ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1981
Seria: GÓRNICTWO z. 109 Nr kol. 682

Małgorzata KOZDRÓJ-WEIGEL

# PROGNOZOWANIE PRZERW W PRACY MASZYN I URZĄDZEŃ ELEKTRYCZNYCH POD NAPIĘCIEM 500 V I 6 kV NA POWIERZCHNI I NA DOLE KOPALNI WĘGLA

Streszczenie. W artykule omówiono przykład zastosowania rozkładów prawdopodobieństwa Poissona i Poly'a do prognozowania przerw losowych w pracy urządzeń elektrycznych w konwencjonalnie przyjętym przedziale czasu.

Jednym z narzędzi badań prognostycznych są modele probabilistyczne dające możliwość przewidywania przerw w pracy maszyn i urządzeń kopalń węgla kamiennego (KWK) w określonym i jednakowym dla wszystkich KWK przedziale czasu. Modele te uwzględniają całościowo wszystkie czynniki i ich wagę, co zezwala kierownictwu Zjednoczeń, poprzez uszeregowanie kopalń wg wielkości prawdopodobieństwa wystąpienia awarii, na śledzenie w czasie poprawy, względnie pogarszanie się pracy dozoru danej kopalni.
Opierając się na wynikach obserwacji i teoretycznych założeniach procesu stochastycznego z czasem ciągłym, tzn. procesu Markowa, możemy zauważyć, że dwie różne postacie funkcji $\lambda(x,t)$ prowadzą do wysunięcia właściwej hipotezy, dotyczącej rozkładów awarii urządzeń elektrycznych. W szczególności:

a. W przypadku gdy $\bar{x} \geq \sigma_x^2$, wówczas możemy przyjąć, że rozkładem teoretycznym zmiennej $x$ w umownie przyjętym przedziale czasu jest rozkład Poissona

$$P(x,t) = \frac{(\lambda t)^x}{x!} e^{-\lambda t}.$$

Takie założenie jest równoznaczne z hipotezą, że $\lambda(x,t) = \lambda$ const = = const $> 0$, czyli, że awarie elektryczne są losowo niezależne. W tym przypadku najbardziej wiarygodną wartością jest $\lambda = \frac{\bar{x}}{t}$. Stwierdzenie zgodności rozkładu danych empirycznych z rozkładem Poissona może dostarczyć wiele cennych informacji, wyprowadzonych z praw statystyki matematycznej, przede wszystkim z tak zwanego twierdzenia Laplace'a, że unormowana zmienna losowa o rozkładzie dwumianowym (a zatem i Poissona) dąży ze wzrostem $x$ do wartości dystrybuanty rozkładu normalnego. Z własności zaś rozkładu normalnego możemy np. wyprowadzić wniosek, że gdy w okresie czasu $t$ liczba awarii przekroczyła wartość $\lambda t + 3\sqrt{\lambda t}$, to rozkład obserwowanych awarii nie jest poissonowski.

b. Zmienna losowa X w konwencjonalnie przyjętym okresie czasu podlega rozkładowi Poly'a, gdy $\bar{x} < G_x^2$. Wówczas, ze wzoru

$$\lambda(x,t) = \frac{v + x}{a + t}$$

(v oraz a - stałe) wynika, że $\lambda(x,t)$ jest wielkością zależną odwrotnie od czasu t. Zgodność rozkładów danych empirycznych z wymienionymi w punktach a,b rozkładami sprawdzamy za pomocą testu Pearsona, tzw. testu $\chi^2$.

Ilustracja praktycznych badań w zakresie przerw w pracy maszyn i urządzeń elektrycznych

W przedstawionych niżej badaniach podstawą analizy statystycznej w procesie występowania awarii elektrycznych w KWK są dane statystyczne z obserwacji awarii w latach 1978 i 1979 odnotowane na odpowiednio przygotowanych siatkach i załączonych jako wykazy $A_1$, $B_1$, $C_1$ i $D_1$.
Z wykazów $A_1$ i $B_1$ otrzymujemy tablice 1 i 2 ilustrujące liczby awarii maszyn i urządzeń elektrycznych na powierzchni pod napięciem 500 V 6 kV w przyjętym umownie okresie czasu t = 10 dni w badanej kopalni. Liczebność obserwowanych dekad $n = \sum n_k = 73$.
Dla oszacowania przeciętnych odpowiednio $m_1$ i $m_2$ obliczamy średnie arytmetyczne $x_1$ i $x_2$ na podstawie tablic 1 i 2.

