

Ryszard JAKUSZEWSKI

MODEL MATEMATYCZNY GOSPODARKI ELEKTROLITEM NA POTRZEBY HARMONOGRAMOWANIA PRZETŁOCZEŃ PŁYNÓW W PROCESIE ELEKTORAFINACJI MIEDZI

Streszczenie. W pracy zamieszczono pełne zestawienie równań i ograniczeń wykorzystywanych przez algorytm harmonogramowania gospodarki elektrolitem. Są to równania bilansów objętościowych elektrolitu i jego komponentów, równania bilansów masowych poszczególnych składników mieszanin, wytyczne z planowania dobowego gospodarki elektrolitem, warunki niejednoczesności przetłaczania płynów, ograniczenia dolne na wielkość partii, ograniczenia wynikające z wielkości zbiorników itd. Wszystkie równania i nierówności modelu są ilustrowane przykładami pochodzącymi z pewnego rzeczywistego procesu elektrorafinacji miedzi.

1. Problem harmonogramowania operacji gospodarki elektrolitem

Podstawowym celem gospodarki elektrolitem w procesie elektrorafinacji miedzi jest stabilizacja składu elektrolitu. Można na niego wpływać dobierając ilości płynów dopływających i odpływających z obiegów, w których elektrolit cyrkuluje. Dużą rolę odgrywa tu optymalizacja planów dobowych [3], lecz samo określenie ilości płynów, które powinny przepłynąć w ciągu doby, nie jest wystarczające. Istotną sprawą jest podjęcie decyzji o podziale wyznaczonych przez plan dobowy ilości płynów na partie i określenie chwil czasu, w których ma być rozpoczęte ich przetłaczanie. Idealnym rozwiązaniem byłoby zapewnienie równomiernego dopływu i odpływu płynów z obiegów cyrkulacyjnych w ciągu całej doby. Wtedy możliwe byłoby dokładne spełnienie ważnego wymagania technologicznego dotyczącego minimalnej szybkości zmian stężeń składników w elektrolicie. Jednakże taka metoda komponowania elektrolitu w praktyce nie jest możliwa ze względu na techniczne oprzyrządowanie procesu elektrorafinacji miedzi, które wymusza dopływ komponentów w partiach. Stąd problem harmonogramowania przetłoczeń. Jest on stosunkowo trudny ze względu na dużą liczbę ograniczeń technologicznych i technicznych. Szczególną trudność sprawiają warunki niejednoczesności przetłaczania płynów do obiegów cyrkulacyjnych. Ponadto należy uwzględnić wiele ograniczeń reprezentowanych zależnościami wchodzącymi w skład modelu matematycznego zmian ilości płynów i stężeń poszczególnych składników.

2. Model matematyczny na potrzeby harmonogramowania gospodarki gospodarki elektrolitem

Problem harmonogramowania przetłoczeń gospodarki elektrolitem opisany jest przez następujące układy równań i nierówności (rys. 1).

2.1. Bilans masy składników elektrolitu w obiegach cyrkulacyjnych

$$\begin{aligned}
 a_{c,1}^h(i+1) v_c^h(i+1) &= a_{c,1}^h(i) v_c^h(i) + \sum_{d \in D^h} \sum_{n \in N_{c,d}^{we}} a_{d,1}^{we}(i) v_{d,n}^{weh}(i) - \\
 &- \sum_{w \in W^h} \sum_{n \in N_{c,w}^{wy}} a_{c,1}^{oc}(i) v_{w,n}^{wyh}(i) + \sum_{n \in J_c^{dm}} a_{j(n),1}^{oc}(i) v_n^{mih}(i) - \\
 &- \sum_{n \in N_{c,1}^{zm}} a_{c,1}^{oc}(i) v_n^{mih}(i) + \sum_{d \in (D-D^h) \cap D^{Pl}} a_{d,1}^{we}(i) v_{c,d}^{wei}(i) - \\
 &- \sum_{w \in W-W^h} a_{c,1}^{oc}(i) v_{c,w}^{wyi}(i) + \sum_{d \in D-D^{Pl}} m_{c,d,1}^{weh}(i), \quad c \in C, \quad 1 \in L
 \end{aligned}$$

gdzie:

- i - indeks podokresów okresu harmonogramowania przetłoczeń, na końcu których kontroluje się zasoby płynów w zbiornikach i stężenia składników elektrolitu w obiegach cyrkulacyjnych (czasy trwania podokresów są jednakowe i wynoszą np. 1 godz $i \in \{1, \dots, N^1\}$),
- N^1 - liczba podokresów okresu harmonogramowania,
- $a_{c,1}^h(i)$ - stężenie 1-tego składnika w obiegu cyrkulacyjnym c na początku i -tego podokresu $[\text{kg}/\text{m}^3]$,
- $v_c^h(i)$ - objętość elektrolitu w obiegu cyrkulacyjnym c na początku i -tego podokresu,
- d - indeks strumieni mas dopływających do obiegów, o natężeniach przepływu obliczanych sumarycznie dla wszystkich obiegów (indeks komponentów), $d \in D = \{1, 2, \dots, N^d\}$,
- D^h - podzbiór zbioru D zawierający indeksy komponentów, dla których decyzje o wielkości partii i czasach rozpoczęcia ich przetłaczania podejmowane są przy harmonogramowaniu przetłoczeń,
- D^{Pl} - podzbiór zbioru D zawierający indeksy komponentów płynnych
- w - indeks strumieni mas odpływających z obiegów o natężeniach przepływu obliczanych sumarycznie dla wszystkich obiegów (indeks odpływów), $w \in W = \{1, 2, \dots, N^w\}$,

