

Małgorzata KOZDRÓJ-WEIGEL

PROGNOZOWANIE PRZERW W PRACY MASZYN I URZĄDZEŃ ELEKTRYCZNYCH
 POD NAPIĘCIEM 500 V I 6 kV NA POWIERZCHNI I NA DOLE KOPALNI WĘGLA

Streszczenie. W artykule omówiono przykład zastosowania rozkładów prawdopodobieństwa Poissona i Poly'a do prognozowania przerw losowych w pracy urządzeń elektrycznych w konwencjonalnie przyjętym przedziale czasu.

Jednym z narzędzi badań prognostycznych są modele probabilistyczne dające możliwość przewidywania przerw w pracy maszyn i urządzeń kopalń węgla kamiennego (KWK) w określonym i jednakowym dla wszystkich KWK przedziale czasu. Modele te uwzględniają całościowo wszystkie czynniki i ich wagę, co zezwala kierownictwu Zjednoczeń, poprzez uszeregowanie kopalń wg wielkości prawdopodobieństwa wystąpienia awarii, na śledzenie w czasie poprawy, względnie pogarszanie się pracy dozoru danej kopalni.

Opierając się na wynikach obserwacji i teoretycznych założeniach procesu stochastycznego z czasem ciągłym, tzn. procesu Markowa, możemy zauważyć, że dwie różne postaci funkcji $\lambda(x,t)$ prowadzą do wysunięcia właściwej hipotezy, dotyczącej rozkładów awarii urządzeń elektrycznych. W szczególności:

- a. W przypadku gdy $\bar{x} \geq 6\sqrt{x}$, wówczas możemy przyjąć, że rozkładem teoretycznym zmiennej x w umownie przyjętym przedziale czasu jest rozkład Poissona

$$P(x,t) = \frac{(\lambda t)^x}{x!} e^{-\lambda t}$$

Takie założenie jest równoznaczne z hipotezą, że $\lambda(x,t) = \lambda$ const = const > 0, czyli, że awarie elektryczne są losowo niezależne. W tym przypadku najbardziej wiarygodną wartością jest $\lambda = \frac{x}{t}$. Stwierdzenie zgodności rozkładu danych empirycznych z rozkładem Poissona może dostarczyć wiele cennych informacji, wyprowadzonych z praw statystyki matematycznej, przede wszystkim z tak zwanego twierdzenia Laplace'a, że unormowana zmienna losowa o rozkładzie dwumianowym (a zatem i Poissona) dąży ze wzrostem x do wartości dystrybuanty rozkładu normalnego. Z własności zaś rozkładu normalnego możemy np. wyprowadzić wniosek, że gdy w okresie czasu t liczba awarii przekroczyła wartość $\lambda t + 3\sqrt{\lambda t}$, to rozkład obserwowanych awarii nie jest poissonowski.

- b. Zmienna losowa X w konwanojonalnie przyjętym okresie czasu podlega rozkładowi Pely'a, gdy $\bar{x} < G^2$. Wówczas, ze wzoru

$$\lambda(x, t) = \frac{v + x}{a + t}$$

(v oraz a - stałe) wynika, że $\lambda(x, t)$ jest wielkością zależną odwrotnie od czasu t . Zgodność rozkładów danych empirycznych z wymienionymi w punktach a, b rozkładami sprawdzamy za pomocą testu Pearsona, tzw. testu χ^2 .

Ilustracja praktycznych badań w zakresie przerw w pracy maszyn i urządzeń elektrycznych

W przedstawionych niżej badaniach podstawą analizy statystycznej w procesie występowania awarii elektrycznych w KWK są dane statystyczne z obserwacji awarii w latach 1978 i 1979 odnotowane na odpowiednio przygotowanych siatkach i załączonych jako wykazy A_1 , B_1 , C_1 i D_1 .

Z wykazów A_1 i B_1 otrzymujemy tablice 1 i 2 ilustrujące liczby awarii maszyn i urządzeń elektrycznych na powierzchni pod napięciem 500 V i 6 kV w przyjętym umownie okresie czasu $t = 10$ dni w badanej kopalni. Liczebność obserwowanych dekad $n = \sum n_k = 73$.

