

Jan ULMAN

Instytut Podstawowych Problemów  
Elektrotechniki i Energoelektroniki  
Politechniki Śląskiej

ALGORYTM WYZNACZANIA ROZKŁADU POTENCJAŁU ELEKTRYCZNEGO  
WYTWORZONEGO PRZEZ UKŁAD LINII PRZESYŁOWYCH O SKOŃCZONEJ DŁUGOŚCI,  
RÓWNOLEGŁYCH DO PŁASZCZYZNY ZIEMI I DOWOLNEJ GEOMETRII WZGLĘDEM SIEBIE

Streszczenie. W pracy podano algorytm określania rozkładu potencjału elektrycznego wytworzonego przez układ linii przesyłowych wysokiego napięcia, uwzględniający przestrzenny charakter pola elektrycznego.

## 1. Wstęp

Badanie rozkładu natężenia pola elektrycznego w przypadku bardziej złożonych konfiguracji prowadzenia linii przesyłowych, przede wszystkim w rozdzielniach najwyższych napięć, wymaga uwzględnienia przestrzennego charakteru pola. Złożony opis matematyczny problemu brzegowego, jaki występuje przy tego rodzaju rozważaniach, praktycznie uniemożliwia otrzymanie rozwiązania na drodze analitycznej. Istnieje więc potrzeba poszukiwania algorytmów pozwalających określić rozkłady natężenia pola elektrycznego w otoczeniu linii przesyłowych wykorzystujących technikę cyfrową. Wśród metod matematycznych opisujących określony zewnętrzny problem Dirichleta znacznie wygodniejsze w realizacji numerycznej wydają się być metody całkowe, aniżeli metody różnicowe [4]. W dalszej części pracy podany będzie algorytm wyznaczania rozkładu natężenia pola elektrycznego, wytworzonego przez układ linii przesyłowych o skończonej długości, równoległych do płaszczyzny ziemi i dowolnej konfiguracji względem siebie (np. przewody stanowiące linie skośne względem siebie).

## 2. Postać całkowa potencjału generowanego przez linie przesyłowe

Dla stanów wolnozmiennych w czasie potencjał elektryczny quasi-statyczny wyraża się wzorem [3]:

$$V(X,t) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_m \frac{\rho(Y,t)dS_Y}{r(X,Y)}, \quad (2.1)$$

$\begin{matrix} S=U \\ i=1 \end{matrix} S_i$

gdzie:

- X - punkt w przestrzeni  $R^3$  na zewnątrz przewodników,
- $\rho(Y,t)$  - gęstość ładunku powierzchniowego w dowolnym punkcie  $Y \in S$  powierzchni przewodnika,
- S - całkowita powierzchnia przewodników ( $S_i$  - powierzchnia i-tego przewodnika  $1 \leq i \leq m$ ),
- $r(X,Y)$  - odległość między punktami X i Y.

Jeżeli dokonać założenia upraszczającego, że ładunek elektryczny wzdłuż przewodnika (linii przesyłowej) zlokalizowany jest liniowo wzdłuż osi przewodników, to potencjał elektryczny quasi-statyczny wyrazi się wzorem:

$$V(X,t) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_m \frac{\lambda(Y,t)dL_Y}{r(X,Y)}, \quad (2.2)$$

$\begin{matrix} L=U \\ i=1 \end{matrix} L_i$

gdzie:

- $\lambda(Y,t)$  - gęstość ładunku liniowego w dowolnym punkcie  $Y \in L$  na osi przewodnika,
- L - krzywa całkowania wzdłuż osi przewodników.

Weryfikację takiego założenia upraszczającego w przypadku poszukiwania rozkładów natężenia pola w pasie przy powierzchni ziemi przedstawiają wykresy podane na rys. 3.2.

Ponieważ potencjały poszczególnych przewodników są sinusoidalnie zmienne o tej samej pulsacji  $\omega$ ,

$$v_k(t) = V_{\max k} \sin(\omega t + \varphi_k) \quad k = 1, 2, \dots, m$$

to do analizy pola można stosować metodę liczb zespolonych [1].  
Odpowiednikiem wzoru (2.2) będzie wówczas wzór:

$$V(X) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_L \frac{\lambda(Y)dL_Y}{r(X,Y)}, \quad (2.3)$$

gdzie:

$V(X) = V_m(X)e^{j\varphi_V(X)}$  - potencjał zespolony w punkcie  $X$  pola,

$\lambda(Y) = \lambda_m(Y)e^{j\varphi_\lambda(Y)}$  - gęstość zespolona ładunku liniowego w dowolnym punkcie  $Y \in L$ .

