

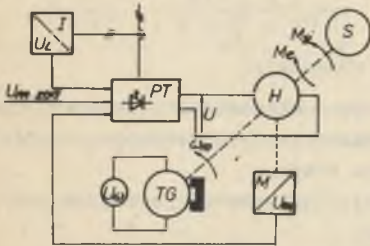
Aleksander FRĘCHOWICZ

Instytut Elektryfikacji i Automatykacji Górniczej  
Politechnika ŚląskaMETODYKA IDENTYFIKACJI PARAMETRÓW MODELU MATEMATYCZNEGO  
UKŁADU ELEKTROMASZYNOWEGO NA PODSTAWIE JEGO CHARAKTERYSTYKI  
CZĘSTOTLIWOŚCIOWEJ

**Streszczenie.** Pomiary i obliczenia parametrów maszyn elektrycznych małej mocy obciążone są znacznym błędem. W artykule, na przykładzie obciążonej hamownicy prądu stałego, przedstawiono metodykę identyfikacji parametrów modelu matematycznego układu elektromaszynowego, na podstawie jego charakterystyki amplitudowo-częstotliwościowej.

## 1. Wstęp

W artykule przedstawiono metodę identyfikacji parametrów modelu matematycznego układu elektromaszynowego, na przykładzie obciążonej hamownicy prądu stałego, zasilanej przez pełnosterowny wzmacniacz tyrystorowy, przeznaczonej do badań silników indukcyjnych w stanach nieustalonych. Zadaniem hamownicy jest wytworzenie momentu hamującego, regulowanego w trakcie rozruchu badanego silnika indukcyjnego. Schemat ideowy hamownicy przedstawiono na rys. 1.



Rys. 1. Schemat ideowy hamownicy wraz z silnikiem badanym

H - hamownica; S - silnik badany;  
TG - tachoprądnica; PT - przekształtnik tyrystorowy wraz z układami regulacji i sterowania;  
 $U_{\omega}$  - miernik prędkości obrotowej;  
I/U - przetwornik prądu;  
 $M/U$  - przetwornik momentu

Poprawna synteza układu regulacji hamownicy wymagała wiernego modelu matematycznego. Pomiary i obliczenia parametrów maszyn małej mocy, do których można zaliczyć omawianą hamownicę, obciążone są dużym błędem. Minimalizację tego błędu osiąga się w normalnej praktyce inżynierskiej, przez uzupełnienie podstawowych równań fizycznych maszyny o inne elemen-

ty (np. wpływ nasycenia) i szczególnie staranny pomiar parametrów maszyny. W artykule przedstawiono metodykę budowy poprawnego modelu matema-

tycznego układu elektromaszynowego, opartego na podstawowych równaniach fizycznych maszyny prądu stałego, za pomocą obliczeń identyfikacyjnych parametrów modelu. Obliczenia wykonano opierając się na znajomości charakterystyki częstotliwościowej układu.

## 2. Model matematyczny obwodu twornika hamownicy

Model matematyczny hamownicy sporządzono wychodząc z podstawowych równań fizycznych obwodowej maszyny prądu stałego 2, przetworników prądu i wzmacniacza tyrystorowego:

$$M_e(t) = c \psi I(t) \quad (1)$$

$$E(t) = c \bar{\omega}_m(t) \quad (2)$$

$$E(t) - U(t) = R \left[ I(t) + T_e \frac{dI(t)}{dt} \right] \quad (3)$$

$$M_s(t) - M_e(t) - M_t(t) = J \frac{d\omega_m(t)}{dt} \quad (4)$$

$$U(t) = C + k_p U_{st}(t) \quad (5)$$

$$U_1(t) = k_1 I(t) \quad (6)$$

$$M_t(t) = c_t \omega_t \quad (7)$$

W powyższych równaniach użyte symbole oznaczają:

- |   |   |
|---|---|
| $U_{st}, U, U_1$                          | - napięcia sterujące wzmacniacza tyrystorowego, wyjściowe wzmacniacza tyrystorowego i wyjściowe przetwornika prądu, |
| $E$                                       | - napięcie rotacji indukowane w obwodzie twornika hamownicy,  |
| $I$                                       | - prąd twornika hamownicy,  |
| $M_e, M_s, M_t$                           | - momenty: elektromagnetyczny hamownicy, elektromagnetyczny silnika indukcyjnego, tarcia w łożyskach,               |
| $\omega_m$                                | - prędkość kątowa wirowania zespołu,  |
| $R, T_e, c\bar{\omega}, J, c_t, k_1, k_p$ | - współczynniki stałe.  |

Uwzględniając ponadto, że maszyna indukcyjna pracuje na stabilnej części charakterystyki mechanicznej opisanej równaniem:

$$M_s = B_1 + B_2 \omega_m \quad (8)$$

transmitancję operatorową obwodu twornika hamownicy można zapisać w postaci:

$$\frac{U_1(p)}{U_{st}(p)} = k_1 k_p \frac{\frac{1}{R} \left(1 + p \frac{J}{c_t + B_2}\right)}{R(c_t + B_2) + 1 + p(T_e + \frac{J}{c_t + B_2}) + p^2 \frac{JT_e}{c_t + B_2}} \quad (9)$$

Stosując podstawienia:

$$T = \frac{J}{c_t + B_2}$$

$$k = \frac{k_1 k_p (c_t + B_2)}{c^2 \Phi^2 + R(c_t + B_2)} \quad (10)$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{R(c_t + B_2) + c^2 \Phi^2}{J R T_e}}$$

$$d = \frac{J + T_e (c_t + B_2)}{2 J T_e \omega_0}$$

Otrzymuje się prostą postać transmitancji operatorowej:

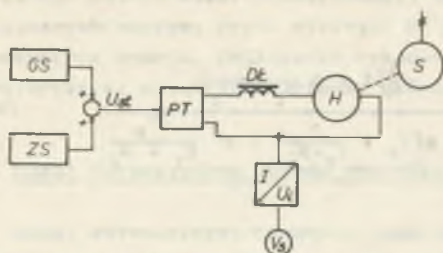
$$\frac{U_1(p)}{U_{st}(p)} = \frac{k(1 + pT)}{1 + p \frac{2d}{\omega_0} + p^2 \frac{1}{\omega_0^2}}$$

Na tej podstawie wyprowadzono wyrażenie określające charakterystykę amplitudowo-częstotliwościową obwodu twornika hamownicy [1]:

$$L_h(\omega) = 20 \lg k + 10 \lg(1 + \omega^2 T^2) + \\ + 40 \lg \omega_0 - 10 \lg \left[ (\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (2d\omega_0 \omega)^2 \right] \quad (11)$$

### 3. Identyfikacja parametrów modelu matematycznego obwodu twornika hamownicy

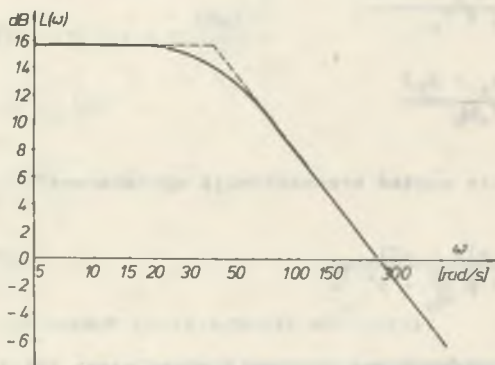
Obliczenia identyfikacyjne parametrów równania (9) przeprowadzono opierając się na znajomości charakterystyki amplitudowo-częstotliwościowej obwodu twornika hamownicy [1]. Schemat układu pomiarowego przedstawiono na rys. 2.