Dla oszacowania przeciętnych odpowiednio m_1 i m_2 obliczamy średnie arytmetyczne \bar{x}_1 i \bar{x}_2 na podstawie tablic 1 i 2.

Tablica 1

k	0	1	2
n_k	57	13	3

Tablica 2

k	0	1	2
n_k	53	17	3

$$\bar{x}_1 = \frac{1}{n} \sum k \cdot n_k = \frac{19}{73} = 0,2603,$$

$$\bar{x}_2 = \frac{23}{73} = 0,315.$$

OdhYLEnia standardowe z próby $G^2 = \frac{1}{n} \sum k^2 \cdot n_k - \bar{x}^2$ wynoszą odpowiednio

$$G_1^2 = 0,2748, \quad G_2^2 = 0,2980.$$

Ze względu na małą liczbę przedziałów stosujemy dla G^2 poprawkę $p = \frac{h^2}{12}$ ($h = 1$ dekada). Zatem $p = \frac{1}{12} = 0,0833$.

Ostatecznie

$$G_1^2 = 0,2748 - 0,0833 = 0,1915,$$

$$G_2^2 = 0,2980 - 0,0833 = 0,2147.$$

Korzystamy z estymacji przedziałowej dla oszacowania prawdziwych wartości przeciętnych m : ($i = 1$ i 2)

$$\bar{x} - \mu_{\alpha} \frac{G}{\sqrt{n}} < m < \bar{x} + \mu_{\alpha} \frac{G}{\sqrt{n}},$$

gdzie μ_{α} jest wartością odczytaną z tablic rozkładu normalnego dla przyjętego współczynnika ufności $1 - \alpha$. W naszym przypadku $1 - \alpha = 0,95$; $\mu_{\alpha} = 1,64$.

$$0,2603 - 1,64 \cdot \frac{0,4376}{8,543} < m_1 < 0,2603 + 1,64 \cdot \frac{0,4376}{8,543}$$

$$0,1783 < m_1 < 0,3423$$

Podobnie oszacujemy m_2

$$0,315 - 0,089 < m_2 < 0,315 + 0,089,$$

czyli

$$0,226 < m_2 < 0,404.$$

Ponieważ $G_1^2 > \bar{x}_1$, więc przypuszczamy, że dane liczbowe zawarte w tabeli 1 podlegają procesowi Poly'a.

Parametry a i v obliczamy za pomocą wzorów:

$$a = \frac{\bar{x} \cdot t}{G_x^2 - \bar{x}} \quad (1)$$

$$v = \frac{\bar{x} \cdot a}{G_x^2 - \bar{x}} \quad (2)$$

a następnie prawdopodobieństwa $P_k(t)$ ze wzoru:

$$P(x, t) = e \cdot (v + \frac{x}{a} - 1) \left(\frac{t}{a + t} \right)^x \quad (x = 0, 1, 2, \dots). \quad (3)$$

Obliczone prawdopodobieństwa przedstawia tabelicę 3.

