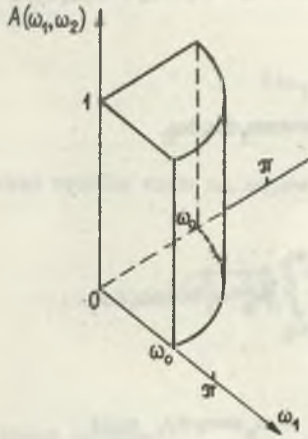
$$= \frac{\omega_{01}\, \sin(N_2-n_2)\omega_{02}}{\pi^2(N_2-n_2)}$$

$$h(N_1,N_2) = \lim_{n_1 \to N_1} h(n_1,N_2) = \lim_{n_2 \to N_2} h(N_1,n_2) = \lim_{\substack{n_1 \to N_1 \\ n_2 \to N_2}} h(n_1,n_2) =$$

$$= a(0,0) = \frac{\omega_{01}\omega_{02}}{\pi^2}.$$

Na rys. 2 pokazano calindryczną amplitudę 2FCNCz zadaną wyrażeniem:

$$A_d(\omega_1,\omega_2) = \begin{cases} 1, & \text{gdy } \omega_1^2 + \omega_2^2 \leq \omega_o^2 \\ 0, & \text{gdy } \omega_1^2 + \omega_2^2 > \omega_o^2 \end{cases}$$



Rys. 2. Cylindryczna amplituda 2FCNCz

Wykorzystując wzór (15) oblicza się odpowiedź impulsową filtru z następujących wzorów:

$$b(n_1,n_2) = \frac{1}{4\pi^2}\int_{-\pi}^{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} A_d(\omega_1,\omega_2)\cos(n_1\omega_1)\cos(n_2\omega_2)d\omega_1 d\omega_2$$

$$h(n_1,n_2) = b(N_1-n_1,N_2-n_2) \tag{16}$$

W celu obliczenia ciągu $b(n_1,n_2)$ warto zauważyć, że jeżeli $A_d(\omega_1,\omega_2) = f(\sqrt{\omega_1^2+\omega_2^2})$, to $b(n_1,n_2) = g(\sqrt{n_1^2+n_2^2})$, gdzie f i g są funkcjami jednej zmiennej. Oznacza to, że jeżeli funkcja A_d ma symetrię kołową, to ciąg b także ma symetrię kołową. Istotnie, wprowadzając współrzędne biegunowe otrzymuje się:

$$b(n_1,n_2) = \frac{1}{4\pi^2}\int_{-\pi}^{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} A_d(\omega_1,\omega_2)\left[\cos(n_1\omega_1+n_2\omega_2)+\cos(n_1\omega_1-n_2\omega_2)\right]d\omega_1 d\omega_2 =$$

$$= \frac{1}{4\pi^2}\int_0^{\pi} rf(r)dr\int_{-\pi}^{\pi}\left[\cos(n_1 r\cos\varphi+n_2 r\sin\varphi)+\cos(n_1 r\cos\varphi-n_2 r\sin\varphi)\right]d\varphi =$$

$$= \frac{1}{4\pi^2}\int_0^{\pi} rf(r)dr\int_{-\pi}^{\pi}\left\{\cos\left[r\sqrt{n_1^2+n_2^2}\sin(\varphi+\alpha)\right]+\cos\left[r\sqrt{n_1^2+n_2^2}\sin(\varphi-\alpha)\right]\right\}d\varphi =$$

$$= g(\sqrt{n_1^2+n_2^2}).$$

Dlatego przy obliczaniu próbek $b(n_1,n_2)$ wystarczy obliczyć $b(n,0)$ i wstawić $n = \sqrt{n_1^2 + n_2^2}$. Zatem otrzymuje się:

$$b(n,0) = \frac{1}{4\pi^2}\int_{-\pi}^{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} A_d(\omega_1,\omega_2)\cos n\omega_1 \, d\omega_1 \, d\omega_2$$

$$= \frac{1}{4\pi^2}\int_{-\omega_0}^{\omega_0} \cos n\omega_1 \, d\omega_1 \int_{-\sqrt{\omega_0^2-\omega_1^2}}^{\sqrt{\omega_0^2-\omega_1^2}} d\omega_2 = \frac{1}{2\pi^2}\int_{-\omega_0}^{\omega_0} \sqrt{\omega_0^2-\omega_1^2}\cos n\omega_1 \, d\omega_1 .$$

Podstawiając $\omega_1 = \omega_0 \sin\varphi$ otrzymuje się $d\omega_1 = \omega_0 \cos\varphi \, d\varphi$, skąd

$$b(n,0) = \frac{\omega_0^2}{2\pi^2}\int_{-\pi}^{\pi} (\cos\varphi)^2 \cos(n\omega_0 \sin\varphi) \, d\varphi .$$

