

Ryszard JAKUSZEWSKI

OPTIMALIZACJA PLANÓW DOBOWYCH GOSPODARKI ELEKTROLITEM
W PROCESIE ELEKTRORAFINACJI MIEDZI

Streszczenie. W artykule sformułowano zadanie optymalizacji w procesie elektrorafinacji miedzi oraz podano metodę jego rozwiązania. Artykuł zawiera również opracowany w tym celu model matematyczny w postaci równań bilansowych oraz ograniczeń technologicznych i technicznych. Ponadto przedstawione zostały uzyskane wyniki próbnej eksploatacji w warunkach przemysłowych opracowanego systemu komputerowego, rozwiązującego zadanie optymalizacji planowania dobowego gospodarki elektrolitem.

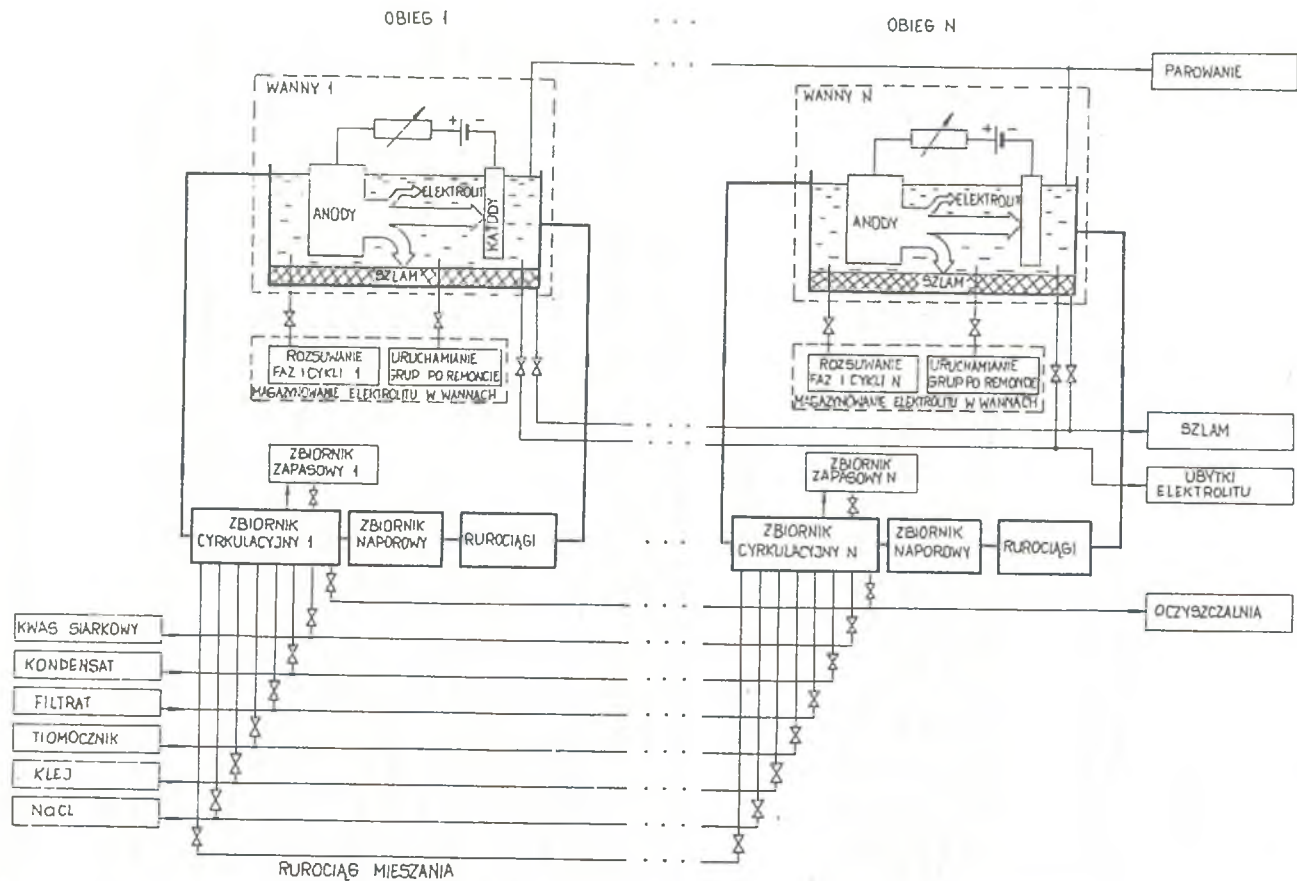
1. PROBLEM STEROWANIA SKŁADEM ELEKTROLITU

Proces elektrorafinacji miedzi prowadzi się w wannach elektrolitycznych, które łączy się w grupy, a te z kolei w obiegi cyrkulacyjne (rys. 1). Elektrolit krąży w danym obiegu, tzn. jest przetłaczany pompami ze zbiornika cyrkulacyjnego do zbiornika naporowego, skąd spływa grawitacyjnie do wanien, a następnie poprzez przelewy w wannach powraca do zbiornika cyrkulacyjnego. Sterowanie składem elektrolitu polega na doprowadzaniu do zbiornika cyrkulacyjnego odpowiednich ilości kwasu siarkowego, kondensatu, dodatków koloidalnych, elektrolitu ze zbiorników zapasowych i wanien magazynujących elektrolit oraz oczyszczonych ścieków elektrolitycznych - tzw. filtratu. Część elektrolitu odprowadza się ze zbiornika cyrkulacyjnego do oczyszczalni w celu zmniejszenia stężenia zanieczyszczeń przechodzących do elektrolitu w wyniku rozpuszczania anod. Istnieje ponadto możliwość przetłaczania elektrolitu pomiędzy różnymi obiegami, co dodatkowo komplikuje strukturę obiektu sterowania, którym jest nie pojedynczy obieg cyrkulacyjny, ale zbiór obiegów połączonych rurociągiem mieszania.

Sterowanie składem elektrolitu ma zasadnicze znaczenie dla procesu elektrorafinacji miedzi, gdyż nawet niewielkie zmiany stężeń składników elektrolitu wpływają silnie na jakość miedzi katodowej i wydajność procesu elektrorafinacji.

