ZESZYTY
NAUKOWE
POLITECHNIKI
ŚLĄSKIEJ

LEON LASEK

ANALIZA I SYNTEZA UKŁADÓW GENERACYJNYCH RC

AUTOMATYKA

Z. 91
GLIWICE
1988

POLITECHNIKA ŚLĄSKA

ZESZYTY NAUKOWE

Nr 943

LEON LASEK

ANALIZA I SYNTEZA UKŁADÓW GENERACYJNYCH RC

GLIWICE 1988

SPIS TREŚCI

СОДЕРЖАНИЕ

Стр.

CONTENTS

WYKAZ WAŻNIEJSZYCH OZNACZEŃ

$A_i^{G_o}$ - i-te dopełnienie algebraiczne z wyznacznika G_o

A, B, C - podmacierze macierzy okrojonej

$\underline{B}_o$ - część urojona macierzy okrojonej

$\underline{C}$ - macierz kwadratowa n-tego stopnia składająca się z pojemności

$C^i_{p_1(k_1+l_1),\ldots,p_i(k_i+l_i)}$ - wszystkie możliwe kombinacje po "i" wskaźników $p_1(k_1+l_1)$, $p_2(k_2+l_2),\ldots,p_i(k_i+l_i)$

$\underline{G}$ - macierz kwadratowa n-tego stopnia składająca się z konduktancji

$\underline{G}_m$ - macierz o rozmiarach macierzy $\underline{Y}_c$ zawierająca tylko konduktancje g_m wzmacniaczy operacyjnych

$\underline{G}_o$ - część rzeczywista macierzy okrojonej

$\underline{G}_w$ - macierz konduktancyjna wzmacniacza operacyjnego

$g(U_M)$ - quasi-liniowa konduktancja wewnętrzna lub wzajemna wielobiegunnika nieliniowego

g_m, g_i, g_o - konduktancje - przejściowa (wzajemna), wejściowa i wyjściowa wzmacniacza operacyjnego

$\underline{\Gamma}$ - macierz kwadratowa n-tego stopnia składająca się z odwrotności indukcyjności

$\underline{J}$ - wektor prądów źródłowych

$\underline{i}$ - wektor prądów wielobiegunnika

$I^h(t)$ - suma prądów harmonicznych

$\underline{I}(h)$ - wektor prądów harmonicznych

II_i, NI_i - wejścia odwracające i nieodwracające fazę napięcia wejściowego wzmacniacza operacyjnego

k_i, l_i, p_i - numery węzłów układu generacyjnego do których podłączono zaciski II_i, NI_i i OUT_i wzmacniacza operacyjnego

L - licznik funkcji transmitancji T

M - mianownik funkcji transmitancji T

$M_i^{B_o}$ - minor i-tego stopnia z wyznacznika B_o

OUT(I), OUT(N) - wyjścia symetryczne wzmacniacza operacyjnego

OUT - wyjście niesymetryczne wzmacniacza operacyjnego

s - operator, liczba wzmacniaczy operacyjnych

$S_{X_i}^{\omega}$ - wrażliwość względna częstotliwości (pulsacji) na zmiany parametrów X_i

$S_{X_i}^{U_M}$ - wrażliwość względna napięcia U_M (na elemencie nieliniowym) na zmiany parametrów X_i

T - funkcja układowa, transmitancja, imitancja, admitancja

$\underline{u}$, $\underline{U}$ - wektor napięć węzłowych

$\hat{\underline{U}}$, $\check{\underline{U}}$ - wektory napięć zespolonych

X_i, ΔX_i, δX_i - parametr, jego przyrost bezwzględny i względny

$\underline{Y}_c$ - macierz admitancyjna węzłowa układu elektronicznego

$\underline{Y}$ - macierz stowarzyszona z macierzą $\underline{Y}_c$

$\underline{Y}_o$ - macierz okrojona

$\underline{Y}_o^{(1)}$ - macierz okrojona w której wszystkie elementy niezerowe zastąpiono jedynkami

$\underline{Y}_o^{(i)}$ - macierz okrojona po i-tym kroku redukcji

Δ - wyznacznik z macierzy $\underline{Y}_c$

Δ_v - sumaryczne wielokrotne dopełnienie algebraiczne typu $\Delta_{(a_1+d_1)(b_1+c_1),\ldots,(a_v+d_v)(b_v+c_v)}$

$\delta\omega$ - stałość częstotliwości (pulsacji), względna zmiana częstotliwości

δU_M - stałość amplitudy, względna zmiana amplitudy napięcia U_M

1. WSTĘP

1.1. Przedmiot, zakres i cel pracy

Pod pojęciem syntezy będziemy w niniejszej pracy rozumieli procedurę pozwalającą na przejście od matematycznych zależności opisujących układ generacyjny do jego schematowej realizacji. Wykorzystano tu regułę postępowania, która wynika z analizy układów elektronicznych zawierających idealne wzmacniacze operacyjne. Przejrzystość metody analizy pozwoliła na stworzenie algorytmu syntezy, w wyniku której otrzymuje się liniową strukturę układu generacyjnego. Udowodniono twierdzenia, które wykorzystywane są w trakcie syntezy i dzięki którym już na etapie macierzy okrojonej można odrzucić układy o niespójnym grafie. Wyprowadzono warunek powstania drgań dla układu generacyjnego uzupełnionego elementem nieliniowym. Korzystając z tego warunku wyznaczono zależności, na podstawie których można obliczyć współczynniki wpływu zmiany parametrów obwodu na amplitudę i częstotliwość drgań układu generacyjnego. Wyprowadzono wzory na niezmienniki wrażliwości. Podano przykłady syntezy i ich analizę wrażliwościową.

1.2. Układ treści

W rozdziale drugim przedstawiono model idealnego wzmacniacza operacyjnego. Wzmacniacz ten z założenia ma różnicowe wzmocnienie napięciowe nieskończenie wielkie. Taki wzmacniacz nie może być opisany macierzą admitancyjną. Można natomiast określić transmitancje i imitancje układów elektronicznych, w skład których wchodzą tego typu wzmacniacze. Określono, jakie operacje należy wykonać na wyznaczniku i dopełnieniach algebraicznych, aby wyznaczyć ich wartości. W pierwszej kolejności należy napisać macierz admitancyjną, stowarzyszoną układu

elektronicznego, która jako macierz pozbawiona parametrów wzmacniaczy operacyjnych zawsze istnieje. O własnościach natomiast układu decyduje podmacierz admitancyjna, w której skreślono w sposób nakazany wybrane wiersze i kolumny. Podmacierz ta będzie w dalszej części pracy nazywana macierzą okrojoną.

Trzeci rozdział poświęcony jest syntezie liniowych układów generacyjnych. Wykorzystując wyniki uzyskane w rozdziale drugim, przedstawiono algorytm syntezy struktur generacyjnych w klasie SLSS (skupione, liniowe, skończone i stacjonarne). Podstawą do budowy algorytmu są warunki generacji oraz własności macierzy okrojonej i jej postać znakowa, podano twierdzenia umożliwiające wyeliminowanie, spośród wygenerowanych układów, struktur niespójnych.

W rozdziale czwartym przedstawiono wyniki analizy układów generacyjnych z elementami nieliniowymi. Do rozwiązania tego problemu zastosowano metodę bilansu harmonicznych. Wykazano, że quasi-liniowa admitancja elementu nieliniowego nie zmienia w istotny sposób warunków generacji, jakie obowiązują dla struktur liniowych.

Rozdział piąty poświęcony jest obliczaniu wrażliwości amplitudy i częstotliwości drgań układu generacyjnego na zmianę wartości admitancji elementów. Otrzymane wzory doprowadzono do postaci pozwalającej na numeryczną analizę wrażliwości. Wykazano też istnienie ich niezmienników. Pozwala to na optymalizację otrzymanych w wyniku syntezy struktur generacyjnych.

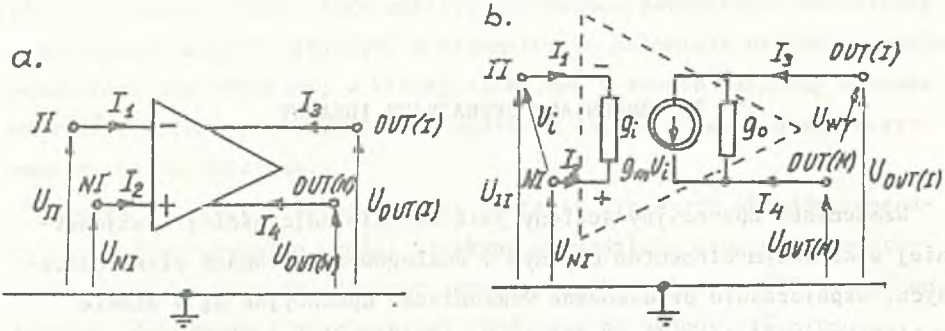
W rozdziale szóstym podano wnioski i zasugerowano kierunki dalszych badań i poszukiwań w dziedzinie syntezy układów generacyjnych.

2. WZMACNIACZ OPERACYJNY IDEALNY

Wzmacniacz operacyjny scalony jest obecnie najczęściej i najchętniej stosowanym elementem czynnym w analogowych układach elektronicznych. Współcześnie produkowane wzmacniacze operacyjne są w stanie spełnić najbardziej różnorodne wymagania [11, 41, 65, 79]:

- różnicowe współczynniki wzmocnienia napięcia stałego często przekraczają 10^8 V/V,
- pełzania temperaturowe napięcia niezrównoważenia mogą być mniejsze od 0,01 μV/°C,
- pełzania temperaturowe prądów polaryzacji, jak również prądu niezrównoważenia można w zasadzie pominąć dla struktur BiMOS. Prądy polaryzacji są na poziomie kilkunastu fA. Podobnie ich zmiany z temperaturą są rzędu fA/°C,
- różnicowa rezystancja wejściowa przekracza wartość kilku TΩ,
- częstotliwości graniczne osiągają wielkości rzędu kilkuset MHz,
- szybkości narastania napięcia wyjściowego osiągają 100 V/μs dla układów monolitycznych oraz przekraczają wartość tysiąca V/μs dla układów hybrydowych,
- zmiany napięć wyjściowych przekraczają 100 V. Podobnie moc admisyjna tych elementów dochodzi do kilkudziesięciu W.

Zestawione graniczne wartości parametrów nie są osiągane w jednym wzmacniaczu, lecz różne wzmacniacze są optymalizowane ze względu na pożądany zestaw parametrów. Granicą możliwości w tej dziedzinie jest wzmacniacz idealny. Z punktu widzenia teorii obwodów będzie to układ, który w sposób zasadniczy decyduje o imitancjach i transmitancjach układu elektronicznego, mimo iż jego parametry małosygnałowe nie występują w tych wyrażeniach. Inaczej można by powiedzieć, że współczynniki wpływu zmiany jego parametrów małosygnałowych na zmiany funkcji układowych są równe zeru.



Rys. 2.1. Wzmacniacz operacyjny scalony o dwóch wejściach i wyjściach a) symbol graficzny, b) schemat zastępczy

Fig. 2.1. Operational amplifiers with double input - double output a) graphical symbol, b) substitutional diagram

Wzmacniacz operacyjny scalony rzeczywisty w swej najprostszej postaci może być przedstawiony za pomocą schematu zastępczego jak na rysunku 2.1b. Na rysunku 2.1a podano jego symbol, który będzie używany w dalszej części pracy. Strukturę z rysunku 2.1b można opisać następującym układem równań:

$$\underline{I} = \underline{G}_w \underline{U} \tag{2.1}$$

gdzie:

$$\underline{I} = \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \end{bmatrix}; \qquad \underline{U} = \begin{bmatrix} U_{II} \\ U_{NI} \\ U_{OUT(I)} \\ U_{OUT(N)} \end{bmatrix}$$

$$\underline{G}_w = \begin{bmatrix} g_i & -g_i & & \\ -g_i & g_i & & \\ g_m & -g_m & g_o & -g_o \\ -g_m & g_m & -g_o & g_o \end{bmatrix}$$

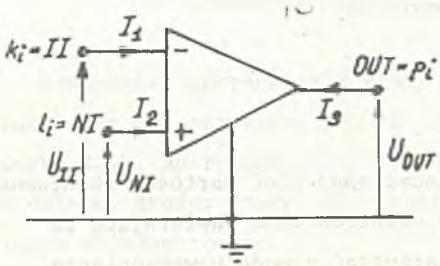
Bardziej rozbudowane modele wzmacniaczy rzeczywistych znajdzie czytelnik w [2, 4, 16, 19, 71, 83, 85, 100, 121, 123, 154, 131, 132, 147]. Uwzględniono tam współczynniki tłumienia sygnału wspólnego, rezystancję wejściową wspólną, współczynnik tłumienia napięcia zasilania, szybkość narastania napięcia wyjściowego oraz jego własności częstotliwościowe. Te ostatnie dotyczą najczęściej struktur skompensowanych częstotliwościowo. Uzupełnienie tych modeli o elementy nieliniowe pozwoliło tworzyć modele bardziej uniwersalne. W ciągu ostatnich kilkunastu lat powstała uporządkowana dziedzina wiedzy zajmująca się tworzeniem makromodeli wzmacniaczy operacyjnych.

Za wzmacniacz idealny uważa się taki wzmacniacz operacyjny, którego współczynnik wzmocnienia napięcia ($K_{uro} = U_{WY}/U_i \to \infty$) dąży do nieskończoności. Z powyższego wynika również że

$$g_m = K_{uro} g_o \to \infty$$

natomiast pozostałe parametry wzmacniacza mogą mieć wartości skończone. Powstaje problem, jak obliczać układy elektroniczne zawierające te wzmacniacze. W [100] proponuje się skorzystać z modelu wzmacniacza opisanego równaniem (2.1), a interesujące nas transmitancje liczyć jako granice przy $y_m \to \infty$. W [102] podano inny sposób zapisu macierzy admitancyjnej układu elektronicznego z jednym wzmacniaczem operacyjnym idealnym. Metoda ta wyklucza pewne połączenia układu, często zresztą stosowane, np. połączenie wyjścia bezpośrednio z wejściem. Natomiast podana w [105] metoda pozwala na obliczanie transmitancji układów o większej liczbie wzmacniaczy idealnych, jednak muszą to być wzmacniacze, których wejścia nieodwracające fazę są uziemione. Znacznie doskonalszą jest metoda przedstawiona w [3, 137]. Można za jej pomocą analizować układy zawierające wzmacniacze o dwóch wejściach i jednym wyjściu oraz o dwóch wyjściach i jednym wejściu. Nie ograniczono natomiast liczby wzmacniaczy, jakie mogą występować w analizowanym układzie. Idea metody opiera się na sposobie zapisu macierzy admitancyjnej węzłowej całego układu, a następnie na jej modyfikacji. Na przecięciu wiersza o numerze węzła, do którego podłączono wyjście wzmacniacza,

z kolumnami o numerach węzłów, do których podłączono zaciski wejściowe odwracające (II) i nieodwracające (NI) fazę wzmacniacza, wpisujemy +1 i -1, zerując jednocześnie pozostałe elementy kolumn i wiersza w macierzy admitancyjnej układu. W ten sposób postępujemy z każdym wzmacniaczem wchodzącym w skład układu elektronicznego. Transmitancje liczymy z tak zmodyfikowanej macierzy według dowolnej metody. W pracy tej omówiono również sposób postępowania w przypadku układów zawierających wzmacniacze o jednym wejściu i dwóch wyjściach. Nie rozwiązano przypadku ogólnego, a więc układu, który zawiera wzmacniacze idealne o dwóch wejściach i wyjściach. Problemy te podjęto i rozwiązano w pracach [86, 69, 98].



Rys. 2.2. Symbol graficzny wzmacniacza operacyjnego scalonego o niesymetrycznym wyjściu

Fig. 2.2. A graphical symbol of the operational amplifier with asymetric output

W pracy [86] znajdzie czytelnik opis metody wyznaczania transmitancji i imitancji układów elektronicznych, zawierających idealne wzmacniacze operacyjne. Przykłady jej zastosowania znajdują się w publikacjach [31, 88, 89]. W niniejszym rozdziale zostanie naszkicowana istota metody, obejmująca wzmacniacze o dwóch wejściach i niesymetrycznym wyjściu (rys. 2.2). Na nich bowiem oparta została w niniejszej pracy synteza układów generacyjnych. Układ z rysunku 2.2 można opisać następującym układem równań:

$$\underline{I} = \underline{G}_w \underline{U} \tag{2.2}$$

gdzie:

$$\underline{I} = \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix}; \quad \underline{U} = \begin{bmatrix} U_{II} \\ U_{NI} \\ U_{OUT} \end{bmatrix}; \quad \underline{G}_w = \begin{bmatrix} g_i & -g_i & \\ -g_i & g_i & \\ g_m & -g_m & g_o \end{bmatrix}$$

Równanie (2.2) uzyskano z układu równań (2.1) podstawiając za $U_{OUT(N)} = 0$ oraz wykreślając z równania (2.1) prąd I_4, bowiem strukturę z rysunku 2.2 otrzymuje się przez dołączenie zacisku OUT(N) wzmacniacza z rysunku 2.1 do potencjału odniesienia. Załóżmy obecnie, że analizowany układ elektroniczny posiada n węzłów niezależnych oprócz węzła odniesienia. W skład tego układu wchodzi również s rzeczywistych wzmacniaczy operacyjnych opisanych równaniami (2.2). Oznaczmy przez $\underline{Y}_c$ macierz admitancyjną węzłową układu. Ma ona rozmiary nxn i zawiera admitancje elementów pasywnych i parametry admitancyjne wzmacniaczy operacyjnych. Rozłóżmy macierz $\underline{Y}_c$ na dwie macierze

$$\underline{Y}_c = \underline{Y} + \underline{G}_m \tag{2.3}$$

gdzie:

$\underline{Y}$ - macierz zawierająca wszystkie admitancje układu elektronicznego z wyjątkiem parametrów g_m wzmacniaczy operacyjnych. Za [100] będziemy ją nazywali macierzą "stowarzyszoną",

$\underline{G}_m$ - macierz o rozmiarach macierzy $\underline{Y}$ składającą się wyłącznie z parametrów g_m wzmacniaczy operacyjnych. Ma ona następującą postać:

$$\underline{G}_m = \begin{array}{c} \\ p_1 \\ \\ p_s \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} k_1 & l_1 & k_s & l_s \end{array} \\ \left[\begin{array}{cc|cc} g_m & -g_m & & \\ \hline & & g_m & -g_m \end{array}\right] \end{array} \tag{2.4}$$

Przy pisaniu macierzy $\underline{G}_m$ założono, że odpowiednie zaciski II, NI, OUT wzmacniacza z rysunku 2.2 łączą się odpowiednio z zaciskami k_i, l_i, p_i układu elektronicznego, gdzie $i = 1,2,\ldots,s$. Dodatkowo założono, że wzmacniacze mają jednakowe admitancje przejściowe g_m. Przyjęcie różnych g_m komplikuje tylko formę zapisu w trakcie rozważań pośrednich, nie wnosząc nic istotnego do ostatecznego rezultatu. Ko-

rzystając z twierdzenia o wyznaczniku z sumy dwóch macierzy (wyprowadzenia szczegółowe w pracy [86] (otrzymujemy następujący wzór na wyznacznik z macierzy $\underline{Y}_c$.

$$\det\left[\underline{Y}_c\right] = \sum_{i=0}^{s} g_m^i \Delta C^i_{p_1(k_1+l_1),p_2(k_2+l_2),\ldots,p_s(k_s+l_s)} \tag{2.5}$$

gdzie:

$C^i_{p_1(k_1+l_1),p_2(k_2+l_2),\ldots,p_s(k_s+l_s)}$ - oznacza wszystkie możliwe kombinacje po "i" wskaźników $p_1(k_1+l_1),p_2(k_2+l_2),\ldots,p_i(k_i+l_i)$ tworzących dopełnienia algebraiczne w sumie (2.5).