Tabela 3

k	n_k	$P_k(t)$
0	57	0,8279
1	13	0,1349
2	3	0,0372
Razem	73	1,0000

Wykaz przerw w sieci 500 V na powierzchni A₁

Wzrost → Liczba przerw

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44
45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66
67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88
89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100	101	102	103	104	105	106	107	108	109	110
111	112	113	114	115	116	117	118	119	120	121	122	123	124	125	126	127	128	129	130	131	132
133	134	135	136	137	138	139	140	141	142	143	144	145	146	147	148	149	150	151	152	153	154
155	156	157	158	159	160	161	162	163	164	165	166	167	168	169	170	171	172	173	174	175	176
177	178	179	180	181	182	183	184	185	186	187	188	189	190	191	192	193	194	195	196	197	198
199	200	201	202	203	204	205	206	207	208	209	210	211	212	213	214	215	216	217	218	219	220
221	222	223	224	225	226	227	228	229	230	231	232	233	234	235	236	237	238	239	240	241	242
243	244	245	246	247	248	249	250	251	252	253	254	255	256	257	258	259	260	261	262	263	264
265	266	267	268	269	270	271	272	273	274	275	276	277	278	279	280	281	282	283	284	285	286
287	288	289	290	291	292	293	294	295	296	297	298	299	300	301	302	303	304	305	306	307	308
309	310	311	312	313	314	315	316	317	318	319	320	321	322	323	324	325	326	327	328	329	330
331	332	333	334	335	336	337	338	339	340	341	342	343	344	345	346	347	348	349	350	351	352
353	354	355	356	357	358	359	360	361	362	363	364	365	366	367	368	369	370	371	372	373	374
375	376	377	378	379	380	381	382	383	384	385	386	387	388	389	390	391	392	393	394	395	396
397	398	399	400	401	402	403	404	405	406	407	408	409	410	411	412	413	414	415	416	417	418
419	420	421	422	423	424	425	426	427	428	429	430	431	432	433	434	435	436	437	438	439	440
441	442	443	444	445	446	447	448	449	450	451	452	453	454	455	456	457	458	459	460	461	462
463	464	465	466	467	468	469	470	471	472	473	474	475	476	477	478	479	480	481	482	483	484
485	486	487	488	489	490	491	492	493	494	495	496	497	498	499	500	501	502	503	504	505	506
507	508	509	510	511	512	513	514	515	516	517	518	519	520	521	522	523	524	525	526	527	528
529	530	531	532	533	534	535	536	537	538	539	540	541	542	543	544	545	546	547	548	549	550
551	552	553	554	555	556	557	558	559	560	561	562	563	564	565	566	567	568	569	570	571	572
573	574	575	576	577	578	579	580	581	582	583	584	585	586	587	588	589	590	591	592	593	594
595	596	597	598	599	600	601	602	603	604	605	606	607	608	609	610	611	612	613	614	615	616
617	618	619	620	621	622	623	624	625	626	627	628	629	630	631	632	633	634	635	636	637	638
639	640	641	642	643	644	645	646	647	648	649	650	651	652	653	654	655	656	657	658	659	660
661	662	663	664	665	666	667	668	669	670	671	672	673	674	675	676	677	678	679	680	681	682
683	684	685	686	687	688	689	690	691	692	693	694	695	696	697	698	699	700	701	702	703	704
705	706	707	708	709	710	711	712	713	714	715	716	717	718	719	720	721	722	723	724	725	726
727	728	729	730	731	732	733	734	735	736	737	738	739	740	741	742	743	744	745	746	747	748
749	750	751	752	753	754	755	756	757	758	759	760	761	762	763	764	765	766	767	768	769	770
771	772	773	774	775	776	777	778	779	780	781	782	783	784	785	786	787	788	789	790	791	792
793	794	795	796	797	798	799	800	801	802	803	804	805	806	807	808	809	810	811	812	813	814
815	816	817	818	819	820	821	822	823	824	825	826	827	828	829	830	831	832	833	834	835	836
837	838	839	840	841	842	843	844	845	846	847	848	849	850	851	852	853	854	855	856	857	858
859	860	861	862	863	864	865	866	867	868	869	870	871	872	873	874	875	876	877	878	879	880
881	882	883	884	885	886	887	888	889	890	891	892	893	894	895	896	897	898	899	900	901	902
903	904	905	906	907	908	909	910	911	912	913	914	915	916	917	918	919	920	921	922	923	924
925	926	927	928	929	930	931	932	933	934	935	936	937	938	939	940	941	942	943	944	945	946
947	948	949	950	951	952	953	954	955	956	957	958	959	960	961	962	963	964	965	966	967	968
969	970	971	972	973	974	975	976	977	978	979	980	981	982	983	984	985	986	987	988	989	990
991	992	993	994	995	996	997	998	999	1000	1001	1002	1003	1004	1005	1006	1007	1008	1009	1010	1011	1012

1978

1979

Hipotezę H_0 , że badany proces jest procesem Poly'a, zweryfikujemy za pomocą testu χ^2 na poziomie istotności $\alpha = 0,05$. Obliczenia podane są w tabelicy 4.