Tablica 1

| k | 0 | 1 | 2 |
|---|---|---|---|
| $n_k$ | 57 | 13 | 3 |

Tablica 2

| k | 0 | 1 | 2 |
|---|---|---|---|
| $n_k$ | 53 | 17 | 3 |

$$\bar{x}_1 = \frac{1}{n}\sum k \cdot n_k = \frac{19}{73} = 0{,}2603,$$

$$\bar{x}_2 = \frac{23}{73} = 0{,}315.$$

Odchylenia standardowe z próby $G^2 = \frac{1}{n}\sum k^2 \cdot n_k - \bar{x}^2$ wynoszą odpowiednio

$$G_1^2 = 0{,}2748, \qquad G_2^2 = 0{,}2980.$$

Ze względu na małą liczbę przedziałów stosujemy dla $G^2$ poprawkę $p = \frac{h^2}{12}$ (h = 1 dekada). Zatem $p = \frac{1}{12} = 0{,}833$.
Ostatecznie

$$G_1^2 = 0{,}2748 - 0{,}0833 = 0{,}1915,$$

$$G_2^2 = 0{,}2980 - 0{,}0833 = 0{,}2147.$$

Korzystamy z estymacji przedziałowej dla oszacowania prawdziwych wartości przeciętnych m: (i = 1 i 2)

$$\bar{x} - \mu_\alpha \frac{\sigma}{\sqrt{n}} < m < \bar{x} + \mu_\alpha \frac{\sigma}{\sqrt{n}},$$

gdzie $\mu_\alpha$ jest wartością odczytaną z tablic rozkładu normalnego dla przyjętego współczynnika ufności $1 - \alpha$. W naszym przypadku $1 - \alpha = 0,95$; $\mu_\alpha = 1,64$.

$$0,2603 - 1,64 \cdot \frac{0,4376}{8,545} < m_1 < 0,2603 + 1,64 \cdot \frac{0,4376}{8,545}$$

$$0,1783 < m_1 < 0,3423$$

Podobnie oszacujemy $m_2$

$$0,315 - 0,089 < m_2 < 0,315 + 0,089,$$

czyli

$$0,226 < m_2 < 0,404.$$

Ponieważ $\sigma_1^2 > \bar{x}_1$, więc przypuszczamy, że dane liczbowe zawarte w tablicy 1 podlegają procesowi Poly'a.
Parametry a i v obliczamy za pomocą wzorów:

$$a = \frac{\bar{x}\, t}{\sigma_x^2 - \bar{x}} \tag{1}$$

$$v = \frac{\bar{x}^2}{\sigma_x^2 - \bar{x}} \tag{2}$$

a następnie prawdopodobieństwa $P_k(t)$ ze wzoru:

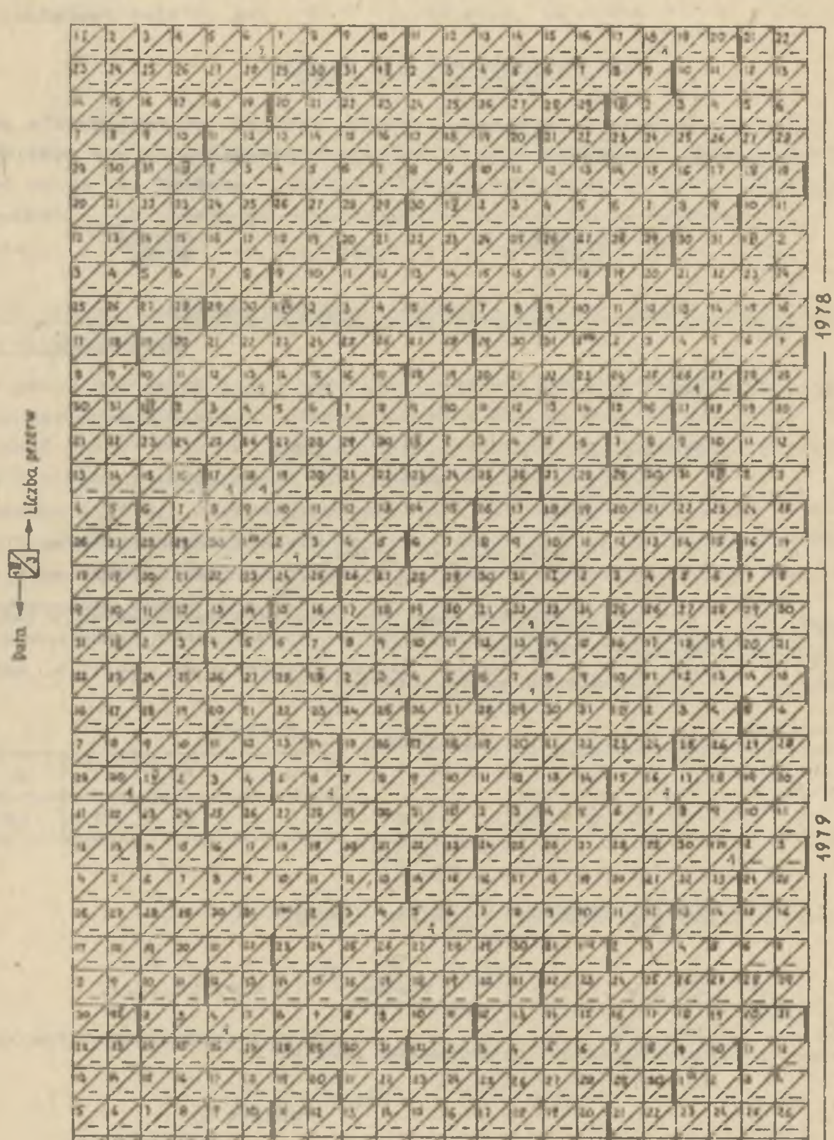
$$P(x,t) = e \cdot \binom{v + x - 1}{x} \left(\frac{t}{a + t}\right)^x \quad (x = 0,1,2,\dots). \tag{3}$$

Obliczone prawdopodobieństwa przedstawia tablica 3.

