

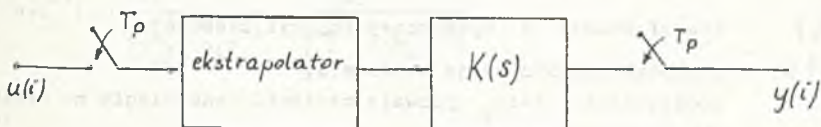
Jerzy KASPRZYK

UNIERSALNOŚĆ MODELI NISKICH RZĘDÓW  
DLA OBIEKTÓW CIĄGŁYCH STEROWANYCH CYFROWO

**Streszczenie.** W artykule omówiono wpływ okresu próbkowania na strukturę modelu dynamicznego, liniowego, dyskretnego w czasie dla obiektów ciągłych sterowanych przez komputer. Pokazano, że prawidłowo dobrany okres próbkowania prowadzi w praktyce do redukcji struktury modelu do co najwyżej trzeciego rzędu. Rozważania teoretyczne zilustrowano przykładami symulacji na maszynie cyfrowej.

1. Wstęp

Wraz z rozwojem techniki cyfrowej coraz częściej spótyka się stosowanie układów regulacji lub kompensacji cyfrowej dla obiektów ciągłych. W tych przypadkach dla obiektu ciągłego poszukiwany jest model dyskretny, przy czym na ogół wyznaczany jest on na drodze identyfikacji eksperymentalnej. Identyfikacja ta polega na estymacji parametrów transmitancji dyskretnego sterowania wraz z ekstrapolatorem i zespołem elementów próbkujących (rys. 1) przy zadanym okresie próbkowania sygnału wyjściowego i (najczę-



Rys. 1. Schemat dyskretnego układu sterowania dla obiektu ciągłego  
Fig. 1. Block-diagram of discrete control system for continuous process

ściej takim samym) okresie nastawy sygnału sterującego. Jest rzeczą zastanawiającą, że uzyskane na drodze identyfikacji modele dyskretnie są na ogół niskiego rzędu, rzadko wyższego niż trzeci, mimo że obiekt ciągły często posiada transmitancje wyższego rzędu. Warto przypatrzeć się bliżej mechanizmowi powstawania tego zjawiska.

## 2. Podstawowe założenia

Dla stabilnego obiektu ciągłego o transmitancji

$$K(s) = \frac{F(s)}{G(s)} = \frac{F(s)}{n \prod_{i=1}^n (s-s_i)} \quad (2.1)$$

gdzie:

- $n$  - stopień mianownika,
- $s_i$  - bieguny transmitancji,

sterowanego w sposób przedstawiony na rys. 1 poszukiwany jest model dyskretny

$$H(z^{-1}) = \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})} = \frac{\sum_{i=1}^n b_i z^{-i}}{1 + \sum_{i=1}^n a_i z^{-i}} \quad (2.2)$$

gdzie:

$z^{-1}$  jest operatorem o  $i$  okresów próbkowania.

Transmitancję (2.2) można uzyskać z (2.1) za pomocą wzoru

$$H(z^{-1}) = z \left\{ L^{-1} \left\{ \frac{1 - e^{-sT_p}}{s} K(s) \right\}_{t=1T_p} \right\} \quad (2.3)$$

gdzie:

- $z \{ \}$  - transformacja z dyskretnej funkcji czasowej,
- $L^{-1} \{ \}$  - odwrotna transformacja Laplace'a,
- podstawienie  $t=1T_p$  pozwala zamienić czas ciągły na dyskretny
- $T_p$  - okres próbkowania,

$\frac{1-e^{-sT_p}}{s}$  - transmitancja ekstrapolatora zerowego rzędu.