Rys. 2. Schemat układu pomiarowego do wyznaczenia charakterystyki amplitudowo-częstotliwościowej hamownicy

GS - generator napięcia sinusoidalnego; ZS - zasilacz stabilizowany; DŁ - dławik; Vs - woltmierz selektywny

Silnik indukcyjny załączono bez obciążenia momentem hamującym. Po dojściu do prędkości podsynchronicznej ustalono wartość prądu hamującego, wysterowując wzmacniacz tyrystorowy napięciem z zasilacza ZS. Następnie, za pomocą generatora napięcia sinusoidalnego doprowadzono do oscylacji prądu hamującego wokół zadanej wartości średniej. Amplitudę drgań prądu hamownicy zmierzono woltmierzem selektywnym dostrojonym do częstotliwości drgań generatora. Otrzymaną w ten sposób charakterystykę przedstawiono na rys. 3.



Rys. 3. Charakterystyka amplitudowo-częstotliwościowa wirującej hamownicy

Przyjmując, że przedstawiona na rys. 3 charakterystyka opisana jest zależnością (11), stwierdzić można, że jest ona funkcją pulsacji  $\omega$  i czterech parametrów:  $T$ ,  $k$ ,  $\omega_0$  i  $d$  lub uwzględniając zależności (9), jest funkcją pulsacji  $\omega$  i sześciu parametrów:  $R$ ,  $J$ ,  $c_r$  i  $B_2$ ,  $T_0$ ,  $c^2 \phi^2$ ,  $k_1 k_p$ . W pracy przeprowadzono identyfikację sześciu parametrów fizycznych.

Na podstawie pomierzonej charakterystyki (rys. 3) utworzono wektor wartości rzeczywistych  $[E_r(\omega)]$ , który obejmuje trzydzieści sześć kolejnych wartości pomierzonej funkcji  $L_{hr}(\omega)$  dla trzydziestu sześciu wartości pulsacji  $\omega$ .

$$[E_r(\omega)] = \begin{bmatrix} L_{hr}(\omega_1) \\ L_{hr}(\omega_2) \\ \dots \\ L_{hr}(\omega_{36}) \end{bmatrix} \quad (12)$$

Dla przyjętych parametrów identyfikowanych:  $R_1, J_1, (c_t + B_2)_1, T_{e1}, (c^2 \phi^2)_1, (k_1 k_p)_1$  i trzydziestu sześciu wartości pulsacji  $\omega$  (tych samych co w wektorze  $[E_r(\omega)]$ ), obliczono z zależności (11) trzydzieści sześć wartości funkcji  $L_h(\omega)$  i utworzono z nich wektor wartości obliczonych  $[E(\omega)]$ :

$$[E(\omega)] = \begin{bmatrix} L_h[\omega_1, R_1, J_1, (c_t + B_2)_1, T_{e1}, (c^2 \phi^2)_1, (k_1 k_p)_1] \\ L_h[\omega_2, R_1, J_1, (c_t + B_2)_1, T_{e1}, (c^2 \phi^2)_1, (k_1 k_p)_1] \\ \dots \\ L_h[\omega_{36}, R_1, J_1, (c_t + B_2)_1, T_{e1}, (c^2 \phi^2)_1, (k_1 k_p)_1] \end{bmatrix} \quad (13)$$

Korzystając z wzorów (12) i (13), obliczono odległość euklidesową między wektorami  $[E_r(\omega)]$  i  $[E(\omega)]$ , jako:

$$d^2(E_r, E) = [E_r(\omega) - E(\omega)]^T [E_r(\omega) - E(\omega)] \quad (14)$$

Odległość (14) minimalizowano za pomocą maszyny cyfrowej posługując się algorytmem optymalizacyjnym Hooke'a - Jeevesa [4]. Wartość parametrów, dla których odległość (14) osiąga minimum są wartościami szukanymi parametrów modelu matematycznego.