Dopełnienia algebraiczne tworzące sumę (2.5) są dopełnieniami obliczanymi z macierzy $\underline{Y}$, a więc z macierzy stowarzyszonej z macierzą $\underline{Y}_c$.

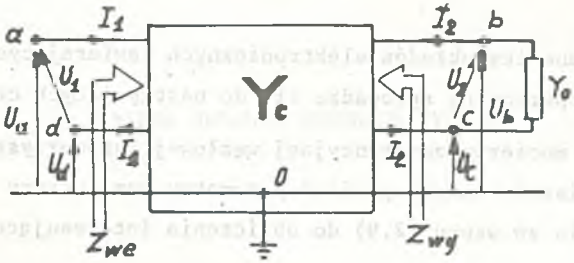
Podobnie można obliczyć dowolne sumaryczne dopełnienie algebraiczne z macierzy $\underline{Y}_c$. Jeżeli przez

$$\Delta_v = \Delta_{(a_1+d_1)(b_1+c_1),(a_2+d_2)(b_2+c_2),\ldots,(a_v+d_v)(b_v+c_v)} \tag{2.6}$$

oznaczymy sumaryczne dopełnienie algebraiczne z macierzy $\underline{Y}_c$, to jego wartość możemy obliczyć zgodnie z zależnością:

$$\Delta_v = \sum_{i=0}^{s} g_m^i \Delta_v\, C^i_{p_1(k_1+l_1),p_2(k_2+l_2),\ldots,p_s(k_s+l_s)} \tag{2.7}$$

Dowód jest podobny jak dla $\det\left[\underline{Y}_c\right]$ z tą różnicą, że mamy tu do czynienia z podwyznacznikiem o rozmiarach (n-v) x (n-v). Na rysunku 2.3 przedstawiono układ elektroniczny sprowadzony do czwórnika. Głównym zadaniem analizy jest wyznaczenie dla tej struktury odpowiednich transmitancji, admitancji i imitancji. Często wielkości te noszą nazwę funkcji układowych. Jak wykazano w pracach [29, 86, 88, 123, 133, 134],



Rys. 2.3. Układ elektroniczny jako czwórnik

Fig. 2.3. Electronic system as a four-pole network

każda z tych zależności może być obliczona z wyrażenia, które ma postać ilorazu

$$T = \frac{L}{M} \tag{2.8}$$

Zarówno licznik L, jak i mianownik M wyrażenia (2.8) - to liniowe kombinacje, w skład których wchodzą dopełnienia algebraiczne i wyznacznik z macierzy $\underline{Y}_c$. Ich wartości, w przypadku kiedy wzmacniacze operacyjne są idealne, obliczymy z zależności (2.5 i 2.7) dla $g_m \to \infty$. Wówczas zarówno licznik, jak i mianownik wyrażenia (2.8) jest nieokreślony, ale istnieje transmitancja T, która jako granica przy $g_m \to \infty$ może być obliczona z następującej zależności:

$$T = \lim_{g_m \to \infty} \frac{L}{M} = \frac{{}^{L}p_1(k_1+l_1),p_2(k_2+l_2),\ldots,p_s(k_s+l_s)}{{}^{M}p_1(k_1+l_1),p_2(k_2+l_2),\ldots,p_s(k_s+l_s)} \tag{2.9}$$

gdzie:

${}^{L}p_1(k_1+l_1),p_2(k_2+l_2),\ldots,p_s(k_s+l_s)$,

${}^{M}p_1(k_1+l_1),p_2(k_2+l_2),\ldots,p_s(k_s+l_s)$ - to symboliczna forma zapisu, która oznacza, że wszystkim dopełnieniom algebraicznym i wyznacznikowi licznika i mianownika w wyrażeniu (2.8) należy dopisać ciąg wskaźników o postaci $p_1(k_1+l_1),p_2(k_2+l_2),\ldots,p_s(k_s+l_s)$.

Tak więc analiza układów elektronicznych zawierających idealne wzmacniacze operacyjne sprowadza się do następujących czynności:

- utworzenia macierzy admitancyjnej węzłowej (stowarzyszonej) układu. Przy jej pisaniu należy pominąć parametry wzmacniaczy operacyjnych,
- skorzystania ze wzoru (2.9) do obliczenia interesującej nas funkcji układowej.

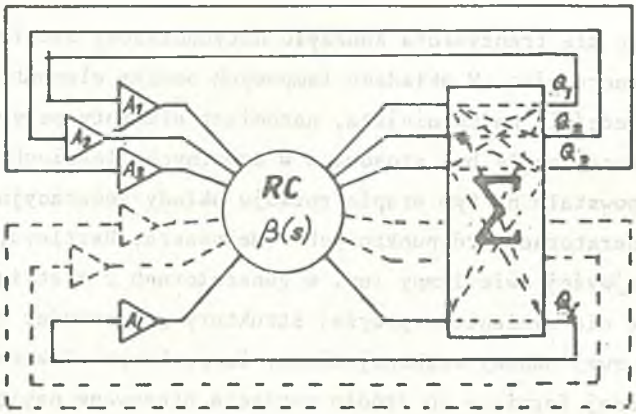
3. SYNTEZA UKŁADÓW GENERACYJNYCH RC

3.1. Wstęp

Pojawienie się tranzystora zburzyło dotychczasowy ustalony pogląd na układy generacyjne. W układach lampowych bowiem element aktywny (lampa) był częścią najcenniejszą, natomiast elementy pasywne, jako znacznie tańsze, mogły być stosowane w dowolnych ilościach. To spowodowało, że powstałe na tym etapie rozwoju układy generacyjne zawierały jedną (w generatorach trójpunktowych - Meissnera, Hartleya, Colpittsa itp.) lub najwyżej dwie lampy (np. w generatorach z mostkiem Wiena). Zresztą inne nie wymienione powyżej struktury generacyjne również nie wymagały do swej budowy większej liczby lamp. Lampa elektronowa w swej wyidealizowanej formie - to źródło napięcia sterowane napięciem. Tranzystor bipolarny natomiast reprezentuje raczej źródło prądu sterowane prądem. Z tego powodu pierwsze próby powielenia układów lampowych nastręczały pewnych kłopotów. W 1956 roku D.E. Hooper i A.E. Jackets po raz pierwszy zastosowali do budowy tranzystorowego układu generacyjnego nowy obwód RC z przesuwnikiem prądu, a nie napięcia [59]. Pewien uporządkowany sposób przejścia z układów lampowych na tranzystorowe można znaleźć w pracach T. Zagajewskiego [159, 160, 163, 165, 170]. Korzystając z zasady dwoistości przedstawił proste sposoby tworzenia struktur tranzystorowych, o ile znana jest struktura lampowa. Zresztą prace te poszły dalej, wykazano w nich, że o ile tylko czwórniki sprzężenia zwrotnego są dwoiste, to układy tranzystorowe mają identyczne własności z układami lampowymi, również z punktu widzenia zniekształceń nieliniowych.

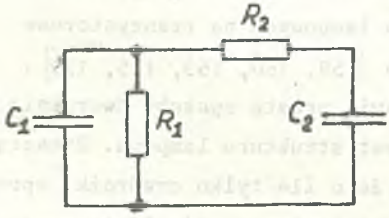
Przełomowym momentem w syntezie układów generacyjnych było pojawienie się taniego wzmacniacza operacyjnego scalonego. Po raz pierwszy pojawiły się masowo struktury, które nie mają swoich odpowiedników lampowych. Poszukiwania szły w kierunku układów generacyjnych, w któ-

rych można przestrajać częstotliwość drgań układu generacyjnego zmianą dowolnego parametru (elementu pasywnego lub poprzez regulację wzmocnienia wzmacniacza) nie wpływając na warunek amplitudy. Natomiast inne elementy układu zapewniałyby spełnienie warunku amplitudy, nie wpływając na częstotliwość.



Rys. 3.1. Schemat wyjaśniający istotę syntezy układów generacyjnych

Fig. 3.1. Diagram explaining the idea of generation systems design



Rys. 3.2. Minimalna postać sieci RC drugiego rzędu

Fig. 3.2. Minimal form of RC network of the second order

W literaturze [8, 17, 50, 60, 62, 68, 73, 126, 128, 130, 144, 151, 152, 153, 154, 174] zostały przedstawione metody syntezy, dające układy generacyjne, w których możliwe jest przestrajanie częstotliwości bez interakcji. Wszystkie te metody syntezy mają pewną wspólną cechę, którą ilustruje schemat z rysunku 3.1. Sieć pasywna RC reprezentowana przez wielownik $\beta(s)$ jest pobudzana ze źródeł napięciowych lub prądowych sterowanych napięciem lub prądem, a reprezentowanych przez wzmacniacze A_i. Równocześnie napięcia

(ale często i prądy gałęziowe) węzłowe sieci pasywnej są sumowane w dowolny sposób, a wypracowane sygnały Q_i pobudzają wzmacniacze. Najprostszą, a jednocześnie najczęściej stosowaną strukturą sieci RC realizującą obwody drugiego rzędu jest sieć z rysunku 3.2. Sieci tej nie można zminimalizować, pod warunkiem, że ma to być obwód realizujący funkcję drugiego rzędu zmiennej zespolonej s. W literaturze można znaleźć kilkadziesiąt struktur generacyjnych, zrealizowanych przy oparciu się na tym prostym układzie RC. Do jego realizacji wystarczy użycie tylko dwóch kondensatorów. Jest to niewątpliwie zaleta, bowiem w technice scalonej wykonanie kondensatora o określonej wartości i tolerancji jest bardzo trudne. Rozproszenie czwórnika RC po układach aktywnych zaowocowało dodatkowo innymi układami. Warto zauważyć, że wiele z tych struktur generacyjnych można uzyskać z zasady dwoistości. Gdyby zadano sobie trudu i skorzystano z tej zasady, to wydaje się, że rzeczywiście różnych układów pozostałoby kilkanaście.

W niniejszej pracy zostanie przedstawiona synteza układów generacyjnych RC, zrealizowanych na idealnych wzmacniaczach operacyjnych. Do ich budowy wykorzysta się s wzmacniaczy, dwa kondensatory oraz dowolną liczbę rezystancji. Wiadomo bowiem, że każde ze źródeł sterowanych może być zrealizowane za pomocą wzmacniaczy operacyjnych i skończonej liczby rezystorów.

3.2. Synteza układów generacyjnych RC zawierających idealne wzmacniacze operacyjne

3.2.1. Macierz okrojona

Klasę układów generacyjnych, które będziemy starali się uzyskać w wyniku syntezy, ograniczymy do struktur, w skład których wchodzą elementy RC i idealne wzmacniacze operacyjne. Istota syntezy oparta jest na dwóch twierdzeniach.

Twierdzenie 3.1

Określonej macierzy admitancyjnej węzłowej $\underline{Y}_c$ odpowiada tylko jedna struktura układowa. Twierdzenie odwrotne jest również prawdziwe [88, 123, 133, 135].

Twierdzenie 3.2

Warunkiem powstania drgań w układzie generacyjnym, do budowy którego użyto s wzmacniaczy operacyjnych idealnych, jest spełnienie równania:

$$\Delta_{p_1(k_1+l_1),p_2(k_2+l_2),\ldots,p_s(k_s+l_s)} = 0 \tag{3.1}$$

przy czym dopełnienie algebraiczne (3.1) należy wyznaczyć z macierzy stowarzyszonej $\underline{Y}$ z macierzą $\underline{Y}_c$.

Dowód

Zastosowanie teorii liniowej do analizy generatorów napięć sinusoidalnych pozwala określić warunki, których spełnienie umożliwia powstanie drgań w układzie. Można to uzyskać przez przyrównanie wyznacznika z macierzy $\underline{Y}_c$ do zera [5, 11, 17, 115, 133, 172]

$$\det\left[\underline{Y}_c\right] = 0 \tag{3.2}$$

Ponieważ zajmujemy się układami, w których zastosowano idealne wzmacniacze operacyjne, więc wartość tego wyznacznika obliczymy z równania (2.5) dla $g_m \to \infty$. W tym celu podstawimy zależność (2.5) do równania (3.2) i podzielimy obie strony równania przez g_m^s. Przechodząc z tym wyrażeniem do granicy, łatwo wykazać, że:

$$\lim_{g_m \to \infty} \sum_{i=0}^{s} g_m^{i-s} \Delta_{C^i_{p_1(k_1+l_1),p_2(k_2+l_2),\ldots,p_s(k_s+l_s)}} = 0 \tag{3.3}$$

gdy

$$\Delta_{p_1(k_1+l_1),p_2(k_2+l_2),\ldots,p_s(k_s-l_s)} = 0 \tag{3.4}$$

gdzie:

$p_1,p_2,\ldots,p_s$ – są to numery węzłów układu generacyjnego, do których podłączone są zaciski wyjściowe wzmacniaczy operacyjnych idealnych,

$k_1,k_2,\ldots,k_s$; $l_1,l_2,\ldots,l_s$ – są to numery węzłów układu generacyjnego, do których podłączone są wejścia odwracające II oraz nieodwracające NI fazę napięcia wejściowego, kolejnych wzmacniaczy operacyjnych idealnych.

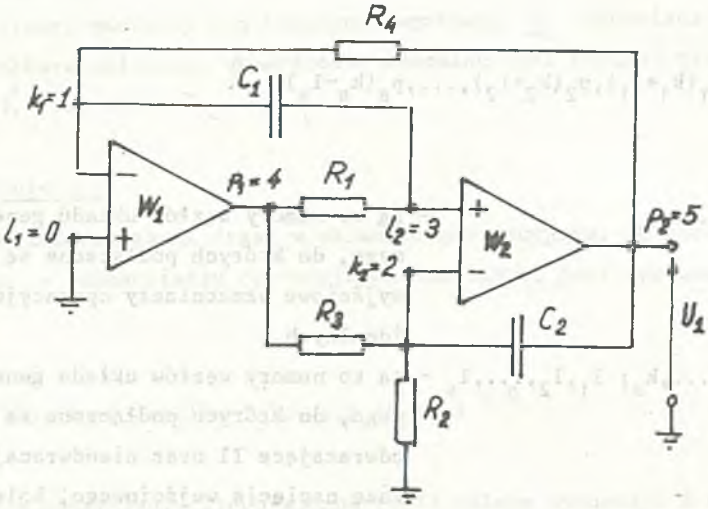
Do dalszych rozważań założymy, że układ generacyjny posiada n węzłów niezależnych oprócz węzła "0", uważanego za węzeł odniesienia. Macierz admitancyjna stowarzyszona $\underline{Y}$ jest zatem macierzą oznaczoną kwadratową o rozmiarach n x n. Przyjęto również, że w skład układu generacyjnego wchodzi s wzmacniaczy operacyjnych idealnych, dla których wprowadzono umowną numerację zacisków:

- pierwsze s numerów układu generacyjnego przypisujemy wejściom odwracającym fazę II lub tym wejściom nieodwracającym NI, których wejścia odwracające fazę są połączone z węzłem odniesienia,
- ostatnie s numerów układu generacyjnego przypisujemy wyjściom wzmacniaczy operacyjnych w porządku, w jakim opisano ich wejścia odwracające fazę.

Przed przystąpieniem do prezentacji algorytmu syntezy rozpatrzymy przykład, który zilustruje istotę pomysłu, na którym oparto syntezę układów generacyjnych.