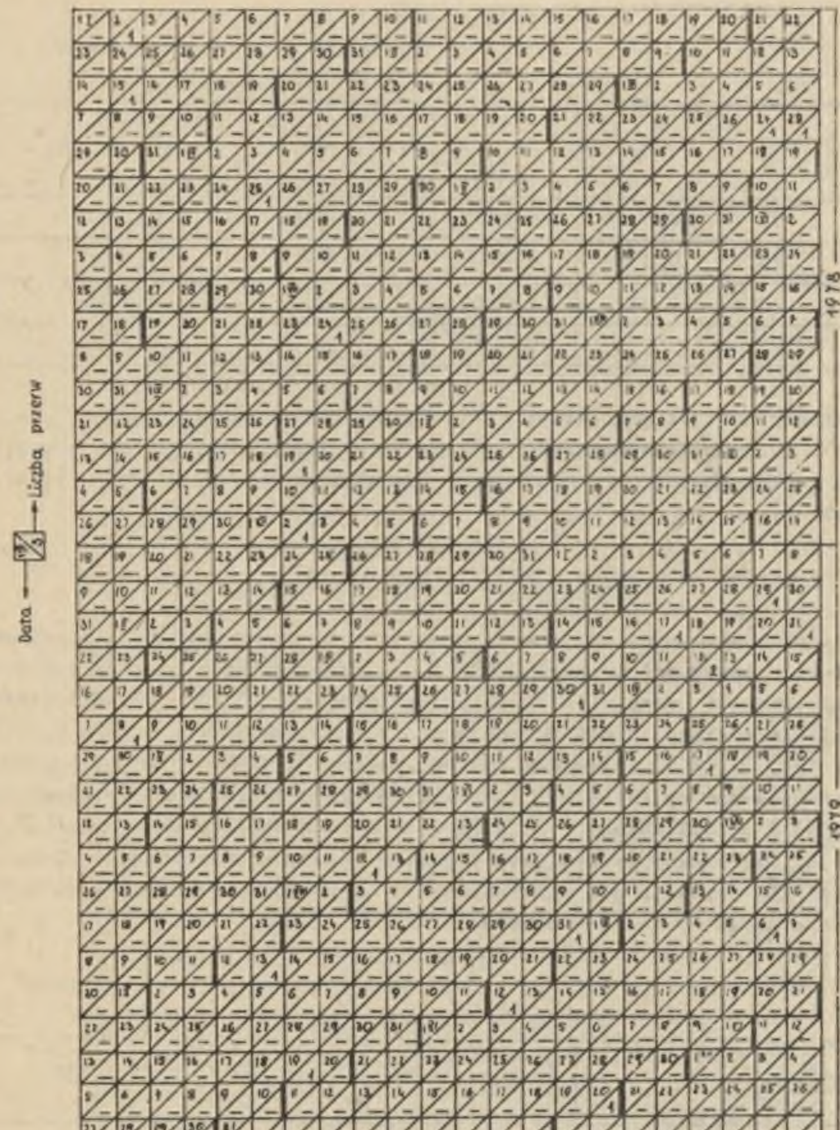
Tablica 3

| k | $n_k$ | $P_k(t)$ |
|---|---|---|
| 0 | 57 | 0,8279 |
| 1 | 13 | 0,1349 |
| 2 | 3 | 0,0372 |
| Razem | 73 | 1,0000 |

Wykaz przerw w sieci 500 V na powierzchni $A_1$



Wykaz przerw w pracy maszyn i urządzeń elektrycznych pod napięciem 6 kV na powierzchni



Hipotezę $H_o$, że badany proces jest procesem Poly'a, zweryfikujemy za pomocą testu $\chi^2$ na poziomie istotności $\alpha = 0,05$. Obliczenia podane są w tablicy 4.

Tablica 4

| k | $n_k$ | $p_k$ | $np_k$ | $(n_k - np_k)^2$ | $\left(\frac{n_k - np_k}{np_k}\right)^2$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 57 | 0,8279 | 60,4367 | 11,8336 | 0,1958 |
| 1 | 13 | 0,1349 | 9,8477 | 9,9225 | 1,0076 |
| 2 | 3 | 0,0372 | 2,7156 | 0,0807 | 0,0296 |
| | 73 | | 73,0000 | | 1,2330 |

Otrzymaliśmy wartość statystyki $\chi^2 = 1,233$. Liczba stopni swobody r = 3 - - 1 - 1 = 1. Z tablicy rozkładu $\chi^2$ dla 1 stopnia swobody i dla przyjętego poziomu istotności $\alpha = 0,05$ odczytuje wartość krytyczną $\chi^2_\alpha = 3,841$. Ponieważ

$$\chi^2 = 1,233 < 3,841 = \chi^2_\alpha,$$

więc nie ma podstawy do odrzucenia hipotezy, że proces awarii maszyn i urządzeń elektrycznych pod napięciem 500 V, na powierzchni w przyjętym konwencjonalnie okresie czasu t = 10 dni, jest procesem Poly'a. Prawdopodobieństwo zajścia w ciągu 10 dni przynajmniej jednej awarii $P(k > 0) = 0,1721$. Jak widzimy, $G_2^2 < \bar{x}_2$, więc dla danych liczbowych tablicy 2 wykorzystamy hipotetycznie proces Poissona. Z tablic rozkładu Poissona odczytujemy dla $\lambda = 0,315$ i odpowiedniego k wartości prawdopodobieństwa $p_k = p_k(t)$. Hipotezę $H_o$, że badany proces jest procesem Poissona weryfikujemy za pomocą testu $\chi^2$, podobnie jak dla tablicy 1, na poziomie istotności $\alpha = 0,05$. Obliczenia podano zostały w tablicy 5.