2. Planowanie dobowe gospodarki elektrolitem

Planowanie dobowe określa ilości płynów, które powinny dopłynąć lub odpłynąć z każdego zbiornika cyrkulacyjnego w ciągu doby, aby osiągnąć na



Rys. 1. Schemat połączeń między zbiornikami w procesie elektrorafinacji miedzi
 Fig. 1. The chart of connections between reservoirs for the copper electrorefining process

końcu doby wartości zadane stężeń poszczególnych składników oraz ilości elektrolitu w obiegu. Osiągnięcie tego celu w praktyce przemysłowej napotyka jednak wiele trudności. Na przebieg procesu elektrolizy oddziałuje bowiem duża liczba zakłóceń, które są trudne do prognozowania i uwzględnienia w procesie planowania dobowego. Na przykład wskutek operacji technologicznych wykonywanych w grupach wanien zmienia się ilość i temperatura elektrolitu w obiegach oraz ilość i skład filtratu do zagospodarowania. Próba stabilizacji stężeń niektórych składników elektrolitu pogarsza inne parametry elektrolitu. Na przykład zwiększenie stężenia kwasu siarkowego w elektrolicie w wielu przypadkach powoduje przekroczenie maksymalnego, dopuszczalnego stężenia jonów siarczanowych. Istotny jest także problem rozdziału filtratu pomiędzy obiegi cyrkulacyjne, zwłaszcza gdy w celu poprawy stabilizacji składu elektrolitu wykorzystuje się możliwość przetłaczania elektrolitu pomiędzy obiegami. Ponadto pomiar stężenia części składników elektrolitu w praktyce jest niemożliwy, co zwiększa odpowiedzialność za decyzje o ilościach komponentów. Dotychczas nie opracowano zadowalających metod pomiaru np. stężenia kleju i tiomocznika w elektrolicie. Pomiar stężeń niektórych innych składników, ze względu na swą złożoność, dokonywane są w dużych odstępach czasu, co 10-30 dni.

Najtrudniej jest podjąć decyzje o gospodarce elektrolitem, gdy skład elektrolitu znacznie odbiega od normy. Wówczas obsługa nie może korzystać ze swego doświadczenia nabytego przy normalnym przebiegu procesu. Z drugiej strony trafność decyzji jest wtedy szczególnie pożądana, co sprawia, że wyraźnie widoczna jest potrzeba korzystania z odpowiednio dokładnego modelu matematycznego.

3. Model matematyczny komponowania elektrolitu

Komponowanie elektrolitu jest przykładem sporządzania mieszanin wieloskładnikowych. Elektrolit sporządza się w zbiornikach cyrkulacyjnych. Do tych zbiorników dozuje się komponenty oraz odprowadza się z nich elektrolit (rys. 2). Pomiedzy obiegami można przetłaczać elektrolit rurociągiem mieszania.

Problem komponowania elektrolitu opisany jest przez następujące układy równań i nierówności:

A. Bilans masowy składników elektrolitu w obiegach cyrkulacyjnych:

$$a_{c,l}(i+1)v_c(i+1) = a_{c,l}(i)v_c(i) + \sum_{d \in D} m_{c,d,l}^{we}(i) - \sum_{w \in W} m_{c,w,l}^{wy}(i) + \sum_{j \in C - \{c\}} a_{j,l}^{oc}(i) v_{k(c,j)}^{mp}(i) - \sum_{j \in C - \{c\}} a_{c,l}^{oc}(i) v_{k(j,c)}^{mp}(i), \quad c \in C, l \in L \quad (1)$$

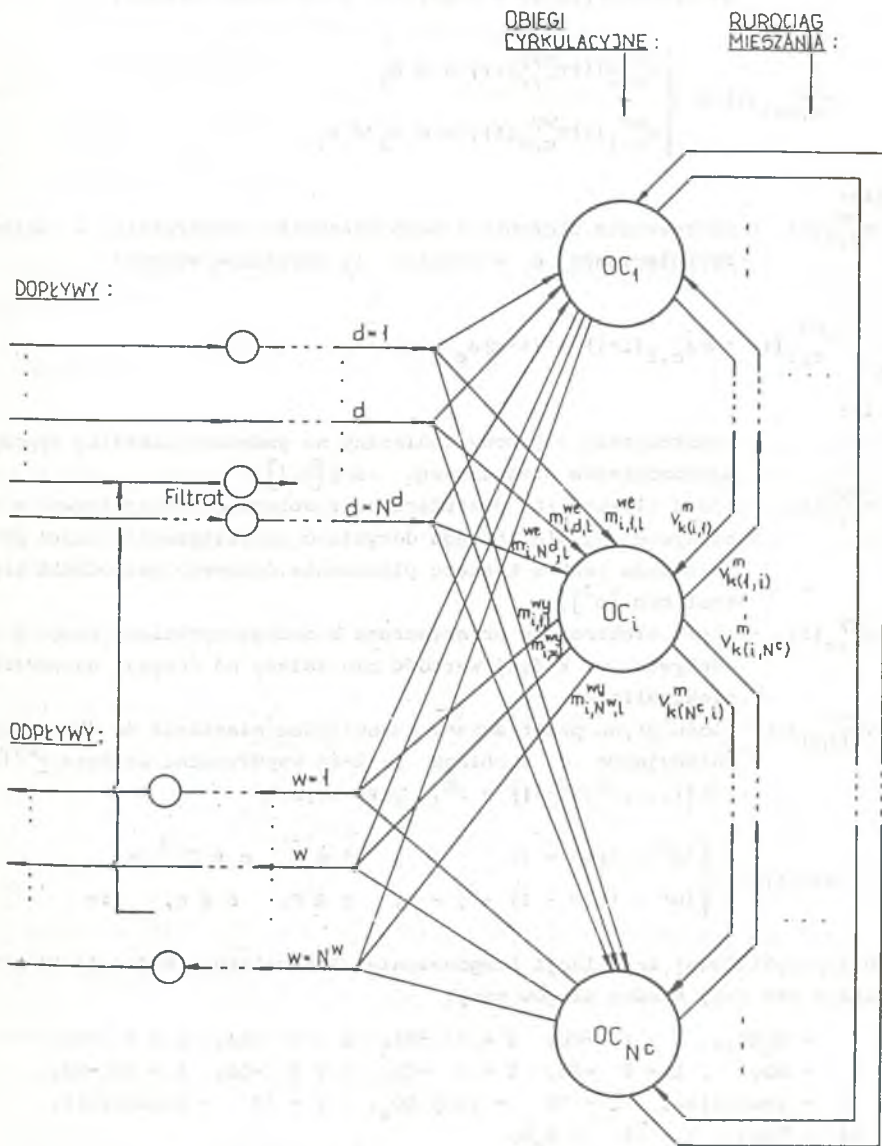
gdzie:

- $a_{c,l}(i)$ - stężenie l -tego składnika w obiegu cyrkulacyjnym c na początku i -tego okresu, w którym komponowany jest elektrolit $[\text{kg/m}^3]$,
 l - indeks składnika elektrolitu, $l \in L = \{1, 2, \dots, N^l\}$,
 c - numer obiegu cyrkulacyjnego, $c \in C = \{1, 2, \dots, N^c\}$,
 $v_c(i)$ - objętość elektrolitu w obiegu cyrkulacyjnym c na początku okresu, w którym komponowany jest elektrolit,
 d - indeks strumieni mas dopływających do obiegów, o natężeniach przepływu obliczanych sumarycznie dla wszystkich obiegów (indeks komponentów), $d \in D = \{1, 2, \dots, N^d\}$, przy czym $D = D_1 \cup D_2 \cup D_3$, gdzie: D_1 - podzbiór zbioru D zawierający indeksy komponentów, dla których decyzje o przetłaczanych ilościach podejmowane są w warstwie operatywnego sterowania składem elektrolitu, D_2 - podzbiór zbioru D zawierający indeksy komponentów, dla których decyzje o przetłaczanych ilościach podejmowane są w warstwie operatywnego sterowania produkcją miedzi katodowej, D_3 - podzbiór zbioru D zawierający indeksy komponentów, dla których przetłaczaną ilość określa się na podstawie prognoz zakłóceń sterowania składem elektrolitu,
 w - indeks strumieni mas odpływających z obiegów o natężeniach przepływu obliczanych sumarycznie dla wszystkich obiegów (indeks odpływów), $w \in W = \{1, 2, \dots, N^w\}$, przy czym $W = W_1 \cup W_2 \cup W_3$, gdzie: W_1 - podzbiór zbioru W zawierający indeksy odpływów, dla których decyzje o przetłaczanych ilościach podejmowane są w warstwie operatywnego sterowania składem elektrolitu, W_2 - podzbiór zbioru W zawierający indeksy odpływów, dla których decyzje o przetłaczanych ilościach podejmowane są w warstwie operatywnego sterowania produkcją miedzi katodowej, W_3 - podzbiór zbioru W zawierający indeksy odpływów, dla których przetłaczaną ilość określa się na podstawie prognoz zakłóceń sterowania składem elektrolitu,
 $m_{c,d,l}^{we}(i)$ - masa l -tego składnika elektrolitu dopływająca do obiegu cyrkulacyjnego c w komponentcie d w i -tym okresie. Dla komponentów płynnych:

$$m_{c,d,l}^{we}(i) = \begin{cases} a_{d,l}^{we}(i) v_{c,d}^{wep}(i), & c \in C, \quad d \in D_1 \cap D^{pl}, \quad l \in L \\ a_{d,l}^{we}(i) v_{c,d}^{we}(i), & c \in C, \quad d \in (D_2 \cup D_3) \cap D^{pl}, \quad l \in L \end{cases} \quad (2)$$

gdzie:

- $a_{d,l}^{we}(i)$ - stężenie l -tego składnika elektrolitu w komponentcie d w okresie i $[\text{kg/m}^3]$,
 $v_{c,d}^{wep}(i)$ - ilość komponentu d przetłaczana do obiegu cyrkulacyjnego c dla którego decyzja o przetłaczanej ilości podejmowana jest w trakcie planowania dobowego gospodarki elektrolitem.



Rys. 2. Schemat zastępczy instalacji komponowania elektrolitu na potrzeby planowania dobowego, ilustrujący bilans dowolnego 1-tego składnika
 Fig. 2. The representative chart of the electrolyte blending plant to illustrate balance of any 1-th constituent

- $v_{c,d}^{we}(i)$ - ilość komponentu d przetwarzana do obiegu cyrkulacyjnego c ,
 której wartość nie zależy od decyzji gospodarki elektrolitem,
 D^{pl} - podzbiór zbioru D zawierający indeksy komponentów płynnych,
 $m_{c,w,l}^{wy}(i)$ - masa 1-tego składnika elektrolitu odprowadzana z c -tego obiegu
 cyrkulacyjnego w odpływie w w i -tym okresie,

$$m_{c,w,l}^{wy}(i) = \begin{cases} a_{c,l}^{oc}(i)v_{c,w}^{wyp}(i), & w \in W_1 \\ a_{c,l}^{oc}(i)v_{c,w}^{wy}(i), & w \in W_2 \cup W_3 \end{cases} \quad (3)$$

gdzie:

- $a_{c,l}^{oc}(i)$ - oszacowanie stężenia 1-tego składnika elektrolitu w obiegu
 cyrkulacyjnym c w okresie i , określone wzorem:

$$a_{c,l}^{oc}(i) = \alpha a_{c,l}(i+1) + (1-\alpha)a_{c,l}(i) \quad (4)$$

gdzie:

- α - współczynnik liczbowy dobierany na podstawie analizy typowych
 harmonogramów przetłoczeń, $\alpha \in [0,1]$,
 $v_{c,w}^{wyp}(i)$ - ilość elektrolitu przetwarzana z obiegu cyrkulacyjnego c w
 odpływie w , dla którego decyzja o przetwarzanej ilości po-
 dejmowana jest w trakcie planowania dobowego gospodarki elek-
 trolitem [m^3],
 $v_{c,w}^{wy}(i)$ - ilość elektrolitu przetwarzana z obiegu cyrkulacyjnego c w
 odpływie w , której wartość nie zależy od decyzji gospodarki
 elektrolitem,
 $v_{k(c,j)}^{mp}(i)$ - ilość płynu przetwarzana rurociągiem mieszania do obiegu cyr-
 kulacyjnego c z obiegu j ; k -ta współrzędna wektora $\underline{v}^{mp}(i)$,
 $k \in \{1, \dots, N^c(N^c-1)\} = K^m$, przy czym:

$$k(c,j) = \begin{cases} (N^c - 1)(c - 1) & , \quad j \in C \quad c \in C \quad j < c \\ (N^c - 1)(c - 1) + j - 1, & j \in C, \quad c \in C, \quad j > c \end{cases} \quad (5)$$

Dla przykładowej instalacji komponowania elektrolitu w Wydziale Elektro-
 rafincji P10 Huty Miedzi Głogów mamy:

- $l = 1$ - H_2SO_4 , $l = 2$ - Cu , $l = 3$ - Ni , $l = 4$ - As , $l = 5$ - Cl ,
 $l = 6$ - Sb , $l = 7$ - Fe , $l = 8$ - Ca , $l = 9$ - Bi , $l = 10$ - Mg ,
 $l = 11$ - zawieszina, $l = 12$ - jony SO_4 , $l = 13$ - tiomocznik,
 $l = 14$ - klej, $l = 15$ - H_2O ,
 $d = 1$ - kwas siarkowy, $d = 2$ - kondensat, $d = 3$ - $NaCl$,
 $d = 4$ - filtrat, $d = 5$ - klej, $d = 6$ - tiomocznik,
 $d = 7$ - elektrolit z wanien magazynujących elektrolit,
 $d = 8$ - elektrolit ze zbiorników zapasowych,

- d = 9 - elektrolit włączany lub odcinany z obiegów cyrkulacyjnych wskutek zmiany stanów pracy grup wanien,
- d = 10 - miedź anodowa rozpuszczana w elektrolicie łącznie we wszystkich obiegach cyrkulacyjnych,
- w = 1 - elektrolit odprowadzany do oczyszczalni,
- w = 2 - elektrolit odprowadzany do zbiorników zapasowych,
- w = 3 - elektrolit odprowadzany do wanien magazynujących elektrolit,
- w = 4 - elektrolit odprowadzany wraz ze szlamem,
- w = 5 - ubytki elektrolitu,
- w = 6 - parujący elektrolit,

$$D_1 = \{1..6\}, \quad D_2 = \{7..9\}, \quad D_3 = \{10\}, \quad W_1 = \{1\}, \quad W_2 = \{3\}, \quad W_3 = \{2,4,5,6\}.$$

W związku z tym, że dla Wydziału P10 Huty Miedzi Głogów $D^{Pl} = \{1..9\}$ otrzymuje się:

$$(D_2 \cup D_3) \cap D^{Pl} = D_2, \quad D_1 \cap D^{Pl} = D_1 \quad (6)$$

w dalszej części opracowania zakłada się, że zbiory D_1 i D_2 zawierają tylko indeksy komponentów płynnych, a zbiór D_3 indeks komponentu niepłynnego. Wprowadzenie takiego założenia nie powoduje utraty ogólności rozważań, gdyż w przeciwnym wypadku należałoby jedynie powtórzyć wyprowadzanie wzorów stosując bardziej złożoną notację.

B. Bilans objętości dla obiegów cyrkulacyjnych:

$$v_c(i+1) = v_c(i) + \sum_{d \in D_1} v_{c,d}^{wep}(i) - \sum_{w \in W_1} v_{c,w}^{wyp}(i) + \sum_{j \in C - \{c\}} v_{k(c,j)}^{mp}(i) - \sum_{j \in C - \{c\}} v_{k(j,c)}^{mp}(i) + \sum_{d \in D_2} v_{c,d}^{we}(i) - \sum_{w \in W - W_1} v_{c,w}^{wy}(i), \quad c \in C \quad (7)$$

gdzie:

$v_c(i+1)$, $v_c(i)$, $v_{c,d}^{we}(i)$, $v_{c,w}^{wy}(i)$, $v_{c,d}^{wep}(i)$, $v_{c,w}^{wyp}(i)$, $v_{k(c,j)}^{mp}(i)$ - są takie same jak we wzorze (1).

C. Ograniczenia technologiczne równościowe:

- całkowite zagospodarowanie filtratu:

$$\sum_{c \in C} v_{c,4}^{wep}(i) = v_{filtzag} \quad (8)$$

gdzie:

$v_{filtzag}$ - prognozowana objętość filtratu do zagospodarowania w okresie komponowania elektrolitu,

- zakaz dozowania filtratu do obiegu podkładowego:

$$v_{c,4}^{wep} = 0, \quad c \in C^{pod} \quad (9)$$

gdzie:

C^{pod} - podzbiór zbioru C indeksów obiegów, w których produkuje się podkładowki katodowe. Dla Wydziału P10 Huty Miedzi Głogów $C^{pod} = \{1\}$.

- zakaz odprowadzania do oczyszczalni elektrolitu, w którym stężenie miedzi jest mniejsze od stężenia zadanego:

$$v_{c,1}^{wyp}(i) = 0, \quad c \in C^{ocz}(i), \quad (10)$$

gdzie:

$C^{ocz}(i)$ - zbiór indeksów obiegów, w których stężenie miedzi na początku okresu i -tego jest mniejsze niż stężenie zadane,

$$C^{ocz}(i) = \{c \in C: a_{c,2}(i) < a_{c,2}^{zad}\} \quad (11)$$

D. Ograniczenia technologiczne nierównościowe:

- ograniczenia górne na stężenia pierwiastków w elektrolicie:

$$a_{c,1}(i+1) \leq a_{c,1}^{max}, \quad c \in C, \quad 1 \in L-L^F \quad (12)$$

gdzie:

$a_{c,1}^{max}$ - maksymalne dopuszczalne stężenie 1-tego składnika elektrolitu w obiegu cyrkulacyjnym c ,

L^F - podzbiór zbioru L indeksów składników elektrolitu dla których stężenie w elektrolicie powinno być równe stężeniu zadanemu.

Na stężenia pozostałych składników nakłada się tylko ograniczenia nierównościowe. Dla przykładowej instalacji komponowania elektrolitu w Wydziale Elektrorafinacji P10 Huty Miedzi Głogów:

$$L^F = \{1, 2, 5, 12, 13, 14\}.$$

Aby sprawdzić powyższe ograniczenia do ograniczeń na zmienne decyzyjne planowania gospodarki elektrolitem, należy pomnożyć obustronnie układ nierówności (12) przez $v_c(i+1)$ i skorzystać ze wzorów: (1), (2), (6), (7). Uzyskuje się w ten sposób następujące nierówności:

$$\sum_{d \in D_1} (a_{d,1}^{we}(i) - a_{c,1}^{max}) v_{c,d}^{wep}(i) - \sum_{w \in W_1} (a_{c,1}^{oc}(i) - a_{c,1}^{max}) v_{c,w}^{wyp}(i) +$$

$$+ \sum_{j \in C - \{c\}} (a_{j,1}^{oc}(i) - a_{c,1}^{max}) v_{k(c,j)}^{mp}(i) - \sum_{j \in C - \{c\}} (a_{c,1}^{oc}(i) - a_{c,1}^{max}) v_{k(j,c)}^{mp}(i) +$$

$$\begin{aligned}
 & + \sum_{d \in D_2} (a_{d,1}^{we} (i) - a_{c,1}^{\max}) v_{c,d}^{we} (i) - \sum_{w \in W-W_1} (a_{c,1}^{oc} (i) - a_{c,1}^{\max}) v_{c,w}^{wy} (i) + \\
 & + (a_{c,1} (i) - a_{c,1}^{\max}) v_c (i) - \sum_{d \in D-D^1} m_{c,d,1}^{we} (i) \leq 0, \quad c \in C, \quad l \in L-L^r
 \end{aligned} \tag{13}$$

gdzie:

$a_{d,1}^{we} (i), v_{c,d}^{we} (i), v_{c,d}^{wep} (i), a_{c,1}^{oc} (i), v_{c,w}^{wyp} (i), v_{c,w}^{wy} (i), v_{k(c,j)}^{mp} (i)$ - wielkości zdefiniowane w opisie wzoru (1),

- ograniczenia dolne na stężenia pierwiastków w elektrolicie:

$$a_{c,1}^{\min} \leq a_{c,1} (i+1) \tag{14}$$

gdzie:

$a_{c,1}^{\min}$ - minimalne dopuszczalne stężenie l-tego składnika elektrolitu w obiegu cyrkulacyjnym c.

Aby sprowadzić powyższe ograniczenia do ograniczeń na zmienne decyzyjne planowania gospodarki elektrolitem, należy pomnożyć obustronnie układ nierówności (14) przez $v_c (i+1)$ i skorzystać ze wzorów: (1), (2), (6), (7). Uzyskuje się w ten sposób następujące nierówności:

$$\begin{aligned}
 & \sum_{d \in D_1} (a_{c,1}^{\min} - a_{d,1}^{we} (i)) v_{c,d}^{wep} (i) - \sum_{w \in W_1} (a_{c,1}^{\min} - a_{c,1}^{oc} (i)) v_{c,w}^{wyp} (i) + \\
 & + \sum_{j \in C - \{c\}} (a_{c,1}^{\min} - a_{j,1}^{oc} (i)) v_{k(c,j)}^{mp} (i) - \sum_{j \in C - \{c\}} (a_{c,1}^{\min} - a_{c,1}^{oc} (i)) v_{k(j,c)}^{mp} (i) + \\
 & + \sum_{d \in D_2} (a_{c,1}^{\min} - a_{d,1}^{we} (i)) v_{c,d}^{we} (i) - \sum_{w \in W-W_1} (a_{c,1}^{\min} - a_{c,1}^{oc} (i)) v_{c,w}^{wy} (i) + \\
 & + (a_{c,1}^{\min} - a_{c,1} (i)) v_c (i) - \sum_{d \in D-D^1} m_{c,d,1}^{we} (i) \leq 0, \quad c \in C, \quad l \in L-L^r \tag{15}
 \end{aligned}$$

gdzie:

$a_{d,1}^{we} (i), v_{c,d}^{we} (i), v_{c,d}^{wep} (i), a_{c,1}^{oc} (i), v_{c,w}^{wyp} (i), v_{c,w}^{wy} (i), v_{k(c,j)}^{mp} (i)$ - wielkości zdefiniowane w opisie wzoru (1),

- ograniczenia górne na objętości elektrolitu w zbiornikach cyrkulacyjnych

$$v_c(i+1) - v_c^{elwa}(i+1) - v_c^{ruro} \leq v_c^{gelcy} \quad c \in C, \quad (16)$$

gdzie:

- $v_c^{elwa}(i+1)$ - objętość elektrolitu w cyrkulacji w wannach grup w obiegu cyrkulacyjnym c na końcu okresu komponowania elektrolitu,
 v_c^{ruro} - objętość elektrolitu w rurociągach i w zbiorniku naporowym w obiegu cyrkulacyjnym c ,
 v_c^{gelcy} - ograniczenie górne na ilość elektrolitu w zbiorniku cyrkulacyjnym w obiegu c .

Aby sprawdzić powyższe ograniczenia do ograniczeń na zmienne decyzyjne planowania gospodarki elektrolitem, należy podstawić w (16) za $v_c(i+1)$ zależność ze wzoru (7) i wykonać proste przekształcenia. Uzyskuje się wtedy:

$$\begin{aligned} & \sum_{d \in D_1} v_{c,d}^{wep}(i) - \sum_{w \in W_1} v_{c,w}^{wyp}(i) - \sum_{j \in C - \{c\}} v_{k(c,j)}^{mp}(i) - \sum_{j \in C - \{c\}} v_{k(j,c)}^{mp}(i) + \\ & + \sum_{d \in D_2} v_{c,d}^{we}(i) - \sum_{w \in W - W_1} v_{c,w}^{wy}(i) + v_c(i) - v_c^{elwa}(i+1) - v_c^{ruro} + \\ & + v_c^{gelcy} \leq 0, \quad c \in C, \end{aligned} \quad (17)$$

- ograniczenia dolne na objętości elektrolitu w zbiornikach cyrkulacyjnych:

$$v_c(i+1) - v_c^{elwa}(i+1) - v_c^{ruro} \geq v_c^{delcy} \quad c \in C, \quad (18)$$

gdzie:

- v_c^{delcy} - ograniczenie dolne na ilość elektrolitu w zbiorniku cyrkulacyjnym w obiegu c .

Aby sprawdzić powyższe ograniczenia do ograniczeń na zmienne decyzyjne planowania gospodarki elektrolitem, należy podstawić w (18) za $v_c(i+1)$ zależność ze wzoru (7) i wykonać proste przekształcenia. Uzyskuje się wtedy:

$$\begin{aligned} & - \sum_{d \in D_1} v_{c,d}^{wep}(i) + \sum_{w \in W_1} v_{c,w}^{wyp}(i) - \sum_{j \in C - \{c\}} v_{k8c,j}^{mp}(i) + \sum_{j \in C - \{c\}} v_{k(j,c)}^{mp}(i) - \\ & - \sum_{d \in D_2} v_{c,d}^{we}(i) + \sum_{w \in W - W_1} v_{c,w}^{wy}(i) - v_c(i) + v_c^{elwa}(i+1) + v_c^{ruro} + \\ & + v_c^{delcy} \leq 0, \quad c \in C, \end{aligned} \quad (19)$$