- W^h - podzbiór zbioru W zawierający indeksy odpływów, dla których decyzje o wielkości partii i czasach rozpoczęcia ich przetłaczania podejmowane są przy harmonogramowaniu przetłoczeń,
- $v_{d,n}^{weih}(i)$ - ilość komponentu d przetłaczana w n -tej partii, w i -tym podokresie,
- $v_{w,n}^{wyih}(i)$ - ilość elektrolitu przetłaczana w odpływie w w n -tej partii w i -tym podokresie,
- $v_{c,d}^{wei}(i)$ - ilość komponentu d , dla którego nie układa się harmonogramu, dopływająca w i -tym podokresie do obiegu cyrkulacyjnego c ,
- $v_{c,w}^{wyi}(i)$ - ilość elektrolitu przetłaczana w i -tym podokresie z obiegu cyrkulacyjnego c w odpływie w , dla którego nie układa się harmonogramu,
- $v_n^{mih}(i)$ - ilość elektrolitu przetłaczana rurociągiem mieszania w n -tej partii, w i -tym podokresie,
- $N_{c,d}^{we}$ - zbiór zawierający indeksy partii komponentu d dopływającego do obiegu cyrkulacyjnego c :

$$N_{c,d}^{we} = \{n \in \{1, \dots, N_d^{we}\} : c_{d,n}^{we} = c\},$$

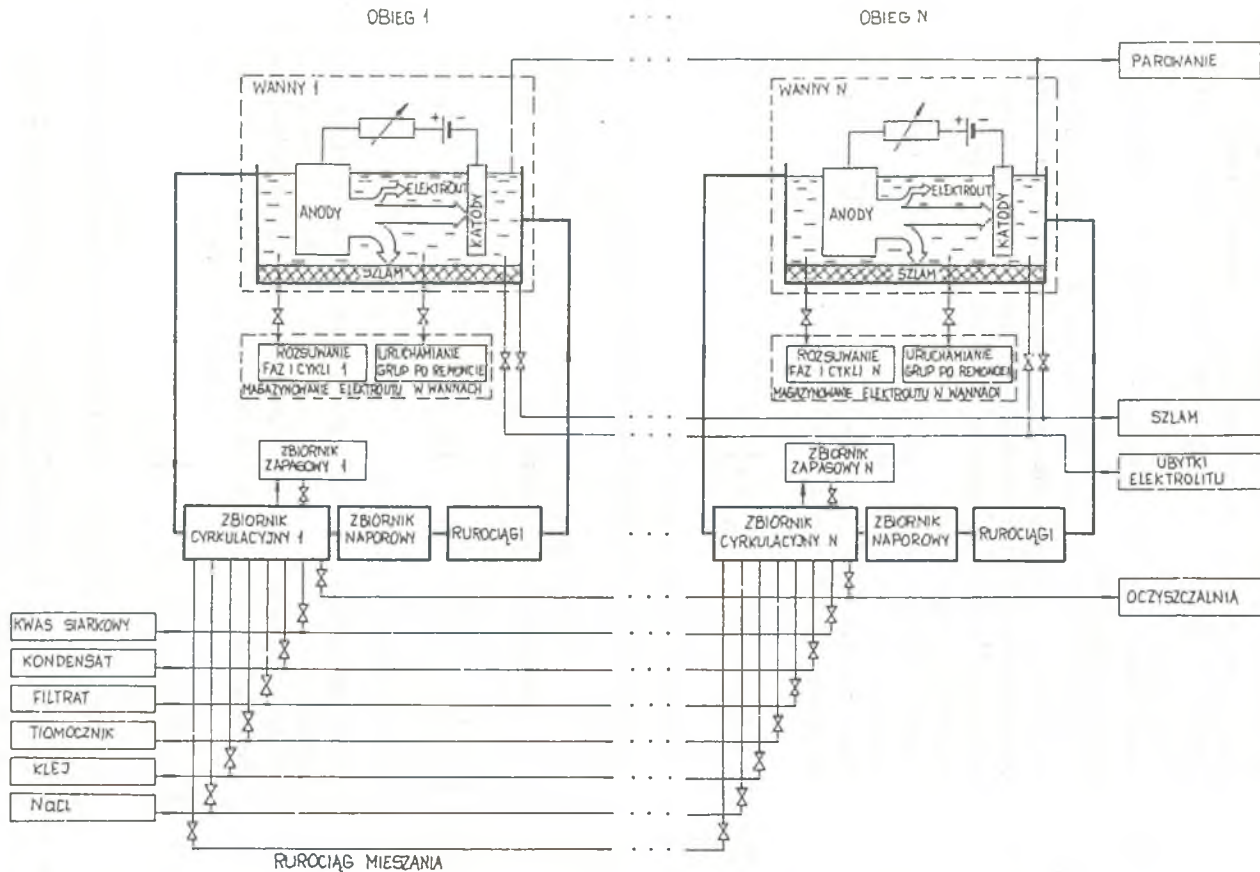
- N_d^{we} - liczba partii komponentu d ,
- $c_{d,n}^{we}$ - indeks obiegu, do którego dozowana jest n -ta partia komponentu d ,
- $N_{c,w}^{wy}$ - zbiór zawierający indeksy partii przetłaczanych w odpływie w z obiegu cyrkulacyjnego c :

$$N_{c,w}^{wy} = \{n \in \{1, \dots, N_w^{wy}\} : c_{w,n}^{wy} = c\},$$

- N_w^{wy} - liczba partii w odpływie w ,
- $c_{w,n}^{wy}$ - indeks obiegu, z którego odprowadzana jest n -ta partia w odpływie w ,
- N_c^{dm} - zbiór zawierający indeksy partii elektrolitu przetłaczanego rurociągiem mieszania do obiegu cyrkulacyjnego c :

$$N_c^{dm} = \{n \in \{1, \dots, N_n^{dm}\} : c_n^{drm} = c\},$$

- N_n^{dm} - liczba partii elektrolitu przetłaczanego rurociągiem mieszania,
- c_n^{drm} - indeks obiegu, do którego dopływa n -ta partia elektrolitu przetłaczanego rurociągiem mieszania,
- N_c^{zm} - zbiór zawierający indeksy partii elektrolitu przetłaczanego rurociągiem mieszania z obiegu cyrkulacyjnego c :



Rys. 1. Schemat połączeń między zbiornikami w procesie elektrorafinacji miedzi
 Fig. 1. The chart of connections between reservoirs for the copper electrorefining process

$$J_C^{zm} = \{n \in \{1, \dots, N^{rm}\} : c_n^{zrm} = c\},$$

- c_n^{zrm} - indeks obiegu, z którego odpływa n-ta partia elektrolitu przetwarzanego rurociągiem mieszania,
 $j(n)$ - indeks obiegu, z którego wypływa n-ta partia elektrolitu przetwarzanego rurociągiem mieszania, $j(n) = c_n^{zrm}$,
 $a_{d,1}^{we}(i)$ - stężenie l-tego składnika elektrolitu w komponencie d w podokresie i [kg/m³],
 $a_{c,1}^{oc}(i)$ - oszacowanie stężenia l-tego składnika elektrolitu w obiegu cyrkulacyjnym c w podokresie i,
 $m_{c,d,1}^{veh}(i)$ - masa l-tego składnika elektrolitu dopływająca w i-tym podokresie do obiegu cyrkulacyjnego c w komponencie d.