W praktycznych obliczeniach funkcja gęstości liniowej ładunku nie jest zadana. Najczęściej zadany jest potencjał na powierzchni przewodników. W tych przypadkach bezpośrednie stosowanie wzoru (2.3) jest niemożliwe, jednak w oparciu o ten wzór - jak wykazane będzie dalej - można skonstruować algorytm do numerycznego obliczania pola elektrycznego quasi-statycznego sinusoidalnie zmiennego, przy zadanych warunkach brzegowych.

Dla układu  $m$  przewodników wzór (2.3) można przedstawić następująco:

$$V(X) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_L \frac{\lambda(Y)dL_Y}{r(X,Y)} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^m \int_{L_i} \frac{\lambda_i(Y)dL_Y}{r(X,Y)} \quad (2.4)$$

gdzie:

$L_i$  - krzywa całkowania wzdłuż  $i$ -tego przewodnika,

$\lambda_i(Y)$  - gęstość ładunku liniowego w dowolnym punkcie  $Y \in L_i$ .

### 2.1. Potencjał elektryczny generowany przez $i$ -ty przewód o skończonej długości i równoległy do płaszczyzny ziemi

W analizie pola elektrycznego generowanego przez układ linii przesyłowych zastosowana będzie metody zwierciadlanego odbicia. Przyjmując dla przewodu  $i'$  (rys. 2.1), będącego zwierciadlanym odbiciem przewodu  $i$ -tego, że jego gęstość liniowa wynosi:

$$\lambda_{i'}(Y) = -\lambda_i(Y),$$

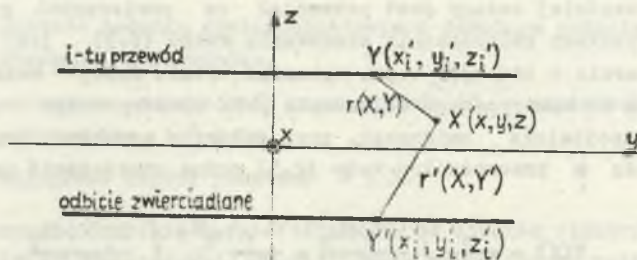
można wyrazić potencjał pola elektrycznego generowanego przez ładunek  $i$ -tego przewodu, z uwzględnieniem powierzchni ziemi (płaszczyzna  $xOy$ ), w następującej postaci:

$$V(X) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[ \int_{L_i} \frac{\lambda_i(Y)dL_Y^i}{r(X,Y)} - \int_{L_{i'}} \frac{\lambda_{i'}(Y)dL_Y^{i'}}{r(X,Y)} \right] \quad (2.5)$$

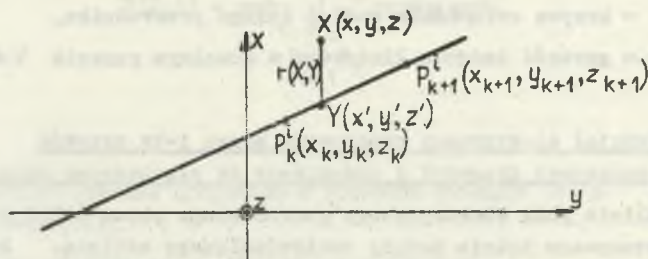


Natomiast dla układu  $m$  przewodników

$$v(X) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^m \left[ \int_{L_i} \frac{\lambda_i(Y) dL_i^1}{r(X,Y)} - \int_{L_i} \frac{\lambda_i(Y) dL_i^1}{r'(X,Y)} \right] \quad (2.5a)$$



Rys. 2.1.  $i$ -ty przewód i jego odbicie zwierciadlane w pł.  $xOy$



Rys. 2.2.  $i$ -ty przewód równoległy do pł.  $xOy$

Rozważmy linię usytuowaną równolegle do płaszczyzny ziemi, tj. pł.  $xOy$  (rys. 2.1 i 2.2) i przyjmijmy następujące oznaczenia:

- $P_k^i(x_k, y_k, z_k)$  - punkt  $P_k$  na  $i$ -tym przewodzie,
- $(x_k, y_k, z_k)$  - współrzędne punktu  $P_k^i$ ,
- $P_{k+1}^i(x_{k+1}, y_{k+1}, z_{k+1})$  - punkt  $P_{k+1}^i$  na  $i$ -ty. przewodzie,
- $(x_{k+1}, y_{k+1}, z_{k+1})$  - współrzędne punktu  $P_{k+1}^i$ ,
- $Y(x', y', z')$  - punkt leżący na  $i$ -tym przewodzie między punktami  $P_k^i$  oraz  $P_{k+1}^i$ ,
- $r(X, Y)$  - odległość między punktami  $X$  i  $Y$ ,

$l_1'$  - zwierciadlane odbicie przewodu  $l_1$ ,

$Y'$  - punkt leżący na przewodzie  $l_1'$ ,

$r'(X, Y')$  - odległość między punktami  $X$  i  $Y'$ .

Odwzorowując  $i$ -ty przewód za pomocą odcinków zawartych między kolejnymi punktami  $P_k^i, P_{k+1}^i$ , możemy wzór (2.5) przybliżyć następująco:

$$v(X) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_k \left[ \int_{l_k} \frac{\lambda_k(Y) dl_Y^i}{r(X, Y)} - \int_{l_k} \frac{\lambda_k(Y) dl_Y^i}{r'(X, Y)} \right], \quad (2.6)$$

gdzie:

$l_k$  - odcinek zawarty między punktami  $P_k^i, P_{k+1}^i$ ,

$l_k'$  - odbicie zwierciadlane odcinka  $l_k$ ,

$\sum_k$  - sumowanie po wszystkich odcinkach aproksymujących linię  $l_1$ .

### 2.1.1. Potencjał elektryczny generowany przez liniowo naładowany odcinek $l_k$

Centralnym punktem poszukiwanego algorytmu jest aproksymacja całek występujących w sumie (2.6). Przyjęto dla nich następujące oznaczenia:

$$I_k = \int_{l_k} \frac{\lambda(Y) dl_Y}{r(X, Y)}, \quad I_k' = \int_{l_k} \frac{\lambda(Y) dl_Y}{r'(X, Y)}, \quad (2.7)$$

przy czym dla prostoty pominięto wskaźnik "i" przy gęstości  $\lambda$  oraz różnicze  $dl_Y$ .

Przyjmując oznaczenia z rys. 2.2 możemy parametrycznie zapisać zbiór punktów należących do odcinka  $[P_k^i, P_{k+1}^i]$

$$\begin{aligned} x' &= x_k + (x_{k+1} - x_k)u \\ y' &= y_k + (y_{k+1} - y_k)u \quad 0 \leq u \leq 1 \\ z' &= z_k = z_1 \end{aligned} \quad (2.8)$$

gdzie:

$z_1$  - współrzędna z  $i$ -tego przewodu.

Biorąc pod uwagę równanie parametryczne odcinka (2.8) dowolny jego element  $dl_Y$  wyraża się wzorem:

$$dl_Y = \sqrt{[\dot{x}(u)]^2 + [\dot{y}(u)]^2 + [\dot{z}(u)]^2} du = \sqrt{(x_{k+1} - x_k)^2 + (y_{k+1} - y_k)^2} du \quad (2.9)$$

Funkcja gęstości ładunku  $\lambda(Y)$  występująca pod całką (2.7) nie jest znana a priori. W obliczeniach numerycznych można by ją aproksymować funkcją stałą. W dowolnym punkcie  $Y \in [P_k^1, P_{k+1}^1]$  można by przyjąć jako:

$$\lambda(Y) = \lambda_{k,k+1}^1, \quad (2.10a)$$

gdzie stała wartość gęstości  $\lambda_{k,k+1}^1$  na odcinku  $[P_k^1, P_{k+1}^1]$  (jako na razie nie znana) może być wyciągnięta przed znak całki (2.7).