Przeprowadzając obliczenia identyfikacyjne stwierdzono, że obliczone parametry transmitancji obwodu twornika zależą od doboru punktu startowego. Każdy, obliczony w ten sposób zestaw obliczonych parametrów, prowadzi do podobnej charakterystyki amplitudowo-częstotliwościowej, a zatem do zbliżonych własności dynamicznych hamownicy. Właściwość ta stwarza szansę doboru takich parametrów równań (1) - (6), które nie tylko umożliwią zbudowanie poprawnego modelu dynamicznego układu, (symulacja cyfrowa rozruchu zespołu wirującego oraz stany przejściowe zespołu zatrzymanego i wysterowanego, przy współpracy z różnymi typami silników indukcyjnych), ale również zapewnią odpowiednie własności statyczne hamownicy. Spośród sześciu wymienionych parametrów trzy (stała czasowa  $T_e$ , tangens kąta nachylenia części stabilnej charakterystyki mechanicznej  $B_2$  oraz stała hamownicy  $c \phi$ ) powinny mieć wartość zgodną z rzeczywistą. Próby ustalenia tych trzech parametrów i przeprowadzenia obliczeń identyfikacyjnych za pomocą pozostałych trzech parametrów - nie dawały poprawnego rozwiązania. Również obliczenia umożliwiające drobną korektę trzech parametrów przy zasadniczej zmianie trzech pozostałych - dawały wynik negatywny (wydłuże-

nie czasu obliczeń, charakterystyka otrzymana przy pomocy parametrów obliczonych odbiegała od charakterystyki rzeczywistej). Poprawne wyniki otrzymano dopiero przy założeniu dowolnych zmian czterech parametrów:  $R$ ,  $J$ ,  $k_1 k_p$  oraz  $c_\Phi^2$  i minimalnych zmian współczynników  $T_e$  oraz  $(c_t + B_2)$ . Rozrzut punktów charakterystyki pomierzonej i obliczonej za pomocą parametrów otrzymanych z obliczeń identyfikacyjnych był mniejszy od 0,3 dB. Jako parametry punktu startowego przyjęto rzeczywiste, fizyczne parametry hamownicy.

#### 4. Wyniki obliczeń identyfikacyjnych i symulacyjnych hamownicy

W tabeli 1 zestawiono parametry punktu startowego obliczeń identyfikacyjnych i wartości obliczone tych parametrów. Obliczenia przeprowadzone zostały dla hamownicy wielkości mechanicznej "2B" o danych znamionowych  $U_n = 220$  V,  $I_n = 4$  A,  $n_n = 3000$  obr/min.

Tabela 1

P a r a m e t r		Punkt startowy	Obliczona wartość
R	- rezystancja obwodu twornika	4,3 $\Omega$	5,5 $\Omega$
J	- moment bezwładności mas wirujących	0,0067 $\text{kgm}^2$	0,0062 $\text{kgm}^2$
$c_t + B_2$	- nachylenie charakterystyki silnika badanego	0,255 Nms	0,2587 Nms
$c_\Phi^2$	- kwadrat stałego współczynnika	0,64 $(\frac{\text{Nm}}{\text{A}})^2$	0,43 $(\frac{\text{Nm}}{\text{A}})^2$
$T_e$	- elektromagnetyczna stała czasowa	0,0309 s	0,0325 s
$k_1 k_p$	- współczynnik wzmocnienia	45	43,3

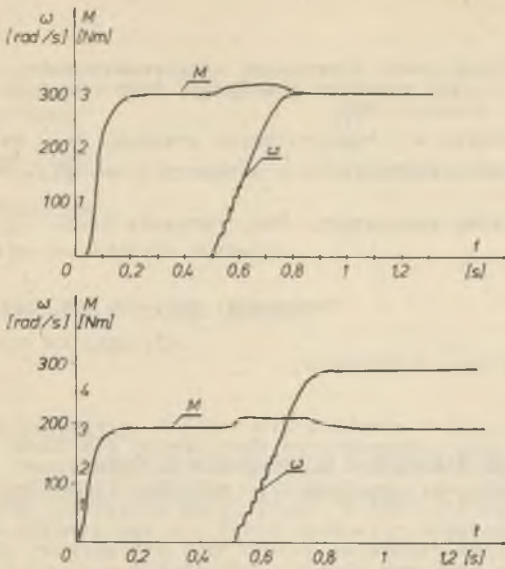
Przyjęcie w modelu matematycznym stałego współczynnika maszyny  $c_\Phi = \sqrt{c_\Phi^2} = \sqrt{0,43} = 0,65$  prowadziłoby do błędnej zależności momentu elektromagnetycznego w funkcji prądu hamownicy. Aby tego uniknąć równania modelu hamownicy (1) i (2) przedstawione w postaci:

$$M_e(t) = A_1 I(t) \quad (1a)$$

$$E(t) = A_2 \omega_m(t) \quad (2a)$$

Przyjmując:  $A_1 = 0,8 \frac{\text{Nm}}{\text{A}}$  (zgodnie z wartością pomierzoną parametru) otrzymano:

$$A_2 = \frac{0,43}{0,8} = 0,54 \text{ Vs.}$$



Rys. 4. Moment hamujący i prędkość kątowna hamownicy w cyklu pracy  
a) wielkości obliczone, b) oscylogram przebiegów

Dzięki temu zabiegowi uzyskano poprawne własności dynamiczne modelu ( $A_1 A_2 = c^2 \phi^2$ ), a także zgodny z rzeczywistością stosunek momentu elektromagnetycznego do prądu:

$$\frac{M_e(t)}{I(t)} = 0,8 \frac{\text{Nm}}{\text{A}}$$

Wyniki obliczeń identyfikacyjnych użyte zostały w programie symulacyjnym do obliczeń cyklu pracy hamownicy. Pełny program symulacji oprócz równań (1) - (6) obejmował równania momentu silnika badanego [3] oraz symulację cyklu hamownicy obejmującego narastanie momentu hamującego zatrzymanego zespołu i rozruch silnika obciążonego momentem hamującym. Na rys. 4 przedstawiono wyniki obliczeń i oscylogram rzeczywistych przebiegów momentu i prędkości obrotowej hamownicy.

## LITERATURA

- [1] Fręchowicz A.: Właściwości dynamiczne elektromaszynowej hamownicy prądu stałego o stałym momencie hamującym. Rozprawa doktorska. Politechnika Śląska, Gliwice 1983.
- [2] Gogolewski Z., Gabryś W.: Maszyny prądu stałego. PWT, Warszawa 1960.
- [3] Kopyłow J.P.: Elektromechaniczne przetworniki energii. PWN, Warszawa 1978.
- [4] Węgrzyn S.: Podstawy automatyki. PWN, Warszawa 1972.

Recenzent: doc. dr inż. Jerzy Hickiewicz

Wpłynęło do redakcji dnia 2.V.1984 r.

МЕТОДИКА ИДЕНТИФИКАЦИИ ПАРАМЕТРОВ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ  
ЭЛЕКТРОМАШИННОЙ СИСТЕМЫ, НА ОСНОВАНИИ ЕЕ ЧАСТОТНОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ

Р е з ю м е

Измерения и исчисления параметров электрических машин малой мощности обременены значительной ошибкой. В статье на примере тормоза постоянного тока независимого возбуждения, представлена методика идентификации параметров математической модели электромашинной системы, на основании её амплитудно-частотной характеристики.

METHODOLOGY OF PARAMETERS IDENTIFICATION IN A MATHEMATICAL MODEL  
OF THE ELECTRICAL MACHINES SYSTEM, ON THE BASIS OF ITS FREQUENCY  
CHARACTERISTICS

S u m m a r y

In the measurements and calculations concerning the parameters of low-power electric machines there often appear considerable errors. The paper, taking as an example dynamometer of direct current, shows the methodology of parameters identification in a mathematical model of the electrical machines system, on the basis of its amplitude-frequency characteristics.