Seria: ELEKTRYKA z. 92

Nr kol. 801

Józef KWICZALA

WPŁYW KONSTRUKCJI UZWOJEŃ NA DOKŁADNOŚĆ MAGNETYCZNYCH KOMPARATORÓW PRADU PRZEMIENNEGO

> <u>Stresscsenie</u>. Z analizy modelu uzwojeń porównawczych magnetycznego komparatora prądu przemiennego wyprowadzono zależności opisujące błedy uzwojeń. Na ich podstawie przeprowadzono ocenę przydatności różnych typów uzwojeń porównawczych pod względem minimalizacji błędu komparatora. Wyniki oceny zweryfikowano pomiarowo.

#### 1. Wprowadsenie

# 1.1. Sposoby kompensacji sil magnetomotorycsnych

Konstrukcja komparatora prądu przemiennego oras sposób detekcji stanu skompensowania sił magnetomotoryczných opisane są m.in. w pracach [1, 2, 4]. Stan kompensacji sił magnetomotorycznych osiąga się trzema sposobami:

- a) poprzez zmianę natężenia porównywanych pradów.
- b) poprzez zmianę liczb zwojów uzwojeń porównawczych.
- c) poprzez wsbudzenie dodatkowej siły magnetomotorycznej kompensującej różnicową siłę magnetomotoryczną uzwojeń porównawczych.

Sposób (a) stosuje się, gdy realizowany jest zadany stosunek natężeń prądów dwóch źródeł prądowych; wówczas potrzebna jest jedna nominalna (zwojowa) przekładnia komparatora. Sposób (b) użyteczny jest<sup>\*</sup>podczas badania transformatorów prądowych o różnych nominalnych przekładniach i przeciętnej dokładności. Ze względów technologicznych sposobem tym nie można osiągnąć dużej rozdzielczości nastawienia przekładni; osiągana rozdzielczość jest rzędu 10<sup>3</sup>. Komparację prądów z większą rozdzielczością realisuje się sposobem (c), polegającym na zastosowaniu dodatkowego uzwojenia kompenzacyjnego.

Pierwsze dwa sposoby opierają się na bespośrednim związku pomiędzy stosunkiem natężeń prądów a przekładnią zwojową. Sposób trzeci realizuje metodę różnicowego pomiaru, tj.:

$$\mathbf{W}_{1}\mathbf{I}_{1} - \mathbf{W}_{2}\mathbf{I}_{2} = \mathbf{\Theta}_{k} = \mathbf{W}_{k}\mathbf{I}_{k}$$

i pośrednio umożliwia określenie stosunku natężeń prądów:

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{H_1}{H_2} - \frac{H_k I_k}{H_2 I_1}$$

1984

(1)

(2)

W każdym przypadku dokładność pomiaru stosunku natężeń prądów wynika głównie z błędu przekładni komparatora, tj. różnicy między rzeczywistą przekładnią (k<sub>rg</sub>) a przekładnią nominalną (zwojową) komparatora (k<sub>n</sub>). Błąd ten zależy od sposobu wykonania uzwojeń porównawczych. Przedmiotem opracowania jest analiza zjawisk elektromagnetycznych mających wpływ na ołąd a zależnych od konstrukcji uzwojeń. Wyniki analizy pozwolą również na ocenę przydatności różnych typów uzwojeń porównawczych stosowanych w magnetycznych komparatorach prądu przemiennego.

#### 1.2. Błąd komparatora

Definicja błędu komparatora jest analogiczna do definicji błędu przekładnika prądowego:

$$\delta_{k} = \frac{k_{n}I_{2} - I_{1}}{I_{1}} = \frac{\theta_{2} - \theta_{1}}{\theta_{1}} = \frac{k_{n} - k_{rs}}{k_{rs}}$$
(3)

gdzie  $\Theta_1$ ,  $\Theta_2$  - siły magnetomotoryczne uzwojeń porównawczych dla zerowego napięcia w uzwojeniu detekcyjnym. Fizyczne przyczyny błędu są jednak inne niż przyczyny błędu przekładnika. Celowe jest wyróżnienie dwu składowych błędu - błędu magnetycznego oraz błędu admitancyjnego.

W komparatorach sił magnetomotorycznych detektor komparacji działa na zasadzie detekcji strumienia magnetycznego [4]. Rozpływ strumieni w komparatorze przeanalizowano w oparciu o schemat zastępczy (rys. 1). W schemacie tym uzwojenie detekcyjne rozdzielono na elementarne zwoje, którym przyporządkowano elementarne reluktancje magnetowodu R<sub>µ1</sub>. Napięcie indukujące się w elementarnych zwojach, przyporządkowane i-tej reluktancji magnetowodu, wyraża zależność:

$$U_{1} = n_{D} \frac{d\left[\phi_{1} - \phi_{2} \pm \sum_{k=1}^{k} \phi_{kk} \pm \sum_{l=1}^{l} \phi_{ll}\right]}{dt} dl$$
(4)

gdzie n<sub>D</sub> = dH - gęstość uzwojenia detekcyjnego.