Można również aproksymować funkcję gęstości ładunku  $\lambda(Y)$  na odcinku  $[P_k^1, P_{k+1}^1]$  kombinacją liniową gęstości ładunków w końcowych punktach odcinka. Stosując zapis parametryczny odcinka (2.8), dowolnemu jego punktowi  $Y$  przyporządkowuje się gęstość ładunku

$$\lambda(Y) = \lambda(P_k^1) + [\lambda(P_{k+1}^1) - \lambda(P_k^1)]u, \quad 0 \leq u \leq 1 \quad (2.10b)$$

gdzie  $\lambda(P_k^1)$ ,  $\lambda(P_{k+1}^1)$  stanowią nieznanne na razie wartości gęstości ładunków w punktach  $P_k^1$  oraz  $P_{k+1}^1$ :

Odległość między dowolnie ustalonym punktem  $X(x,y,z)$  a dowolnym punktem  $Y(x,y,z)$  leżącym na odcinku  $[P_k^1, P_{k+1}^1]$  zapisana w oparciu o wzór (2.8) wynosi:

$$r(X,Y) = \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2} = \sqrt{au^2 + bu + c}, \quad (2.11)$$

gdzie:

$$a = (x_{k+1} - x_k)^2 + (y_{k+1} - y_k)^2 \quad (2.12)$$

$$b = 2(x_k - x)(x_{k+1} - x_k) + 2(y_k - y)(y_{k+1} - y_k) \quad (2.13)$$

$$c = (x - x_k)^2 + (y - y_k)^2 + (z - z_k)^2 \quad (2.14)$$



Stosując wzory (2.9), (2.10b), (2.11) do całek (2.7) i wykonując elementarne całkowanie otrzymujemy:

$$I_k = R_k^{(1)} \alpha_0 \lambda(P_k^1) + R_k^{(1)} \alpha_1 [\lambda(P_{k+1}^1) - \lambda(P_k^1)] \quad (2.15)$$

$$I_{k'} = R_k^{(1)} \alpha_0' \lambda(P_k^1) + R_k^{(1)} \alpha_1' [\lambda(P_{k+1}^1) - \lambda(P_k^1)], \quad (2.16)$$

gdzie:

$$R_k^{(1)} = \sqrt{(x_{k+1} - x_k)^2 + (y_{k+1} - y_k)^2} \quad (2.17)$$

$$\alpha_0 = \int_0^1 \frac{du}{\sqrt{au^2 + bu + c}} = \frac{1}{\sqrt{a}} \ln \left| \frac{e + \frac{b}{2} + \sqrt{a(a+b+c)}}{\frac{b}{2} + \sqrt{ac}} \right| \quad (2.18)$$

$$\alpha_1 = \int_0^1 \frac{udu}{\sqrt{au^2 + bu + c}} = \frac{\sqrt{a+b+c} - \sqrt{c}}{a} - \frac{b}{2a} \alpha_0 \quad (2.19)$$

$$\alpha_0' = \frac{1}{\sqrt{a}} \ln \left| \frac{a + \frac{b}{2} + \sqrt{a(a+b+d)}}{\frac{b}{2} + \sqrt{ad}} \right| \quad (2.20)$$

$$\alpha_1' = \frac{\sqrt{a+b+d} - \sqrt{d}}{a} - \frac{b}{2a} \alpha_0' \quad (2.21)$$

przy czym

$$d = (x - x_k)^2 + (y - y_k)^2 + (z + z_k)^2, \quad (2.22)$$

$a, b, c$  - wyrażają się odpowiednio wzorami (2.12), (2.13), (2.14).

Biorąc pod uwagę wzór (2.6) i (2.7) należy rozważyć następującą różnicę całek  $I_k - I_{k'}$ . Wykorzystując wzory (2.15) i (2.16) otrzymujemy:

$$I_k - I_{k'} = R_k^{(1)} (F_k^{(1)} - H_k^{(1)}) \lambda(P_k^1) + R_k^{(1)} H_k^{(1)} \lambda(P_{k+1}^1), \quad (2.23)$$

gdzie:

$$F_k^{(1)} = \frac{1}{\sqrt{a}} \ln \left| \frac{a + \frac{b}{2} + \sqrt{a(a+b+c)}}{\frac{b}{2} + \sqrt{ac}} \cdot \frac{\frac{b}{2} + \sqrt{ad}}{a + \frac{b}{2} + \sqrt{a(a+b+d)}} \right| = \alpha_0 - \alpha'_0 \quad (2.24)$$

$$H_k^{(1)} = \frac{1}{a} (\sqrt{a+b+c} - \sqrt{c} - \sqrt{a+b+d} + \sqrt{d} - \frac{b}{2} F_k^{(1)}) = \alpha_1 - \alpha'_1 \quad (2.25)$$

gdzie:

$i$  - wskaźnik oznaczający  $i$ -ty przewód,

$k$  - wskaźnik oznaczający numer odcinka na linii  $L_1$ .