Dla przykładowej instalacji komponowania elektrolitu w Wydziale Elektrorefinacji P10 Huty Miedzi Głogów mamy:

- $d = 1$ - kwas siarkowy,
 $d = 2$ - kondensat,
 $d = 3$ - NaCl,
 $d = 4$ - filtrat,
 $d = 5$ - klej,
 $d = 6$ - tiomocznik,
 $d = 7$ - elektrolit z wanien magazynujących elektrolit,
 $d = 8$ - elektrolit ze zbiorników zapasowych,
 $d = 9$ - elektrolit włączany lub odcinany z obiegów cyrkulacyjnych wskutek zmiany stanów pracy grup wanien,
 $d = 10$ - miedź anodowa rozpuszczana w elektrolicie łącznie we wszystkich obiegach cyrkulacyjnych;
 $w = 1$ - elektrolit odprowadzany do oczyszczalni,
 $w = 2$ - elektrolit odprowadzany do zbiorników zapasowych,
 $w = 3$ - elektrolit odprowadzany do wanien magazynujących elektrolit,
 $w = 4$ - elektrolit odprowadzany wraz ze szlamem,
 $w = 5$ - ubytki elektrolitu,
 $w = 6$ - parujący elektrolit;

$$D^h = \{1, 2, 4, 7, 8\}, \quad W^h = \{1, 3\}, \quad D^{pl} = \{1..9\}.$$

2.2. Bilans objętości dla obiegów cyrkulacyjnych

$$\begin{aligned}
 v_c^h(i+1) = & v_c^h(i) + \sum_{d \in D^h} \sum_{n \in J_{c,d}^{we}} v_{d,n}^{weh}(i) - \sum_{w \in W^h} \sum_{n \in J_{c,w}^{wy}} v_{w,n}^{wyh}(i) + \\
 & + \sum_{n \in J_c^{im}} v_n^{mih}(i) - \sum_{n \in J_c^{zm}} v_n^{mih}(i) + \sum_{d \in (D-D^h)} \sum_{n \in D^{pl}} v_{c,d}^{we}(i) - \sum_{w \in W-W^h} v_{c,w}^{wy}(i), \quad c \in C \quad (2)
 \end{aligned}$$

gdzie:

$v_c^h(i)$, $v_{d,n}^{weih}(i)$, $v_{w,n}^{wyih}(i)$, $v_{c,d}^{wei}(i)$, $v_{c,w}^{wyl}(i)$, $v_n^{mih}(i)$ - wielkości zdefiniowane w opisie wzoru (1).

2.3. Ograniczenia dotyczące chwil zmian natężeń przepływu

- warunki niejednoczesności przelączania partii jednego płynu:

$$\begin{aligned} [t_{d,n}^{pwe}, t_{d,n}^{kwe}] \cap [t_{d,m}^{pwe}, t_{d,m}^{kwe}] &= \emptyset, \\ m, n \in \{1, 2, \dots, N_d^{we}\}, \quad m \neq n, \quad d \in D^{hnd}, \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} [t_{w,n}^{pwy}, t_{w,n}^{kwy}] \cap [t_{w,m}^{pwy}, t_{w,m}^{kwy}] &= \emptyset, \\ m, n \in \{1, 2, \dots, N_w^{wy}\}, \quad m \neq n, \quad w \in W^{hnw}, \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} [t_n^{pm}, t_n^{km}] \cap [t_m^{pm}, t_m^{km}] &= \emptyset, \\ m, n \in \{1, 2, \dots, N^{rm}\}, \quad m \neq n \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \left[\sim \bigvee_{j \in \{1, \dots, J_d\}} c_{d,n}^{we}, c_{d,m}^{we} \in C_{d,j}^{hjd} \right] \Rightarrow [t_{d,n}^{pwe}, t_{d,n}^{kwe}] \cap [t_{d,m}^{pwe}, t_{d,m}^{kwe}] &= \emptyset, \\ m, n \in \{1, 2, \dots, N_d^{we}\}, \quad m \neq n, \quad j \in \{1, 2, \dots, J_d\}, \quad d \in D^h - D^{hnd} \end{aligned} \quad (6)$$

gdzie:

- $t_{d,n}^{pwe}, t_{d,n}^{kwe}$ - odpowiednio czas rozpoczęcia i zakończenia przelączania n-tej partii komponentu d,
- $t_{w,n}^{pwy}, t_{w,n}^{kwy}$ - odpowiednio czas rozpoczęcia i zakończenia przelączania n-tej partii w odpływie w,
- t_n^{pm}, t_n^{km} - odpowiednio czas rozpoczęcia i zakończenia przelączania n-tej partii elektrolitu w rurociągu mieszania,
- \emptyset - zbiór pusty,
- \sim - negacja zdania,
- D^{hnd} - kwantyfikator szczegółowy o ograniczonym zakresie,
- D^h - podzbiór zbioru D^h zawierający indeksy komponentów, których partii nie można dozować jednocześnie do kilku obiegów cyrkulacyjnych,
- W^{hnw} - podzbiór zbioru W^h zawierający indeksy odpływów, których partii nie można przelączać jednocześnie z kilku obiegów cyrkulacyjnych,

$C_{d,j}^{hjd}$ - j-ty podzbiór zbioru C zawierający indeksy obiegów, do których można jednocześnie dozować komponent d , $j \in \{1, 2, \dots, J_d\}$, przy czym J_d jest liczbą takich podzbiorów określonych dla komponentu d .