Suma napięć cząstkowych U<sub>i</sub> jest wypadkowym napięciem U<sub>D</sub> w uzwojeniu detekcyjnym. Strumienie zakłócające oraz strumienie rosproszeń indukują w uzwojeniu detekcyjnym napięcie, którego znaczenie fizyczne jest równoważne napięciu pochodzącemu od różnicy strumieni głównych uzwojeń porównawczych. Siła magnetomotoryczna, która kompensowałaby niepożądane strumienie w magnetowodzie, byłaby miarą błędu magnetycznego komparatora. Strumienie rozproszeń oraz strumienie zakłócające są praktycznie nieznane i uwzględnienie zależności (4) jest niemożliwe. Dlatego dąży się do zmniejszenia błędu magnetycznego przez ograniczenie strumieni rozproszeń i strumieni zakłócających w magnetowodzie detektora strumienia. Zmniejszenie strumieni w magnetowodzie csiąga się bądź przez zmniejszenie reluktancji

### Wpływ konstrukcji uzwojeń ....

ekranów magnetycznych ( $R_e$ ), bądź przez zwiększenie reluktancji powietrza ( $R_p$ ) na drodze tych strumieni. Wynika stąd wniosek co do zastosowania ekranu magnetycznego o jak największym współczynniku ekranowania(dużej przenikalności magnetycznej materiału ekranu), jak również o konieczności przestrzennego oddalenia uzwojeń porównawczych od uzwojenia deteksyjnego. Powoduje to jednak znaczne zwiększenie wymiarów geometrycznych komparatora. Wpływ ekranów magnetycznych detektora strumienia na błąd komparatora jest szczegółowo opisany w pracy [5].



# Rys. 1. Rozpływ strumieni magnetycznych $\Phi_1, \Phi_2$ - strumienie główne pochodzące od sił magnetomotorycznych uzwojeń porównawczych, $\Phi_{r1}$ - 1-ty strumień rozproszenia uzwojeń porównawozych, $\Phi_{sk}$ - k-ty zewnętrzny etrumień zakłócający, R<sub>p</sub> - reluktancja powietrza na drodze strumieni, R<sub>s</sub> - reluktancja ekranu na drodze strumieni, R<sub>i</sub> - elementarna reluktancja magnetowodu

Błąd admitancyjny komparatora wynika s prądu obciążenia wewnętrsnego uzwojeń porównawczych, wywołanego przez spadki napięcia na admitancjach własnych, wzajemnych oraz dosiemnych (rys. 2). Prądy obciążenia wewnętrznego [prąd wypływający z uzwojenia porównawczego (I') jest różny od prądu wpływającego do tego uzwojenia (I)] nie wywołują sił magnetomotorycsnych w uzwojeniach porównawczych. Traktując admitancje jako elementy o stałych rozłożonych, oblicza się błąd admitancyjny, odniesiony do odpowiednich tzw. oznaczonych zacisków uzwojeń (oznacza się zaciski o jednakowym potencjale, najczęściej potencjale ziemi).

W celu zmniejszenia błędu admitancyjnego komparatora dąży się do minimalizacji admitancji wewnętrznych oraz do zmniejszenia spadków napięcia na tych admitancjach. Zmniejszenie admitancji wewnętrznych osiąga się

#### Jósef Kwicsala

dzięki odpowiedniej konstrukcji uswojeń porównawczych. Przestrzenne oddalenie uzwojeń porównawczych i wsajemne ich ekranowanie są najczęstszymi

Rys. 2. Roskład admitancji wewnętrznych uzwojeń porównawczych

sposobami minimalisacji tych admitancji. Natomiast smniejssenie spadków napiącia na admitanojach wewnętrsnych osiąga się przes smniejszenie rezystancji uswojeń porównawcsych (smniejssenie spadku napiącia wsdłuż uswojenia) oras przes sredukowanie różnic potencjałów uswojeń (uziemianie sacisków osnacsonych uswojeń oras ustalenie potencjału ekranu). Zmniejszenie prądów admitancyjnych osiąga się również poprzes odpowiednią kombinację połącseń sekcji uswojenia porównawczego (rosdsiał 5).

Wymagania konstrukcyjne uswojeń porównawcsych, wynikające s minimalisacji błędów magnetycsnych oras admitancyjnych, są jednak niekiedy sprsecsne. Na prsykład warunek minimalisacji błędu magnetycsnego wymaga możliwie bliskiego prsylegania uswojeń, natomiast

warunek minimalisacji błędu admitancyjnego ich przestrzennego oddalenia i ekranowania. Również oddalenie uzwojeń porównawczych od uzwojenia detekcyjnego i swiększenie rozmiarów ekranu magnetycznego (warunki minimalizacji błędu magnetycznego) prowadzą do zwiększenia długości uzwojeń porównawczych, a zatem do wzrostu ich rezystancji oraz admitancji wzajemnych i doziemnych. Są to zatem wymagania zprzeczne z warunkami minimalizacji błędu admitancyjnego. Rozwiązanie konstrukcji uzwojeń porównawczych wybrać należy w oparoiu o wypadkowe wyniki analizy modelu uzwojeń oraz wyniki pomiaru błędów komparatora. Zagadnienia te rozpatrywano dla przypadku uzwojenia sekcjonowanego, o liczbie sekcji (z + 1), umożliwiającego realizację przekżadni (1/1 ... 1/z).

#### 2. Bład admitancji sekcji uswojenia porównawczego

Ilościowe ossacowanie wpływu prądów obciążenia wewnętrsnego na błąd komparatora otrsymano w oparciu o model sekcji przedstawiony na rys. 3. Model o stałych rosłożonych, przyjęży w postaci linii żańcuchowej, uwzględnia rezystancję własną (R<sub>i</sub>), indukcyjność rosproszenia (L<sub>i</sub>), admitancję własną (Y<sub>wi</sub> = G<sub>wi</sub> + j $\omega$ C<sub>wi</sub>) oraz admitancję doziemną (Y<sub>di</sub> = G<sub>di</sub> + + j $\omega$ C<sub>di</sub>) ogniw żańcucha. Elementarne ogniwa żańcucha żączą zię, tworząc model zekcji uzwojenia porównawczego.