Przykład 3.1

Na rysunku 3.3 przedstawiony jest schemat ideowy jednego z najciekawszych generatorów napięcia sinusoidalnego, uzyskany w wyniku synte-



Rys. 3.3. Generator napięcia sinusoidalnego

Fig. 3.3. Sinusoidal oscillator

zy prowadzonej w niniejszej pracy. Macierz admitancyjna węzłowa stowarzyszona $\underline{Y}$, układu z rysunku 3.3, pozbawiona parametrów wzmacniaczy operacyjnych ma postać:

$$\underline{Y} = \begin{array}{c|ccccc} & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ \hline 1 & G_4+j\omega C_1 & & -j\omega C_1 & & -G_4 \\ 2 & & G_2+G_3+j\omega C_2 & & -G_3 & -j\omega C_2 \\ 3 & -j\omega C_1 & & G_1+j\omega C_1 & -G_1 & \\ 4 & & -G_3 & -G_1 & G_1+G_3 & \\ 5 & -G_4 & -j\omega C_2 & & & G_4+j\omega C_2 \end{array} \tag{3.5}$$

Węzły układu generacyjnego ponumerowane zostały zgodnie z wcześniejszą umową. W związku z tym ostateczna postać warunku generacji (3.1) jest następująca:

$$\Delta_{p_1(k_1+l_1),p_2(k_2+l_2)} = \Delta_{41,5(2+3)} = 0 \tag{3.6}$$

Obliczając dopełnienie algebraiczne (3.6) z macierzy $\underline{Y}$ i przyrównując jego część rzeczywistą i urojoną do zera otrzymamy:

$$\Delta_{41,5(2+3)} = (-1)^{\substack{4+5 \\ 1+2 \\ 3}} \begin{vmatrix} -j\omega C_1 & -G_4 \\ G_2+G_3+j\omega C_2 & -G_3 \quad -j\omega C_2 \\ G_1+j\omega C_1 & -G_1 \end{vmatrix} = 0 \tag{3.7}$$

Warunek amplitudy

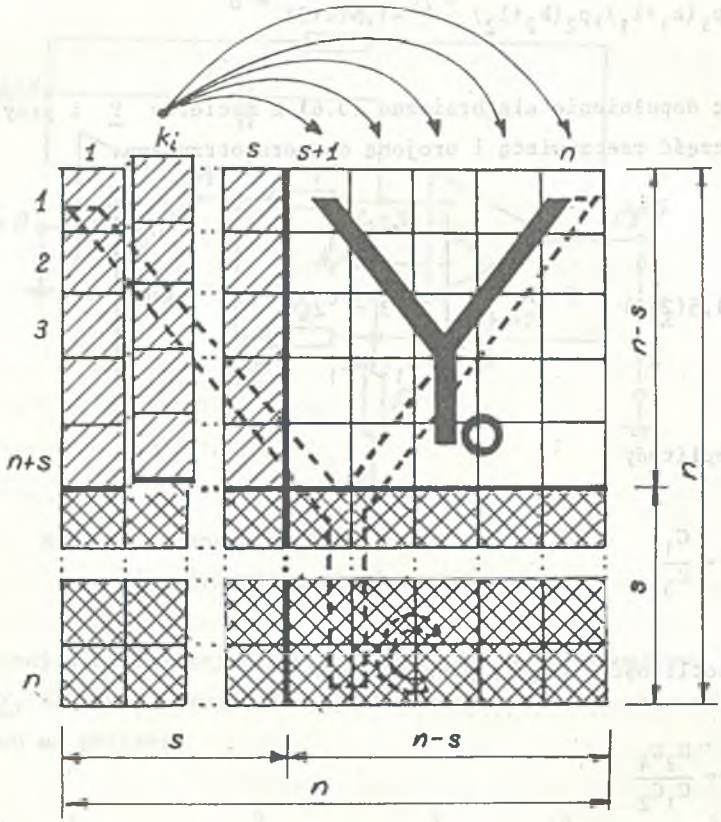
$$\frac{C_1}{C_2} = \frac{G_1}{G_3} \tag{3.8}$$

oraz częstotliwość napięcia generowanego

$$\omega^2 = \frac{G_2 G_4}{C_1 C_2} \tag{3.9}$$

Symbolika przy (-1) świadczy o operacjach, jakie należy wykonać na macierzy (3.5). Wskaźniki u góry (4+5) - to wiersze, które należy wykreślić z macierzy $\underline{Y}$. Natomiast wskaźniki u dołu dotyczą kolumn. $\left.\begin{matrix}1+2\\3\end{matrix}\right)$ mówi nam, że należy skreślić 1 i 2 kolumnę, przy czym skreślenie 2 kolumny może być wykonane dopiero po dodaniu jej elementów do kolumny 3. O znaku dopełnienia algebraicznego decyduje suma wskaźników skreślonych wierszy i kolumn oraz liczba inwersji, jaką należy wykonać na każdej z tych grup wskaźników z osobna, aby tworzyły one ciągi rosnące.

Sama forma tworzenia macierzy $\underline{Y}_c$ jest oczywista. Zgodnie z twierdzeniem 3.2, o własnościach układu generacyjnego decyduje tylko fragment tej macierzy, część niezakreskowana na rysunku 3.4. Podmacierz



Rys. 3.4. Macierz okrojona

Fig. 3.4. Cut-off matrix

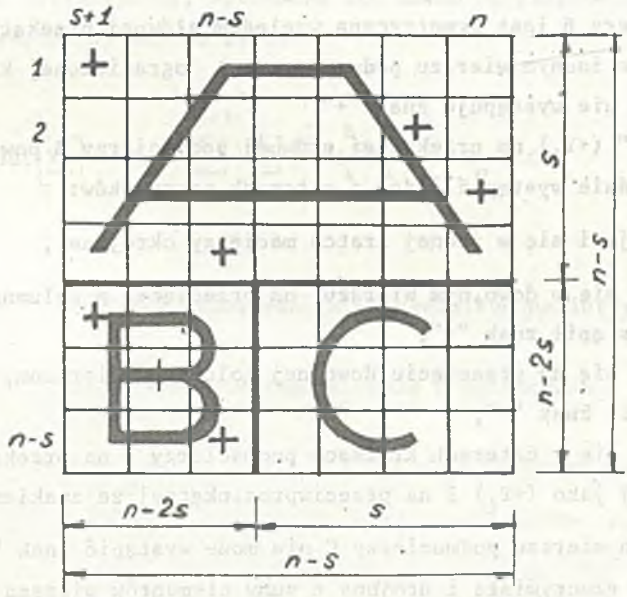
ta ma rozmiary (n-s) x (n-s) i będzie w dalszej części pracy nazywana macierzą okrojoną $\underline{Y}_o$. Bezpowrotnie odrzucana jest część dolna, zakreskowana o rozmiarach n x s. Dzięki tej operacji każda admitancja, która znajdzie się w tej podmacierzy, nie wejdzie do warunków powstania drgań. Nieco inaczej przedstawia się sprawa z częścią znajdującą się po lewej stronie macierzy $\underline{Y}$ o rozmiarach s x (n-s). Elementy każdej kolumny tej części macierzy $\underline{Y}$ mogą zostać przepisane do macierzy okrojonej. Fakt ten występuje wówczas, gdy wejście nieod-

wracające l_i i-tego wzmacniacza podłączymy do dowolnego z węzłów układu z wyjątkiem węzła k_i. Do niego bowiem, zgodnie z założeniem, podłączony jest zacisk odwracający fazę. Operacja przepisania zawartości kolumny k_i do l_i stanowi, że w każdym wierszu macierzy okrojonej, ale tylko w skład jednego jej elementu, może wchodzić admitancja dodatnia.

3.2.2. Postać znakowa macierzy okrojonej

Definicja 3.1

Postacią znakową macierzy okrojonej będziemy nazywali macierz utworzoną z macierzy okrojonej układu przez wpisanie w odpowiednie jej



Rys. 3.5. Macierz okrojona - rozmiary i podział na podmacierze A, B, C

Fig. 3.5. Cut-off matrix-dimensions and division into submatrices A, B, C

kratki znaku "+", gdy przynajmniej jedna admitancja (konduktancja lub admitancja pojemnościowa) w kratce ma znak dodatni, lub pozostawienie

kratki pustej, gdy suma admitancji w kratce jest mniejsza lub równa zeru.

Ogólną postać znakową macierzy okrojonej przedstawiono na rysunku 3.5. Można ją podzielić na trzy charakterystyczne podmacierze A, B, C. Możliwość pojawienia się "+" w dowolnej kratce macierzy okrojonej jest niezwykle istotna. Pozwala to w efekcie zmieniać znak przynajmniej jednego wyrazu w sumie składającej się na ostateczną wartość wyznacznika lub dopełnienia algebraicznego. Niezwykle istotne są również pozostałe cechy macierzy okrojonej, które zebrano poniżej.

3.2.3. Własności macierzy okrojonej

1. W każdym wierszu części A podmacierzy okrojonej może wystąpić tylko jeden znak "+".

2. Podmacierz B jest symetryczna względem głównej przekątnej tylko wówczas, gdy w żadnym wierszu podmacierzy A ograniczonej kolumnami od s+1 do n-s nie występuje znak "+".

3. Znak "+" ($+Y_i$) na przekątnej głównej podmacierzy B powoduje, że musi równocześnie wystąpić jeden z czterech przypadków:

($-Y_i$) nie pojawi się w żadnej kratce macierzy okrojonej,

($-Y_i$) pojawi się w dowolnym wierszu, na przecięciu z kolumną, w której wystąpił znak "+",

($-Y_i$) pojawi się na przecięciu dowolnej kolumny z wierszem, w którym wystąpił znak "+",

(Y_i) pojawi się w czterech kratkach podmacierzy B na przekątnej głównej jako ($+Y_i$) i na przeciwprostokątnej ze znakiem ($-Y_i$).

4. W żadnym wierszu podmacierzy C nie może wystąpić znak "+".

5. Części, rzeczywista i urojona z sumy elementów wiersza, w którym wystąpił znak "+", są większe lub równe zeru.

6. Rzeczywista i urojona część z sumy elementów wiersza, w którym znak "+" nie występuje, są mniejsze lub równe zeru.

7. Rzeczywista i urojona część z sumy elementów kolumny, w której występuje znak "+", są większe lub równe zeru.

8. Rzeczywista i urojona część z sumy elementów kolumny, w której nie występuje znak "+", są mniejsze lub równe zeru.

Macierz okrojona jest macierzą zespoloną. Rozłóżmy ją na część rzeczywistą $\underline{G}_o$ i urojoną $\underline{B}_o$ według zależności

$$\underline{Y}_o = \underline{G}_o + j\underline{B}_o \tag{3.10}$$

Wyznacznik z macierzy $\underline{G}_o$ (det $\underline{G}_o = G_o$) zawiera więc tylko elementy rzeczywiste (konduktancje) układu generacyjnego. Natomiast na wyznacznik z macierzy $\underline{B}_o$ (det $\underline{B}_o = B_o$) składają się admitancje pojemnościowe. Podstawą syntezy są twierdzenia 3.1 i 3.2. Zależność (3.1) będąca warunkiem powstania drgań w układzie generacyjnym z idealnymi wzmacniaczami operacyjnymi, sprowadza się zatem do przyrównania wyznacznika z macierzy okrojonej do zera.

$$\det\left[\underline{Y}_o\right] = G_o + \sum_{i=1}^{n-1} \sum j^i M_i^{B_o} A_i^{G_o} + B_o = 0 \tag{3.11}$$

gdzie:

G_o, B_o - wartości odpowiednich wyznaczników macierzy $\underline{G}_o$ i $\underline{B}_o$,

$M_i^{B_o}$ - jest minorem i-tego stopnia z wyznacznika B_o,

$A_i^{G_o}$ - i-te dopełnienie algebraiczne obliczone z wyznacznika G_o.

W wyrażeniu (3.11) i-te dopełnienie algebraiczne $A_i^{G_o}$ w iloczynie $M_i^{B_o} A_i^{G_o}$ jest mnożone przez odpowiadający mu minor $M_i^{B_o}$ obliczony z wyznacznika B_o. Obecnie założymy, że syntezie będą podlegały wszystkie te generatory, które można opisać równaniami różniczkowymi drugiego rzędu. W związku z tym różne od zera są tylko minory pierwszego i drugiego stopnia. Równanie (3.11) po przyrównaniu części urojonej i rzeczywistej do zera przyjmie postać:

$$\sum M_1^{B_o} A_1^{G_o} = 0 \quad \text{warunek amplitudy} \tag{3.12a}$$

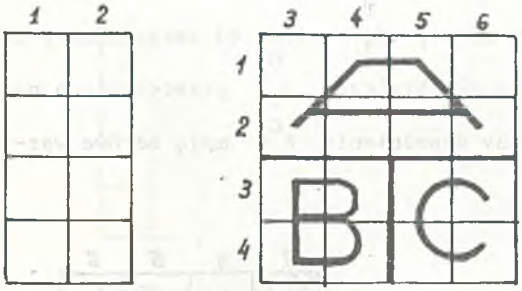
$$G_o - \sum M_2^{B_o} A_2^{G_o} + B_o = 0 \quad \text{warunek fazy} \tag{3.12b}$$

Są to ostateczne wzory, na których opiera się algorytm syntezy układów generacyjnych. W celu zapewnienia większej przejrzystości algorytmowi syntezy, równolegle zostanie omówiony przykład ilustrujący metodę. Synteza obejmuje struktury układowe, w skład których wchodzą dwa kondensatory oraz dowolna liczba rezystancji. O rozmiarach przyszłego układu generacyjnego, jak również o rozmiarach macierzy $\underline{Y}_c$ decyduje przyjęta na początku syntezy liczba węzłów niezależnych n. Natomiast o rozmiarach macierzy okrojonej, obok n, decydującą rolę odgrywa liczba idealnych wzmacniaczy operacyjnych s. Zarówno wybór jednej, jak i drugiej wielkości jest dowolny. Należy tylko pamiętać, że musi być spełniona nierówność $n > s$, aby układ można było zrealizować fizycznie.

3.2.4. Algorytm syntezy

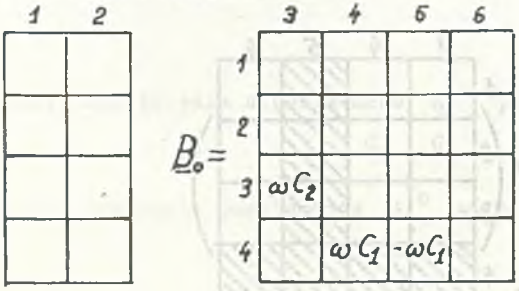
A. <u>Ustalenie rozmiarów macierzy okrojonej</u>

Jak to już wcześniej ustalono, o rozmiarach macierzy okrojonej decyduje liczba węzłów poszukiwanego generatora n. Wybieramy dowolną liczbę n ze zbioru liczb całkowitych dodatnich (np. $n = 6$). Następną sprawą jest podjęcie decyzji o liczbie idealnych wzmacniaczy operacyjnych s, które wspólnie z pozostałymi elementami będą tworzyć układ generatora. W rozpatrywanym przykładzie przyjęto $s = 2$. Tak więc rozmiary macierzy okrojonej wynoszą 4×4 $(n-s=4)$. Na rysunku 3.6 przedstawiono poszukiwaną macierz okrojoną i zaznaczono na niej podmacierze A, B. C. Obok macierzy okrojonej narysowane są dwie kolumny macierzy $\underline{Y}$. Ich liczba jest zgodna z liczbą wzmacniaczy s. Każda z tych kolumn zostanie ostatecznie skreślona. Wcześniej jednak należy podjąć decyzję, czy zawartość ich będzie przepisana, a jeżeli tak, to gdzie.



Rys. 3.6. Macierz okrojona o rozmiarach 4 x 4 i zerowych elementach

Fig. 3.6. Cut-off matrix of 4 x 4 dimension with zero-elements



Rys. 3.7. Macierz okrojona po wpisaniu admitancji pojemnościowych. Część urojona macierzy okrojonej $\underline{B}_o$

Fig. 3.7. Cut-off matrix with capacity admitances. Imaginary part of cut-off matrix $\underline{B}_o$

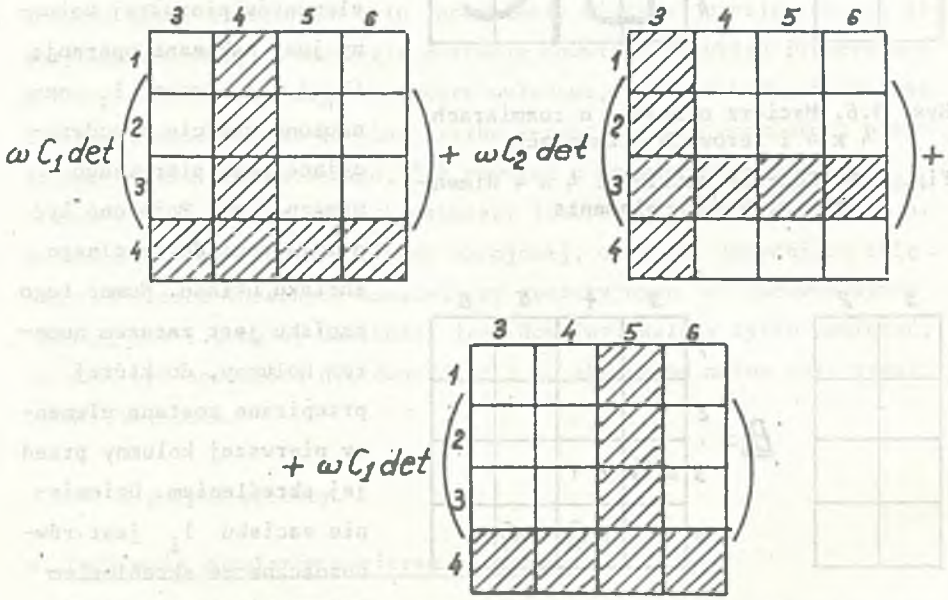
Zgodnie z przyjętą umową, węzeł 1 układu generacyjnego jest podłączony do wejścia odwracającego fazę pierwszego wzmacniacza ($k_1 = 1$) itd. Przepisanie elementów pierwszej kolumny jest nakazane operacją ($k_1 + 1_1$). Przez 1_1 oznaczono wejście nieodwracające fazę pierwszego wzmacniacza. Może ono być przyłączone do dowolnego zacisku układu. Numer tego zacisku jest zarazem numerem kolumny, do której przepisane zostaną elementy pierwszej kolumny przed jej skreśleniem. Uziemienie zacisku 1_i jest równoznaczne ze skreśleniem kolumny i-tej bez jej przepisywania.

B. Utworzenie macierzy $\underline{B}_o$

Macierz $\underline{B}_o$ tworzą admitancje pojemnościowe. Wcześniej już ustalono, że będą to generatory, w skład których wchodzą dwa kondensatory (C_1 i C_2). Ich admitancje należy wpisać do macierzy okrojonej z rysunku 3.6 w dowolne jej miejsce, ale zgodnie z jej własnościami i postacią znakową. Przykładowe rozmieszczenie admitancji pojemnościowych może być takie, jak na rysunku 3.7.