Dla Wydziału P10 Huty Miedzi Głogów mamy:

$$D_4^{hnd} = \{1, 2\}, \quad W_4^{hnw} = \{1\}, \quad J_4 = 1, \quad C_{4,1}^{hjd} = \{2, 3, 4, 5, 6\},$$

$$J_7 = 1, \quad C_{7,1}^{hjd} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}, \quad J_8 = 4, \quad C_{8,1}^{hjd} = \{1, 2, 3, 5\},$$

$$C_{8,2}^{hjd} = \{1, 2, 3, 6\}, \quad C_{8,3}^{hjd} = \{1, 2, 4, 5\}, \quad C_{8,4}^{hjd} = \{1, 2, 4, 6\}.$$

- warunki niejednoczesności przetłaczania partii różnych płynów do tego samego lub z tego samego obiegu:

$$C_{d,n}^{we} = C_{i,m}^{we} \implies [t_{d,n}^{pwe}, t_{d,n}^{kwe}] \cap [t_{i,m}^{pwe}, t_{i,m}^{kwe}] = \emptyset, \\ m \in \{1, 2, \dots, N_1^{we}\}, \quad n \in \{1, 2, \dots, N_d^{we}\}, \quad i \in D_d^{ndd}, \quad i \neq d, \quad d \in D^h \quad (7)$$

$$C_{d,n}^{we} = C_{i,m}^{wy} \implies [t_{d,n}^{pwe}, t_{d,n}^{kwe}] \cap [t_{i,m}^{pwy}, t_{i,m}^{kwy}] = \emptyset, \\ m \in \{1, 2, \dots, N_1^{wy}\}, \quad n \in \{1, 2, \dots, N_d^{we}\}, \quad i \in W_d^{ndw}, \quad d \in D^h \quad (8)$$

$$C_{d,n}^{we} = C_m^{drm} \implies [t_{d,n}^{pwe}, t_{d,n}^{kwe}] \cap [t_m^{pm}, t_m^{km}] = \emptyset, \\ m \in \{1, 2, \dots, N^{rm}\}, \quad n \in \{1, 2, \dots, N_d^{we}\}, \quad d \in D^{ndm} \quad (9)$$

$$C_{w,n}^{wy} = C_{i,m}^{we} \implies [t_{w,n}^{pwy}, t_{w,n}^{kwy}] \cap [t_{i,m}^{pwe}, t_{i,m}^{kwe}] = \emptyset, \\ m \in \{1, 2, \dots, N_1^{we}\}, \quad n \in \{1, 2, \dots, N_w^{wy}\}, \quad i \in D_w^{nwd}, \quad w \in W^h \quad (10)$$

$$C_{w,n}^{wy} = C_{i,m}^{wy} \implies [t_{w,n}^{pwy}, t_{w,n}^{kwy}] \cap [t_{i,m}^{pwy}, t_{i,m}^{kwy}] = \emptyset, \\ m \in \{1, 2, \dots, N_1^{wy}\}, \quad n \in \{1, 2, \dots, N_w^{wy}\}, \quad i \in W_w^{nww}, \quad i \neq w, \quad w \in W^h \quad (11)$$

$$C_{w,n}^{wy} = C_m^{zrm} \implies [t_{w,n}^{pwy}, t_{w,n}^{kwy}] \cap [t_m^{pm}, t_m^{km}] = \emptyset, \\ m \in \{1, 2, \dots, N^{zrm}\}, \quad n \in \{1, 2, \dots, N_w^{wy}\}, \quad w \in W^{nwn} \quad (12)$$

gdzie:

$t_{d,n}^{pwe}$, $t_{d,n}^{kwe}$, $t_{w,n}^{pwy}$, $t_{w,n}^{kwy}$, t_m^{pm} , t_m^{km} - wielkości zdefiniowane w opisie wzorów (3) do (6),

- d_d^{ndd} - podzbiór zbioru D^h zawierający indeksy komponentów, których partii nie można dozować jednocześnie z partiami komponentu d przetłaczanymi do tego samego obiegu cyrkulacyjnego, $d \in D^h$,
- w_d^{ndw} - podzbiór zbioru W^h zawierający indeksy odpływów, których partii nie można odprowadzać jednocześnie z partiami komponentu d przetłaczanymi do tego samego obiegu cyrkulacyjnego, $d \in D^h$,
- D^{ndm} - podzbiór zbioru D^h zawierający indeksy komponentów, których partii nie można dozować jednocześnie z partiami elektrolitu przetłaczanymi rurociągiem mieszania do tego samego obiegu cyrkulacyjnego,
- D_w^{nwd} - podzbiór zbioru D^h zawierający indeksy komponentów, których partii nie można dozować jednocześnie z partiami odprowadzanymi w odpływie w z tego samego obiegu cyrkulacyjnego, $w \in W^h$,
- w_w^{nww} - podzbiór zbioru W^h zawierający indeksy odpływów, których partii nie można odprowadzać jednocześnie z partiami odprowadzanymi w odpływie w z tego samego obiegu cyrkulacyjnego, $w \in W^h$,
- w^{nwm} - podzbiór zbioru W^h zawierający indeksy odpływów, których partii nie można odprowadzać jednocześnie z partiami elektrolitu przetłaczanymi rurociągiem mieszania.