Rys. 3. Model elementarnego ogniwa sekcji

Przyjęto następujące założenia:

- Parametry sekcji (R, L, C, G) są niezależne od częstotliwości oraz od wartości prądów porównawczych.
- Spadek napięcia na ogniwie łańcucha wyraża się iloczynem impedancji ogniwa i prądu porównawczego przepływającego przez zacisk oznaczony uzwojenia zawierającego tę sekcję.
- Parametry elementarnych ogniw łańcucha są jednakowe i rozłożone jednostajnie wzdłuż sekcji.

Z założeń wynika równość spadków napięć na ogniwach łańcucha oraz równość kątów fazowych pomiędzy tymi napięciami a porównywanym prądem. Można również napisać:

$$\sum_{i=1}^{\infty} R_{i} = R, \qquad \sum_{i=1}^{\infty} Y_{di} = Y_{d}, \qquad \sum_{i=1}^{\infty} L_{gi} = L_{g}, \qquad \sum_{i=1}^{\infty} Y_{wi} = Y_{w}$$
(5)

gdzie: R, L, Y - zewnętrzne, mierzalne parametry sekcji.



Rys. 4. Model błędu admitancji dosiemnej sekcji

Błąd admitancji doziemnej sekcji wyznacza się w oparciu o model sekcji (rys. 4). Potencjał początku sekcji oznaczono przez U<sub>o</sub>. Błąd bezwzględny admitancji doziemnej sekcji definiuje się:

$$\delta_{d} = \sum_{i=1}^{n} I_{di} (N - i N_i)$$

 $I_{di} = (U_0 + i \frac{U}{n}) \frac{d}{d} - prąd admitancji doziemnej i-tego ogniwa sek$ gdzie: cji, N - liczba zwojów sekcji, N<sub>1</sub> - liczba zwojów sekcji przyporządkowana i-temu ogniwu. Uwsględniając w wyrażeniu (6) zależność opisującą prąd admitancji doziemnej I<sub>di</sub> i obliczając granicę tego wyrażenia dla n $-\infty$  , otrzymuje się błąd beswzględny admitancji dosiemnej sekcji:

$$\delta_{d} = \frac{1}{6} \nabla Y_{d} \pi (3 - \frac{0}{0} + 1)$$
(7)

Po odniesieniu do całkowitej siły magnetomotorycznej sekcji błąd wzg ny przyjmuje postać:

$$S_{d}^{0} = \frac{1}{6} Z Y_{d} (3 \frac{U_{0}}{U} + 1)$$
(8)

gdzie Z = <sup>U</sup> ≈ R + jw L.



Rys. 5. Model błędu admitancji własnej sekcji

Błąd admitancji własnej sekcji oblicza się korzystając z modelu sekcji przedstawionego na rys. 5: Błąd bezwsględny admitancji własnej definiuje sigr

$$\delta_{\mathbf{w}} = \sum_{\mathbf{i}=1}^{n} \mathbf{I}_{\mathbf{w}\mathbf{i}} \mathbf{N}_{\mathbf{i}} = \sum_{\mathbf{i}=1}^{n} \frac{\mathbf{U}}{n} \mathbf{Y}_{\mathbf{w}\mathbf{i}} \mathbf{N}_{\mathbf{i}} = \mathbf{U} \mathbf{Y}_{\mathbf{w}} \mathbf{N}$$
(9)

Wpływ cząstkowych prądów rosłożonych admitancji własnych sekcji jest równoważny wpływowi zastępczego prądu admitancyjnego, płynącego przez skupioną admitancję własną Y<sub>w</sub>, określoną sależnością (5). Błąd wsględny, odniesiony do siły magnetomotorycznej sekcji, określa się:

$$\delta_w^0 = 2 \mathbf{I}_w \tag{10}$$

Błąd względny admitancji-własnej jest zależny jedynie od parametrów własnych sekcji, tj. impedancji wzdłużnej oraz admitancji własnej.

(6)

# 3. Błąd uzwojeń porównawdzych wielosekcyjnych

W uzwojeniach porównawczych o dowolnej (różnej od jedności) liczbie sekcji, oprócz błędów admitancji doziemnej i własnej, pojawia się dodatkowy błąd admitancji wzajemnych poszczególnych sekcji. W dalszej analizie przez s oznaczono liczbę sekcji uzwojenia porównawczego. Kombinację (s + 1) sekcji uzwojeń porównawczych, umożliwiającą realizację przekładni 1/s, wraz z rozkładem admitancji wewnętrznych tych uzwojeń, przedstawiono na rys. 6.





Błąd admitancji doziemnych uzwojeń oblicza się przy założeniu równości admitancji doziemnych poszczególnych sekcji, tzn. symetrii przestrzennej uzwojeń względem ekranu komparatora. Wyniki pomiarów admitancji doziemnych różnych typów uzwojeń potwierdzają ten warunek. Potencjał początku uzwojenia pierwszej sekcji przyjmuje się równy zeru (U<sub>01</sub> = 0). Potencjały początków pozostałych sekcji (U<sub>0k</sub>) są określone przez spadki napięć na sekcjach poprzedzających: U<sub>0k</sub> = (k - 1) U, gdzie k = 1,2,...s - kolejny numer sekcji. Wpływ potencjału początku uzwojenia na błąd komparatora jest przeanalizowany w rozdziałe 4.