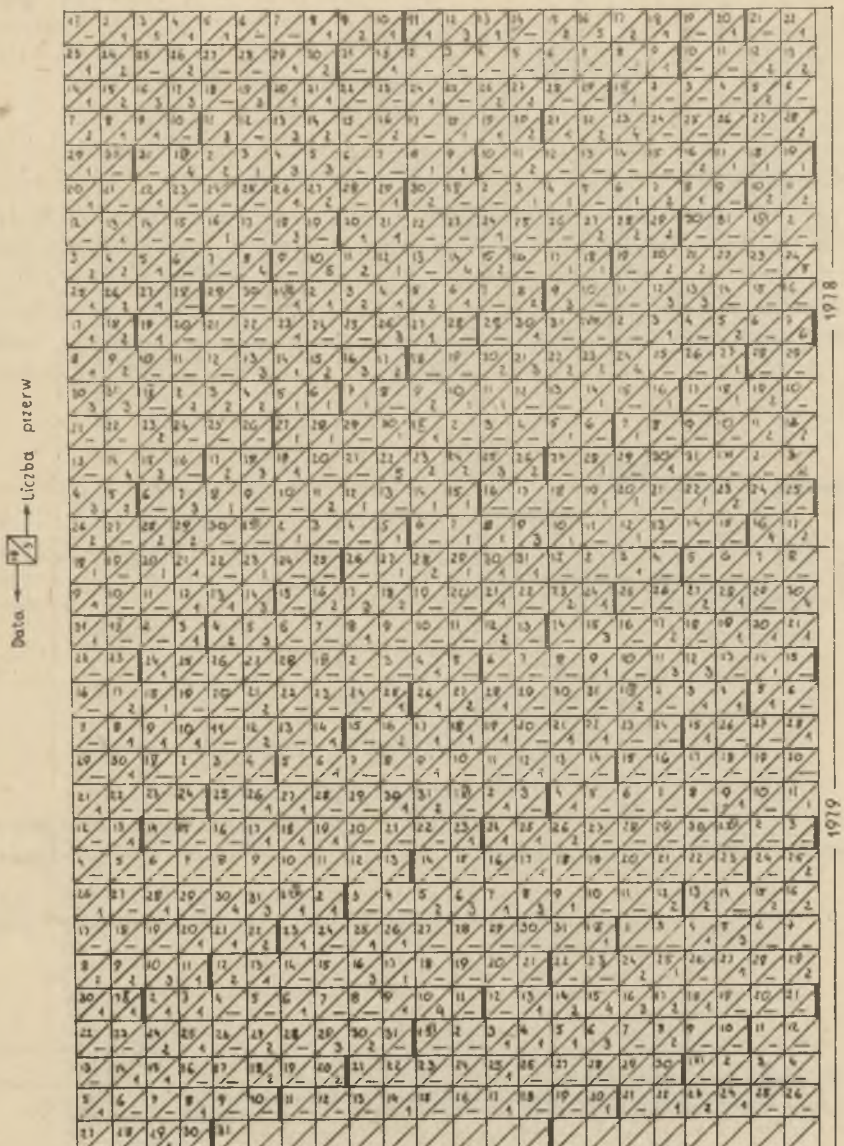
Tablica 5

| k | $n_k$ | $p_k$ | $np_k$ | $(n_k - np_k)^2$ | $\left(\frac{n_k - np_k}{np_k}\right)^2$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 53 | 0,7408 | 54,0784 | 1,1664 | 0,021 |
| 1 | 17 | 0,2222 | 16,2206 | 0,6068 | 0,037 |
| 2 | 3 | 0,0333 | 2,7010 | 0,0894 | 0,033 |
| | 73 | | 73,0000 | | 0,091 |

Wartość statystyki $\chi^2 = 0,091$.

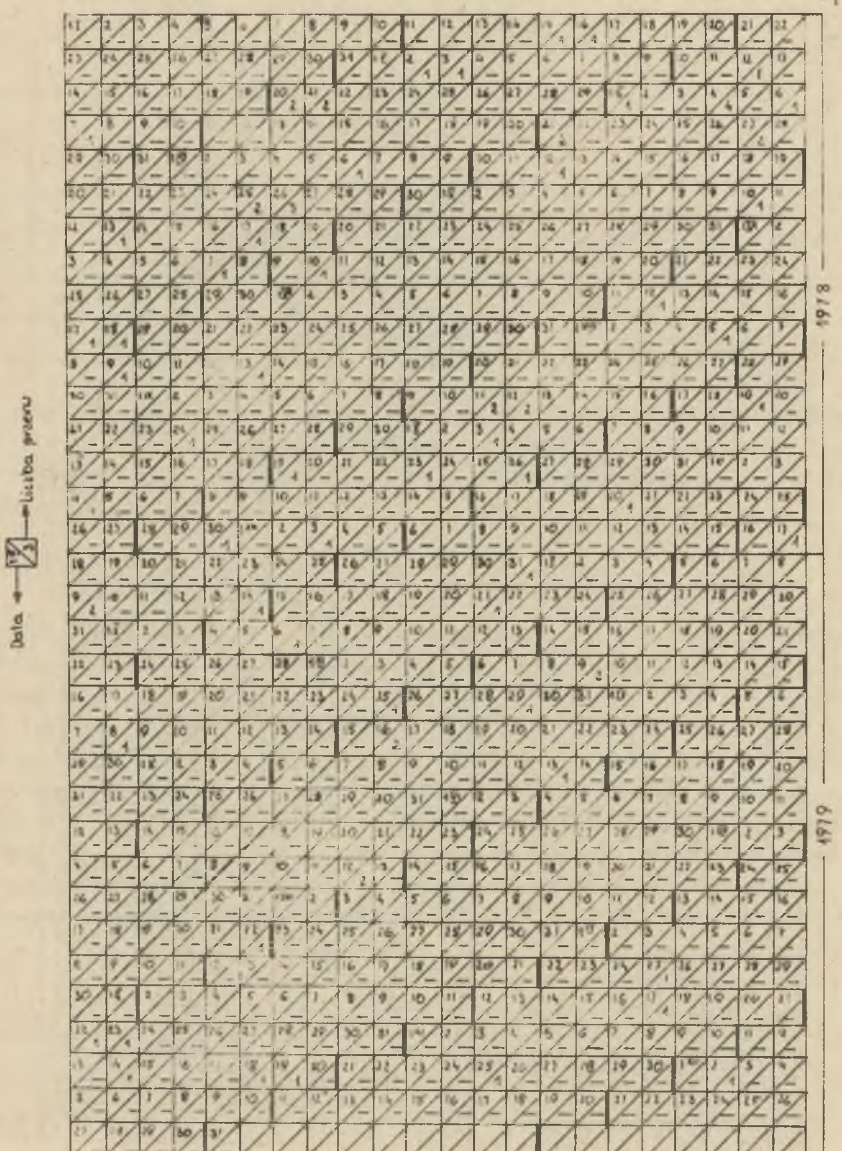
Wykaz przerw w pracy maszyn i urządzeń elektrycznych pod napięciem 500 V na dole