Dla Wydziału P10 Huty Miedzi Głogów mamy:

$$D_1^{ndd} = \{2, 4, 8\}, \quad D_2^{ndd} = \{1\}, \quad D_4^{ndd} = \{1\}, \quad D_7^{ndd} = \emptyset, \quad D_8^{ndd} = \{1\},$$

$$w_1^{ndw} = \{1\}, \quad w_2^{ndw} = \{1\}, \quad w_4^{ndw} = \{1\}, \quad w_7^{ndw} = \emptyset, \quad w_8^{ndw} = \{1\},$$

$$D^{ndm} = \{1\},$$

$$D_1^{nwd} = \{1, 2, 4, 7, 8\}, \quad D_3^{nwd} = \{1, 2, 4, 7, 8\},$$

$$w_1^{nww} = \emptyset, \quad w_3^{nww} = \emptyset,$$

$$w^{nwm} = \{1\}.$$

- ograniczenia na wstrzymanie komponowania elektrolitu w czasie od T^p do T^k :

$$[t_{d,n}^{pwe}, t_{d,n}^{kwe}] \cap [T^p, T^k] = \emptyset,$$

$$n \in \{1, 2, \dots, N_d^{we}\}, \quad d \in D^h, \quad (11)$$

$$\begin{aligned} [t_{w,n}^{pwy}, t_{w,n}^{kwy}] \cap [T^p, T^k] &= \emptyset, \\ n \in \{1, 2, \dots, N_w^{wy}\}, \quad w \in W^h, \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} [t_n^{pm}, t_n^{km}] \cap [T^p, T^k] &= \emptyset, \\ n \in \{1, 2, \dots, N^{rm}\}, \end{aligned} \quad (15)$$

gdzie:

$t_{d,n}^{pwe}, t_{d,n}^{kwe}, t_{w,n}^{pwy}, t_{w,n}^{kwy}, t_n^{pm}, t_n^{km}$ - wielkości zdefiniowane w opisie wzorów (3) do (6),

T^p - czas rozpoczęcia okresu, w którym nie komponuje się elektrolitu,

T^k - czas zakończenia okresu, w którym nie komponuje się elektrolitu.

- ograniczenia dolne na czas przerwy pomiędzy przetłoczeniami partii danego płynu do danego obiegu:

$$\begin{aligned} t_{d,n}^{kwe} - t_{d,n+1}^{pwe} &\geq t_d^{wemin} \\ n \in \{1, 2, \dots, N_d^{we}-1\}, \quad d \in D^h, \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} t_{w,n}^{kwy} - t_{w,n+1}^{pwy} &\geq t_w^{wymin} \\ n \in \{1, 2, \dots, N_w^{wy}-1\}, \quad w \in W^h, \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} t_n^{km} - t_{n+1}^{pm} &\geq t^{mmin} \\ n \in \{1, 2, \dots, N^{rm}-1\}, \end{aligned} \quad (18)$$

gdzie:

t_d^{wemin} - minimalny czas przerwy pomiędzy przetłoczeniami kolejnych partii komponentu d ,

r_w^{wymin} - minimalny czas przerwy pomiędzy przetłoczeniami kolejnych partii w odpływie w ,

t^{mmin} - minimalny czas przerwy pomiędzy przetłoczeniami kolejnych partii elektrolitu w rurociągu mieszania.

2.4. Ograniczenia wynikające z decyzji planowania dobowego

$$\sum_{i=1}^{N^i} \sum_{n \in N_{c,d}^{we}} v_{d,n}^{weih}(i) = v_{c,d}^{wep}, \quad c \in C, \quad d \in D^h \quad (19)$$

$$\sum_{i=1}^{N^1} \sum_{n \in N_{c,d}^{we}} v_{w,n}^{wyih}(i) = v_{c,w}^{wyp}, \quad c \in C, \quad w \in W^h \quad (20)$$

$$\sum_{i=1}^{N^1} \sum_{n \in N_{c,j}^{rm}} v_n^{mih}(i) = v_{k(c,j)}^{mp}, \quad c, j \in C, \quad c \neq j \quad (21)$$

gdzie:

$v_{d,n}^{weih}(i)$, $v_{w,n}^{wyih}(i)$, $v_n^{mih}(i)$ - wielkości zdefiniowane w opisie wzoru (1),

$v_{c,d}^{wep}(i)$ - ilość komponentu d przetłaczana do obiegu cyrkulacyjnego c , dla którego decyzja o przetłaczanej ilości podejmowana jest w trakcie planowania dobowego gospodarki elektrolitem,

$v_{c,w}^{wyp}(i)$ - ilość elektrolitu przetłaczana z obiegu cyrkulacyjnego c w odpływie w , dla którego decyzja o przetłaczanej ilości podejmowana jest w trakcie planowania dobowego gospodarki elektrolitem $[m^3]$,

$v_{k(c,j)}^{mp}(i)$ - ilość płynu przetłaczana rurociągiem mieszania do obiegu cyrkulacyjnego c z obiegu j ; k -ta współrzędna wektora $\underline{v}^{mp}(i)$, $k \in \{1, \dots, N^C(N^C-1)\} = K^m$, przy czym:

$$k(c,j) = \begin{cases} (N^C - 1)(c - 1), & j \in C, \quad c \in C, \quad j < c \\ (N^C - 1)(c - 1) + j - 1, & j \in C, \quad c \in C, \quad j > c \end{cases}$$

N^1 - liczba podokresów zdefiniowana w opisie wzoru (1),

$N_{c,j}^{rm}$ - zbiór zawierający indeksy partii elektrolitu przetłaczanego rurociągiem mieszania do obiegu cyrkulacyjnego c z obiegu j :

$$N_{c,j}^{rm} = \{n \in \{1, \dots, N^{rm}\} : c_n^{dr} = c \text{ i } c_n^{zr} = j\}, \quad c, j \in C, \quad c \neq j.$$

2.5. Ograniczenia technologiczne nierównościowe

- ograniczenia górne na objętości elektrolitu w zbiornikach cyrkulacyjnych:

$$v_c^h(i+1) - v_c^{elwah}(i+1) - v_c^{ruro} \leq v_c^{gelcy}, \quad c \in C \quad (22)$$

gdzie:

$v_c^{elwah}(i+1)$ - objętość elektrolitu w cyrkulacji w wannach grup w obiegu cyrkulacyjnym c na końcu i -tego okresu dobowego harmonogramowania przetłoczeń,

- v_c^{ruro} - objętość elektrolitu w rurociągach i w zbiorniku naporowym w obiegu cyrkulacyjnym c ,
- v_c^{gelyc} - ograniczenie górne na ilość elektrolitu w zbiorniku cyrkulacyjnym w obiegu c .