Dla dalszych rozważań przyjmowane są następujące założenia upraszczające

- (i) - nastawa sygnału sterującego  $u(i)$  i próbkowanie sygnału wyjściowego  $y(i)$  wykonywane są w dokładnie tym samym czasie,
- (ii) - w obiekcie nie występuje czas martwy albo jest on całkowitą wielokrotnością okresu próbkowania,
- (iii) - stopień licznika transmitancji (2.1) jest nie większy niż stopień mianownika,
- (iv) - w transmitancji (2.1) nie występują bieguny wielokrotne,

- (v) - wszystkie bieguny transmitancji (2.1) są rzeczywiste,  
 (vi) - wzmocnienie statyczne obiektu

$$k = \lim_{s \rightarrow 0} K(s) = 1$$

Wprowadźmy założenia (i) i (ii) w rzeczywistym układzie na ogół nie są spełnione, to jednak niespełnienie ich nie ma istotniejszego znaczenia dla uzyskanych wyników. Ich przyjęcie natomiast znakomicie upraszcza dalsze rozważania. Przypadki, gdy czas martwy nie jest całkowitą wielokrotnością okresu próbkowania oraz nastawa sygnału sterującego i próbkowanie sygnału wyjściowego odbywają się w różnym czasie, rozpatrzone zostały szeroko w pracy Niederlińskiego [6], gdzie pokazano, że powodują one tylko powiększenie wielomianu  $B(z^{-1})$  o dodatkowy parametr  $b_0$ . Założenie (iii) oznacza, że w obiekcie brak jest idealnego różniczkowania, co w rzeczywistości zawsze występuje. Założenia (iv) - (vi) przyjęto tylko ze względu na uproszczenie dalszych rozważań i ich niespełnienie nie ma istotniejszego wpływu na wnioski końcowe, poza komplikacją wzorów (2.4) do (2.8).

Przy przyjętych założeniach prawdziwe są następujące zależności

$$K(s) = \frac{F'(s)}{\prod_{i=1}^n (1 + sT_i)} \quad (2.4)$$

$$H(z^{-1}) = \frac{\sum_{i=1}^n b_i z^{-i}}{1 + \sum_{i=1}^n a_i z^{-i}} = \frac{\sum_{i=1}^n b_i z^{-i}}{\prod_{i=1}^n (1 - \lambda_i z^{-i})} \quad (2.5)$$

gdzie:

$$\lambda_i = e^{-T_p/T_i} < 1 \quad (2.6)$$

$$a_1 = -\sum_{i=1}^n \lambda_i,$$

$$a_2 = \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n \lambda_i \lambda_j,$$

$$a_3 = -\sum_{i=1}^{n-2} \sum_{j=i+1}^{n-1} \sum_{k=j+1}^n \lambda_i \lambda_j \lambda_k, \dots$$

$$a_n = (-1)^n \prod_{i=1}^n \lambda_i \quad (2.1)$$

Wzmocnienie statyczne modelu dyskretnego opisane jest zależnością

$$h = \lim_{z \rightarrow 1} H(z^{-1}) = \frac{\sum_{i=1}^n b_i}{1 + \sum_{i=1}^n a_i} = \frac{\sum_{i=1}^n b_i}{\prod_{i=1}^n (1 - \lambda_i)} = 1 \quad (2.2)$$

### 3. Wpływ okresu próbkowania na strukturę modelu

Jednym z podstawowych elementów projektowania układu sterowania przedstawionego na rys. 1 jest wybór okresu próbkowania  $T_p$ . Znałe jest powszechnie, wynikające z prawa Kotielnikowa-Shannona, górne ograniczenie zakresu możliwych do wyboru  $T_p$ . Jeżeli natomiast chodzi o dolne ograniczenie, to często można jeszcze spotkać się z błędnymi poglądami, że okres próbkowania powinien być jak najmniejszy, gdyż wtedy obiekt dyskretny jest najbardziej zbliżony swymi właściwościami do obiektu ciągłego. Z punktu widzenia możliwości identyfikacji parametrów transmitancji (2.5) podejście to jest całkowicie błędne. Należy zwrócić uwagę na fakt, że zmniejszenie okresu próbkowania powoduje wprawdzie wzrost wartości  $\lambda_i$  aż do wartości bliskich 1, a co za tym idzie, wzrost bezwzględnych wartości parametrów  $a_i$ , ale jednocześnie maleją wartości różnic  $1 - \lambda_i$ , a więc wartości sum  $\sum b_i$  oraz  $1 + \sum a_i$  będą dążyć do 0. Może to być przyczyną istotnych trudności w identyfikacji parametrów wielomianu  $B(z^{-1})$ , co w przypadku pewnych algorytmów regulacji cyfrowej (np. regulacja minimalno wariacyjna), dla których wielomian ten występuje w mianowniku transmitancji regulatora, może mieć bardzo poważne konsekwencje. Ponadto bardzo niewielkie błędy występujące przy identyfikacji poszczególnych parametrów mogą powodować bardzo istotne różnice właściwości wejściowo-wyjściowych modelu i obiektu, np. wzmocnienie statyczne modelu może się znacznie różnić od obiektu, może wystąpić nieminimalnofazowość transmitancji modelu.