$C_1$



Wykaz przerw w pracy maszyn i urządzeń elektrycznych pod napięciem 6 kV na dole

D$_1$



Z tablicy rozkładu $\chi^2$ odczytujemy wartość krytyczną $\chi_k^2$ dla przyjętego poziomu istotności $\alpha = 0,05$ i dla $r = 3 - 1 - 1$ stopnia swobody, wynoszącą 3,841.
Ponieważ

$$\chi^2 = 0,091 < 3,841 = \chi_k^2,$$

nie ma zatem podstawy do odrzucenia hipotezy, że proces awarii maszyn i urządzeń elektrycznych pod napięciem 6 kV na powierzchni, w przyjętym umownie przedziale czasu $t = 10$ dni, jest procesem Poissona.
Prawdopodobieństwo zajścia w ciągu 10 dni przynajmniej jednej awarii wynosi $P(k > 0) = 0,2592$.
Podobnie z wykazów $C_1$ i $D_1$ dla tej kopalni otrzymujemy liczby awarii maszyn i urządzeń elektrycznych na dole pod napięciem odpowiednio 500 V i 6 kV w przyjętym przedziale czasowym $t = 10$ dni.

Tablica 6

| k | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $n_k$ | 1 | 4 | 2 | 3 | 4 | 3 | 6 | 11 | 11 | 5 | 6 | 4 | 2 | 3 | 3 | 1 | 3 | 0 | 0 | 0 | 1 |

Tablica 7

| k | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $n_k$ | 32 | 22 | 9 | 5 | 3 | 1 | 0 | 1 |

Liczebność dekad $n = 73$.
Średnie arytmetyczne odpowiednio $\bar{x}_3$ i $\bar{x}_4$ wynoszą: $\bar{x}_3 = \frac{586}{73} = 8,0274$, $\bar{x}_4 = \frac{79}{73} = 1,082$.
Odchylenia standardowe wynoszą odpowiednio (z poprawką p)

$$\sigma_3^2 = 5837,4267, \qquad \sigma_4^2 = 1,8317.$$

Ponieważ zarówno $\sigma_3^2 > \bar{x}_3$ jak i $\sigma_4^2 > \bar{x}_4$, więc przypuszczamy, że do danych liczbowych tablicy 6 i tablicy 7 możemy zastosować proces Poly'a.

Obliczone pośrednio za pomocą wzorów (1) i (2) a następnie wzoru (3) prawdopodobieństwa przedstawiają tablica 8 i tablica 9.