Błąd bezwżględny admitancji doziemnej uzwojenia w szeregowej konfiguracji s-sekcji  $(\delta_{ds})$  zawiera dwa składniki - sumę błędów poszczególnych sekcji  $(\delta_{dk})$  wywołanych prądami doziemnymi tych sekcji oraz sumę błędów  $(\delta_{d(s-k)})$  wynikających ze zmniejszenia sił magnetomotorycznych w (s-k)sekcjach przez prądy admitancyjne doziemne  $I_{dk}$  (rys. 7). Błędy te oblicza się korzystając ze wzoru (7) oraz warunku  $I_{dk} = \lim_{n \to \infty} \sum_{i=1}^{n} I_{di}$ 

$$\delta_{ds}^{(1)} = \sum_{k=1}^{s} \delta_{dk} = \frac{1}{12} \nabla Y_{d} Ns(3s - 1)$$

(11)



Rys. 7. Błąd admitancji doziemnych uzwojenia s-sekcyjnego

 $\delta_{de}^{(2)} = \sum_{k=1}^{n} \delta_{d(n-k)} = \sum_{k=1}^{n-1} I_{dk}^{(n-k)} = \frac{1}{12} U Y_{d}^{Ne}(2 s^2 - 3 e + 1)$ (12)

Błąd wsględny admitanoji dosiemnej uswojenia jest sumą wyrażeń (11) i (12) odniesioną do siły magnetomotorycznej uswojenia:

$$\delta_{ds}^{o} = \frac{1}{5} z r_{d} s^{2}$$
 (13)

Błąd admitancji dosiemnej uswojenia (13) otrsymuje się również z sależności (8) traktując zseregowe połączenie z-zekoji jako uzwojenie o z-krotnie większej liczbie zwojów (impedancja Z oraz admitancja Y takiego uzwojenia wsrastają wówozaz z-krotnie).

Błąd bezwsględny admitancji własnej uzwojenia określa się jako sumę błędów admitancji własnych poszczególnych sekcji:

$$\delta_{we} = \sum_{k=1}^{n} \delta_{wk} = e U Y_{w} N$$

104

(14)

#### Wpływ konstrukcji uzwojeń....

Błąd względny admitancji własnej, na podstawie wzoru (14), przyjmuje postać:

$$\delta_{WB} = Z Y_{W}$$
 (15)

Z zależności (15) wynika, że błąd wsględny admitancji własnej uzwojenia jest niezależny od liczby sekcji tego uzwojenia.



Rys. 8. Roskład napięć na admitancjach między sekcjami uzwojeń

Błąd admitancji wsajemnej między sekcjami uzwojeń oblicza się analizując rospływ prądów wywołanych przez spadki napięć na tych admitancjach (rys. 8). Napięcie między sekcjami i oraz k (dla i,k = 1,2,...s) uzwojenia s-sekcyjnego (napięcie na admitancji Y<sup>ki</sup>) jest jednakowe dla początków oraz końców sekcji i wynosi U<sub>ik</sub> = (k - i) U, natomiast napięcie między sekcją k a sakcją (s + 1) (napięcie na admitancji Y<sup>k, S+1</sup>) jest różne dla początków oraz końców tych sekcji i odpowiednio wynosi: U<sub>1</sub>=(s-k) U oraz U<sub>2</sub> = (2s-k+1) U. Błąd admitancji wzajemnej k-tej sekcji uzwojenia s-sekcyjnego, spowodowany prądami I<sup>k, i</sup> w sieci tych admitancji, jest sumą błędu si spowodowanego zmniejszeniem siły magnetomotorycznej w sekcjach (i,k) oraz błędu ( $\delta_{m/2}^{k,i}$ ) spowodowanego zmniejszeniem sił magnetomotorycznych w sekcjach [(i+1)...(k-1)]. Tych ostatnich sekcji jest (k --i - 1).

Błąd Stil określa zależność

$$\delta_{m,1}^{k,i} = N U \begin{bmatrix} A_{k,i} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_m^{k,i} \end{bmatrix}$$
(16)

gdzie:  $[Y_m^{k,1}] = [Y_m^{k,1}, Y_m^{k,2}, \dots Y_m^{k,s}]$  - jest wektorem wierszowym admitancji między sekcjami(k, i), natomiast  $\begin{bmatrix} A_{k,i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k-1 \\ k-2 \\ \vdots \\ k-i \end{bmatrix}$ 

jest wektorem kolumnowym współczynników rozkładu napięcia na admitancjach Y<sup>k</sup>,<sup>1</sup>.

Błąd  $\delta_m^{k,1}$  określa się:

$$\mathcal{S}_{m}^{k,i} = \mathbf{H} \cup \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{k,i} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_{m}^{k,i} \end{bmatrix}$$

gdzie: [Y<sup>k,i</sup>] - określony jest jak wyżej, natomiast

$$\begin{bmatrix} (k - 1) & (k - 2) \\ (k - 2) & (k - 3) \\ (k - 1) & (k - 1 - 1) \end{bmatrix}$$

jest wektorem kolumnowym, uwzględniającym współczynniki rozkładu napięcia na admitancjach Y<sup>k,1</sup> oraz liczby sekcji, przez które nie przepływa prąd I<sup>k,1</sup>. Błąd bezwzględny admitancji międzysekcyjnych jest równy o<sup>k,1</sup> = =  $\binom{1}{1} + \binom{1}{2} = \mathbb{N} \cup \begin{bmatrix} Y_m^{k,1} \end{bmatrix} (\begin{bmatrix} A \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \end{bmatrix})$ . Suma wektorów wierzzowych jest również wektorem o współczynnikach C<sub>k1</sub> = (k - 1) + (k - 1) (k - 1 - 1) = = (k - 1)<sup>2</sup>. Stąd

$$S_{m}^{k,i} = N U \left[ Y_{m}^{k,i} \right] \left[ c_{ki} \right]$$
(18)