Osobnym zagadnieniem jest wpływ zbyt krótkiego okresu próbkowania na stabilność uwarunkowanie układu równań wykorzystywanego do identyfikacji. Isermann [4] podał następujące heurystyczne reguły doboru okresu próbkowania dla obiektu o transmitancji (2.4)

$$T_p = (0.18, \dots, 0.36) \cdot T_{\Sigma} \quad (3.1)$$



gdzie:

$$T_{\Sigma} = \text{suma stałych czasowych mianownika, minus} \\ \text{suma stałych czasowych licznika transmitancji,} \quad (3.2)$$

lub

$$T_p = (0.09, \dots, 0.18) \cdot T_u \quad (3.3)$$

gdzie:

$T_u$  - czas ustalania się odpowiedzi obiektu na skok jednostkowy do 95% wartości ustalonej.

Reguły te podane zostały bez uzasadnienia teoretycznego, ale jak wykazała praktyka stosowanie ich umożliwia właściwy wybór okresu próbkowania. Przy takim doborze okresu próbkowania widać, że już dla inercji czwartego rzędu, nawet w sytuacji optymalnej, gdy wszystkie stałe czasowe będą bliskie sobie, poszczególne wartości  $\lambda_i$  będą mniejsze niż 0.5, a więc kolejne parametry wielomianu  $A(z^{-1})$  będą szybko malały.

W tabeli 3.1 podano wartości parametrów modelu dyskretnego dla inercji czwartego rzędu o stałych czasowych:  $T_1 = 4$ ,  $T_2 = 5$ ,  $T_3 = 6$ ,  $T_7 = 7$  i wybranych zgodnie z regułą (3.1) okresach próbkowania  $T_p = 4$  oraz  $T_p = 6$ .

Tabela 3.1

Parametry modelu dyskretnego dla inercji czwartego rzędu o zbliżonych stałych czasowych

$T_p$	4	6
$a_1$	-1.895	-1.317
$a_2$	1.336	0.639
$a_3$	-0.415	-0.135
$a_4$	0.048	0.010
$b_1$	0.0070	0.0264
$b_2$	0.0425	0.1210
$b_3$	0.0231	0.0485
$b_4$	0.0011	0.0017
$1 + \sum_{i=1}^n a_i$	0.074	0.198

Tabela 3.2

Parametry modelu dyskretnego dla inercji czwartego rzędu  
o stałych czasowych 1, 5, 6, 7

$T_p$	3	5
$a_1$	-1.857	-1.299
$a_2$	1.175	0.561
$a_3$	-0.271	-0.082
$a_4$	0.011	0.0005
$b_1$	0.0071	0.0338
$b_2$	0.0361	0.1170
$b_3$	0.0152	0.0300
$b_4$	0.0005	0.0004
$1 + \sum_{i=1}^n a_i$	0.059	0.181

Tabela 3.3

Parametry modelu dyskretnego dla inercji o stałych  
czasowych 2, 4, 6, 8

$T_p$	4	6
$a_1$	-1.623	-1.113
$a_2$	0.925	0.414
$a_3$	-0.212	-0.057
$a_4$	0.016	0.002
$b_1$	0.0125	0.0436
$b_2$	0.0634	0.1562
$b_3$	0.0277	0.0454
$b_4$	0.0010	0.0010
$1 + \sum_{i=1}^n a_i$	0.405	0.246