Linie całkowania  $L_1$  występująca we wzorze (2.5) możemy aproksymować skończoną liczbą  $n_1$  odcinków o takiej samej lub różnej długości, w zależności od wierności odtwarzania rozważanej części obszaru. W oparciu o wzory (2.23) i (2.7) wzór (2.6) przybierze obecnie postać:

$$\begin{aligned} V(X) &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{k=1}^{n_1} (I_k - I'_k) = \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left\{ R_1^{(1)}(P_1^{(1)} - H_1^{(1)})\lambda(P_1^1) + \sum_{j=2}^{n_1} \left[ R_{j-1}^{(1)}H_{j-1}^{(1)} + R_j^{(1)}(P_j^{(1)} - H_j^{(1)}) \right] \lambda(P_j^1) + \right. \\ &\quad \left. + R_{n_1}^{(1)}H_{n_1}^{(1)}\lambda(P_{n_1+1}^1) \right\} \quad (2.26) \end{aligned}$$

Wyrażenie (2.26) określa więc potencjał generowany przez  $i$ -tą linię. Współczynniki występujące przy niewiadomych  $\lambda(P_j^1)$  są znane, gdy zadana jest konfiguracja prowadzenia przewodu oraz współrzędne  $(x, y, z)$  punktu  $X$ .

### 2.1.2. Potencjał elektryczny generowany przez układ linii przesyłowych

Zakładamy, że dany jest układ  $m$  linii o skończonej długości, równoległych do płaszczyzny ziemi o dowolnej geometrii względem siebie (mogą to być linie skośne względem siebie). W oparciu o wyrażenia (2.26) i (2.7) wzór (2.5a) przyjmie postać:

$$V(X) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left\{ \left[ R_1^{(1)}(P_1^{(1)} - H_1^{(1)})\lambda(P_1^1) + \sum_{j=2}^{n_1} (R_{j-1}^{(1)}H_{j-1}^{(1)} + \right. \right.$$



$$\begin{aligned}
 & + R_j^{(1)}(P_j^{(1)} - H_j^{(1)})\lambda(P_j^1) + R_{n_1}^{(1)}H_{n_1}^{(1)}\lambda(P_{n_1+1}^1) \Big] + \dots + \\
 & + \left[ R_1^{(m)}(P_1^{(m)} - H_1^{(m)})\lambda(P_1^m) + \sum_{j=2}^{n_m} (R_{j-1}^{(m)}H_{j-1}^{(m)} + R_j^{(m)}(P_j^{(m)} - H_j^{(m)})\lambda(P_j^m) + \right. \\
 & \left. + R_{n_m}^{(m)}H_{n_m}^{(m)}\lambda(P_{n_m+1}^m) \right] \Big], \tag{2.27}
 \end{aligned}$$

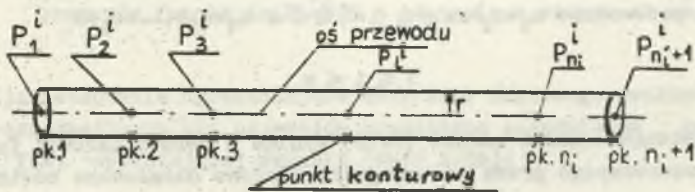
przy czym znak kropki oznacza wpływ pozostałych przewodów o numerach od  $i = 2$  do  $i = m-1$ , natomiast wyrażenie w nawiasie kwadratowym przemnożone przez  $\frac{1}{4\pi\epsilon_0}$  oznacza potencjał generowany przez  $i$ -ty przewód (wzór 2.26) ( $1 \leq i \leq m$ ).