Aby sprowadzić powyższe ograniczenia do ograniczeń na zmienne decyzyjne harmonogramowania dobowego gospodarki elektrolitem, należy podstawić w (22) za $v_c^h(i+1)$ zależność ze wzoru (2) i wykonać proste przekształcenia. Użytkuje się wtedy:

$$\begin{aligned} & \sum_{d \in D}^h \sum_{n \in N_{C,d}^{we}} v_{d,n}^{weih}(i) - \sum_{w \in W}^h \sum_{n \in N_{C,w}^{wy}} v_{w,n}^{wyih}(i) + \sum_{n \in N_C^{dm}} v_n^{mih}(i) - \\ & - \sum_{n \in N_C^{zm}} v_n^{mih}(i) + \sum_{d \in (D-D^h) \cap D^{pl}} v_{c,d}^{wei}(i) - \sum_{w \in W-W^h} v_{c,w}^{wyi}(i) + v_c(i)^h - \\ & - v_c^{elwah}(i+1) - v_c^{ruro} - v_c^{gelyc} \leq 0, \quad c \in C \end{aligned} \quad (23)$$

- ograniczenia dolne na objętości elektrolitu w zbiornikach cyrkulacyjnych:

$$v_c^h(i+1) - v_c^{elwah}(i+1) - v_c^{ruro} \geq v_c^{delcy}, \quad c \in C \quad (24)$$

gdzie:

$v_c^{elwah}(i+1)$, v_c^{ruro} - wielkości zdefiniowane w opisie wzoru (22),

v_c^{delcy} - ograniczenie dolne na ilość elektrolitu w zbiorniku cyrkulacyjnym w obiegu c .

Aby sprowadzić powyższe ograniczenia do ograniczeń na zmienne decyzyjne harmonogramowania dobowego gospodarki elektrolitem, należy podstawić w (24) za $v_c^h(i+1)$ zależność ze wzoru (2) i wykonać proste przekształcenia. Użytkuje się wtedy:

$$\begin{aligned} & - \sum_{d \in D}^h \sum_{n \in N_{C,d}^{we}} v_{d,n}^{weih}(i) + \sum_{w \in W}^h \sum_{n \in N_{C,w}^{wy}} v_{w,n}^{wyih}(i) - \sum_{n \in N_C^{dm}} v_n^{mih}(i) + \\ & + \sum_{n \in N_C^{zm}} v_n^{mih}(i) - \sum_{d \in (D-D^h) \cap D^{pl}} v_{c,d}^{wei}(i) + \sum_{w \in W-W^h} v_{c,w}^{wyi}(i) - v_c^h(i) + \\ & + v_c^{elwa}(i+1) + v_c^{ruro} + v_c^{delcy} \leq 0, \quad c \in C \end{aligned} \quad (25)$$

- ograniczenia na wielkość partii:

$$v_{c,d}^{\text{wenmin}} \leq v_{d,n}^{\text{weh}} \leq v_{c,d}^{\text{wenmax}}, \quad n \in N_{c,d}^{\text{we}}, \quad d \in D^h, \quad c \in C \quad (26)$$

$$v_{c,w}^{\text{wynmin}} \leq v_{w,n}^{\text{wyh}} \leq v_{c,w}^{\text{wynmax}}, \quad n \in N_{c,w}^{\text{wy}}, \quad w \in W^h, \quad c \in C \quad (27)$$

$$v_{mn}^{\text{mnmin}} \leq v_n^{\text{mh}} \leq v_{mn}^{\text{mnmax}}, \quad n \in \{1, \dots, N^{\text{rm}}\} \quad (28)$$

przy czym

$$v_{d,n}^{\text{weh}} = \sum_{i=1}^{N^i} v_{d,n}^{\text{weih}}(i) \quad (29)$$

$$v_{w,n}^{\text{wyh}} = \sum_{i=1}^{N^i} v_{w,n}^{\text{wyih}}(i) \quad (30)$$

$$v_n^{\text{mh}} = \sum_{i=1}^{N^i} v_n^{\text{mih}}(i) \quad (31)$$

gdzie:

- $v_{d,n}^{\text{weh}}, v_{w,n}^{\text{wyh}}, v_n^{\text{mh}}$ - wielkości partii komponentów, elektrolitu w odpływach oraz elektrolitu przetłaczanego rurociągiem mieszania,
- $v_{d,n}^{\text{weih}}(i), v_{w,n}^{\text{wyih}}(i), v_n^{\text{mih}}(i)$ - wielkości zdefiniowane w opisie wzoru (1),
- $v_{c,d}^{\text{wenmin}}, v_{c,d}^{\text{wenmax}}$ - odpowiednio minimalna i maksymalna wielkość partii komponentu d przetłaczanego do obiegu cyrkulacyjnego c ,
- $v_{c,w}^{\text{wynmin}}, v_{c,w}^{\text{wynmax}}$ - odpowiednio minimalna i maksymalna wielkość partii elektrolitu przetłaczanego z obiegu cyrkulacyjnego c w odpływie w ,
- $v_{mn}^{\text{mnmin}}, v_{mn}^{\text{mnmax}}$ - odpowiednio minimalna i maksymalna wielkość partii elektrolitu przetłaczanego rurociągiem mieszania.

- ograniczenia górne na liczbę partii:

$$N_d^{\text{we}} \leq \sum_{c \in C} N_{c,d}^{\text{wemax}} \quad (32)$$

$$N_w^{wy} \leq \sum_{c \in C} N_{c,w}^{wymax} \quad (33)$$

$$N^{rm} \leq \sum_{c \in C} \sum_{j \in C - \{c\}} N_{k(c,j)}^{nmax} \quad (34)$$

gdzie:

- N_d^{we} , N_w^{wy} , N^{rm} - wielkości zdefiniowane w opisie wzoru (1),
 $N_{c,d}^{wemax}$ - maksymalna liczba partii komponentu d , dopływających do obiegu c ,
 $N_{c,w}^{wymax}$ - maksymalna liczba partii w odpływie w , odprowadzonych z obiegu c ,
 $N_{k(c,j)}^{nmax}$ - maksymalna liczba partii elektrolitu przetłaczanego rurociągiem mieszania do obiegu c z obiegu j .