- ograniczenia górne na natężenia przepływu płynów w okresie komponowania elektrolitu:

$$\frac{v_{c,d}^{wep}(i)}{T \alpha_d^{qwe}} \leq Q_{c,d}^{wemax}, \quad c \in C, \quad d \in D_1 \quad (20)$$

$$\frac{\sum_{c \in C} v_{c,d}^{wep}(i)}{T \alpha_d^{qwe}} \leq Q_d^{dmax}, \quad d \in D_1 \quad (21)$$

$$\frac{v_{c,w}^{wyp}(i)}{T \alpha_w^{qwy}} \leq Q_{c,w}^{wymax}, \quad c \in C, \quad w \in W_1 \quad (22)$$

$$\frac{\sum_{c \in C} v_{c,w}^{wyp}(i)}{T \alpha_w^{qwy}} \leq Q_w^{wmax}, \quad w \in W_1 \quad (23)$$

$$\frac{\sum_{c \in C} \sum_{j \in C} v_{k(c,j)}^{mp}(i)}{T \alpha^{qm}} \leq Q^{mmax} \quad (24)$$

gdzie:

$v_{c,d}^{wep}(i)$, $v_{c,w}^{wyp}(i)$, $v_{k(c,j)}^{mp}(i)$ - wielkości zdefiniowane w opisie wzoru (1),

α_d^{qwe} , α_w^{qwy} , α^{qm} - współczynniki rezerwy czasu, dobrane na podstawie

analizy typowych harmonogramów przetłoczeń odpowiednio dla komponentów, odpływów i rurociągu mieszania,

$$\alpha_d^{qwe} \in [0,1], \quad \alpha_w^{qwy} \in [0,1], \quad \alpha^{qm} \in [0,1],$$

$T = 1$ doba,

$Q_{c,d}^{wemax}$ - maksymalne natężenie przepływu komponentu d do obiegu cyrkulacyjnego c ,

Q_d^{dmax} - maksymalne natężenie przepływu komponentu d ,

$Q_{c,w}^{wymax}$ - maksymalne natężenie przepływu w odpływie w z obiegu cyrkulacyjnego c ,

Q_w^{wmax} - maksymalne natężenie przepływu w odpływie w ,

Q^{mmax} - maksymalne natężenie przepływu elektrolitu rurociągiem mieszania,

- ograniczenia górne na ilość płynu dopływającego lub odpływającego z obiegów cyrkulacyjnych w ciągu doby:

$$\sum_{c \in C} v_{c,d}^{wep}(i) \leq v_d^{dmax}, \quad d \in D_1 \quad (25)$$

$$\sum_{c \in C} v_{c,w}^{wyp}(i) \leq v_w^{wmax}, \quad w \in W_1 \quad (26)$$

gdzie:

$v_{c,d}^{wep}(i)$, $v_{c,w}^{wyp}(i)$ - wielkości zdefiniowane w opisie wzoru (1),

v_d^{dmax} - maksymalna ilość komponentu dopływającego do obiegów cyrkulacyjnych w ciągu doby,

v_w^{wmax} - maksymalna ilość płynu odprowadzanego z obiegów cyrkulacyjnych w odpływie w , w ciągu doby,

- warunki nieujemności zmiennych decyzyjnych planowania dobowego

$$v_{c,d}^{wep}(i) \geq 0, \quad c \in C, \quad d \in D_1, \quad (27)$$

$$v_{c,w}^{wyp}(i) \geq 0, \quad c \in C, \quad w \in W_1, \quad (28)$$

$$v_{k(c,j)}^{mp}(i) \geq 0, \quad c \in C, \quad j \in C, \quad c \neq j \quad (29)$$

gdzie:

$v_{c,d}^{wep}(i)$, D_1 , $v_{c,w}^{wyp}(i)$, W_1 , $v_{k(c,j)}^{mp}(i)$ - wielkości i zbiory zdefiniowane w opisie wzoru (1).

Zadanie planowania dobowego polega na znalezieniu takich wartości zmiennych decyzyjnych: $v_{c,d}^{wep}(i)$, $v_{c,w}^{wyp}(i)$, $v_{k(c,j)}^{mp}(i)$, występujących w równaniach (1) oraz (7) do (10), które spełniają ograniczenia (1) do (29). Wielkości te są zmiennymi decyzyjnymi zadania planowania dobowego gospodarki elektrolitem.

4. Minimalizacja odchylenia stężeń od wartości zadanych

W praktyce układ równań (1) i (7) do (10) i nierówności od (12) do (29) może nie mieć rozwiązania, gdyż istotnych składników elektrolitu jest więcej niż komponentów. W związku z tym powstaje problem optymalizacji planów dobowych rozumiany jako minimalizacja odchylenia stężeń składników od ich

wartości zadanych. Wskaźnik jakości tworzy się w następujący sposób. Do układu równań (1) podstawia się $v_c(i+1)$ zgodnie z wzorem (7) i po prostych przekształceniach otrzymuje się:

$$\begin{aligned} & \sum_{d \in D_1} (a_{c,1}(i+1) - a_{d,1}^{we}(i)) v_{c,d}^{wep}(i) - \sum_{w \in W_1} (a_{c,1}(i+1) - a_{c,1}^{oc}(i)) v_{c,w}^{wyp}(i) + \\ & + \sum_{j \in C - \{c\}} (a_{c,1}(i+1) - a_{j,1}^{oc}(i)) v_{k(c,j)}^{mp}(i) - \sum_{j \in C - \{c\}} (a_{c,1}(i+1) - \\ & - a_{c,1}^{oc}(i)) v_{k(j,c)}^{mp}(i) + \sum_{d \in D_2} (a_{c,1}(i+1) - a_{d,1}^{we}(i)) v_{c,d}^{we}(i) - \\ & - \sum_{w \in W - W_1} (a_{c,1}(i+1) - a_{c,1}^{oc}(i)) v_{c,w}^{wy}(i) + (a_{c,1}(i+1) - \\ & - a_{c,1}(i)) v_c(i) - \sum_{d \in D - D_{pl}} m_{c,d,i}^{we}(i) = 0, \quad c \in C, \quad l \in L \quad (30) \end{aligned}$$

gdzie oznaczenia są takie jak w (1).