Liczba nieznanych gęstości ładunków w punktach  $P_j^i$  ( $1 \leq i \leq m, 1 \leq j \leq n_i+1$ ) wynosi:

$$M = \sum_{i=1}^m n_i + m \tag{2.28}$$

Należy więc skonstruować układ równań liniowych umożliwiającą znalezienie gęstości  $\lambda(P_j^i)$  przy zadanych warunkach brzegowych. W tym celu rozważmy ponownie  $i$ -ty przewód przedstawiony na rys. 2.3 o następujących oznaczeniach:

- $P_k^i$  -  $k$ -ty punkt na osi  $i$ -tego przewodu,
- $x$  - punkt konturowy znajdujący się na powierzchni przewodnika,
- $pk.l$  -  $l$ -ty punkt konturowy odpowiadający punktowi  $P_k^i$ ,
- $r$  - promień przewodu.



Rys. 2.3.  $i$ -ty przewód wraz z punktami konturowymi

Ponieważ znane są wartości potencjałów  $V(X)$  w punktach konturowych  $X(x, y, z)$  leżących na powierzchni wszystkich przewodników, dlatego układając równanie (2.27) dla każdego punktu konturowego oddzielnie otrzymujemy następujący układ równań:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[ R_1^{(1)}(P_{1,1}^{(1)} - H_{1,1}^{(1)})\lambda(P_1^1) + \sum_{j=2}^{n_1} (R_{j-1}^{(1)}H_{j-1,1}^{(1)}) + \right. \\ & + R_j^{(1)}(P_{j,1}^{(1)} - H_{j,1}^{(1)})\lambda(P_j^1) + R_{n_1}^{(1)}H_{n_1,1}^{(1)}\lambda(P_{n_1+1}^1) \left. \right] + \dots + \\ & + \left[ R_1^{(m)}(P_{1,1}^{(m)} - H_{1,1}^{(m)})\lambda(P_1^m) + \sum_{j=2}^{n_m} (R_{j-1}^{(m)}H_{j-1,1}^{(m)}) + \right. \\ & + R_j^{(m)}(P_{j,1}^{(m)} - H_{j,1}^{(m)})\lambda(P_j^m) + R_{n_m}^{(m)}H_{n_m,1}^{(m)}\lambda(P_{n_m+1}^m) \left. \right] = V(X_1), \end{aligned} \quad (2.29)$$

przy czym  $l \in \{1, 2, \dots, M\}$ ,

gdzie:

$R_j^{(1)}$  - wartość wyrażenia określonego wzorem (2.17) ( $1 \leq j \leq n_1$ ),

$F_{j,1}^{(1)}H_{j,1}^{(1)}$  - wartość wyrażenia określonego odpowiednio wzorem (2.24) i (2.25) dla przedziału  $[P_j^1, P_{j+1}^1]$  na  $i$ -tym przewodzie i obliczanego w punkcie konturowym o numerze 1,

$X_1$  -  $l$ -tym punkt konturowy,

przy czym przyjęto następującą numerację punktów konturowych:

- na 1 przewodzie  $1 \leq l \leq n_1+1$

- na 2 przewodzie  $n_1+2 \leq l \leq n_1+n_2+2$

⋮

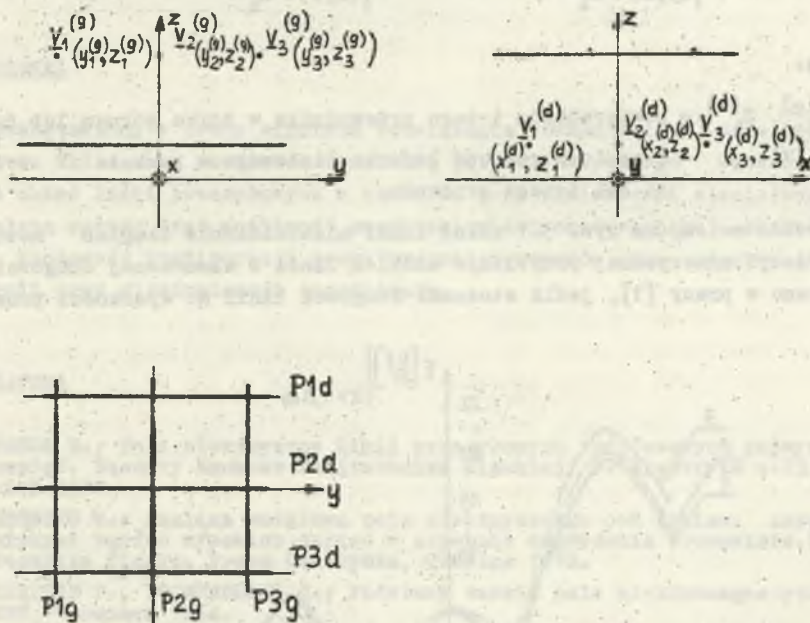
- na  $i$ -tym przewodzie  $n_1+n_2+\dots+n_{i-1}+1 \leq l \leq n_1+n_2+\dots+n_i+1$

$$1 \leq i \leq m$$

Jednoznaczność układu równań (2.29) wynika z harmoniczności funkcji potencjału generowanego przez poszczególne liniowo naładowane odcinki.