C. Realizacja równania (2.12a)

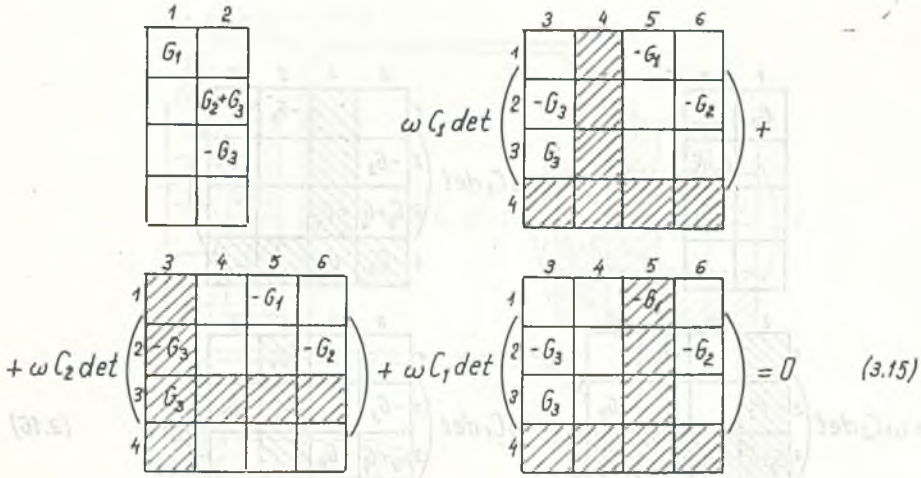
W macierzy $\underline{B}_o$ istnieją trzy minory $M_1^{B_o}$ różne od zera. Minory te oraz odpowiadające im dopełnienia algebraiczne $A_1^{G_o}$ przedstawiono na rysunku 3.8. Na tym etapie syntezy dopełnienia $A_1^{G_o}$ mają zerowe war-



Rys. 3.8. Realizacja równania (3.12a). Dopełnienia algebraiczne $A_1^{G_o}$ o zerowych elementach

Fig. 3.8. Realization of equation (3.12a). Algebraic complements $A_1^{G_o}$ with zero elements

tości elementów. Na początku bowiem nie dokonano wyboru konduktancji (rezystancji). Elementy dopełnień algebraicznych $A_1^{G_o}$ możemy dobierać dowolnie, ale zgodnie z postacią znakową i własnościami macierzy okrojonej. Jedną z propozycji przedstawiono na rysunku 3.9. Wybrano trzy konduktancje (G_1, G_2, G_3), które wpisano do odpowiednich podmacierzy (dopełnień algebraicznych $A_1^{G_o}$). Zależność (3.15), którą poglądowo



Rys. 3.9. Dopełnienia algebraiczne $A_1^{G_o}$ po wpisaniu konduktancji G_1, G_2 i G_3

Fig. 3.9. Algebraic complements $A_1^{G_o}$ with conductancies G_1, G_2 and G_3 put in

przedstawiono na rysunku 3.9, jest pierwszą propozycją spełnienia równania (3.12a). Z rysunku 3.9 wynika, że tylko pierwsze dopełnienie jest różne od zera, w związku z tym równanie (3.15) nie może być spełnione. Spróbujmy zatem uzupełnić macierze z rysunku 3.9 o czwartą konduktancję (G_4), tak jak to zaznaczono na rysunku 3.10. Rozwiązując równanie (3.16), zapisane poglądowo na rysunku 3.10, otrzymujemy:

$$\omega C_1 \left[(G_3 + G_4)G_1G_2\right] + \omega C_2 G_1 G_2 G_4 + \omega C_1 0 = 0 \qquad (3.17)$$

Równanie (3.17) nie może być spełnione dla rzeczywistych (dodatnich) konduktancji (rezystancji). Warto w tym miejscu zwrócić uwagę na fakt, że mamy jeszcze w odwodzie kolejne stopnie swobody. W pierwszej

$$\begin{array}{c|cc} & 1 & 2 \\ \hline 1 & G_1 & \\ 2 & & G_2+G_3 \\ 3 & & -G_3 \\ 4 & & \end{array}$$

$$\omega C_1 \det \begin{array}{c|cccc} & 3 & 4 & 5 & 6 \\ \hline 1 & & & -G_1 & \\ 2 & -G_3 & & & -G_2 \\ 3 & G_3+G_4 & -G_4 & & \\ 4 & -G_4 & G_4 & & \end{array} +$$

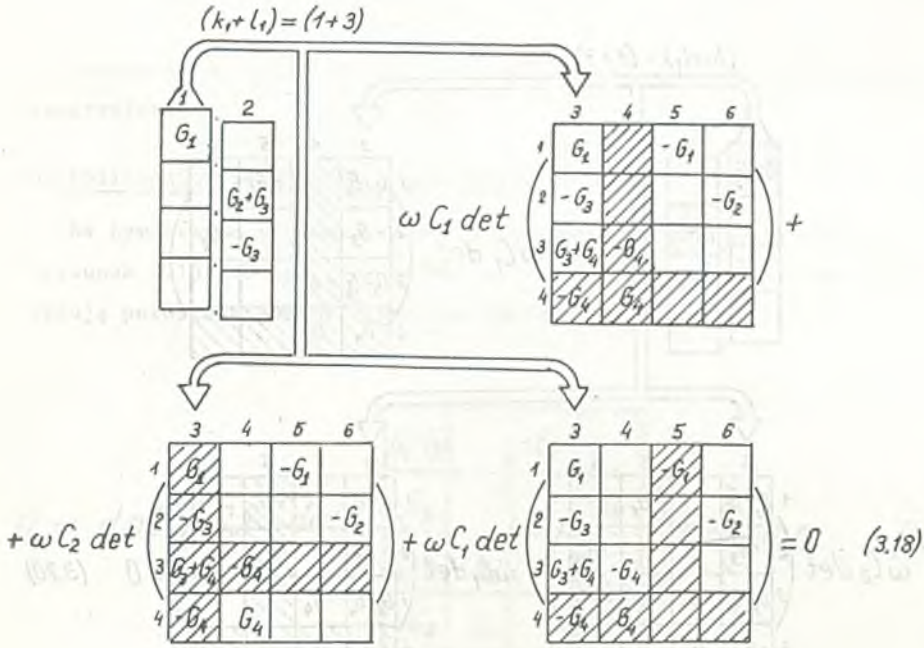
$$+\omega C_2 \det \begin{array}{c|cccc} & 3 & 4 & 5 & 6 \\ \hline 1 & & & -G_1 & \\ 2 & -G_3 & & & -G_2 \\ 3 & G_3+G_4 & -G_4 & & \\ 4 & -G_4 & G_4 & & \end{array} + \omega C_1 \det \begin{array}{c|cccc} & 3 & 4 & 5 & 6 \\ \hline 1 & & & -G_1 & \\ 2 & -G_3 & & & -G_2 \\ 3 & G_3+G_4 & -G_4 & & \\ 4 & -G_4 & G_4 & & \end{array} = 0 \qquad (3.16)$$

Rys. 3.10. Dopełnienia algebraiczne $A_1^{G_o}$ po wpisaniu konduktancji G_1, G_2, G_3 i G_4

Fig. 3.10. Algebraic complements $A_1^{G_o}$ with conductancies G_1, G_2, G_3 and G_4 put in

kolejności wykorzystamy wejścia nieodwracające 1_i wzmacniaczy. Podłączymy wejście 1_1 pierwszego wzmacniacza do węzła 3 układu generacyjnego. Jest to równoznaczne z przepisaniem 1 kolumny do 3, tak jak to przedstawiono na rysunku 3.11. Dzięki temu w kratce, na przecięciu pierwszego wiersza z trzecią kolumną części A macierzy okrojonej, pojawił się raz pierwszy znak "+". Konsekwencją tego będzie zmiana znaku przynajmniej jednego czynnika w równaniu (3.18) przedstawionym poglądowo na rysunku 3.11. Rozwiązując równanie (3.18) otrzymujemy:

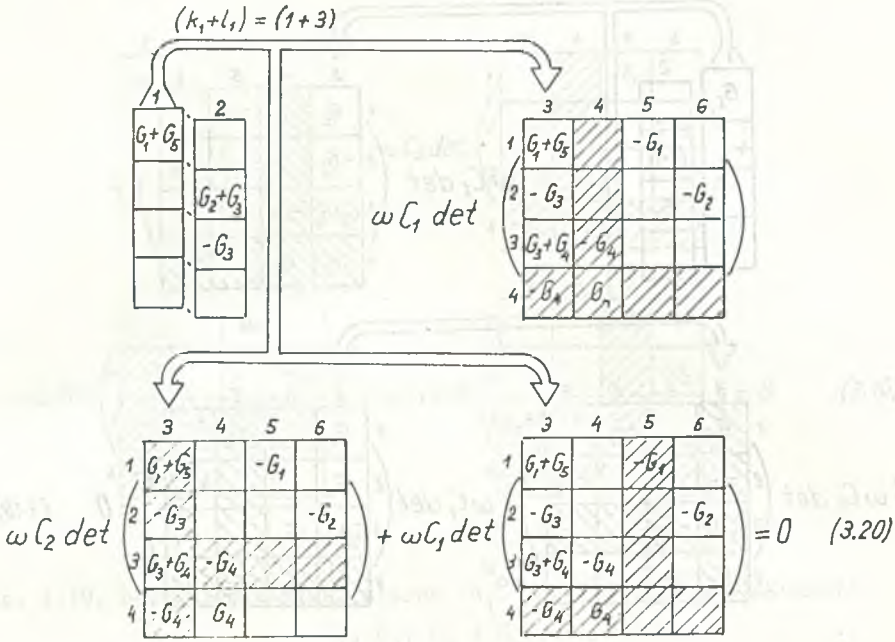
$$\omega C_1 \left[(G_3 + G_4)G_1G_2\right] + \omega C_2 G_1 G_2 G_4 - \omega C_1 G_1 G_2 G_4 = 0 \qquad (3.19)$$



Rys. 3.11. Dopełnienia algebraiczne z rysunku 3.10, po podłączeniu wejścia nieodwracającego fazę (NI_1) wzmacniacza pierwszego do węzła 3 układu generacyjnego

Fig. 3.11. Algebraic complements from fig. 3.10 with the first amplifier non inverting input (NI_1) connected to the third node of RC-oscillating circuits

W równaniu (3.19) pojawił się składnik ujemny ($-C_1G_1G_2G_4$), który jednak redukuje się z innym składnikiem tak, że w dalszym ciągu równanie to nie może być spełnione. Gdyby udało się zmienić wartość tego składnika tak, aby nie ulegał on w całości redukcji, to równanie (3.19) byłoby spełnione. Łatwo to uzyskać, wystarczy do kratki 1,1 macierzy $\underline{Y}$ wpisać G_5. Odpowiada to dołączeniu między węzłem 1



Rys. 3.12. Dopełnienia algebraiczne $A_1^{G_o}$ po uzupełnieniu macierzy z rysunku 3.11 o konduktancję G_5

Fig. 3.12. Algebraic complements $A_1^{G_o}$ with matrix from picture 3.11 complemented by conductance G_5

i węzłem odniesienia rezystora R_5. Nowa postać równania (3.12a), po uzupełnieniu go konduktancją G_5, będzie taka, jak na rysunku 3.12. Po rozwiązaniu i uporządkowaniu równania (3.20), (przedstawionego poglądowo na rysunku 3.12), otrzymujemy ostatecznie:

$$C_1G_1G_3 + C_2G_1G_4 - C_1G_4G_5 = 0 \tag{3.21}$$

Zależność ta może być spełniona przez konduktancje (rezystancje) rzeczywiste.

D. Obliczenie wyznacznika z macierzy $\underline{G}_o$

Na tym etapie syntezy znana jest pierwsza postać macierzy $\underline{G}_o$ (rysunek 3.13). O tym, czy będzie to również postać ostateczna, zadecydują pozostałe punkty algorytmu syntezy.

$$G_o = \det(\underline{G}_o) = \det\begin{pmatrix} G_1+G_3 & & -G_1 & \\ -G_3 & & & -G_2 \\ G_3+G_4 & -G_4 & & \\ -G_4 & G_4 & & \end{pmatrix} = G_1G_2G_3G_4 \tag{3.22}$$

Rys. 3.13. Macierz $\underline{G}_o$

Fig. 3.13. Matric $\underline{G}_o$

E. Wyznaczenie częstotliwości generacji ω

Częstotliwość generacji ω zostanie wyliczona z równania (3.12b). Wartość wyznacznika G_o dana jest zależnością (3.22), (przedstawiona na rysunku 3.13). Wyznacznik z macierzy $\underline{B}_o$ jest równy zeru. Pozostaje wyznaczenie składnika $\sum M_2^{B_o} A_2^{G_o}$. Na rysunku 3.14 zaznaczono zarówno wartości minorów $M_2^{B_o}$, jak i podmacierze reprezentujące dopełnienia algebraiczne $A_2^{G_o}$. Rozwiązując równanie (3.23) otrzymujemy:

$$-\sum M_2^{B_o} A_2^{G_o} = -\omega^2 C_1C_2G_1G_2 \tag{3.24}$$

$$-\sum M_2^U A_2^R = -\omega^2 C_1 C_2 \det \begin{pmatrix} G_1+G_3 & & -G_1 & \\ -G_3 & & & -G_2 \\ G_3+G_4 & -G_4 & & \\ -G_4 & G_4 & & \end{pmatrix} +$$

$$-\omega^2 C_1 C_2 \det \begin{pmatrix} G_1+G_3 & & -G_1 & \\ -G_3 & & & -G_2 \\ G_3+G_4 & -G_4 & & \\ -G_4 & G_4 & & \end{pmatrix} \qquad (3.23)$$

Rys. 3.14. Dopełnienia algebraiczne $A_2^{G_o}$

Fig. 3.14. Algebraic complements $A_2^{G_o}$

Podstawiając (3.24) i (3.22) do (3.12b) otrzymujemy ostatecznie:

$$G_1G_2G_3G_4 - \omega^2 C_1C_2G_1G_2 = 0 \qquad (3.25)$$

z tego

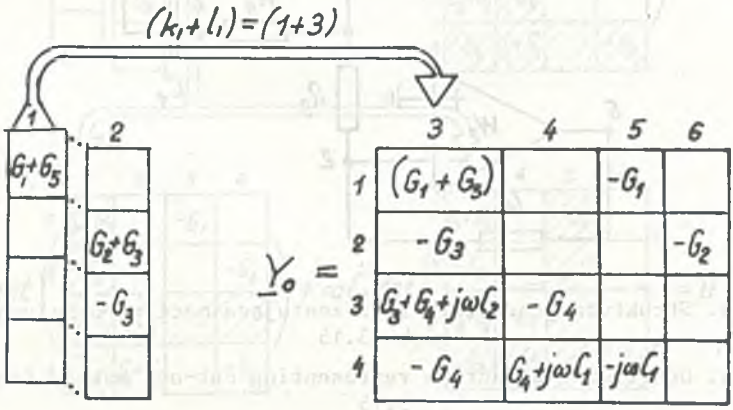
$$\omega^2 = \frac{G_3G_4}{C_1C_2} \qquad (3.26)$$

Równanie (3.26) pozwala wyznaczyć częstotliwość drgań układu generacyjnego. Wartość ta istnieje dla pojemności i rezystancji rzeczywistych. Gdyby otrzymana wartość była $\leqslant 0$, wówczas należałoby uzupełnić macierz $\underline{G}_o$ w taki sposób, aby w równaniu (3.23) co najmniej jeden czynnik zmienił znak. Warto zwrócić uwagę na fakt, że mamy ciągle

jeszcze do dyspozycji dużo niewykorzystanych stopni swobody. Na obecnym etapie jest to z yteczne.

F. Macierz okrojona. Schemat układu generacyjnego

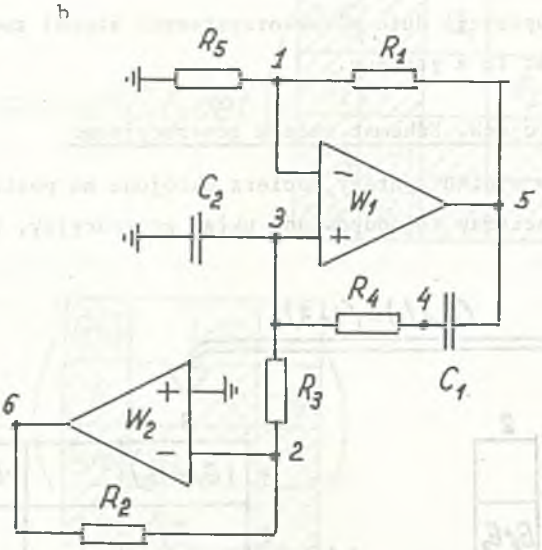
Otrzymana w wyniku syntezy macierz okrojona ma postać jak na rysunku 3.15. Macierzy tej odpowiada układ generacyjny, którego schemat



Rys. 3.15. Macierz okrojona układu generacyjnego uzyskana w wyniku syntezy

Fig. 3.15. Cut-off matrix of generation system, obtained in the design process

ideowy zamieszczono na rysunku 3.16. Generator z rysunku 3.16 przypomina swoją strukturą układ z mostkiem Wiena. Wady i zalety tego układu są doskonale znane. Możemy zadanie syntezy na tym zakończyć, wydaje się jednak, że warto skorzystać z tych stopni swobody, które nie zostały dotychczas wykorzystane. Najprostsze jest dopisanie następnych konduktancji. Można również skorzystać z faktu, że wejście nieodwracające fazę wzmacniacza W_2 (rys. 3.16) jest uziemione. Podłączenie go do dowolnego zacisku układu generacyjnego wpłynie zgodnie z równaniem (3.1) na zmianę macierzy okrojonej. Zdecydowano się na dopisanie kolejnej konduktancji G_6. Po jednej nieudanej próbie umieszczono ją tak,



Rys. 3.16. Struktura generatora reprezentująca macierz okrojoną z rysunku 3.15

Fig. 3.16. Oscillator structure representing cut-off matrix from fig. 3.15

jak to pokazano na rysunku 3.17. Taka zmiana wymaga powtórzenia syntezy od punktu C.