3. Zmienne decyzyjne

Zadanie harmonogramowania przetłoczeń w ramach gospodarki elektrolitem polega na podziale na partie ilości płynów, które powinny przepłynąć w ciągu całej doby oraz na odpowiednim rozłożeniu przetłoczeń tych partii w czasie. W tym celu należy znaleźć takie wartości zmiennych decyzyjnych:

$$N_d^{we}, d \in D^h, N_w^{wy}, w \in W^h, N^{rm},$$

$$v_{d,n}^{weh}, t_{d,n}^{pweh}, c_{d,n}^{we} \quad \text{dla } n \in \{1, \dots, N_d^{we}\}, d \in D^h$$

$$v_{w,n}^{wyh}, t_{w,n}^{pwyh}, c_{w,n}^{wy} \quad \text{dla } n \in \{1, \dots, N_w^{wy}\}, w \in W^h$$

$$v_n^{mh}, t_n^{pmh}, c_n^{drm}, c_n^{zrm} \quad \text{dla } n \in \{1, \dots, N^{rm}\},$$

które spełniają ograniczenia (1) do (34).

4. Kryterium oceny harmonogramów

Algorytm harmonogramowania przetłoczeń jest algorytmem heurystycznym zaprojektowanym w taki sposób, by zmienne decyzyjne spełniały ograniczenia (1) do (18) i (22) do (31), a przy tym by pozostałe ograniczenia były jak najmniej przekroczone oraz by przebiegi stężeń składników były zbliżone do

liniowych. Warunki (32) do (34) nie mają dużego znaczenia, a ich ewentualne niedotrzymanie powoduje tylko utrudnienie pracy operatorów obsługujących pompy i zawory w hali wanien. Niespełnienie ograniczeń (19) do (21) może spowodować odchylenia stężeń końcowych poszczególnych składników od stężeń obliczonych dla końca doby na podstawie planów dobowych. Dlatego miarą jakości harmonogramu powinna być taka funkcja zmiennych decyzyjnych, której wartości rosną wraz ze wzrostem odchyień przebiegów czasowych stężeń od przebiegów liniowych o wartościach początkowych i końcowych zgodnych z planami dobowymi. Może to być np. następująca funkcja:

$$f(\underline{v}^h, \underline{t}^{ph}, \underline{c}^h, \underline{N}^h) = \sum_{i=1}^{N^i} \sum_{c=1}^{N^c} \sum_{l=1}^{N^l} w_{c,l} \left(\varepsilon_{c,l}^h(i) \right)^2 \quad (35)$$

gdzie:

- $w_{c,l}$ - waga l-tego składnika elektrolitu w obiegu cyrkulacyjnym c ,
 $\varepsilon_{c,l}^h(i)$ - odchyłka stężenia l-tego składnika w obiegu c po i-tym okresie, od zadanego liniowego przebiegu stężenia tego składnika:

$$\varepsilon_{c,l}^h(i) = a_{c,l}(i) - \left(\frac{a_{c,l}^{pd} - a_{c,l}^{pocz}}{N^i} * i + a_{c,l}^{pocz} \right) \quad (36)$$

gdzie:

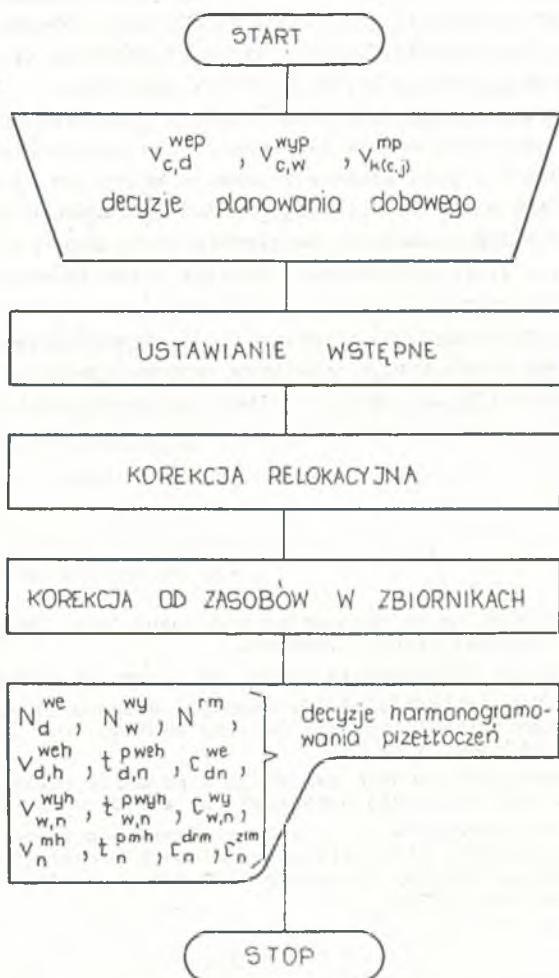
- i - indeks podokresów, równych np. 1 godz., na końcu których kontroluje się szybkość zmian stężeń składników w elektrolicie, $i = 1, \dots, N^i$,
 $a_{c,l}(i)$ - stężenie l-tego składnika w elektrolicie w obiegu cyrkulacyjnym c na końcu i-tego podokresu, wyznaczone ze wzoru (1),
 $a_{c,l}^{pd}$ - stężenie l-tego składnika elektrolitu w obiegu cyrkulacyjnym c na końcu doby, wynikające z decyzji planowania dobowego,
 $a_{c,l}^{pocz}$ - stężenie l-tego składnika elektrolitu w obiegu cyrkulacyjnym c na początku doby,
 \underline{v}^h - wektor o zdefiniowanych wcześniej elementach: $v_{d,n}^{weh}, v_{w,n}^{wyh}, v_n^{nh}$,
 \underline{t}^{ph} - wektor o zdefiniowanych wcześniej elementach: $t_{d,n}^{pweh}, t_{w,n}^{pwyh}, t_n^{pnh}$,
 \underline{c}^h - wektor o zdefiniowanych wcześniej elementach: $c_{d,n}^{we}, c_{w,n}^{wy}, c_n^{drm}, c_n^{zrm}$,
 \underline{N}^h - wektor o zdefiniowanych wcześniej elementach: $N_d^{we}, N_w^{wy}, N_n^{drm}$.