Jak widać dla  $T_P = 6$  parametry  $a_4$  i  $b_4$  są tak małe, że w praktyce mogą okazać się nieidentyfikowalne. Pominięcie ich, a więc redukcja do trzeciego rzędu, nie spowoduje zauważalnych zmian we właściwościach wejściowo-wyjściowych modelu. Dla  $T_P = 4$  parametr  $a_4$  jest wprawdzie około pięć razy większy niż dla  $T_P = 6$ , ale jednocześnie znacznie mniejsze są parametry  $b_1$  i  $b_4$ , więc istnieje możliwość redukcji stopnia wielomianu  $B(z^{-1})$ . Ponadto suma parametrów mianownika jest tak mała, że np. jednoprocetowa zmiana wartości parametru  $a_1$  spowoduje dwudziestopięcioprocentową zmianę wartości sumy.

Warto zwrócić uwagę na fakt, że podany przykład jest bardzo "optymistyczny", gdyż wartości wszystkich stałych czasowych są do siebie zbliżone. Na ogół jednak występują pomiędzy nimi istotne różnice.

W tabeli 3.2 podano przykład obliczenia parametrów modelu dyskretnego dla inercji czwartego rzędu, przy czym jedna ze stałych czasowych jest znacznie mniejsza od pozostałych. Okres próbkowania wybrano zgodnie z regułą (3.1). W tym przypadku prawidłowo dobrany okres próbkowania jest już tak duży (co najmniej trzykrotnie większy od stałej czasowej  $T_1 = 1$ ), że wpływ na sygnał wyjściowy modów o małych stałych czasowych jest niezauważalny. Jak już zaznaczono wcześniej, skrócenie okresu próbkowania nie poprawi warunków identyfikacji tego modelu.

Dla uzupełnienia, w tabeli 3.3 podano parametry modelu dyskretnego dla obiektu wieloinercyjnego o całkowicie różnych stałych czasowych. Wnioski, które można wyciągnąć, pokrywają się z poprzednimi.

#### 4. Wyniki eksperymentów symulacyjnych

Dla przedstawionych powyżej systemów dyskretnych przeprowadzono przy użyciu komputera symulację obiektu opisanego równaniem różnicowym

$$y(i) = -a_1 y(i-1) - \dots - a_4 y(i-4) + b_1 u(i-1) + \dots + b_4 u(i-4) + e(i) \quad (4.1)$$

gdzie:

$e(i)$  jest dyskretnym białym szumem o zerowej wartości średniej i wariancji  $\lambda^2$ .

Symulację przeprowadzono dla  $u(i)$  generowanego jako pseudoprzypadkowy sygnał binarny okresowy i poziomów zakłóceń  $N/S = 0,1, \dots, 10$ . Poziom zakłócenia  $N/S$  definiuje się jako stosunek odchylenia standardowego zakłócenia sprowadzonego na wyjście obiektu do odchylenia standardowego wyjścia obiektu niezakłóconego.

Dla uzyskanych ciągów  $\{u(i)\}$  i  $\{y(i)\}$  o długości  $N = 100, 500, 2000$  przeprowadzono metodą najmniejszej sumy kwadratów identyfikację modeli

$$y(i) = -\tilde{a}_1 y(i-1) - \dots - \tilde{a}_{\tilde{n}} y(i-\tilde{n}) + \tilde{b}_k u(i-\tilde{k}) + \dots + \tilde{b}_{\tilde{m}} u(i-\tilde{m}) \quad (4.2)$$

dla różnych struktur  $\tilde{n}, \tilde{k}, \tilde{m}$ .