3. Przykład numeryczny

Opracowany w pracy algorytm zastosowano do obliczenia rozkładu natężenia pola elektrycznego w otoczeniu miejsca krzyżowania się linii trójfazowych, stanowiącego ważny fragment stacji transformatorowo-rozdzielczych. Otrzymane rozwiązania porównano z wynikami pomiarowymi przedstawionymi w pracy [2] oraz z rozkładami podanymi w pracach [1] i [4].



Rys. 3.1. Linie przesyłowe usytuowane względem siebie pod kątem prostym (w obliczeniach przyjęto  $z_1^{(g)} = z_2^{(g)} = z_3^{(g)} = 21$  m,  $z_1^{(d)} = z_2^{(d)} = z_3^{(d)} = 10$  m,  $y_3^{(g)} = -y_1^{(g)} = 16$  m,  $x_3^{(d)} = -x_1^{(d)} = 12$  m,  $y_2^{(g)} = x_2^{(d)} = 0$ ,  $\underline{V}_1^{(g)} = \underline{V}_1^{(d)} = \frac{750}{\sqrt{3}}$  kV,  $\underline{V}_2^{(g)} = \underline{V}_2^{(d)} = \frac{750}{\sqrt{3}} \cdot \frac{149}{3}$  kV,  $\underline{V}_3^{(g)} = \underline{V}_3^{(d)} = \frac{750}{\sqrt{3}} \cdot \frac{128}{3}$  kV, przewody fazowe 4xAFL-525 o odstępnie w wiązce 40 cm

Stosując założenia upraszczające dotyczące liniowego rozkładu ładunków wzdłuż poszczególnych osi przewodów rozwiązano zagadnienie poszukiwania funkcji  $\underline{V}(I)$  spełniającej warunki (wzór 2.5a):



$$\underline{V}(X) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^6 \left[ \int_{L_i} \frac{\underline{\lambda}_i(Y) dL_Y^1}{r(X, Y)} - \int_{L_i} \frac{\underline{\lambda}_i(Y) dL_Y^1}{r'(X, Y)} \right]$$

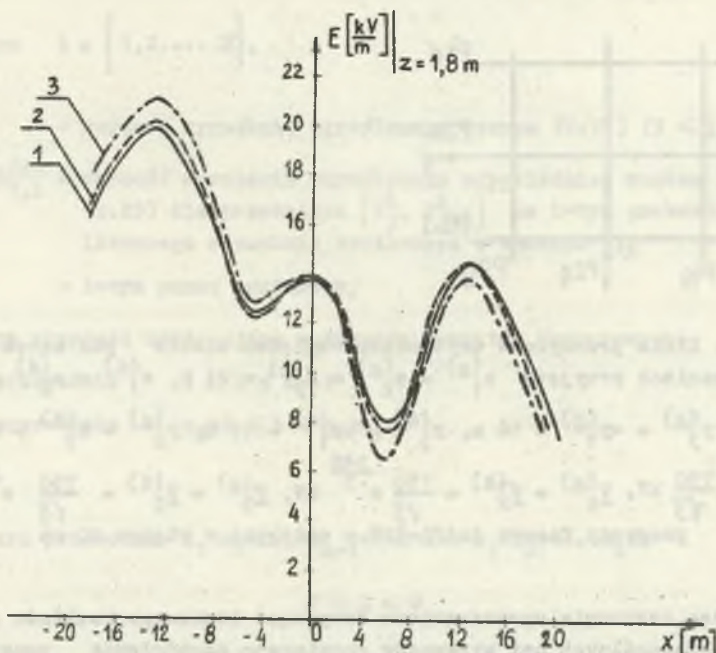
natomiast na powierzchni przewodników

$$\underline{V}(X) \Big|_{(y, z) \in S_1^{(g)}} = \underline{V}_1^{(g)}; \quad \underline{V}(X) \Big|_{(x, z) \in S_1^{(d)}} = \underline{V}_1^{(d)} \quad i = 1, 2, 3$$

gdzie:

- $S_1^{(g)}$ ,  $S_1^{(d)}$  - powierzchnia i-tego przewodnika w torze górnym lub dolnym,  
 $\underline{\lambda}_i(Y)$  - zespolona gęstość ładunku liniowego w punkcie  $Y$  leżącym na osi i-tego przewodu.