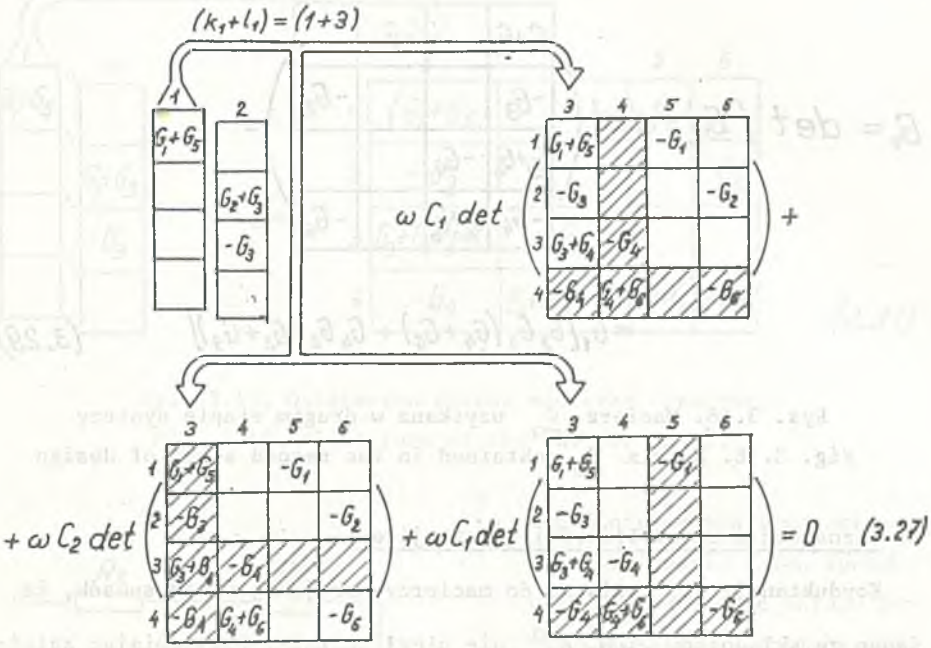
C'. Realizacja równania (3.12a)

Uzupełniona macierz okrojona o element G_6 zmienia postać równania (3.20) w sposób przedstawiony na rysunku 3.17. Rozwiązując równanie (3.27) otrzymujemy po uporządkowaniu:

$$C_1G_1G_3 + C_2G_1(G_4+G_6) - C_1G_4G_5 = 0 \qquad (3.28)$$

D'. Obliczenie wyznacznika z macierzy $\underline{G}_o$

Wprowadzenie G_6 do macierzy okrojonej zmieniło również wartość wyznacznika G_o (rysunek 3.18).



Rys. 3.17. Dopełnienia algebraiczne $A_1^{G_o}$ po wpisaniu G_6. Drugi etap syntezy

Fig. 3.17. Algebraic complementes $A_1^{G_o}$ with G_6. The second stage of design

$$G_o = \det(\underline{G}_o) = \det\begin{pmatrix} G_4+G_5 & & -G_1 & \\ -G_3 & & & -G_2 \\ G_3+G_4 & -G_4 & & \\ -G_4 & G_4+G_6 & & -G_6 \end{pmatrix} =$$

$$= G_1\left[G_2 G_3 (G_4+G_6) + G_4 G_6 (G_2+G_3)\right] \qquad (3.29)$$

Rys. 3.18. Macierz $\underline{G}_o$ uzyskana w drugim etapie syntezy

Fig. 3.18. Matrix $\underline{G}_o$ obtained in the second stage of design

E'. Wyznaczenie częstotliwości generacji ω

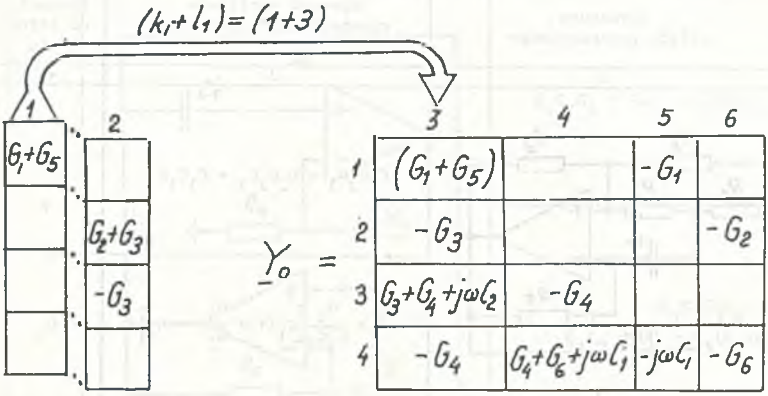
Konduktancję G_6 wpisano do macierzy okrojonej w ten sposób, że żaden ze składników $\sum M_2^{o\,B} A_2^{o\,G}$ nie uległ zmianie. Podstawiając zależność (3.24), (3.27) i (3.28) do (3.12b) otrzymujemy wyrażenie na częstotliwość drgań układu generacyjnego w postaci:

$$\omega^2 = \frac{1}{C_1 C_2}\left[G_3(G_4+G_6) + G_4 G_6 (1 + \frac{G_3}{G_2})\right] \qquad (3.30)$$

Warto w tym miejscu zwrócić uwagę na to, że uzupełniając macierz $\underline{G}_o$ o nowy element, można to zrobić w taki sposób, że całe fragmenty algorytmu syntezy nie ulegną zmianie.

F'. Macierz okrojona. Schemat układu generacyjnego

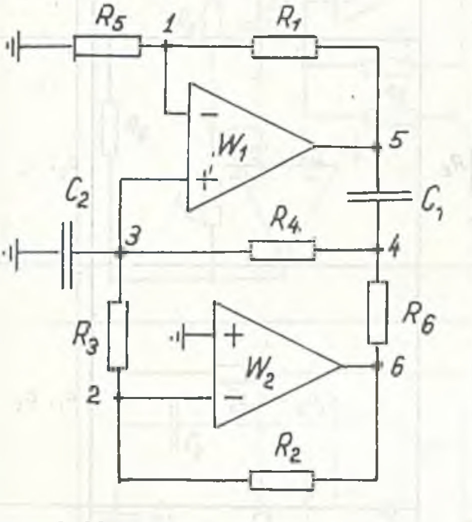
Uzupełniona o konduktancję G_6 macierz okrojona ma postać jak na rysunku 3.19. Macierzy z rysunku 3.19 odpowiada schemat ideowy generatora przedstawiony na rysunku 3.20. Łatwo zauważyć, że zmieniając konduktancję G_2 (rezystancję R_2) możemy zmieniać częstotliwość generacji ω, przy nie zmienionym warunku amplitudowym. Natomiast zmiana konduktancji G_1 (rezystancji R_1) daje zmianę warunku amplitudy



(3.31)

Rys. 3.19. Ostateczna postać macierzy okrojonej

Fig. 3.19. Final form of the cut-off matrix

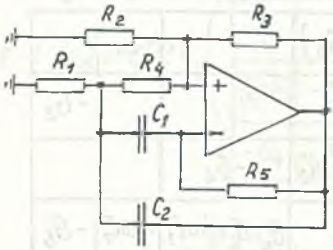
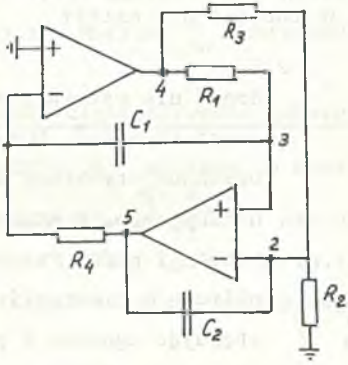
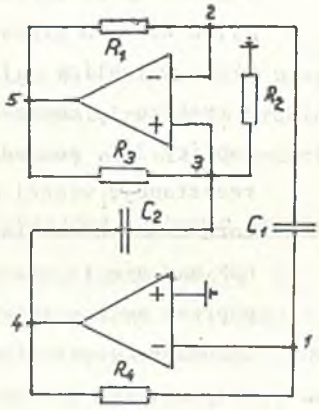


Rys. 3.20. Ostateczny schemat generatora reprezentujący macierz okrojoną z rysunku 3.19

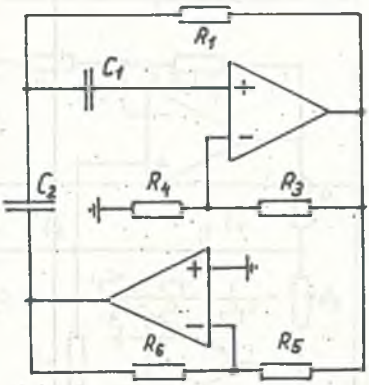
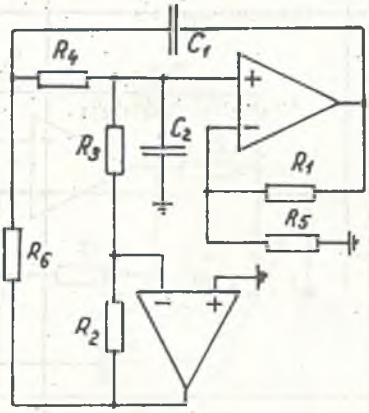
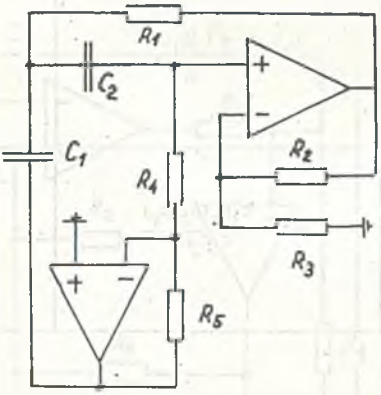
Fig. 3.20. Final oscillator scheme representing the cut-off matrix from fig. 3.19

drgań nie wpływają na zmianę częstotliwości. W ten sposób uzyskano strukturę układu generacyjnego, w którym bez interakcji można regulować amplitudę i częstotliwość. Postępując zgodnie z przedstawionym tu algorytmem syntezy, uzyskano jeszcze inne struktury, z których ciekawsze zestawiono w tablicy 3.1. Generator z rysunku 1, zamieszczony w tablicy 3.1, posiada o jedną rezystancję więcej od generatora z mostkiem Wiena, ma jednak nad nim tę przewagę, że poprzez zmianę rezystancji R_4 zmieniamy częstotliwość nie wpływając na warunek amplitudy. Również interesujące są

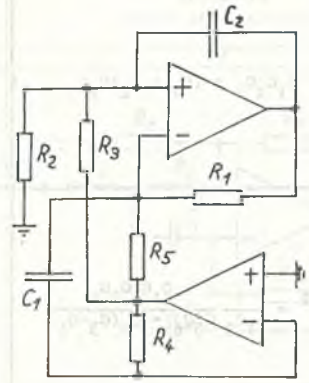
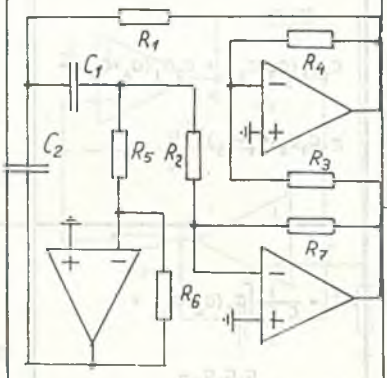
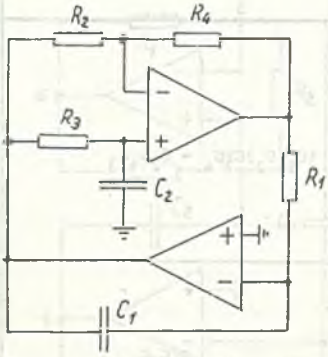
Tablica 3.1

Rys.	Struktura układu generacyjnego	Warunek amplitudy częstotliwość (pulsacja) drgań generatora	Parametr do strojenia
1			
1		$C_1G_2G_5 + C_2G_2G_5 = C_1G_1G_3$	-
		$\omega^2 = \frac{G_5}{C_1C_2}\left[G_1(1 + \frac{G_4}{G_2}) + G_4\right]$	G_4
2		$C_1G_3 = C_2G_1$	G_1, G_3
		$\omega^2 = \frac{G_2G_4}{C_1C_2}$	G_2, G_4
3		$C_1G_3 = C_2G_1$	G_1, G_3
		$\omega^2 = \frac{G_2G_4}{C_1C_2}$	G_2, G_4

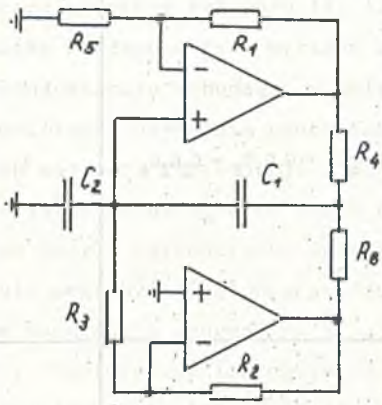
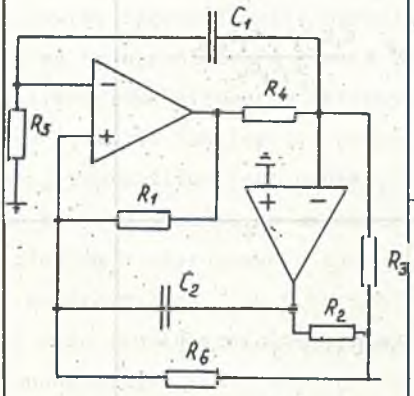
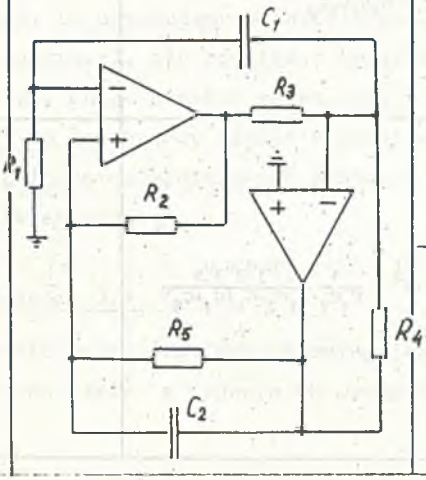
cd. tablicy 3.1

1	2	3	4
4		$C_1G_1G_4 = (C_1 + C_2)G_2G_3$	-
		$\omega^2 = \frac{1}{C_1C_2} \cdot \frac{G_1G_2G_3G_6}{G_3G_6 - G_5(G_3+G_4)}$	G_5, G_6
5		$C_1G_1(G_3+G_4) + C_2G_1(G_4+G_6) =$ $= C_1G_4(G_1+G_5)$	G_1
		$\omega^2 = \frac{1}{C_1C_2}\left[G_3(G_4+G_6) + G_4G_6 + \frac{G_3G_4G_6}{G_2}\right]$	G_2
6		$(C_1+C_2)G_2G_4 = C_2G_1G_3$	G_2, G_3
		$\omega^2 = \frac{1}{C_1C_2} \cdot \frac{G_1G_4G_5}{G_4 + G_5}$	G_5

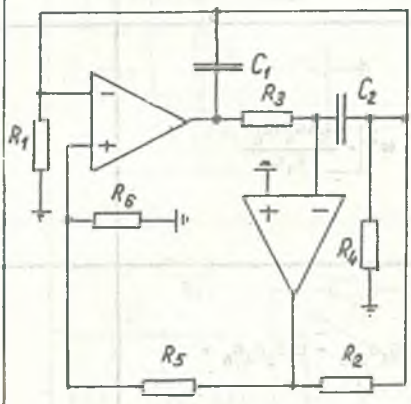
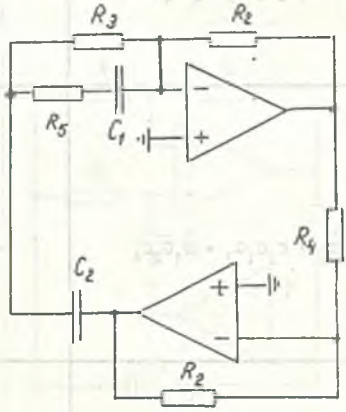
cd. tablicy 3.1

1	2	3	4
7		$C_1G_1G_3 = C_2G_4G_5$	-
		$\omega^2 = \frac{1}{C_1C_2}\,\frac{G_1G_4(G_2+G_3)}{G_5 - G_4}$	G_2
8		$G_7G_4C_1(G_1+G_2+G_5) +$	$G_4,\ G_7$
		$+\ C_2(G_2+G_5) = C_1G_1G_2G_3$	
		$\omega^2 = \frac{1}{C_1C_2}\,\frac{G_1G_6(G_2+G_5)}{G_5 + G_6}$	G_6
9		$C_1G_3G_4 = C_2G_1G_2$	-
		$\omega^2 = \frac{G_1G_3(G_2+G_4)}{C_1C_2G_4}$	-

cd. tablicy 3.1

1	2	3	4
10		$C_1G_1G_6(G_2+G_3) + G_1G_2[C_1(G_3 + G_4) + C_2G_6] = C_1C_2G_4G_5$	G_1, G_2, G_5
		$\omega^2 = \frac{G_3(G_4+G_6)}{C_1C_2}$	-
11		$C_1G_1G_2G_3 = C_1G_2G_4G_6 + C_2G_4G_5(G_2+G_3+G_6)$	-
		$\omega^2 = \frac{G_2G_5(G_4G_6-G_1G_3)}{C_1C_2G_4(G_2+G_3+G_6)}$	-
12		$C_1G_3G_5 + C_2G_1G_3 = C_1G_2G_4$	-
		$\omega^2 = \frac{G_1(G_3G_5-G_2G_4)}{C_1C_2G_3}$	-

cd. tablicy 3.1

1	2	3	4
13		$C_1G_4G_5 + C_2G_1G_5 = C_2G_2G_6$	-
		$\omega^2 = \frac{G_1G_4G_5 - G_2G_4G_6}{C_1C_2G_5}$	-
14		$C_1C_2[C_1(G_3+G_5) + C_2G_5] =$ $= G_3G_4G_5C_2$	-
		$\omega^2 = \frac{1}{C_1C_2} \frac{G_1G_2G_3G_5}{C_1C_2 - G_4(G_3+G_5)}$	-

pozostałe struktury znajdujące się w tablicy 3.1. Równania na ω układów generacyjnych z rysunków 11, 12, 13 tablicy 3.1 są podobne. W liczniku każdego z tych wyrażeń występuje różnica, którą tworzą niektóre konduktancje wchodzące w skład układu generacyjnego. Istnieje zatem możliwość uzyskania generatora bardzo małej częstotliwości, dla średnich wartości rezystancji i pojemności. W dotychczasowych układach generacyjnych uzyskiwano to przez stosowanie rezystancji i pojemności o bardzo dużych wartościach. Jednak zarówno rezystancje, jak i pojemności nie mogą być nieskończenie duże. To ograniczenie powoduje, że obecnie buduje się generatory RC o częstotliwościach nie niższych niż 0,01 Hz. Istnieje również ograniczenie od dołu dla stosowanych praktycznie pojemności. Ich wartości powinny być większe od pojemności wejściowych elementów aktywnych i pojemności montażu. To jest przyczyną, że zakres częstotliwości ograniczony jest z góry do kilku MHz. Zresztą na te ograniczenia bardzo istotny wpływ mają również własności częstotliwościowe elementów aktywnych. Charakter równań generatorów z rysunków 4, 7, 14 tablicy 3.1 pokazuje, że również dla tych struktur generacyjnych możliwe jest uzyskanie znacznie wyższych częstotliwości aniżeli jest to możliwe do uzyskania w układach tradycyjnych. Jedynym ograniczeniem w zastosowaniu tych struktur układowych do generacji napięć o bardzo małych, jak i bardzo dużych częstotliwościach, są stosunkowo duże współczynniki wrażliwości częstotliwości drgań na zmiany tych konduktancji, które tworzą różnicę we wzorach na ω . Wrażliwości te są odwrotnie proporcjonalne do tych różnic. Jeżeli różnica ta dąży do zera, to uzyskujemy wprawdzie coraz mniejszą (większą) częstotliwość generacji, ale również i coraz większe współczynniki wrażliwości. Tak więc, chcąc uzyskać generatory o dużej stałości częstotliwości, należy do ich budowy używać elementów o doskonałych własnościach.