Błąd admitancji wzajemnej uzwojenia jest sumą błędów admitancji wzajemnych poszczególnych sekcji. Rozciągając operację na pozostałe sekcje uzwojenia (i = 1,2,...s), wektory wierszowe admitancji  $Y_{m}^{k,i}$  oraz wektory kolumnowe współczynników przyjmują postać macierzy:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{Y}_{m} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_{1} \\ \mathbf{Y}_{2} \\ \vdots \\ \mathbf{Y}_{k} \\ \vdots \\ \mathbf{Y}_{n} \end{bmatrix}; \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_{k} = \mathbf{Y}_{k1}, \mathbf{Y}_{k2}, \dots, \mathbf{Y}_{kn} \end{bmatrix}$$

106

(17)

#### Wpłym kanstrukcji uswojeń ....

oras

$$\begin{bmatrix} \mathbf{C} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_1, \mathbf{C}_2, \dots, \mathbf{C}_k, \dots, \mathbf{C}_s \end{bmatrix} \ddagger \begin{bmatrix} \mathbf{C}_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{1k} \\ \mathbf{C}_{2k} \\ \vdots \\ \mathbf{C}_{sk} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (k-1)^2 \\ (k-2)^2 \\ \vdots \\ (k-s)^2 \end{bmatrix}$$

Podstawiając  $[Y_m]$  i [C] do sależności (18) otrzymuje się maciers  $\begin{bmatrix} 0 \\ m \end{bmatrix} = W U[Y_m]$  [C], gdzie szukany Włąd admitancji wzajemnych jest zmniejszonym dwukrotnie śladem tej macierzy. Wzpółczynnik  $\frac{1}{2}$  wynika z symetrii macierzy admitancji  $[Y_m]$ ;  $(Y_{k,i} = Y_{i,k} \text{ oras } Y_{ii} = Y_{kk} = 0)$ .

$$S_{ms} = \frac{1}{2} \operatorname{Tr} \left[ S_{m}^{k,1} \right] = \frac{1}{2} \operatorname{W} \operatorname{U} \operatorname{Tr} \left( [Y_{m}] [G] \right)$$
(19)

gdsie  $\operatorname{Tr}\left[\mathcal{S}_{m}^{k,1}\right] = \sum_{j=1}^{N} (\mathcal{S}_{m}^{k,1}) jj$ . Oblicsając ślad maciersy  $\left[\mathcal{S}_{m}^{k,1}\right]$  otrsymuje się:

$$\delta_{mm} = \frac{1}{2} N U \sum_{i=1}^{n} \sum_{k=1}^{n} (k-i)^2 Y_{m}^{k,i}.$$
 (20)

W szczególnym przypadku, gdy admitáncje wzajemne są jednakowe (Y<sub>ik</sub>=const), zależność (20) przyjmuje postać:

$$\delta_{m0} = \frac{1}{2} N U Y_{m} \sum_{i=1}^{n} \sum_{k=1}^{n} (k-i)^{2}.$$
 (21)

Błąd wsględny admitancji wsajemnych s-sekcji określa się:  $\delta_{ms}^{0} = \frac{\delta_{ms}}{\sigma \Gamma N}$ i na podstawie wsoru (20) jest równy:

$$\delta_{RS}^{o} = \frac{1}{2} - \frac{z}{s} \sum_{i=1}^{n} \sum_{k=1}^{n} (k-i)^{2} r^{k-i}.$$
 (21)

Błąd admitancji wsajemnej **k**<sup>+1</sup>, którego źródżem są prądy I<sup>k,s+1</sup> pżynące przez admitancje między sekcjami (k. s+1), równieź rozpatruje się jako sumę dwóch składników - błędu **k**<sup>k,s+1</sup>. Błędy te spowodowane są zmniejszeniem siży magnetomotorycznej odpowiednio w sekcjach (k. s+1) oraz w (s-k) sekcjach o wskaźnikach [[k+1] ... s]. Napięcie na rozłożonych admitancjach wsajemnych między sekcjami k oraz (s+1) jest różne dla początków i końców tych sekcji, analegicznie do rozkładu

(22)

napięcia na admitancjach doziemnych. Dlatego do obliczenia składowych błędu  $\delta_m^{x,s+1}$  wykorzystuje się zależność (7). Różnica napięć między początkami i końcami sekcji k i (s+1) jest równa  $\Delta U = (s+1) U$ , a potencjał początku sekcji k, w odniesieniu do początku sekcji (s+1), wynosi  $U_1 =$ = (s-k) U.

Uwsględniając powyżese sależności we wsorze (7) otrzymuje się:

$$S_{n+1}^{k,s+1} = \frac{1}{5} \text{ W U } Y_{n}^{k,s+1} (4 s - 3 k + 1).$$

Rosciągając sależność (22) na wszystkie k = 1,2,...,s, zachodzi:

$$r_{m}^{s+1} = \frac{1}{5} \text{ m U} [Y_{m}] [D]$$
 (23)

gdsie:  $\begin{bmatrix} Y_m^k, s+1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_1, s+1 \\ m \end{bmatrix}, Y_m^{2,s+1}, \dots, Y_m^{3,s+1} \end{bmatrix}$  jest wektorem wierszowym admitancji międsy sekcjami (k, s+1), natomiast

jest wektorem kolumnowym współczynników roskładu napięcia na admitanojach Ym<sup>1, s+1</sup>. Błąd względny admitancji wzajemnych opisuje zależność:

$$S_{m}^{o} \stackrel{s+1}{_{1}} = \frac{\delta_{m}^{s+1}}{s_{1}} = \frac{Z}{s} [Y_{m}] [D]$$
(24)