Tabelica 4

k	n_k	p_k	np_k	$(n_k - np_k)^2$	$\left(\frac{n_k - np_k}{np_k}\right)^2$
0	57	0,8279	60,4367	11,8336	0,1958
1	13	0,1349	9,8477	9,9225	1,0076
2	3	0,0372	2,7156	0,0807	0,0296
	73		73,0000		1,2330

Otrzymałmy wartość statystyki $\chi^2 = 1,233$. Liczba stopni swobody $r = 3 - 1 - 1 = 1$. Z tabelicy rozkładu χ^2 dla 1 stopnia swobody i dla przyjętego poziomu istotności $\alpha = 0,05$ odczytuje wartość krytyczną $\chi_{\alpha}^2 = 3,841$. Ponieważ

$$\chi^2 = 1,233 < 3,841 = \chi_{\alpha}^2,$$

więc nie ma podstawy do odrzucenia hipotezy, że proces awarii maszyn i urządzeń elektrycznych pod napięciem 500 V, na powierzchni w przyjętym konwencjonalnie okresie czasu $t = 10$ dni, jest procesem Poly'a. Prawdopodobieństwo zajęcia w ciągu 10 dni przynajmniej jednej awarii $P(k > 0) = 0,1721$. Jak widzimy, $G_2^2 < \bar{x}_2$, więc dla danych liczbowych tabelicy 2 wykorzystamy hipotetycznie proces Poissona. Z tabeli rozkładu Poissona odczytujemy dla $\lambda = 0,315$ i odpowiedniego k wartości prawdopodobieństwa $p_k = p_k(t)$. Hipotezę H_0 , że badany proces jest procesem Poissona weryfikujemy za pomocą testu χ^2 , podobnie jak dla tabelicy 1, na poziomie istotności $\alpha = 0,05$. Obliczenia podane zostały w tabelicy 5.

Tabelica 5

k	n_k	p_k	np_k	$(n_k - np_k)^2$	$\left(\frac{n_k - np_k}{np_k}\right)^2$
0	53	0,7408	54,0784	1,1664	0,021
1	17	0,2222	16,2206	0,6068	0,037
2	3	0,0333	2,7010	0,0894	0,033
	73		73,0000		0,091

Wartość statystyki $\chi^2 = 0,091$.

Z tablicy rozkładu χ^2 odczytujemy wartość krytyczną χ_{α}^2 dla przyjętego poziomu istotności $\alpha = 0,05$ i dla $r = 3 - 1 = 2$ stopnia swobody, wynoszącą 3,841.

Ponieważ

$$\chi^2 = 0,091 < 3,841 = \chi_{\alpha}^2,$$

nie ma zatem podstawy do odrzucenia hipotezy, że proces awarii maszyn i urządzeń elektrycznych pod napięciem 6 kV na powierzchni, w przyjętym umownie przedziale czasu $t = 10$ dni, jest procesem Poissona.

Prawdopodobieństwo zajęcia w ciągu 10 dni przynajmniej jednej awarii wynosi $P(k > 0) = 0,2592$.

Podobnie z wykazów C₁ i D₁ dla tej kopalni otrzymujemy liczby awarii maszyn i urządzeń elektrycznych na dole pod napięciami odpowiednio 500 V i 6 kV w przyjętym przedziale czasowym $t = 10$ dni.

Tablica 6

k	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
n _k	1	4	2	3	4	3	6	11	11	5	6	4	2	3	3	1	3	0	0	0	1

Tablica 7

k	0	1	2	3	4	5	6	7
n _k	32	22	9	5	3	1	0	1

Liczebność dekad $n = 73$.

Średnie arytmetyczne odpowiednio \bar{x}_3 i \bar{x}_4 wynoszą: $\bar{x}_3 = \frac{586}{73} = 8,0274$,

$\bar{x}_4 = \frac{79}{73} = 1,082$.

Odchylenia standardowe wynoszą odpowiednio (z poprawką p)

$$s_3^2 = 5837,4267, \quad s_4^2 = 1,8317.$$

Ponieważ zarówno $s_3^2 > \bar{x}_3$ jak i $s_4^2 > \bar{x}_4$, więc przypuszczamy, że do danych liczbowych tablicy 6 i tablicy 7 możemy zastosować proces Poly'a.