Uogólnieniem spostrzeżeń dokonanych w trakcie syntezy jest następujące twierdzenie.

Twierdzenie 3.3

Jeżeli znana jest przynajmniej jedna struktura generacyjna RC zbudowana na bazie s idealnych wzmacniaczy operacyjnych, to tym samym

poprzez uporządkowane zamienianie wyjść wzmacniaczy między sobą możemy uzyskać s! nowych struktur generacyjnych, wliczając w to również znaną strukturę pierwotną.

Dowód

W równaniu (3.1) wskaźniki $p_r(k_r+l_r)$ obliczanego dopełnienia algebraicznego dotyczą r-tego wzmacniacza operacyjnego, przy czym p_r, k_r, l_r są węzłami układu generacyjnego, do którego podłączono odpowiednie zaciski wzkacniacza. Wiadomo, że przestawienie w dopełnieniu wskaźników p_k i p_r powoduje zmianę znaku dopełnienia, czyli:

$$\Delta p_1(k_1+l_1),\ldots,p_r(k_r+l_r),\ldots,p_k(k_k+l_k),\ldots,p_s(k_s+l_s) =$$

$$= -\Delta p_1(k_1+l_1),\ldots,p_k(k_r+l_r),\ldots,p_r(k_k+l_k),\ldots,p_s(k_s+l_s) \tag{3.32}$$

Nowo powstałe dopełnienie, uzyskane po zamianie miejscami p_r z p_k, w dalszym ciągu spełnia zależność (3.1). Operacja wykonana na dopełnieniu algebraicznym (3.32) opisuje nową strukturę układową, w której wyjście wzmacniacza r-tego podłączone zostaje do zacisku k układu generacyjnego, a wyjście k-tego wzmacniacza do węzła r-tego. Każda taka zamiana, również pomiędzy innymi wskaźnikami, tworzy nowe struktury układowe. Całkowita liczba inwersji między wskaźnikami p_i $(i = 1,2,\ldots,s)$ równa się s!. Taka też będzie liczba wszystkich możliwych struktur generacyjnych, jakie można uzyskać drogą uporządkowanej zamiany wyjść tych wzmacniaczy między sobą.

Ilustracją do powyższego twierdzenia są struktury układowe, przedstawione na rysunkach 2 i 3 w tablicy 3.1. W układach tych zmiana dwóch rezystancji (R_2, R_4) powoduje przestrajanie częstotliwości nie zmieniając warunku amplitudy. Również pozostałe dwie rezystancje (R_1, R_3), ustalające warunek amplitudy, nie mają wpływu na zmianę częstotliwości. Badania eksperymentalne na praktycznie wykonanych układach potwierdziły słuszność tych wniosków.

3.3. Warunki spójności grafu uzyskanego w wyniku syntezy układu generacyjnego RC z idealnymi wzmacniaczami operacyjnymi

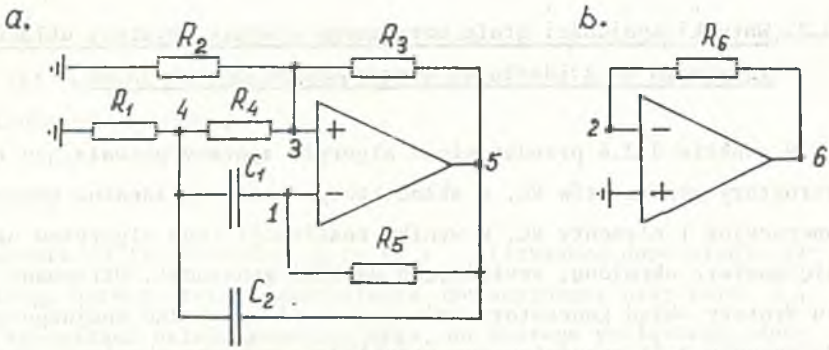
W punkcie 3.2.4 przedstawiono algorytm syntezy pozwalający tworzyć struktury generatorów RC, w skład których wchodzą idealne wzmacniacze operacyjne i elementy RC. W wyniku realizacji tego algorytmu uzyskuje się macierz okrojoną, spełniającą warunki generacji. Otrzymany w wyniku syntezy układ generatora może jednak nie posiadać spójnego grafu. Na rysunku 3.21 przedstawiono przykładową macierz okrojoną, uzyskaną

$$\overset{(k_1+l_1)=(1+3)}{\overset{1}{\begin{bmatrix} G_5+j\omega C_1 \\ \\ \\ -j\omega C_1 \end{bmatrix}} \quad \overset{2}{\begin{bmatrix} \\ G_6 \\ \\ \\ \end{bmatrix}} \qquad \underline{Y}_o = \begin{array}{c|c|c|c|c|} & 3 & 4 & 5 & 6 \\ \hline 1 & G_5+j\omega C_1 & -j\omega C_1 & -G_5 & \\ \hline 2 & & & & -G_6 \\ \hline 3 & G_2+G_3+G_4 & -G_4 & -G_3 & \\ \hline 4 & -G_4-j\omega C_1 & G_1+G_4+j\omega(C_1+C_2) & -j\omega C_2 & \\ \hline \end{array}}$$

Rys. 3.21. Macierz okrojona układu z rysunku 3.22

Fig. 3.21. Cut-off matrix of the system from fig. 3.22

w wyniku syntezy. Opisuje ona niespójny obwód (rys. 3.22) złożony z układu generacyjnego (rys. 3.22a) i pozostałej części - zbędnej (rys. 3.22b). W ten sposób została utworzona struktura układu przedstawionego na rysunku 1 tablicy 3.1. Po narysowaniu schematu ideowego łatwo ustalić, czy obwód jest spójny. Interesującym problemem jest, jak ustalić na podstawie macierzy okrojonej, że układ generacyjny ma graf spójny. Do tego celu można wykorzystać sposób postępowania zaproponowany przez Z. Nettera [93, 106]. Sprawdzenie odbywa się w kilku krokach i dotyczy macierzy admitancyjnej węzłowej $\underline{Y}_c$ dowolnego układu elektronicznego. W pierwszym kroku elementy niezerowe macierzy $\underline{Y}_c$



Rys. 3.22. Układ elektroniczny
a) struktura generacyjna, b) część zbędna układu

Fig. 3.22. Electronic circuit
a) oscillator structure, b) redundant part of the system

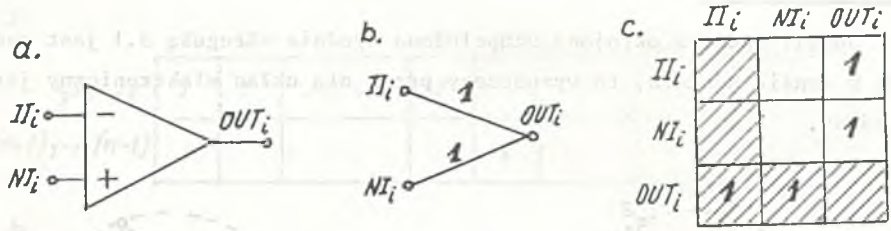
zastępujemy jedynkami. Wybieramy kolumnę o największej liczbie jedynek i tworzymy wspólny wiersz. W wierszu tym piszemy jedynkę, jeżeli w którymkolwiek z wierszy wybranych występuje jedynka. Pozostałe wiersze, które w wybranej kolumnie nie posiadały jedynki, przepisujemy bez zmian. Następnie wybieramy kolejną kolumnę o największej liczbie jedynek i postępujemy podobnie. W ten sposób redukujemy macierz admitancyjną tak długo, aż w każdej kolumnie nie zostanie więcej niż jedna jedynka. Tak zredukowana macierz ma tyle wierszy, ile niezależnych (niespójnych) części ma graf układu. Z powyższego postępowania wynika, że warunkiem koniecznym do tego, aby układ miał spójny graf, jest możliwość sprowadzenia macierzy węzłowej $\underline{Y}_c$ do jednego wiersza.

Twierdzenie 3.4

Jeżeli macierz okrojona jest spójna w sensie Nettera, to wyznaczony przez nią układ jest spójny.

Dowód

O ile macierz okrojona spełnia warunki Nettera, to elementy bierne tworzą graf spójny. Ponieważ równocześnie z wierzchołkami tego grafu



Rys. 3.23. Wzmacniacz operacyjny idealny
a) symbol graficzny, b) graf wzmacniacza, c) macierz wzmacniacza w sensie Nettera

Fig. 3.23. Ideal operational amplifier
a) graphical symbol, b) graph of the amplifier, c) matrix of the amplifier in the Netter sense

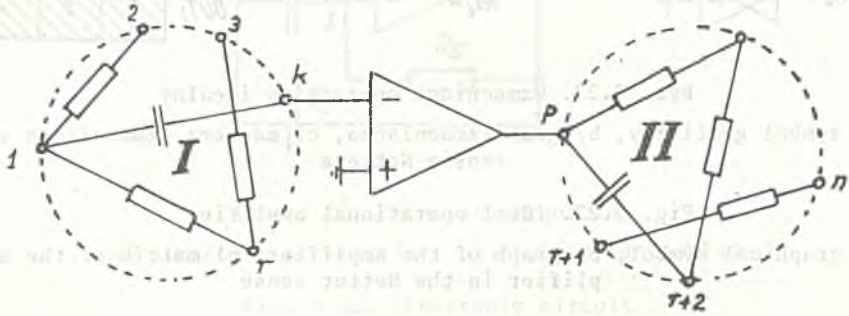
łączy się każdy idealny wzmacniacz operacyjny, w związku z tym wyznaczony w ten sposób układ tworzy graf spójny. Twierdzenie odwrotne nie jest prawdziwe. Układ elektroniczny może być spójny, a mimo to macierz okrojona może nie spełniać warunków Nettera. Wynika to z faktu, że sam wzmacniacz może być elementem łączącym w całość układ elektroniczny, a jego graf nie jest reprezentowany w macierzy okrojonej. Na rysunku 3.23a przedstawiono symbol graficzny wzmacniacza operacyjnego, którego graf w sensie Nettera narysowano na rysunku 3.23b. Strukturze tego grafu odpowiada macierz jak na rysunku 3.23c. Część zakreskowana nie tworzy macierzy okrojonej, a więc uzupełnieniem macierzy okrojonej są tylko dwie jedynki znajdujące się na przecięciu wierszy II_i, NI_i z kolumną o numerze OUT_i.

Reguła 3.1

W przypadku gdy mamy do czynienia z syntezą układu, w skład którego wchodzi s idealnych wzmacniaczy operacyjnych, w trakcie sprawdzania spójności grafu należy wpisać w macierz okrojoną na przecięciach wszystkich wierszy o numerach II_i, NI_i z kolumną o numerze OUT_i (gdzie $i = 1,2,\ldots,s$) jedynki.

Twierdzenie 3.5

Jeżeli macierz okrojona uzupełniona zgodnie z regułą 3.1 jest spójna w sensie Nettera, to wyznaczony przez nią układ elektroniczny jest spójny.



Rys. 3.24. Ilustracja do twierdzenia 3.5

Fig. 3.24. Illustration of theorem 3.5

Dowod

Niech w układzie elektronicznym o n węzłach elementy bierne tworzą dwa spójne podukłady izolowane od siebie (rys. 3.24). Ponieważ węzły od 1 do r-tego należą do I podukładu, a węzły od $r+1$ do II podukładu, dlatego macierz okrojoną można sprowadzić do postaci, jak na rysunku 3.25a. Elementem łączącym oba podukłady jest wzmacniacz idealny. Załóżmy, że jego wyjście łączy się z dowolnym węzłem II podukładu, czyli

$$p \in (r+1, r+2, \ldots, n-1)$$

Natomiast wejście tego samego wzmacniacza, np. k łączy się z dowolnym węzłem I podukładu, czyli

$$k \in (1, 2, \ldots, r)$$

a.

	2	3		r	r+1		p		n
1,2,..,r	1	1	. . . .	1					
(r+1),..,(n-1)					1	. . .	1	. . .	1

b.

	2	3		r	r+1		p		n
1,2,..,r	1	1	. . . .	1			1		
					1	. . .	1	. . .	1

c.

	2	3		r	r+1		p		n
1,2,3,..,(n-1)	1	1	. . . .	1	1	. . .	1	. . .	1

Rys. 3.25. Kolejne etapy redukcji macierzy

Fig. 3.25. Sequential stages of the matrix reduction

Korzystając z reguły 3.1, należy macierz z rysunku 3.25a uzupełnić jedynkami (na rysunku 3.25b jedynka w kółku). Stosując metodę Nettera w odniesieniu do kolumny p, obydwa wiersze możemy połączyć w jeden (rys. 3.25c), a układ elektroniczny jako całość staje się spójny. Dowód ten łatwo przeprowadzić dla przypadku, gdy wyjście wzmacniacza p połączono z I podukładem, a jedno z jego wejść z II podukładem. Jeżeli ilość wzmacniaczy łączących podukłady jest większa niż jeden, to w każdym przypadku, postępując zgodnie z regułą 3.1 i powtarzając kolejno wyżej przytoczone rozumowanie, łączymy odpowiednie podukłady w całość. Z tego wynika, że o ile tylko macierz okrojona uzupełniona zgodnie z regułą 3.1 będzie spójna w sensie Nettera, to układ będzie miał graf spójny.

Obecnie możemy podać sposob postępowania, który pozwoli sprawdzić spójność grafu na etapie macierzy okrojonej. Sprawdzenia tego dokonuje się w siedmiu etapach.

Etap A. Tworzymy macierz $\underline{Y}_o^{(1)}$. Jest to macierz okrojona, w której wszystkie elementy niezerowe zastąpiono jedynkami.

Etap B. Zgodnie z regułą 3.1, dla każdego idealnego wzmacniacza operacyjnego użytego w trakcie syntezy dopisujemy do powyższej macierzy jedynki.

Etap C. Wybieramy w $\underline{Y}_o^{(1)}$ kolumnę (np. k-tą), która posiada największą liczbę jedynek.

Etap D. Tworzymy macierz $\underline{Y}_o^{(2)}$. W skład tej macierzy wchodzą wszystkie te wiersze macierzy $\underline{Y}_o^{(1)}$, które w kolumnie k-tej mają zera. Natomiast pozostałe wiersze (mające w k-tej kolumnie jedynki) tworzą jeden wspólny wiersz. W wierszu tym piszemy jedynkę wtedy, jeżeli w którymkolwiek z wierszy macierzy $\underline{Y}_o^{(1)}$, które składają się na wiersz wspólny, występuje jedynka.

Etap E. Z boku macierzy $\underline{Y}_o^{(2)}$ piszemy numery wierszy macierzy $\underline{Y}_o^{(1)}$, które tworzą ten wiersz. Numery kolumn zostają bez zmian.

Etap F. Operacje etapu C i D powtarzamy tak długo, tworząc kolejne macierze $\underline{Y}_o^{(i)}$, aż w każdej kolumnie nie zostanie więcej niż tylko jeden element niezerowy.

Etap G. Liczba wierszy w macierzy $\underline{Y}_o^{(t)}$ równa jest liczbie niezależnych części grafu.