Druga składowa błędu admitancji wsajemnych wyraża się sależnością:

$$\delta_{m,2}^{k,s+1} = \pi \sum_{i=1}^{n} I_{m}^{k,s+1} (s-k)$$
(25)

gdsie prądy I<sup>K,S+1</sup>, płynące przes admitancje wsajemne I<sup>K,S+1</sup>, wysnacza się a zależności:

$$\mathbf{I}_{\mathbf{m}}^{\mathbf{k},s+1} = \lim_{n \to \infty} \sum_{i=1}^{n} (\overline{\mathbf{U}}_{1} + i \frac{\Delta \overline{\mathbf{U}}}{n}) \frac{\mathbf{y}_{\mathbf{k},s+1}^{\mathbf{k},s+1}}{n} = \frac{\overline{\mathbf{U}} \mathbf{y}_{\mathbf{k},s+1}^{\mathbf{k},s+1}}{2} (2 \frac{\overline{\mathbf{U}}_{1}}{\overline{\mathbf{U}}} + 1)$$
(26)

$$\begin{bmatrix} 4 & 8 & -2 \\ 4 & 8 & -5 \\ \vdots \\ 4 & 8 & -3 & k + 1 \\ \vdots \\ 8 & +1 \end{bmatrix}$$

#### Wolvw konstrukcji uzwojeń ....

Ježeli w zaležności (25) uwsględni się wszystkie k = 1,2,...,s, to wówczas korzystając se wsoru (26) jest:

$$\delta_{m 2}^{s+1} = \frac{1}{2} \pi \upsilon \left[ \mathbf{r}_{m}^{k,s+1} \right] [\mathbf{E}]$$

gdsie:

$$\begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (3 & s - 1) & (s - 1) \\ (3 & s - 3) & (s - 2) \\ \vdots \\ (3 & s - 2 & k + 1) & (s - k) \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

jest wektorem kolumnowym współczynników roskładu napięcia na admitancjach , z uwzględnieniem liczby sekcji bocznikowanej przez te admitancje (sekcji, przez które nie przepływa prąd  $I^{K,s+1}$ ).

Błąd wsględny admitancji wzajemnych sekcji (k, s+1) określa sależność:

$$\delta_{m(n+1)}^{o} = \frac{\delta_{m+1}^{o+1} + \delta_{m-2}^{o+1}}{S I m} = \frac{1}{6} \cdot \frac{Z}{s} \left[ \mathbf{y}_{m}^{k,s+1} \right] [\mathbf{z}]$$

gdsie:

$$\begin{bmatrix} (3 & s - 1) (s - 1) + 3 (4 & s - 2) \\ (3 & s - 3) (s - 3) + 3 (4 & s - 5) \\ (3 & s - 2) (s - 3) + 3 (4 & s - 5) \\ (3 & s - 2 & k + 1) (s - k) + 3 (4 & s - 3 & k + 1) \\ 3 & (s + 1) \end{bmatrix}$$

Wyrażenia opisujące błędy admitancyjne jednej sekcji oras uswojenia ssekcyjnego, szeregowej kombinacji sekcji zestawiono w tablicy 1. Obliczając błędy admitancji własnych uswojeń, we wsorach tablicy 1 uwzględnia się admitancje wewnętrzne jednej sekcji, które są mierzalne.

Błąd admitancyjny uswojeń jest sumą błądów admitancji wewnątrznych ( $\delta_{ua}^{o} = \delta_{w}^{o} + \delta_{d}^{o} + \delta_{w}^{o}$ ). Katomiast błąd admitancyjny komparatora (jako składnik mierzalnego błędu komparatora) jest różnicą błędów admitancyjnych uzwojeń porównawczych ( $\delta_{ka}^{o} = \delta_{ua1}^{o} - \delta_{ua2}^{o}$ ). Błąd admitancyjny komparatora o przekładni swojowej 1/s, dla potencjałów początków uzwojeń równych zeru, przyjmuje postać:

(27)

$$\delta_{\mathbf{k}\mathbf{n}}^{o} = \mathbb{Z}\left\{Y_{w} + \frac{1}{5}Y_{d} + \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{s}\left[Y_{m}^{k,s+1}\right]\left[\overline{p}\right]\right\} - \mathbb{Z}\left\{Y_{w} + \frac{1}{5}Y_{d}s^{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{s}\sum_{i=1}^{s}\sum_{k=1}^{s}(k-i)^{2}Y_{m}^{k,i} + \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{s}\left[Y_{m}^{k,s+1}\right]\left[\overline{p}\right]\right\}$$

Stąd dla jednakowych impedancji Z oras admitancji Y i Y sekcji uswojeń:

$$\delta_{kn}^{0} = -g \left[ \frac{1}{5} Y_{d}^{0} (s^{2}-1) + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{5} \sum_{i=1}^{5} \sum_{k=1}^{5} (k-1)^{2} Y_{m}^{k,1} \right]$$
(28)

Ujemny snak błędu osnacza smniejszenie siły magnetomotorycznej w uzwojeniu porównawczym w indeksem 2.

Tablica 1

Liczba sekcji		Blad ad- mitancji własnej	Błąd admitanoji dosiemnej	Błąd admitancji wsajemnej	
	100	δ°	δ°a	$\delta_{ms}^{o}$	δ <sup>0</sup> <sub>m(s+1)</sub>
równ. 1	1	z y <sub>w</sub>	$\frac{1}{6} \operatorname{ZY}_{d}(3 \frac{\overline{U}_{0}}{\overline{U}} + 1)$		- Intelly
Uzwoj. po:		ż y <sub>w</sub>	15ZYd s <sup>2</sup>	$\frac{1}{2} \frac{2}{5} \sum_{i=1}^{8} \sum_{k=1}^{6} (k-1)^2 \chi_{\underline{n}}^{k,i}$	<u>1 2 [x</u> k. +1] [y]
Usr. por.	4	z Y <sub>w</sub>			1 <u>2</u> [x <sup>k,s+1</sup> ] [r]