Przy planowaniu dobowym dąży się do osiągnięcia równości:

$$a_{c,1}(i+1) = a_{c,1}^{zad}, \quad l \in L^r \quad (31)$$

Gdyby dla pewnych wartości zmiennych decyzyjnych możliwe było spełnienie zależności (31), to:

$$\begin{aligned} & \sum_{d \in D_1} (a_{c,1}^{zad} - a_{d,1}^{we}(i)) v_{c,d}^{wep}(i) - \sum_{w \in W_1} (a_{c,1}^{zad} - a_{c,1}^{oc}(i)) v_{c,w}^{wyp}(i) + \\ & + \sum_{j \in C - \{c\}} (a_{c,1}^{zad} - a_{j,1}^{oc}(i)) v_{k(c,j)}^{mp}(i) - \sum_{j \in C - \{c\}} (a_{c,1}^{zad} - a_{c,1}^{oc}(i)) v_{k(j,c)}^{mp}(i) + \\ & + \sum_{d \in D_2} (a_{c,1}^{zad} - a_{d,1}^{we}(i)) v_{c,d}^{we}(i) - \sum_{w \in W - W_1} (a_{c,1}^{zad} - a_{c,1}^{oc}(i)) v_{c,w}^{wy}(i) + \\ & + (a_{c,1}^{zad} - a_{c,1}(i)) v_c(i) - \sum_{d \in D - D_{pl}} m_{c,d,i}^{we}(i) = 0, \quad c \in C, \quad l \in L^r \quad (32) \end{aligned}$$

Jeżeli nie istnieją takie wartości zmiennych decyzyjnych, dla których równocześnie $a_{c,1(i+1)} = a_{c,1}^{\text{zad}}$ i spełnione są inne ograniczenia, to dla każdego zestawu zmiennych decyzyjnych spełniających ograniczenia (1) do (29) układ równań (32) nie jest spełniony. Można go spełnić przez zastąpienie 0 po prawej stronie przez odpowiednio dobraną odchyłkę $\varepsilon_{c,1}$. Wtedy słuszna jest równość:

$$\begin{aligned} & \sum_{d \in D_1} (a_{c,1}^{\text{zad}} - a_{d,1}^{\text{we}}(i)) v_{c,d}^{\text{wep}}(i) - \sum_{w \in W_1} (a_{c,1}^{\text{zad}} - a_{c,1}^{\text{oc}}(i)) v_{c,w}^{\text{wyp}}(i) + \\ & + \sum_{j \in C - \{c\}} (a_{c,1}^{\text{zad}} - a_{j,1}^{\text{oc}}(i)) v_{k(c,j)}^{\text{mp}}(i) - \sum_{j \in C - \{c\}} (a_{c,1}^{\text{zad}} - a_{c,1}^{\text{oc}}(i)) v_{k(j,c)}^{\text{mp}}(i) \\ & + \sum_{d \in D_2} (a_{c,1}^{\text{zad}} - a_{d,1}^{\text{we}}(i)) v_{c,d}^{\text{we}}(i) - \sum_{w \in W - W_1} (a_{c,1}^{\text{zad}} - a_{c,1}^{\text{oc}}(i)) v_{c,w}^{\text{wy}}(i) + \\ & + (a_{c,1}^{\text{zad}} - a_{c,1}(i)) v_c(i) - \sum_{d \in D - D_{pl}} m_{c,d,1}^{\text{we}}(i) = \varepsilon_{c,1}, \\ & c \in C, \quad i \in L^r, \quad \varepsilon_{c,1} \in \mathcal{R} \end{aligned} \quad (33)$$

Wskaźnik jakości zadania optymalizacji planów dobowych gospodarki elektrolitem jest określony jako ważona suma kwadratów odchyłek $\varepsilon_{c,1}$ zdefiniowanych za pomocą wzoru (33). Postać algebraiczna tego wskaźnika jest następująca:

$$f(\underline{v}) = \sum_{c \in C} \sum_{i \in L^r} w_{c,1} (\varepsilon_{c,1})^2 \quad (34)$$

gdzie:

$w_{c,1}$ - waga 1-tego składnika elektrolitu w obiegu cyrkulacyjnym c

$$w_{c,1} = w_1^{\text{wz}} / a_{c,1}^{\text{zad}} v_c(i+1) \quad (35)$$

w_1^{wz} - względna waga 1-tego składnika.

Algorytm planowania dobowego testowano w praktyce dla względnych wag, przyjmujących wartości z przedziału $[0,1]$.

Jeśli przyjęty wskaźnik jakości dla pewnych wartości zmiennych decyzyjnych osiąga wartość minimalną równą zero, to wtedy wartości stężeń pierwiastków w elektrolicie na końcu doby są równe swoim wartościom zadany.

Wynika to z faktu, że przy ustalonych wartościach zmiennych decyzyjnych (30) jest równaniem z jedną niewiadomą $a_{c,1}(i+1)$, natomiast (12) można uważać za równanie z jedną niewiadomą $a_{c,1}^{zad}$. Jeśli równania te mają jednoznaczne rozwiązania, to przy tych samych wartościach zmiennych decyzyjnych oba równania muszą mieć to samo rozwiązanie, a stąd $a_{c,1}(i+1) = a_{c,1}^{zad}$. Usprawiedliwia to przyjęta funkcję celu. Dla jednoznaczności rozwiązania obu równań wystarczy, by

$$\sum_{d \in D_1} v_{c,d}^{wep}(i) - \sum_{w \in W_1} v_{c,w}^{wyp}(i) - \sum_{c \in C - \{c\}} v_{k(c,j)}^{mp}(i) -$$

$$- \sum_{j \in C - \{c\}} v_{k(j,c)}^{mp}(i) + \sum_{d \in D_2} v_{c,d}^{we}(i) - \sum_{w \in W - W_1} v_{c,w}^{wy}(i) + v_c(i) \neq 0, \quad c \in C \quad (36)$$

W praktyce warunek ten jest zawsze spełniony.

Zadaniem algorytmu planowania dobowego jest znalezienie takiego wektora \underline{v} , o elementach kolejno: $\hat{v}_{c,d}^{wep}$, $\hat{v}_{c,w}^{wyp}$, $\hat{v}_{k(c,j)}^{mp}$, aby wskaźnik jakości określony zależnością (34) przyjmował wartość minimalną i żeby były spełnione warunki opisane wzorami: (8) do (10), (13), (15), (17), (19) do (29), (34) do (36).

W taki sposób sformułowane zadanie optymalizacji jest zadaniem z kwadratową funkcją celu i liniowymi ograniczeniami, które sprowadzono do problemu programowania kwadratowego o postaci:

$$\min_{\underline{v}} \left[f(\underline{v}) = \frac{1}{2} \underline{v}^T Q \underline{v} + c^T \underline{v} \right],$$

przy ograniczeniach:

$$a^T \underline{v} \leq b, \quad \underline{v} \geq 0,$$

gdzie

Q jest macierzą symetryczną.

W zaprojektowanym systemie sterowania składem elektrolitu zadanie to jest rozwiązywane metodą Wolfe'a.