Numery wypisane obok wierszy oraz numery kolumn nad jedynkami w danym wierszu tworzą podgraf. Z powyższych rozważań wynika, że warunkiem na to, aby macierz okrojona wyznaczała graf spójny, jest możliwość sprowadzenia macierzy okrojonej $\underline{Y}_o$ do jednego wiersza według wyżej wymienionego 7-etapowego algorytmu. Powróćmy obecnie do przykładu generatora z rysunku 3.22. Zamienimy w macierzy okrojonej $\underline{Y}_o$ (rys. 3.21) wszystkie elementy niezerowe jedynkami. Otrzymamy wówczas

$$\underline{Y}_o^{(1)} = \begin{array}{c|cccc} & 3 & 4 & 5 & 6 \\ \hline 1 & 1 & 1 & 1 & \\ 2 & & & & 1 \\ 3 & 1 & 1 & 1 & \\ 4 & 1 & 1 & 1 & \end{array} \qquad (3.33)$$

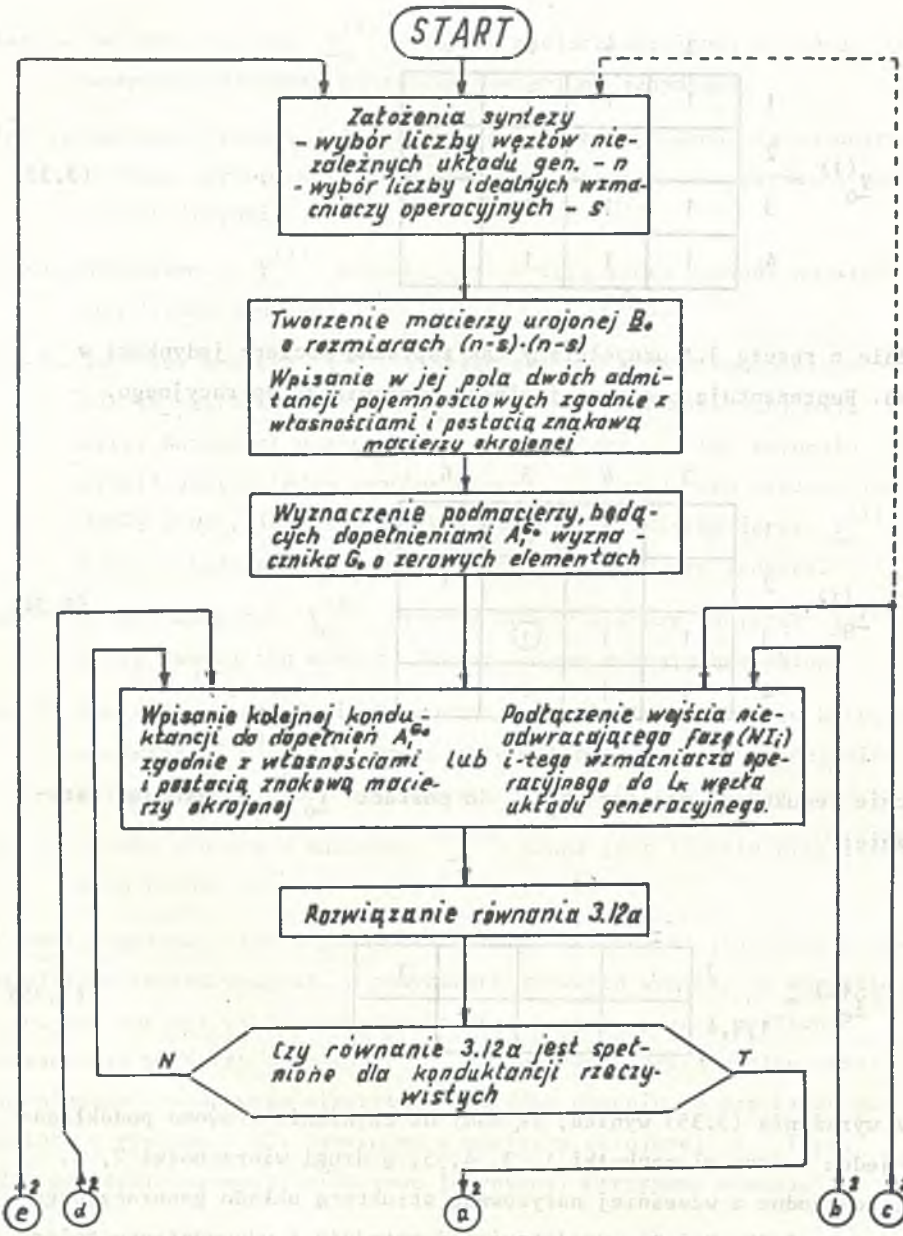
Zgodnie z regułą 3.1 uzupełniamy tak zapisaną macierz jedynkami w kółku. Reprezentują one graf idelnego wzmacniacza operacyjnego.

$$\underline{Y}_o^{(1)} = \begin{array}{c|cccc} & 3 & 4 & 5 & 6 \\ \hline 1 & 1 & 1 & \textcircled{1} & \\ 2 & & & & 1 \\ 3 & 1 & 1 & \textcircled{1} & \\ 4 & 1 & 1 & 1 & \end{array} \qquad (3.34)$$

Obecnie redukujemy macierz $\underline{Y}_o^{(1)}$ do postaci $\underline{Y}_o^{(t)}$ otrzymując ostatecznie:

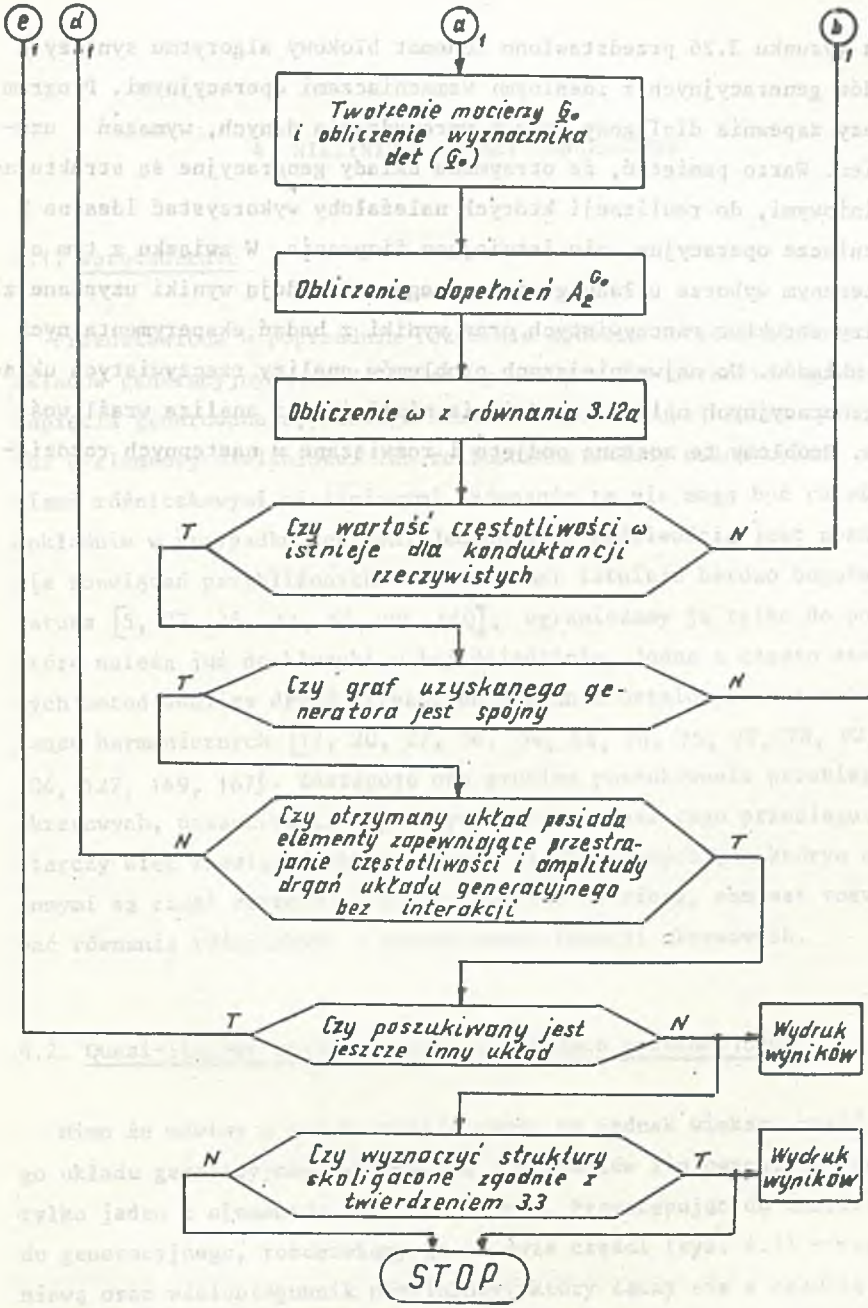
$$\underline{Y}_o^{(t)} = \begin{array}{c|cccc} & 3 & 4 & 5 & 6 \\ \hline 2 & & & & 1 \\ 1,3,4 & 1 & 1 & 1 & \end{array} \qquad (3.35)$$

Z wyrażenia (3.35) wynika, że mamy do czynienia z dwoma podukładami, jeden tworzą wierzchołki 1, 3, 4, 5, a drugi wierzchołki 2, 6. Jest to zgodne z wcześniej narysowaną strukturą układu generacyjnego na rysunku 3.22. Dzięki przedstawionej metodzie i udowodnionym twierdzeniem mamy możliwość sprawdzania spójności grafu układu na etapie macierzy okrojonej, bez konieczności rysowania schematu ideowego układu. Włączając ten krok do algorytmu syntezy możemy odrzucić układy niespójne.



Rys. 3.26a. Schemat blokowy algorytmu syntezy układów generacyjnych RC z idealnymi wzmacniaczami operacyjnymi

Fig. 3.26a. Blok diagram of the design algorithm for RC-oscillating circuits with ideal operational amplifiers



Rys. 3.26b. Schemat blokowy algorytmu syntezy układów generacyjnych RC z idealnymi wzmacniaczami operacyjnymi

Fig. 3.26b. Block diagram of the design algorithm for RC-oscillating circuits with ideal operational amplifiers

Na rysunku 3.26 przedstawiono schemat blokowy algorytmu syntezy układów generacyjnych z idealnymi wzmacniaczami operacyjnymi. Program syntezy zapewnia dialogowy sposób wprowadzania danych, wymagań i uzupełnień. Warto pamiętać, że otrzymane układy generacyjne są strukturami liniowymi, do realizacji których należałoby wykorzystać idealne wzmacniacze operacyjne, nie istniejące fizycznie. W związku z tym o ostatecznym wyborze układu generacyjnego zadecydują wyniki uzyskane z analizy struktur rzeczywistych oraz wyniki z badań eksperymentalnych tych układów. Do najważniejszych problemów analizy rzeczywistych układów generacyjnych należą zagadnienia nieliniowe i analiza wrażliwościowa. Problemy te zostaną podjęte i rozwiązane w następnych rozdziałach.

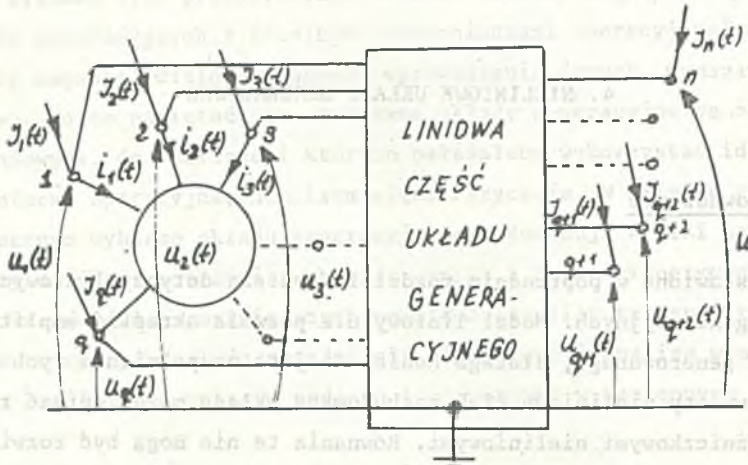
4. NIELINIOWE UKŁADY GENERACYJNE

4.1. Wprowadzenie

Przedstawiona w poprzednim rozdziale synteza dotyczy liniowych układów generacyjnych. Model liniowy nie pozwala określić amplitudy napięcia generowanego, dlatego konieczne jest uzupełnienie tych struktur o elementy nieliniowe. Tak rozbudowane układy można opisać równaniami różniczkowymi nieliniowymi. Równania te nie mogą być rozwiązane dokładnie w przypadku ogólnym. Jedyną więc możliwością jest poszukiwanie rozwiązań przybliżonych. Na ten temat istnieje bardzo bogata literatura [5, 27, 36, 54, 64, 99, 140], ograniczamy ją tylko do pozycji, które należą już do klasyki w tej dziedzinie. Jedną z często stosowanych metod analizy drgań okresowych w stanie ustalonym jest metoda bilansu harmonicznych [17, 20, 27, 36, 54, 64, 74, 75, 77, 78, 92, 99, 104, 122, 149, 167]. Zastępuje ona problem poszukiwania przebiegów okresowych, poszukiwania współczynników Fouriera tego przebiegu. Wystarczy więc rozwiązać układ równań "algebraicznych", w którym niewiadomymi są ciągi złożone ze współczynników Fouriera, zamiast rozwiązywać równania różniczkowe w poszukiwaniu funkcji okresowych.

4.2. Quasi-liniowy wielobiegunnik w układach generacyjnych

Mimo że mówimy o modelu nieliniowym, to jednak większa część takiego układu generacyjnego składa się z elementów liniowych. Najczęściej tylko jeden z elementów jest nieliniowy. Przystępując do analizy układu generacyjnego, rozdzielamy go na dwie części (rys. 4.1) - część liniową oraz wielobiegunnik nieliniowy, który łączy się z częścią liniową kolejnymi q zaciskami. Równania prądów źródłowych układu z rysunku 4.1 mają postać:



Rys. 4.1. Układ generacyjny z wydzielonym wielobiegunnikiem nieliniowym

Fig. 4.1. Generation system with separated nonlinear multipole

$$\underline{J} = \frac{d}{dt}\left\{\underline{C}\,\underline{u}\right\} + \int_0^t \ldots dt\left\{\underline{\Gamma}\,\underline{u}\right\} + \left\{\underline{G}\,\underline{u}\right\} + \underline{i} \tag{4.1}$$

gdzie przez $\underline{J}$ oznaczono wektor prądów źródłowych, a przez $\underline{u}$ wektor napięć węzłowych o postaci:

$$\underline{J} = \begin{bmatrix} J_1(t) \\ J_2(t) \\ \vdots \\ J_n(t) \end{bmatrix} \qquad \underline{u} = \begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \\ \vdots \\ u_n(t) \end{bmatrix} \tag{4.2}$$

$\underline{C}$, $\underline{\Gamma}$, $\underline{G}$ - macierze kwadratowe n-tego stopnia o elementach składających się kolejno z pojemności, odwrotności indukcyjności i konduktancji. Reprezentują one liniową część układu generacyjnego. W ich skład może

oczywiście wchodzić również i element czynny, o ile jego liniowy model stanowi wystarczająco dokładne przybliżenie w danym układzie generacyjnym.

Przez $\underline{i}$ oznaczono wektor prądów płynących do wielobiegunnika nieliniowego.

$$\underline{i} = \begin{bmatrix} i_1(t) \\ i_2(t) \\ \vdots \\ i_q(t) \end{bmatrix} \tag{4.3}$$

Aby układ z rysunku 4.1 był generatorem, to równanie (4.1) musi posiadać niezerowe rozwiązanie, ze względu na $\underline{u}$, dla:

$$\underline{J} = 0 \quad (J_k(t) = 0 \quad \text{dla} \quad k = 1,2,\ldots,n) \tag{4.4}$$

Podstawiając (4.4) do (4.1) otrzymujemy układ równań różniczkowych nieliniowych, który rozwiążemy stosując metodę bilansu harmonicznych. Składowe wektora napięcia $\underline{u}$ będą przebiegami harmonicznymi. W pracy ograniczono się tylko do tych układów generacyjnych, w których przebiegi napięć węzłowych są sinusoidalne o bardzo małej zawartości harmonicznych. W związku z tym przyjmujemy, że rozwiązaniem równań (4.1) i (4.4) może być wektor napięcia o postaci:

$$\underline{u} = \underline{U} = \begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \\ \vdots \\ u_n(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1\cos(\omega t+\varphi_1) \\ U_2\cos(\omega t+\varphi_2) \\ \vdots \\ U_n\cos(\omega t+\varphi_n) \end{bmatrix} \tag{4.5}$$

Podstawiając (4.4) i (4.5) do (4.1) otrzymamy

$$\left\{-\omega \underline{C} + \frac{1}{\omega}\underline{\Gamma}\right\} \underline{\bar{U}} + \left\{\underline{G}\ \underline{U}\right\} + \underline{i} = 0 \tag{4.6}$$

gdzie:

$$\underline{\bar{U}} = \begin{bmatrix} U_1 \sin(\omega t+\varphi_1) \\ U_2 \sin(\omega t+\varphi_2) \\ \vdots \\ U_n \sin(\omega t+\varphi_n) \end{bmatrix} \tag{4.7}$$

4.2.1. Wielobiegunnik quasi-liniowy

Do budowy układów generacyjnych, szczególnie tych, które wytwarzają napięcia zmienne bardzo mało zniekształcone (o bardzo małym współczynniku zawartości harmonicznych), używa się pewnych szczególnych elementów nieliniowych. O ich zastosowaniu zadecydowała praktyka inżynierska. Z doświadczenia wynika bowiem, że są lub zostały opracowane elementy, które spełniając swoją podstawową funkcję stabilizacji amplitudy napięcia generowanego nie zniekształcają jednocześnie jego przebiegu. Problem zniekształceń nieliniowych - to na pewno jedno z najważniejszych zagadnień, jakie należy mieć na uwadze przy konstruowaniu układów generacyjnych. Nie jest to jednak problem jedyny. Niemniej ważnym jest znalezienie odpowiedzi na pytanie, jaka powinna być funkcja nieliniowa elementu aktywnego, aby rezultaty analizy były bardziej wiarygodne i zgodne z naszymi oczekiwaniami? Z prac [6, 48, 78] wynika, że im więcej wiemy o gładkości funkcji nieliniowej, tym lepsze będą rezultaty obliczeń. Zresztą samo istnienie rozwiązania nie jest gwarancją istnienia drgań. Nasze rozważania ograniczymy do elementów nieliniowych, które spełniają dwie następujące własności.

Własność 1. Wielobiegunnik nieliniowy, niezależnie od tego, ile posiada zacisków, ma tylko jedną nieliniowość $i_i = f(u_k)$.

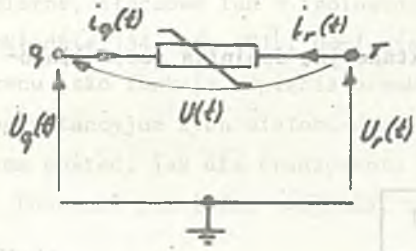
Własność 2. Nieliniowość ta (wyróżniona własnością 1) jest nieliniowością rezystancyjną, a więc przebieg funkcji $i_i = f(u_k)$ jest linią cienką bez histerezy, czyli

$$\oint i_i \, du_k = 0$$

W pracy [48] znajdzie czytelnik nieco więcej informacji na temat kształtu funkcji nieliniowej $f(u_k)$. Jeżeli funkcję tę można opisać wielomianem potęgowym o postaci $f(u_k) = a_o u_k + a_1 u_k^3 + a_5 u_k^5$, to podano warunki na a_o, a_1, a_5, których spełnienie gwarantuje, że w układzie będą istniały drgania o ściśle określonej częstotliwości i amplitudzie.