5. Wykorzystanie modelu w algorytmie harmonogramowania

Przedstawiony w rozdz. 2 model matematyczny został wykorzystany praktycznie do harmonogramowania gospodarki elektrolitem w jednym z wydziałów Huty

Miedzi "Głogów". Harmonogramowanie przetłoczeń elektrolitu realizowane jest etapami (rys. 2). Najpierw wykonywane jest USTAWIANIE WSTĘPNE. Ogólnie można powiedzieć, że polega ono na wstępnym podziale na partie ilości płynów, które powinny przepłynąć w ciągu całej doby oraz na równomiernym rozłożeniu tych partii w czasie. Dokonuje się tego oddzielnie dla każdego płynu i na tym etapie pomija się wszelkie uwarunkowania zachodzące pomiędzy partiami różnych płynów.

Drugim etapem dobowego harmonogramowania przetłoczeń jest KOREKCJA RELOKACYJNA. Uwzględnia się tu warunki niejednoczesności przetłaczania partii różnych płynów. Spełnienie tych warunków wymaga często korekty harmonogramu



Rys. 2. Schemat blokowy algorytmu harmonogramowania przetłoczeń w ramach gospodarki elektrolitem

Fig. 2. The flowchart of the algorithm of electrolyte administration scheduling

polegającej na przesuwaniu w czasie ustalonych wcześniej okresów przetłaczania. W większości przypadków wystarcza to do spełnienia ograniczeń na jednoczesność przetłaczania partii.

Po korekcyi relokacyjnej harmonogram przetłoczeń poddaje się KOREKCJI OO ZASOBÓW W ZBIORNIKACH. Dobę, dla której układu się harmonogram, dzieli się na jednakowe podokresy, np. godziny. Kolejno dla końca każdego podokresu sprawdza się prognozowanie objętości elektrolitu w zbiornikach cyrkulacyjnych i filtratu w zbiorniku filtratu. W przypadku braku lub nadmiaru tych płynów w zbiornikach koryguje się harmonogram zmieniając czasy przetłaczania oraz wielkości partii dopływających i odpływających płynów. Korekty wprowadza się w taki sposób, aby przebiegi czasowe stężeń poszczególnych składników jak najmniej różniły się od przebiegów wynikających z poprzednio przyjętych decyzji. W szczególności dąży się do zachowania sumarycznych ilości przetłaczanych płynów zgodnych z planami dobowymi.

Z powyższego opisu algorytmu harmonogramowania wynika, że równania i nierówności modelu są wykorzystywane w algorytmie jako ograniczenia, które są wielokrotnie sprawdzane i uwzględniane w trakcie kolejnych modyfikacji wypracowywanych decyzji. Większość tych ograniczeń to równania bilansu oraz ograniczenia technologiczne, które bezwzględnie muszą być spełnione. Tylko ograniczenia (19) ... (21), wynikające z decyzji planu dobowego oraz ograniczenia górne na liczbę partii (32) ... (34) mogą ewentualnie nie być spełnione, jeśli nie można usunąć ich sprzeczności z ograniczeniami (1) ... (16), (22) ... (31). Próbną eksploatacja algorytmu harmonogramowania w warunkach przemysłowych potwierdziła, że zawsze możliwy jest wybór takiego harmonogramu, który spełnia ograniczenia technologiczne i równania bilansów materiałowych.

LITERATURA

- [1] Baker K.R.: Introduction to Sequencing and Scheduling. John Wiley Sons, Inc., New York, Kondon, Sydney, Toronto.
- [2] Coffman E.D.: Teoria szeregowania zadań. WNT, Warszawa 1980.
- [3] Jakuszcwski R.: Optymalizacja planów dobowych gospodarki elektrolitem w procesie elektrorafinacji miedzi. Zeszyty Naukowe Pol. Śl. seria Automatyka z. 93, Gliwice 1988.
- [4] Legierski T.: Harmonogramowanie produkcji w procesie elektrorafinacji. Zeszyty Naukowe Pol. Śl. seria Automatyka z. 44, Gliwice 1978.
- [5] Zaborowski M., Jakuszcwski R. i in.: Opracowanie algorytmów i programów do sterowania gospodarką elektrolitem w obiegach produkcyjnych oraz badania symulacyjne programów. Sprawozdanie z pracy n-b Instytutu Automatyki Pol. Śl., Gliwice 1986.

Recenzent: doc. dr hab. inż. Konrad Walczak

Wpłynęło do Redakcji 18.12.87

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ РАСХОДОВАНИЯ ЭЛЕКТРОЛИТА
ДЛЯ ПОТРЕБНОСТЕЙ КАЛЕНДАРНОГО ПЛАНИРОВАНИЯ ПЕРЕГОНА ЖИДКОСТИ
В ПРОЦЕССЕ ЭЛЕКТРОРАФИНИРОВАНИЯ МЕДИ

Р е з ю м е

В работе представлен полный состав уравнений и ограничений использующих алгоритмы календарного планирования при расходовании электролита. Это уравнения баланса для ёмкости электролита и его компонентов, уравнения массового баланса отдельных компонентов смесей, указаний по суточному планированию расходованию электролита, условия неодновременности перегона жидкостей, ограничения снизу на размер партии, ограничения вытекающие из размеров резервуаров и т.п. Все уравнения и неравенства модели иллюстрируются примерами из некоторого реального процесса электрорафинирования меди.

MATHEMATICAL MODEL OF ELECTROLYTE ADMINISTRATION FOR SCHEDULING
OF FLOWS PISTONING IN THE COPPER ELECTROREFINING PROCESS

S u m m a r y

In the paper a complete system of equations and constraints used in the algorithm of electrolyte administration scheduling is given. They present volumic balance of the electrolyte and its components, mass balance for each component of the mixture, notices of the daily schedules of electrolyte administration, conditions of nonsimultaneous flows pistonning, low bounds of the amount of production, constraints resulted from the reservoir capacity etc. All equations and inequalities are illustrated by examples coming from a real electrorefinig process.