Dla uzyskanych modeli przeprowadzono weryfikację struktury przy wykorzystaniu testu F i kryterium informacyjnego AIC (por. Załącznik). W tabeli 4.1 podano przykładowe wartości funkcji kosztów  $V$  (połowa sumy kwadratów błędów identyfikacji) oraz AIC uzyskane dla identyfikacji obiektu inercyjnego czwartego rzędu o stałych czasowych 4, 5, 6, 7 i okresie próbkowania  $T_p = 4$  oraz poziomie zakłóceń  $N/S = 1$ .

Tabela 4.1

Wartości  $V$  i AIC dla identyfikacji obiektu z Tab. 3.1 przy  $N/S=1$

N	$\bar{n}, \bar{k}, \bar{m}$	2,2,3	3,2,3	3,1,3	4,1,3	4,1,4	5,1,5
100	V	0.224	0.197	0.197	0.196	0.196	0.188
	AIC	-391	-402	-400	-398	-397	-397
500	V	1.503	1.295	1.295	1.292	1.292	1.290
	AIC	-1840	-1912	-1910	-1909	-1907	-1904
2000	V	6.047	5.399	5.364	5.332	5.332	5.331
	AIC	-7371	-7596	-7606	-7616	-7614	-7611

Przeprowadzenie dla podanego przykładu wymienionych testów pokazuje, że nawet dla tak korzystnego, z punktu widzenia dynamiki, obiektu i bardzo długiej serii pomiarowej w optymalnym modelu występuje redukcja stopnia wielomianu  $B(z^{-1})$  do  $\bar{m} = 3$ . Oba testy wskazują, że dla krótszych serii pomiarowych należy wybrać model o strukturze

$$y(i) = -\bar{a}_1 y(i-1) - \bar{a}_2 y(i-2) - \bar{a}_3 y(i-3) + \bar{b}_2 u(i-2) + \bar{b}_3 u(i-3)$$

a więc znacznie zredukowanej w porównaniu ze strukturą zasymulowanego obiektu. Warto przyrzeć się wartościom parametrów  $\bar{a}_4, \bar{b}_1, \bar{b}_4$  z kolumny pierwszej tabeli 3.1. Parametry te są tak małe, że w przypadku identyfikacji modelu czwartego rzędu uzyskane oceny odchyłeń standardowych dla tych parametrów były większe od ocen samych parametrów, co w praktyce oznacza, że nie posiadały one ani jednej znaczącej cyfry. Przeprowadzone testy weryfikacji struktury dla innych poziomów zakłóceń  $N/S$  pokazały, że tylko dla bardzo małych zakłóceń, rzędu 0.1, i niezwykle długiej serii pomiarowej ( $N = 2000$ ) optymalna struktura modelu odpowiadała rzeczywistej strukturze obiektu. Dla pozostałych obiektów przedstawione tendencje do redukcji struktury modelu były jeszcze bardziej widoczne. W przypadku krótkich serii pomiarowych i poziomów  $N/S$  nie mniejszych niż 0.5, dla niektórych obiektów przeprowadzone testy preferowały nawet modele rzędu drugiego.

Należy podkreślić, że omówione badania symulacyjne przeprowadzono przy założeniu dokładnej znajomości ciągów  $\{u(i)\}$  i  $\{y(i)\}$  (ściśle mówiąc z



dokładnością do reprezentacji zmiennoprzecinkowej w komputerze). Tymczasem w rzeczywistych warunkach, dla przetwornika analogo-cyfrowego 12-bitowego należy liczyć się z tym, że dysponować można pomiarami z dokładnością do co najwyżej 3 cyfr znaczących. Powoduje to dodatkowe efekty wpływające na redukcję struktury modelu. Problemy z tym związane zostały szerzej omówione w [7].

Jeżeli jednak zdarza się czasami, że w literaturze podawane są przykłady eksperymentów identyfikacyjnych, dla których uzyskano modele wyższego rzędu, to najczęściej przyczyn tego należy doszukiwać się w błędnym przeprowadzeniu samych doświadczeń.