W celu obliczenia tej całki rozkłada się w szereg trygonometryczny funkcję $\cos(n\omega_0 \sin\varphi)$

$$\cos(n\omega_0 \sin\varphi) = J_0(n\omega_0) + 2\left[J_2(n\omega_0)\cos 2\varphi + J_4(n\omega_0)\cos 4\varphi + \ldots\right],$$

gdzie J_k jest funkcją Bessela rzędu k. Wówczas

$$b(n,0) = \frac{\omega_0^2}{4\pi^2}\int_{-\pi}^{\pi} (1+\cos 2\varphi)\left\{J_0(n\omega_0) + 2\left[J_2(n\omega_0)\cos 2\varphi + J_4(n\omega_0)\cos 4\varphi + \right.\right.$$

$$\left.\left. + \ldots\right]\right\} d\varphi = \frac{\omega_0^2}{2\pi}\left[J_0(n\omega_0) + J_2(n\omega_0)\right].$$

Korzystając z następującej tożsamości dla funkcji Bessela [4]:

$$\frac{2\nu}{z} J_\nu(z) = J_{\nu-1}(z) + J_{\nu+1}(z),$$

otrzymuje się:

$$b(n,0) = \frac{\omega_0 J_1(\omega_0 n)}{\pi n}$$

Tak więc

$$b(n_1,n_2) = \frac{\omega_o J_1(\omega_o\sqrt{n_1^2+n_2^2})}{\pi\sqrt{n_1^2+n_2^2}},$$

a stąd wynika wzór na odpowiedź impulsową filtru:

$$h(n_1,n_2) = \frac{\omega_o J_1(\omega_o\sqrt{(N_1-n_1)^2+(N_2-n_2)^2})}{\pi\sqrt{(N_1-n_1)^2+(N_2-n_2)^2}}. \tag{17}$$

4. Uwagi końcowe

W pracy podano bezpośrednią metodę obliczania odpowiedzi impulsowej dwuwymiarowego filtru SOI z liniową fazą o zadanej amplitudzie. Podano zamknięte wzory na odpowiedź impulsową. Wzory te wynikają z rozkładu amplitudy filtru w podwójny szereg Fouriera kosinusów. Wskutek obcięcia szeregu Fouriera na granicy pasma przepustowego należy się spodziewać szkodliwych wpływów efektu Gibbsa. Efekt Gibbsa można złagodzić za pomocą okien.

Niech w będzie oknem do wyważania odpowiedzi impulsowej h:

$$h_w(n_1,n_2) = w(n_1,n_2)h(n_1,n_2) \tag{18}$$

Jeżeli dobierze się wagę o symetrii kwadrantowej, to filtr wyrażony zachowa liniową fazę. Charakterystykę amplitudową wyważonego filtru należy obliczyć ze wzorów (8), (9) i (18), otrzymując:

$$A_w(\omega_1,\omega_2) = \sum_{n_1=0}^{N_1}\sum_{n_2=0}^{N_2} w(N_1-n_1,N_2-n_2)a(n_1,n_2)\cos(n_1\omega_1)\cos(n_2\omega_2) \tag{19}$$

LITERATURA

[1] BERNABO F., EMILIANI P.L., CAPPELINI V.: Design of 2-dimensional recursive filters. Electron.Lett., vol.12, no 11, pp.288-289, May 1976.

[2] DUDGEON D.E.: Fundamentals of digital array processing. Proc. IEEE, pp. 898-904, June 1977.

[3] HU J.V., RABINER L.R.: Design techniques for two dimensional digital filters. IEEE Trans. Audio Electroacoust., pp. 249-251, Oct. 1972.

[4] McLACHLAN N.W.: Funkcje Bessela dla inżynierów. Warszawa 1964.

[5] OPPENHEIM A.V., SCHAFER R.W.: Cyfrowe przetwarzanie sygnałów, WKŁ, Warszawa 1979.

[6] RABINER L.R., GOLD B.: Theory and Application of digital Signal Processing Englewood Cliffs, New Jersey, Prentice-Hall, 1975.

Recenzent: Doc. dr hab. inż. Marian Bogucki

Wpłynęło do redakcji: 5.V.1983 r.

СИНТЕЗ ДВУХМЕРНЫХ ЦИФРОВЫХ ФИЛЬТРОВ МЕТОДОМ РЯДОВ ФУРЬЕ

Р е з ю м е

В работе даны соотношения для вычисления значений импульсной характеристики двухмерного КИХ фильтра с заданной амплитудной характеристикой. Эти соотношения вытекают из двухмерных рядов Фурье. В статье представлены примеры вычислений импульсных характеристик КИХ - фильтров нижних частот.

TWO DIMENSIONAL DIGITAL FILTERS DESIGN USING TWO DIMENSIONAL FOURIER SERIES

S u m m a r y

In the paper the relationships for finite impulse response calculation for two dimensional digital filters with linear phase have been given. These relations have been found using two dimensional Fourier series and they guarantee minimization of the mean square error of the amplitude.