Tablica 8

| k | $n_k$ | $p_k(t)$ |
|---|---|---|
| 0 | 1 | 0,004 |
| 1 | 4 | 0,037 |
| 2 | 2 | 0,0313 |
| 3 | 3 | 0,0516 |
| 4 | 4 | 0,1072 |
| 5 | 3 | 0,0824 |
| 6 | 6 | 0,0871 |
| 7 | 11 | 0,0867 |
| 8 | 11 | 0,0643 |
| 9 | 5 | 0,0637 |
| 10 | 6 | 0,0748 |
| 11 | 4 | 0,0599 |
| 12 | 2 | 0,0467 |
| 13 | 3 | 0,0423 |
| 14 | 3 | 0,0419 |
| 15 | 1 | 0,0382 |
| 16 | 3 | 0,0315 |
| 17 | 0 | 0,0179 |
| 18 | 0 | 0,0164 |
| 19 | 0 | 0,0110 |
| 20 | 1 | 0,00001 |
| Razem | 73 | |

Tablica 9

| k | $n_k$ | $p_k(t)$ |
|---|---|---|
| 0 | 32 | 0,4581 |
| 1 | 22 | 0,2702 |
| 2 | 9 | 0,1439 |
| 3 | 5 | 0,0711 |
| 4 | 3 | 0,0067 |
| 5 | 1 | 0,0275 |
| 6 | 0 | 0,0153 |
| 7 | 1 | 0,0072 |
| Razem | 73 | |

Hipotezę $H_o$, że rozkład podany w tablicy 8 jest rozkładem Poly'a weryfikujemy również za pomocą testu $\chi^2$ na poziomie istotności $\alpha = 0,01$ i dla 8 stopni swobody. Obliczona statystyka $\chi^2 = 19,002$, zaś odczytana z tablic $\chi^2$ dla 8 stopni swobody i przyjętego poziomu istotności $\alpha = 0,01$ wartość krytyczna $\chi^2 = 20,09$.

Ponieważ

$$\chi^2 = 19,002 < 20,090 = \chi_k^2$$

nie ma zatem podstawy do odrzucenia hipotezy, że proces awarii maszyn i urządzeń elektrycznych pod napięciem 500 V na dole w przyjętym czasokresie $t = 10$ dni jest procesem Poly'a. Prawdopodobieństwo zajścia w okresie 10-dniowym przynajmniej jednej awarii wynosi $P(k > 0) = 0,9960$.

Podobnie dla rozkładu podanego w tablicy 9, hipotezę $H_o$, że rozkład ten jest rozkładem Poly'a weryfikujemy za pomocą testu $\chi^2$.

Wartość statystyki $\chi^2 = 2,0979$.

Z tablic rozkładu $\chi^2$ odczytujemy wartość krytyczną $\chi^2$ dla $r = 6 - 1 - 1 = 4$ stopnie swobody oraz poziomu istotności $\alpha = 0,05$.

Ponieważ

$$\chi^2 = 2,0979 < 9,488 = \chi_k^2,$$

nie ma zatem podstawy do odrzucenia hipotezy, że proces awarii maszyn i urządzeń elektrycznych pod napięciem 6 kV na dole w przyjętym umownie przedziale czasu $t = 10$ dni jest procesem Poly'a.

Prawdopodobieństwo zajścia w ciągu t = 10 dni przynajmniej jednej awarii wynosi

$$P(k > 0) = 0,5419.$$

## LITERATURA


[1] Cramer H.: Metody matematyczne w statystyce. PWN, Warszawa 1958.

[2] Hellwig Z.: Elementy rachunku prawdopodobieństwa i statystyki matematycznej. PWN, Warszawa 1975.


Wpłynęło do Redakcji 28.06.80 r.

Recenzent:
doc. dr inż. Stanisław Frączek

## ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ПЕРЕРЫВОВ В РАБОТЕ МАШИН И ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ УСТРОЙСТВ ПОД НАПРЯЖЕНИЕМ 500 V И 6 KV НА ПОВЕРХНОСТИ И ПОД ЗЕМЛЕЙ В УГОЛЬНОЙ ШАХТЕ

Р е з ю м е

В статье обсужден пример применения разложения вероятностей Пуассона и Полы к прогнозированию случайных перерывов в работе электрических устройств в конверционально принятом промежутке времени.

## PROGNOSTICATING PAUSES IN MACHINE AND ELECTRIC APPARATUS OPERATION UNDER THE VOLTAGE OF 500 V AND 6 KV ON THE SURFACE AND AT THE PIT OF THE COALLIERY

S u m m a r y

The paper discusses an example of using Poisson and Poly probability distribution in prognosticating random pauses of the electric apparatus operation within the conventionally accepted time system.