I tak np. w [5] podano cytowany za Aströmem [2] przykład identyfikacji modelu turboalternatora o mocy 50 MW, dla którego dla  $N = 1000$  pomiarów uzyskano model rzędu piątego o parametrach toru sterowania

$$a_1 = -2.638 \pm 0.031$$

$$a_2 = 2.290 \pm 0.074$$

$$a_3 = -0.715 \pm 0.084$$

$$a_4 = 0.078 \pm 0.067$$

$$a_5 = -0.025 \pm 0.026$$

$$b_1 = -0.835 \pm 0.092$$

$$b_2 = 1.120 \pm 0.244$$

$$b_3 = -0.805 \pm 0.308$$

$$b_4 = 0.599 \pm 0.250$$

$$b_5 = -0.080 \pm 0.100$$

Jak łatwo zauważyć, suma parametrów mianownika transmitancji  $1 + \sum_{i=1}^5 a_i = 0.000(!)$ ,

a suma parametrów licznika  $\sum_{i=1}^5 b_i = -0.001$ , a więc otrzymany model jest astatyczny.

Tymczasem dla  $N = 2000$  pomiarów uzyskano model, dla którego  $1 + \sum_{i=1}^5 a_i = 0.003$

oraz  $\sum_{i=1}^5 b_i = -0.001$ , czyli model statyczny o wzmacnieniu -0.33. Jednocześnie analiza zer

i biegunów transmitancji tego modelu pokazuje, że występują bieguny o wartościach bliskich jedności (1.000 oraz 0.983) i zero o wartości 0.999. Ponadto uzyskane parametry  $a_5$  i  $b_5$  nie mają ani jednej znaczącej cyfry. Wniosek, jaki można wyciągnąć z tego przykładu, jest oczywisty - eksperyment identyfikacyjny został źle przeprowadzony. Wybrano stanowczo za mały okres próbkowania i stąd właśnie tak trudne do zaakceptowania wyniki.

### 5. Wnioski końcowe

Przedstawione powyżej rozważania pozwalają na sformułowanie pewnej zasady, nazwijmy ją "zasadą nieoznaczoności":

- dla obiektu ciągłego wyższego rzędu sterowanego w sposób przedstawiony na rys. 1 nie można tak przeprowadzić eksperymentu identyfikacyjnego, aby uzyskać odpowiednie pobudzenie wszystkich modów systemu i jednocześnie właściwe warunki identyfikacji parametrów licznika transmitancji oraz wzmocnienia statycznego obiektu. Prawidłowo dobrany okres próbkowania umożliwia identyfikację modelu co najwyżej trzeciego rzędu.

Tę, sformułowaną w sposób jakościowy i może niezbyt precyzyjny, zasadę potwierdza praktyka identyfikacji obiektów rzeczywistych. Wyjątek stanowią mogą obiekty o wyraźnie nietypowej dynamice, dla których trudno jest sformułować standardowe sposoby postępowania.

### LITERATURA

- [1] Akaike H.: A New Look at the Statistical Model Identification, IEEE Trans. on Autom. Control, AC-19 ss. 716-723, 1974.
- [2] Aström K.J.: Modelling and Identification of Power System Components, Lund Institute of Technology, Report 7116B, Lund 1971.
- [3] Boom A.J.W. van der, Enden A.W.M.: The Determination of the Order of Process and Noise Dynamics, Automatica, vol. 10, ss. 245-256, 1974.
- [4] Isermann: Prozessidentifikation. Identifikation und Parameterschatzung dynamischer Prozesse mit diskreten Signalen Springer-Verlag, 1974.
- [5] Mańczak K., Nahorski Z.: Komputerowa identyfikacja obiektów dynamicznych, PWN, Warszawa 1983.
- [6] Niederliński A.: Struktura modelu dynamicznego liniowego dyskretnego dla celów identyfikacji, Zeszyty Naukowe Pol. Śl., seria Automatyka z. 71, s. 87-96, Gliwice 1983.
- [7] Niederliński A. Measurements Errors in System Identification and the Practical Universality of Low-order LS and AR models. Preprints of the 9-th IFAC World Congress, vol. X, ss. 156-160, Akademiai Kiado, Budapest 1984.