Optymalizacja sterowania składem elektrolitu jest dużym zadaniem obliczeniowym. Czas trwania obliczeń na mikrokomputerze IBM PC/XT dla 66 zmiennych decyzyjnych, 40 ograniczeń nierównościowych i 8 ograniczeń równościowych wynosi około 10 minut.

5. Wyniki prób przemysłowych

W miesiącu lipcu 1987 r. w Wydziale Elektorafinacji P10 Huty Miedzi Głogów zostały przeprowadzone próby przemysłowe optymalizacji planów dobowych gospodarki elektrolitem. Polegały one na codobowym:

- wprowadzaniu do bazy danych systemu komputerowego aktualnych wartości zmiennych procesowych, tj.:
 - analiz składu elektrolitu w poszczególnych obiegach,
 - objętości elektrolitu w zbiornikach cyrkulacyjnych na początku doby,
 - prognoz przełączeń w grupach dla bieżącej doby,
 - prognoz dopływu filtratu,
- wyznaczaniu przez system komputerowy decyzji planowania dobowego,
- porównywaniu uzyskanych rezultatów z wynikami osiąganymi dla tych samych danych za pomocą metody stosowanej przez kierownictwo wydziału P10.

Decyzje wyznaczone przez system komputerowy w każdym przypadku dawały znacznie lepsze rezultaty. Np. przy początkowych stężeniach różniących się od wartości zadanych o wielkości przedstawione w tabeli 1, stężenia końcowe wynikające z optymalizowanych planów dobowych różnią się od wartości zadanych o wielkości podane w tablicy 2. Dla porównania w tablicy 3 przytoczono odchylenia stężeń końcowych od wartości zadanych dla stężeń obliczonych przy tych samych warunkach początkowych na podstawie planów dobowych sporządzonych dotychczasowym sposobem.

Tabela 1

Odchylenia początkowych stężeń składników elektrolitu od wartości zadanych

NR OB	H ₂ SO ₄	Cu	Ni	As	Cl	Sb	Fe	SO ₄
1	-1.0	-2.7	-2.8	-.2	.0	.27	-.3	-5.4
2	-7.2	-.9	-2.3	.9	.001	.57	-.26	-12.1
3	-3.2	-2.6	-2.0	.6	.003	.77	-.19	-10.3
4	3.5	1.0	-1.8	.3	.0	-.23	-.03	2.1
5	.2	4.7	-.6	1.6	-.001	-.13	.07	6.3
6	1.3	2.8	-1.1	2.7	.002	-.22	-.46	3.7

Podobne rezultaty uzyskano dla wszystkich dni objętych okresem próbnej miesięcznej eksploatacji systemu. Jak widać, dla najważniejszych składników elektrolitu optymalne plany dobowe prowadzą do stężeń końcowych prawie o rząd lepszych, a zatem optymalizacja planów dobowych gospodarki elektrolitem prowadzi do znacznej poprawy stabilizacji składu elektrolitu.

Tabela 2

Odchylenia od wartości zadanych końcowych stężeń składników elektrolitu obliczonych na podstawie optymalizowanych planów dobowych

Nr ob.	H ₂ SO ₄	Cu	Ni	As	Cl	Sb	Fe	SO ₄
1	5.5	-.3	-2.4	.0	-.002	.27	-.25	1.0
2	1.5	0.1	-2.0	1.0	-.003	.55	-.24	-2.6
3	.8	1.2	-2.1	.5	-.002	.72	-.21	-0.8
4	1.9	.8	-1.7	.3	.0	-.21	-.04	0.3
5	.2	1.0	-1.2	1.2	.0	-.13	-.01	-0.2
6	.3	1.1	-1.4	2.5	.0	-.22	-.47	-0.3

Tabela 3

Odchylenia od wartości zadanych końcowych stężeń składników elektrolitu obliczonych na podstawie planów dobowych uzyskanych metodą tradycyjną

Nr ob.	H ₂ SO ₄	Cu	Ni	As	Cl	Sb	Fe	SO ₄
1	6.2	-3.2	-3.0	-.2	.0	.25	-.32	-3.7
2	-2.4	-1.9	-2.1	.9	.01	.57	-.25	-8.7
3	-3.0	2.9	-2.0	.6	.01	.76	-.2	-1.8
4	4.9	1.4	-1.7	.3	.01	-.23	-.03	4.1
5	-3.4	4.3	-.9	1.4	.0	-.13	.03	1.7
6	2.8	3.2	-1.1	2.7	.0	-.22	-.45	5.7

LITERATURA

- [1] Kręglewski T., Rogowski T., Ruszczyński A., Szymanowski J.: Metody optymalizacji w języku FORTRAN. PWN, Warszawa 1984.
- [2] Legierski T.: Optymalizacja harmonogramowania produkcji w procesie elektrolizacji miedzi. Rozprawa doktorska. Gliwice 1986.
- [3] Niederliński A.: Systemy cyfrowe automatyki przemysłowej. WNT, Warszawa 1984, t. 2.
- [4] Zaborowski M., Jakuszewski R. i in.: Sterowanie składem elektrolitu w procesie elektrolizacji miedzi. Przyjęto do druku w czasopiśmie "Rudy i metale" 1987, nr 12.

Recenzent: doc. dr hab. inż. Konrad Wala

Wojnęto do Redakcji 18.12.1987 r.

ОПТИМИЗАЦИЯ СУТОЧНЫХ ГРАФИКОВ РАСХОДОВАНИЯ ЭЛЕКТРОЛИТА
В ПРОЦЕССЕ ЭЛЕКТРОРАФИНИРОВАНИЯ МЕДИ

Р е з ю м е

В статье дана формулировка оптимизационного задания приготовления многокомпонентного электролита в процессе электрорафинирования меди а также метод его решения. В статье даётся математическая модель в виде балансных уравнений с технологическими и техническими ограничениями. Представлены результаты пробной эксплуатации, полученных в промышленных условиях, разработанной компьютерной системы, решающей задачу оптимизации суточного планирования расходования электролита.

OPTIMIZATION OF DAILY SCHEDULES FOR ELECTROLYTE ADMINISTRATION
IN THE COPPER ELECTROREFINING PROCESS

S u m m a r y

In the paper the optimization task was formulated for multicomponent electrolyte making in the copper electrorefining process. The method of its solution is presented. The paper contains also a mathematical model made for this purpose. It has a form of balance equations and technological and technical constraints. Moreover the results of test exploitation are presented. They come from the computer system solving the optimization scheduling task in the industrial conditions.