Obliczone pośrednio za pomocą wzorów (1) i (2) a następnie wzoru (3) prawdopodobieństwa przedstawiają tablica 8 i tablica 9.

Tablica 8

k	n_k	$p_k(t)$
0	1	0,004
1	4	0,037
2	2	0,0313
3	3	0,0516
4	4	0,1072
5	3	0,0824
6	6	0,0871
7	11	0,0867
8	11	0,0643
9	5	0,0637
10	6	0,0748
11	4	0,0599
12	2	0,0467
13	3	0,0423
14	3	0,0419
15	1	0,0382
16	3	0,0315
17	0	0,0179
18	0	0,0164
19	0	0,0110
20	1	0,00001
Razem	73	

Tablica 9

k	n_k	$p_k(t)$
0	32	0,4581
1	22	0,2702
2	9	0,1439
3	5	0,0711
4	3	0,0067
5	1	0,0275
6	0	0,0153
7	1	0,0072
Razem	73	

Hipotezę H_0 , że rozkład podany w tabeli 8 jest rozkładem Poly'a weryfikujemy również za pomocą testu χ^2 na poziomie istotności $\alpha = 0,01$ i dla 8 stopni swobody. Obliczona statystyka $\chi^2 = 19,002$, zaś odczytana z tabeli χ^2 dla 8 stopni swobody i przyjętego poziomu istotności $\alpha = 0,01$ wartość krytyczna $\chi^2 = 20,09$.

Ponieważ

$$\chi^2 = 19,002 < 20,090 = \chi_{\alpha}^2$$

nie ma zatem podstawy do odrzucenia hipotezy, że proces awarii maszyn i urządzeń elektrycznych pod napięciem 500 V na dole w przyjętym czasiekresie $t = 10$ dni jest procesem Poly'a. Prawdopodobieństwo zajścia w okresie 10-dniowym przynajmniej jednej awarii wynosi $P(k > 0) = 0,9960$.

Podobnie dla rozkładu podanego w tabeli 9, hipotezę H_0 , że rozkład ten jest rozkładem Poly'a weryfikujemy za pomocą testu χ^2 .

Wartość statystyki $\chi^2 = 2,0979$.

Z tabeli rozkładu χ^2 odczytujemy wartość krytyczną χ^2 dla $r = 6 - 1 - 1 = 4$ stopnie swobody oraz poziomu istotności $\alpha = 0,05$.

Ponieważ

$$\chi^2 = 2,0979 < 9,488 = \chi_{\alpha}^2,$$

nie ma zatem podstawy do odrzucenia hipotezy, że proces awarii maszyn i urządzeń elektrycznych pod napięciem 6 kV na dole w przyjętym umownie przedziale czasu $t = 10$ dni jest procesem Poly'a.

Prawdopodobieństwo zajścia w ciągu $t = 10$ dni przynajmniej jednej awarii wynosi

$$P(k > 0) = 0,5419.$$

LITERATURA

- [1] Cramer H.: Metody matematyczne w statystyce. PWN, Warszawa 1958.
- [2] Hellwig Z.: Elementy rachunku prawdopodobieństwa i statystyki matematycznej. PWN, Warszawa 1975.

Wpłynęło do Redakcji 28.06.80 r.

Recenzent:

doc. dr inż. Stanisław Frączek

ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ПЕРЕРЫВОВ В РАБОТЕ МАШИН И ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ УСТРОЙСТВ
ПОД НАПРЯЖЕНИЕМ 500 В И 6 КВ НА ПОВЕРХНОСТИ И ПОД ЗЕМЛЕЙ
В УГОЛЬНОЙ ШАХТЕ

Резюме

В статье обсужден пример применения разложения вероятностей Пуассона и Поля к прогнозированию случайных перерывов в работе электрических устройств в конверсионально принятом промежутке времени.

PROGNOSTICATING PAUSES IN MACHINE AND ELECTRIC APPARATUS OPERATION
UNDER THE VOLTAGE OF 500 V AND 6 KV ON THE SURFACE AND AT THE PIT
OF THE COALLIERY

Summary

The paper discusses an example of using Poisson and Poly probability distribution in prognosticating random pauses of the electric apparatus operation within the conventionally accepted time system.