Błędy admitancyjne sekcji uswojeń komparatora

O błędzie admitancyjnym komparatora decydują błędy admitancyjne desiemne i wsajemne uzwojeń. Minimalizację błędów admintancji wzajemnych osiąga się przez odpowiednią kombinację połączeń zekcji. Należy łączyć ze sobą kolejno te zekcje, których admitancje wzajemne między tymi zekcjami są najwiękzze (zekcje najbliższe przeztrzennie). Takie połączenie zekcji minimalizuje prądy admitancji wzajemnych, ponioważ na najwiękzzej admitancji występuje najmniejszy zpadek napięcia, równy zpadkowi napięcia tylko na jednej zekcji. Dobierzjąc potencjaży ekranu oraz uzwojeń porównawczych (ich zacisków oznaczonych), można wyeliminować błąd admitancji do-

#### Wpływ konstrukcji uswojeń ....

siemnej. Potencjały sacisków osnacsonych ustala się mośliwie bliskie seru Realisację tego warunku sapewnia "siemia Wagnera", jako gałąź symetrysująca w układsie pomiarowym.

Z sależności (8) wynika, że siża magnetomotoryczna uzwojenia porównawczego jest niesależna od prądów doziemnych przy spełnieniu warunku:  $(3 - U_E + 1) = 0$ . Dla  $U_0 = 0$  potencjał ekranu  $U_E = \frac{1}{3}$  U. Z przeciwnych swrotów prądów w uzwojeniach porównawczych wynikają jednak przeciwne swroty potencjałów ekranów tych uzwojeň. Dlatego warunek eliminacji błędu admitancji doziemnej można zrealizować jedynie dla indywidualnie ekranowanych uzwojeń porównawczych.

#### 4. Doświadczalne badania dokładności uzwojeń porównawczych

Wykonano trzy typy uzwojeń porównawczych 11-sekcyjnych: uzwojenie falowe, uzwojenie multifilarne oraz uzwojenie sekcjonowane rozłożone i nawijano kolejno na zaekranowany magnetyczny detektor strumienia o kształcie toroidalnym. Cechy konstrukcyjne poszczególnych typów uzwojeń przedstawiono w tablicy 2. Zwoje przewodów falowych oraz multifilarnych na obwodzie zewnętrznym ekranu były użożone jednowarstwowo, natomiast na obwodzie wewnętrznym: uzwojenia falowego - trójwarstwowo, a multifilarnego jednowarstwowo. Zwoje rozłożonego były rozmieszczone jednostajnie na obwodzie ekranu. Liczby zwojów sekcji każdego typu uzwojenia były jednakowe. Uzwojenia wykonywano przewodami tego zamego rodzaju. Sekcjom przyporządkowano kolejne numery (zaznaczone w tablicy 2). Dla uzwojenia multifilarnego numery sekcji zostały przyporządkowane w sposób minimalizujący błędy admitancji wzajemnych (rozdz. 3).

Zmiersono błędy tak skonstruowanych komparatorów prądowych dla przekładni 1/1 oras 1/10. Błędy komparatora, dla przedkładni 1/1, otrzymanego z sekcji pierwszej jako uzwojenia odniesienia i kolejnych sekcji jako drugiego uzwojenia, w funkcji częstotliwości, dla pozsczególnych typów uzwojeń ilustrują rys. 9, 11, 13. Błędy komparatora dla przekładni 1/10 gdzie uzwojenie odniesienia o mniejszej liczbie zwojów stanowiła kolejno każda sekcja, natomiast uzwojenie porównawcze drugie tworzyło zseregowe połączenie pozostałych sekcji według wzrastających numerów porządkowych, w funkcji częstotliwości, przedstawiono na rys. 10, 12, 14. Dla każdego typu uzwojenia zmiersono również admitancje wewnętrzne zekcji. Wyniki pomiarów admitancji wewnętrznych uwzględnia się w zależności (28), otrzymując różnicę wartości błędów admitancyjnych dla pozsczególnych typów uzwojeń porównawczych (tablica 3).

Tablica 2



# Cechy konstrukcyjne uzwojeń

#### 5. Wnioski s badań doświadczalnych

Porównanie wartości smiersonych błędów komparatorów s wartościami błędów admitancyjnych otrsymanych w drodse analisy modelu uswojeń porównawcsych (tablica 3) pozwala na oszacowanie wartości błędów megnetycznyca komparatorów. W sakresie niskich csęstotliwości (do około 100 Hz) o błędzie komparatora decyduje składowa megnetyczna błędu (strumienie rozproszenia) Dlatego korsystnym typem uswojenia dla tych csęstotliwości jest uzwojenie multifilarne. Uswojenie to, se względu na swoją konstrukcję [6], sapewnia najlepsze sprzężenie uzwojeń (najmniejsze strumienie rozproszenia), minimalizując błąd magnetyczny komparatora (rys. 9, 10). Uswojenie multifi-

# Wpływ konstrukcji uzwojeń ...

Tablica 3

Rósnice biędów admitancyjnych uzwojeń

	Prse	k 2ad nie	swojowa 1/1	Prsek	Zadnia zwojowa	1/8
Typ uswojenia	∆ 8°	۵۵ ه	ଡି⊾ =∆ଡି <mark>a</mark> ≁୦୦ <mark>କ</mark>	₽¢Q	∆o <sup>m</sup> o	$\Delta \delta_{ka}^{0} = d \delta_{d}^{0} + d \delta_{m}^{0}$
Uswojenie falowe	0	0	O	(2,0 + 31,8 f) x 10 <sup>-B</sup>	(2.0+13.1 f) x 10 <sup>-9</sup>	(2,2 + 12,1 f) x 10 <sup>-8</sup>
Uswojenie multifilarne	0	0	o	(2,0 + j1,6 f) x 10 <sup>-B</sup>	(1,0+32,0f) x 10 <sup>-8</sup>	(3,0 + 13,6 f) x 10 <sup>-8</sup>
Usucjenie sekcjonowane restożone	0	0	O	(1,0 + 10,8 f) x 10 <sup>-8</sup>	(1,0+1,9f) x $10^{-9}$	(1,1 + 11,0 f) x 10 <sup>-B</sup>