Recenzent: Doc. dr inż. Jerzy Pułaczewski

Wpłynęło do redakcji 20.03.85 r.

## ZAŁĄCZNIK

Dla błędu identyfikacji (błędu równaniowego, residualnego) określonego równaniem

$$\varepsilon(i) = y(i) + \tilde{a}_1 y(i-1) + \dots + \tilde{a}_n y(i-n) - \tilde{b}_k u(i-k) - \dots - \tilde{b}_m u(i-m) \quad (21)$$

oblicza się dla  $N$  pomiarów funkcję kosztów (strat)

$$v = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \varepsilon^2(i) \quad (22)$$

Dysponując modelem M1 o  $p_1$  parametrach, dla którego obliczono funkcję kosztów  $v_1$  oraz modelem M2 o  $p_2$  parametrach (przy czym  $p_2 > p_1$ ), dla którego mamy  $v_2$ , można obliczyć zmienną

$$t = \frac{v_1 - v_2}{v_2} \cdot \frac{N - p_2}{p_2 - p_1} \quad (23)$$

Dla residuum normalnego zmienna  $t$  ma asymptotycznie rozkład Fishera-Snedecora o  $N-p_2$  i  $p_2-p_1$  stopniach swobody. Porównując obliczoną wartość  $t$  z wartością  $t_{kr}$  odczytaną z tablicy rozkładu Fishera-Snedecora, możemy dla przyjętego poziomu istotności, w przypadku gdy  $t > t_{kr}$  odrzucić hipotezę zerową o nieistotności dodatkowych  $p_2 - p_1$  parametrów występujących w modelu M2. Jeśli  $t < t_{kr}$ , to przyjmujemy, że struktura modelu M1 odpowiada strukturze obiektu (por. [3], [5]).

Kryterium informacyjne AIC, którego wyprowadzenie przeprowadził Akaike w [1], określone jest wzorem

$$AIC = -2 \ln L + 2p$$

gdzie:  $L$  jest wartością funkcji wiarygodności dla zidentyfikowanego modelu, a  $p$  ilością parametrów tego modelu.

Wykorzystanie tego kryterium polega na wyborze tego modelu, dla którego AIC osiąga minimum.

УНИВЕРСАЛЬНОСТЬ МОДЕЛЕЙ НИЗКОГО ПОРЯДКА ДЛЯ НЕПРЕРЫВНЫХ ОБЪЕКТОВ  
С ЦИФРОВЫМ УПРАВЛЕНИЕМ

Р е з ю м е

В статье оговорено влияние периода опробования на структуру динамической линейной дискретной по времени модели для непрерывных объектов управляемых компьютером. Показано, что правильно подобранный период опробования ведёт на практике к уменьшению порядка структуры. Теоретические рассуждения проиллюстрировано примерами симуляции на ЭВМ.

UNIVERSALITY OF THE LOW ORDERED MODELS FOR THE CONTINUOUS-TIME  
PLANTS CONTROLLED DIGITALLY

S u m m a r y

Experimental identification of systems continuous in time controlled by digital controllers leads usually to discrete-time models of low order although their real transfer functions have often high order. This paper analyzes reasons of this phenomena. The fundamental assumptions which enable a computation of the discrete transfer function of the continuous plant with sampling elements and extrapolator are given. Moreover the effect of the sampling interval upon a structure of the model is considered. It has been proved that the sampling interval chosen correctly leads in practice to the reduction of the structure of the model to the order not greater than three. This fact is implied by vanishing of the input-output model affection by the modes connected with small time constants. The considerations have been illustrated by examples in which the discrete-time models parameters have been found for different continuous plants of the fourth order and different sampling interval. Results of simulation experiments are presented also. They are connected with generations of input and output sequences of the given discrete-time plants for different levels of disturbances. The least square identification has been provided for the obtained sequences and the models parameters have been estimated in different structures. The models have been verified by information criterion AIC and F-test. The computational results prove the statements that optimal structures of the models are poorer than the structure of the plants being simulated.