Przedstawiony na rys. 3.1 układ linii nieskończenie długich można w realizacji numerycznej przybliżyć modelem linii o skończonej długości. Jak wykazano w pracy [1], jeśli stosunek długości linii do wysokości prowadze-



Rys. 3.2. Rozkład natężenia pola elektrycznego pod skrzyżowaniem dwóch torów trójfazowych 750 V wzdłuż przekroju  $P_1^g$  (rys. 3.1)

1 - rozkład otrzymany na drodze pomiarowej w pracy [2], 2 - rozkład otrzymany wg metody opartej na równaniu (2.3), 3 - rozkład otrzymany metodą różnicową [4]

nia przewodów jest większy od dziesięciu dla każdego z przewodów, to w obszarze linii dostatecznie oddalonym od jej końców (np.  $|d| < 0,75d_0$ ,  $d_0$  - długość przewodu) występuje praktycznie zgodność otrzymanych rozkładów natężenia pola. Obliczenia przeprowadzono przy aproksymacji przewodów na 144 odcinki, zachowując największą gęstość podziału w obszarze krzyżowania się torów trójfazowych.

Do określenia natężenia pola wykorzystano własności geometryczne pola elektrycznego quasi-statycznego przedstawione w pracy [1].

#### 4. Wnioski

Przedstawiony w pracy algorytm rozwiązania równania (2.2) może być przydatny do obliczania rozkładów natężenia pola elektrycznego wytworzonego przez układ linii przesyłowych w obszarze przy powierzchni ziemi. Podstawową zaletą metody jest możliwość uwzględnienia przestrzennego charakteru pola. Złożoność konfiguracji geometrycznej przewodów nie odgrywa istotnej roli przy algebraizacji zagadnienia.

#### LITERATURA

- [1] BARON B.: Pole elektryczne linii przesyłowych trójfazowych najwyższych napięć. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, s. Elektryka z.73, Gliwice 1980.
- [2] GROSZKO M.: Analiza modelowa pola elektrycznego pod liniami napowietrznymi bardzo wysokich napięć w aspekcie zagrożenia środowiska. Politechnika Śląska. Praca doktorska, Gliwice 1978.
- [3] SZULKIN P., POGORZELSKI S.: Podstawy teorii pola elektromagnetycznego. WNT, Warszawa 1964.
- [4] ULMAN J.: Pole elektryczne trójfazowych linii przesyłowych krzyżujących się pod kątem prostym. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, s. Elektryka z. 86, 1983.

Recenzent: Doc. dr hab. inż. Kazimierz Mikołajuk

Wpłynęło do redakcji: 14.IV.1983 r.

АЛГОРИТМ ОПРЕДЕЛЕНИЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОТЕНЦИАЛА, ПРОИЗВОДЯЩЕГО СИСТЕМОЙ КОНЕЧНОЙ ДЛИНЫ ЭЛЕКТРОПРОВОДОВ, ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ К ПОВЕРХНОСТИ ЗЕМЛИ СВОЕВОЛЬНО РАСПОЛОЖЕННЫХ ДРУГ К ДРУГУ

### Р е з ю м е

В работе описан алгоритм определения распределения электрического потенциала, производящего системой электропроводов высокого напряжения с учётом пространственного характера электрического поля.

AN ALGORITHM FOR ASSIGNMENT  
OF THE ELECTRICAL POTENTIAL DISTRIBUTION  
MADE BY THE ELECTRIC FINITE LENGHT WIRING SYSTEM PARRALEL  
TO EARTH SURFACE ARBITRARY LOCATED

### S u m m a r y

The paper presents an algorithm for assignment of the electrical potential distribution caused by electric high voltage wiring system. The algorithm takes into account the spatial character of the electrical field.