Rys. 9. Błędy uzwojenia multifilarnego dla przekładni 1/1 a) błąd amplitudowy, b) błąd kątowy

# Wpływ konstrukcji ugwojeń ....



Rys. 10. Błędy uswojenia multifilarnego dla przekładni 1/10 a) błąd amplitudowy, b) błąd kątowy



Rys. 11. Błędy uzwojenia falowego dla przekładni 1/1 a) błąd amplitudowy, b) błąd kątowy









Rys. 13. Błędy uzwojenia sekcjonowanego dla przekładni 1/1 a) błąd amplitudowy, b) błąd kątowy





## Józef Kwiczala

larne ogranicza jednak, z uwagi na możliwości wykonawcze, zakres komparowanych prądów do wartości 1 A. Uzwojenie falowe charakteryzuje proporcjonalny wzrost różnicy strumieni rozproszeń (jednakowe przyrosty błędu magnetycznego) dla kolejnych numerów sekcji (rys. 11). Dlatego, w przypadku przekładni zwojowej 1/10 (rys. 12), wartości błędów sekcji skrajnych uzwojeń różnią się jedynie znakiem. Dla sekcji środkowej uzwojenia, oznaczonej numerem 6, symetrycznej przestrzennie do pozostałych sekcji, strumienie rozproszeń kompensują się i wartość błędu magnetycznego komparatora jest znikomo mała (rzędu 10<sup>-5</sup>). Dla uzwojenia sekcjonowanego, z powodu dużych różnic strumieni rozproszeń (sekcje oddalone przestrzennie), błąd magnetyczny komparatora jest duży (rzędu 10<sup>-5</sup>).

W zakresie wyższych częstotliwości (rzędu tek Hz) o błędzie komparatora zaczynają decydować w równym stopniu baąd magnetyczny i błąd admitancyjny. Istnieją częstotliwości, dla których błędy komparatora osiągają wartości ekstremalne. Przyczyną maksinów i minimów błędów są rezonanse prądów admitancji doziemnych i wzajemnych z prądami impedancji magnesującej ekranów magnetycznych i magnetowodu detektora strumienia.

Dla częstotliwości wysokich (rzędu kHz) decydujące o błędzie komparatora są prądy admitancyjne (wpływ składowej admitancyjnej błędu). Błędy komparatora wzrastają proporcjonalnie z częstotliwością do wartości (10<sup>-5</sup> ... 10<sup>-4</sup>) dla częstotliwości około 3 kHz.

Wnioski wynikające z przeprowadzonej analizy oraz badania róźnych typów uzwojeń porównawczych potwierdziły się w konstrukcji komparatorów prądowych o przekładniach (1/1 ... 1/10). Komparatorów tych użyto jako komparatory wzorcowe do pomiaru błędów innych komparatorów o większych przekładniach.

#### LITERATURA

- Kusters M.L., Moore W.J.: The current comparator and its aplication to the absolute calibration of current transformers. IEEE Trans. on Power Apparaturs and Systems. April 1961.
- [2] Kwiczała J., Miłek M.: Magnetyczne komparatory prądowe i metody ich uwierzytelniania. Materiały II Symposjum "Kierunki Rozwoju Metrologii Elektrycznej" - Warszawa 1979.
- [3] Kwiczała J., Miłek M.: Magnetyczny komparator prądów przemiennych w układzie wzorcowania przekładników prądowych. Wiadomości Elektrotechniczne Nr 19-20. 1981.
- [4] Kwiczala J.: Czułość detektora strumienia magnetycznego komparatora prądów przemiennych. Zeszyty Naukowe Pol. Śl. Elektryka nr 92, Gliwice 1984.
- [5] Kwiczała J., Miłek M.: Netoda badania właściwości ekranów magnetycznych w komparatorach prądów. XV Międzyuczelpiana Konferencja Metrologów - Warszawa 1981.
- [6] Puśledzki J., Skubis T.: Niektóre praktyczne aspekty wykonania uzwojeń multifilarnych. Zeczyty Naukowe Pol. Śl. Elektryka nr 55, Gliwice 1976.

Recenzent: doc. dr inż. Andrzej Podemski Wpłynęło do Redakcji dnia 15.XI.1983 r.

#### Wpływ konstrukcji uzwojeń ....

ВЛИЯНИЕ КОНСТРУКЦИИ ОБМОТОК НА ТОЧНОСТЬ МАГНИТНЫХ КОМПАРАТОРОВ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА

#### Резрие

Из анализа моделя сравнительных обмоток магнитного компаратора переменного тока выводятся зависимости, описывающие онибки обмоток. На их основании проводится оценка пригодности разного типа сравнительных обмоток относительно минимализации онибки компаратора. Результаты оценки проверены измерительным способом.

INFLUENCE OF WINDING CONSTRUCTION ON THE ACCURACY OF MAGWETIC A.C. COMPARATORS

#### Summary

On a base of a model of ratio windings of magnetic A.C. comparators there has been derived dependences describing winding errors. After applying them, an evaluation of suitability of different types of ratio windings has been done taking into consideration minimization of comparator error. The results of evaluation have been experimentally verified.

definitions, build, entermands a alternitive gran statistingst his poly magnet