4.2.1.1. Dwójnik nieliniowy

Jako dwójniki nieliniowe stosowane są elementy bezwładnościowe (żarówka, termistor), których rezystancja jest liniowa (dla składowej zmiennej), mimo iż jej wartość jest zależna od temperatury - czyli pośrednio od skutecznej wartości napięcia $U(t)$ przyłożonego do tego elementu. Do tej grupy można również zaliczyć diodowe układy ograniczające. Wszystkie te elementy spełniają własności 1 i 2. Tego typu element przedstawiono na rysunku 4.2. Zgodnie z równaniem (4.5) napięcia $U_q(t)$ i $U_r(t)$ są sinusoidalne, a więc i $U(t)$ jest przebiegiem sinusoidalnym o postaci:



Rys. 4.2. Dwójnik nieliniowy
Fig. 4.2. Nonlinear two-terminal network

$$U(t) = U_M \sin(\omega t + \varphi_{qr}) \tag{4.8}$$

Przez rezystor nieliniowy pobudzany napięciem (4.8), płynie prąd

$$i_q(t) = -i_r(t) = g(U_M) U_M \sin(\omega t + \varphi_{qr}) + I^h(t) \tag{4.9}$$

gdzie:

$g(U_M)$ - ma wymiar konduktancji i jest wyłącznie funkcją amplitudy napięcia U_M,

$I^h(t)$ - suma prądów harmonicznych płynących przez dwójnik.

Przewaga żarówki i termistora nad diodowymi układami ograniczającymi polega na tym, że dla pierwszych dwóch elementów można przyjąć $I^h(t) = 0$.

Ponieważ

$$U(t) = U_q(t) - U_r(t)$$

więc:

$$\underline{i} = \begin{bmatrix} i_q(t) \\ i_r(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g(U_M) & -g(U_M) \\ -g(U_M) & g(U_M) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_q(t) \\ U_r(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} I^h(t) \\ -I^h(t) \end{bmatrix} \tag{4.10}$$

lub

$$\underline{i} = \underline{g}(U_M)\ \underline{U} + \underline{I}(h) \tag{4.11}$$

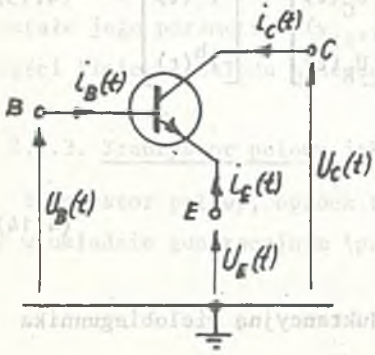
przez $\underline{g}(U_M)$ oznaczono macierz konduktancyjną dwójnika quasi-liniowego.

$$\underline{g}(U_M) = \begin{array}{c|c|c|} & q & r \\ \hline q & g(U_M) & -g(U_M) \\ \hline r & -g(U_M) & g(U_M) \\ \hline \end{array} \tag{4.12}$$

4.2.1.2. Trójniki

Do tej grupy należą tranzystory bipolarne i unipolarne, a w przeszłości również lampy. Tranzystor bipolarny nie spełnia dokładnie własności 1. Mamy w nim jedną nieliniowość dominującą $I_c = f(U_{BE})$ (prąd

kolektora jako funkcja napięcia baza-emiter), ale obok niej występują inne nieliniowości [7, 22, 33, 70, 80, 96, 127], jak np. nieliniowość rezystancji złącza baza-emiter, nieliniowość zwarciowego współczynnika wzmocnienia prądowego, nieliniowe zjawisko powielania lawinowego. Jedyne nieliniowe elementy schematu zastępczego tranzystora, które możemy zaniedbać - to pojemności złącz baza-emiter i baza-kolektor, pod warunkiem, że rozpatrywany zakres częstotliwości nie będzie obejmował częstotliwości wysokich. Zresztą nawet uwzględnienie wszystkich wymienionych tu nieliniowości nie gwarantuje ustalenia się amplitudy w układzie generacyjnym. Niezbędne jest jeszcze uwzględnienie odcięcia prądu kolektora wynikające z zastosowanie dodatkowych elementów w układzie polaryzacji tranzystora [17, 165]. Interesujące nas równania zostaną wyprowadzone dla tranzystora bipolarnego (rys. 4.3). Tranzystory unipolarne, złączowe lub z izolowaną bramką spełniają własność 1 bardzo dokładnie [34, 96, 101]. Dominuje w nich nieliniowa zależność prądu drenu jako funkcja napięcia bramka - źródło. W związku z tym macierze konduktancyjne tych wielobiegunników quasi-liniowych będą miały taką samą postać, jak dla tranzystora bipolarnego.



Rys. 4.3. Tranzystor jako trójnik nieliniowy

Fig. 4.3. Transistor as a nonlinear three-terminal network

Podobnie jak i dla dwójnika, również i w tranzystorze napięcie

$$U_{BE}(t) = U_M \sin(\omega t + \varphi_{BE})$$

a wektor prądowy $\underline{i}$ (rys. 4.3) wyznacza układ równań:

$$\underline{i} = \begin{bmatrix} i_B(t) \\ i_C(t) \\ i_E(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g(U_M) & 0 & -g(U_M) \\ -g(U_M) & 0 & g(U_M) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_B(t) \\ U_C(t) \\ U_E(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} I^h(t) \\ -I^h(t) \end{bmatrix} \tag{4.13}$$

czyli

$$\underline{i} = \underline{g}(U_M)\ \underline{U} + \underline{I}(h) \tag{4.14}$$

gdzie przez $\underline{g}(U_M)$ oznaczono macierz konduktancyjną wielobiegunnika quasi-liniowego o postaci:

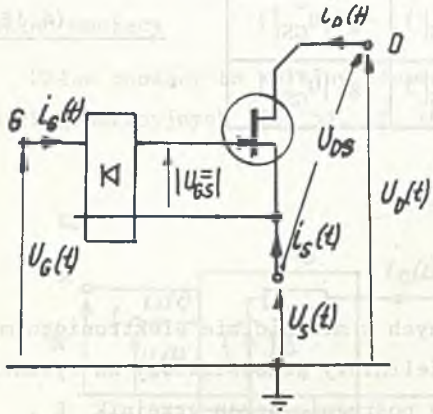
$$\underline{g}(U_M) = \begin{array}{c|c|c|c|} & B & C & E \\ \hline B & & & \\ \hline C & g(U_M) & & -g(U_M) \\ \hline E & -g(U_M) & & g(U_M) \\ \hline \end{array} \tag{4.15}$$

W układzie równań (4.13) występuje składowa $\underline{I}(h)$ i o ile dla dwójników bezwładnościowych harmoniczne prądu można było pominąć, o tyle w przypadku tranzystora bipolarnego jest to niemożliwe. Zawartość harmonicznych w prądzie kolektora, przy pobudzeniu tranzystora napięciem sinusoidalnym, może dochodzić do kilkudziesięciu procent. Z tego też powodu pojedynczy tranzystor, jeżeli już jest stosowany, to najczęściej do budowy generatorów LC, których obwody rezonansowe posiadają bardzo dużą dobroć. Lepiej przedstawia się sprawa dla lampy i tranzystora polowego. Prąd anodowy jako funkcja napięcia siatka-katoda może być opisany wielomianem potęgowym trzeciego stopnia. Natomiast charakterystyka $I_D = f(U_{GS})$ tranzystorów polowych złączowych i z izolowaną bramką daje się opisać równaniem kwadratowym. Z tego wynika,

że również i zawartość harmonicznych w prądzie, przy pobudzeniu sinusoidalnym, będzie mniejsza aniżeli występuje to w tranzystorze bipolarnym. Przedstawiona w równaniu (4.15) macierz $\underline{g}(U_M)$ wielobiegunnika reprezentuje tylko efekty nieliniowe, występujące w tranzystorze. Pozostałe jego parametry (y_{11}, y_{12}, y_{22}) jako liniowe należy dopisać do części liniowej układu generacyjnego.

4.2.1.3. Tranzystor polowy jako rezystancja sterowana napięciem

Tranzystor polowy, oprócz tego że może być użyty jako element czynny w układzie generacyjnym (patrz trójniki), ma również własności pozwalające wykorzystać go jako zmienną rezystancję (przewodność) [41, 79, 115]. Jeżeli napięcie zmienne $U_{DS}(t) = U_m \sin(\omega t + \varphi_{DS})$ przyłożone do tranzystora polowego (rys. 4.4) nie przekracza kilkudziesięciu mV, to można uważać ten element (widziany z zacisków D i S) za rezystancję (przewodność g) sterowaną napięciem stałym, przyłożonym do zacisków GS. Należy tu wyraźnie zaznaczyć, że napięcie U_{GS} musi być stałe $|U_{GS}^{=}|$, czyli tranzystor jest zawsze sterowany tak, jak to pokazano na rysunku 4.4.



Rys. 4.4. Tranzystor polowy jako regulowana konduktancja

Fig. 4.4. Field effect transistor as a controlled conductance

Napięcie $U_{GS}(t)$ musi być wyprostowane i powinna być z niego odfiltrowana składowa stała $|U_{GS}^{=}|$. Wielkość ta steruje przewodnością dren źródło $g(|U_{GS}^{=}|)$. Występujące w układzie generacyjnym harmoniczne prądu są pomijalne i często o ich wartości decydują inne elementy czynne. Dla układu z rysunku 4.4 można napisać następujący układ równań:

$$\underline{i} = \begin{bmatrix} i_G(t) \\ i_D(t) \\ i_S(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} & & \\ 0 & g(|U_{GS}^{=}|) & -g(|U_{GS}^{=}|) \\ 0 & -g(|U_{GS}^{=}|) & g(|U_{GS}^{=}|) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_G(t) \\ U_D(t) \\ U_S(t) \end{bmatrix} \tag{4.16}$$

lub

$$\underline{i} = \underline{g}(|U_{GS}^{=}|) \cdot \underline{U} \tag{4.17}$$

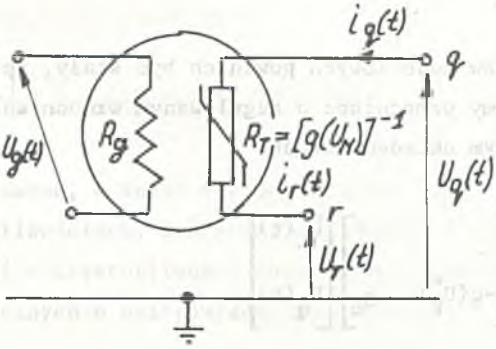
gdzie: $\underline{g}(|U_{GS}^{=}|)$ jest macierzą konduktancyjną quasi-liniowego wielobiegunnika o postaci:

$$\underline{g}(|U_{GS}^{=}|) = \begin{array}{c|c|c|c|} & G & D & S \\ \hline G & & & \\ \hline D & & g(|U_{GS}^{=}|) & -g(|U_{GS}^{=}|) \\ \hline S & & -g(|U_{GS}^{=}|) & g(|U_{GS}^{=}|) \\ \hline \end{array} \tag{4.18}$$

4.2.1.4. Czwórniki

Termistor z zewnętrznym grzejnikiem

W układach generacyjnych, stosowanych w miernictwie elektronicznym wykorzystano z powodzeniem element nieliniowy przedstawiony na rysunku 4.5. Jest to termistor R_T ogrzewany pośrednio przez grzejnik R_g. Zmiana amplitudy napięcia $U_g(t)$ powoduje zmianę rezystancji R_T termistora. Układ ten można opisać identyczną macierzą konduktancyjną jak dwójnika z rysunku 4.2. Różnica polega na tym, że w dwójniku z rysunku 4.2 napięcie U_M występuje na jego zaciskach, zaś w układzie na rysunku 4.5 jest to napięcie na zaciskach grzejnika. Daje to możliwość stabilizacji dowolnej amplitudy napięcia generowanego. Produkowany w kraju przez CEMI element tego typu nosi nazwę NTC-230.

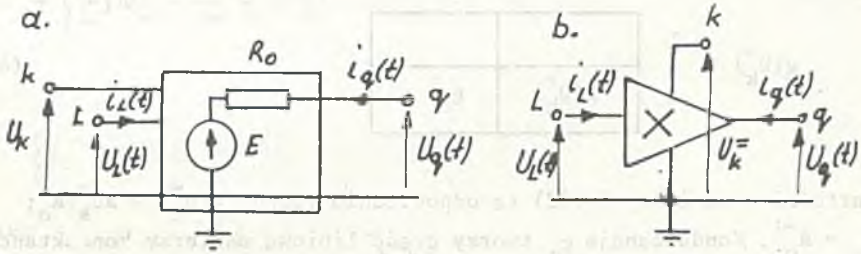


Rys. 4.5. Czwórnik. Termistor z zewnętrznym grzejnikiem

Fig. 4.5. Four-terminal network. Thermistor with outer heater

Układ mnożący

Układ mnożący to kolejny element, który znalazł zastosowanie w układach generacyjnych [21, 51, 57, 109, 130, 148]. Służy on zarówno do



Rys. 4.6. Układ mnożący

a) schemat zastępczy, b) symbol graficzny

Rys. 4.6. Multiplier

a) substitutional scheme, b) graphical symbol

stabilizacji amplitudy, jak również do przestrajania częstotliwości. Schemat zastępczy takiego układu przedstawiono na rysunku 4.6. Napięcie E uzyskujemy w wyniku mnożenia sygnałów wejściowych według zależności:

$$E = a\,U_k\,U_L \tag{4.19}$$

Jeden z sygnałów wejściowych powinien być stały, np. $U_k(t) = U_k^{=}$, wówczas otrzymujemy wzmacniacz o regulowanym wzmocnieniu, który można opisać następującym układem równań:

$$\begin{bmatrix} i_L(t) \\ i_q(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} & \\ -g(U_k^{=}) & g_o \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_L(t) \\ U_q(t) \end{bmatrix} \tag{4.20}$$

lub

$$\underline{i} = \underline{g}(U_k^{=}).\underline{U} \tag{4.21}$$

gdzie: $\underline{g}(U_k^{=})$ jest macierzą konduktancyjną quasi-liniowego wielobiegunnika o postaci:

$$\underline{g}(U_k^{=}) = \begin{array}{c|c|c|} & L & q \\ \hline L & & \\ \hline q & -g(U_k^{=}) & g_o \\ \hline \end{array} \tag{4.22}$$

Wartości w macierzy (4.22) są odpowiednio równe $g(U_k^{=}) = aU_k^{=}/R_o$; $g_o = R_o^{-1}$. Konduktancja g_o tworzy część liniową macierzy konduktancyjnej. W równaniu (4.21) wektor prądów harmonicznych jest równy zeru. Zastosowanie tego układu w generatorze [130] pozwoliło uzyskać układ, w którym współczynnik zawartości harmonicznych był mniejszy od 0,001%.

4.2.2. Warunek powstania drgań w układzie generacyjnym z wielobiegunnikiem quasi-liniowym

Z przedstawionego w rozdziale 4.2.1 krótkiego przeglądu elementów nieliniowych stosowanych w układach generacyjnych wynika wyraźnie, że każdy z tych elementów może być opisany równaniem o postaci (4.14).

Podstawiając równania określające wektor prądu $\underline{i}$ (4.10, 4.14, 4.16, 4,20) do równania (4.6) otrzymujemy:

$$\left\{-\omega \underline{C} + \frac{1}{\omega}\underline{\Gamma}\right\} \underline{\bar{U}} + \underline{G}\,\underline{U} + \underline{g}(U_M).\underline{U} + \underline{I}(h) = 0 \tag{4.23}$$

Jest to układ równań, w skład którego wchodzą harmoniczne prądów o różnych częstotliwościach. Przyrównajmy obecnie do zera równanie opisujące przebiegi o częstotliwości podstawowej. Otrzymamy wówczas układ równań algebraicznych o następującej postaci:

$$\left\{-\omega \underline{C} + \frac{1}{\omega}\underline{\Gamma}\right\} \underline{\bar{U}} + \left\{\underline{G} + g(U_M)\right\} \underline{U} = 0 \tag{4.24}$$

Podstawiając $\sin x = -j\,\mathrm{sh}\,jx$ oraz $\cos x = \mathrm{ch}\,jx$ do równania (4.24), po uporządkowaniu otrzymujemy:

$$\left\{\left[j\omega \underline{C} + \frac{1}{j\omega}\underline{\Gamma} + \underline{G}\right] + \underline{g}(U_M)\right\} \underline{\hat{U}} +$$
$$+ \left\{\left[-j\omega \underline{C} - \frac{1}{j\omega}\underline{\Gamma} + \underline{G}\right] + g(U_M)\right\} \underline{\check{U}} = 0 \tag{4.25}$$

lub

$$\left\{\underline{Y}_c + \underline{g}(U_M)\right\} \underline{U} + \left\{\underline{\bar{Y}}_c + \underline{g}(U_M)\right\} \underline{\check{U}} = 0 \tag{4.26}$$

gdzie:

$$\underline{\hat{U}} = \begin{bmatrix} U_1 \exp\left[j(\omega t+\varphi_1)\right] \\ U_2 \exp\left[j(\omega t+\varphi_2)\right] \\ \vdots \\ U_n \exp\left[j(\omega t+\varphi_n)\right] \end{bmatrix} \qquad \underline{\check{U}} = \begin{bmatrix} U_1 \exp\left[-j(\omega t+\varphi_1)\right] \\ U_2 \exp\left[-j(\omega t+\varphi_2)\right] \\ \vdots \\ U_n \exp\left[-j(\omega t+\varphi_n)\right] \end{bmatrix}$$

$\underline{Y}_c$ - jest macierzą admitancyjną liniowej części układu generacyjnego,

$\underline{\bar{Y}}_c$ - jest macierzą sprzężoną do macierzy $\underline{Y}_c$.

Układ równań (4.26) będzie miał niezerowe rozwiązanie w przypadku, gdy:

$$\det\left\{\underline{Y}_c + \underline{g}(U_M)\right\} = 0 \tag{4.27}$$

oraz

$$\det\left\{\overline{\underline{Y}}_c + \underline{g}(U_M)\right\} = 0 \tag{4.28}$$

Równanie (4.28) wynika z równania (4.27). Zależność (4.27) jest poszukiwanym warunkiem powstania drgań w układzie generacyjnym z elementem nieliniowym. Zawiera ono tylko dwie niewiadome. Są nimi: napięcie U_M na elemencie quasi-liniowym oraz częstotliwość drgań układu generacyjnego. Jeżeli interesuje nas inna wartość napięcia, np. U_{OUT} różna od U_M, to w celu jej obliczenia należy wyznaczyć transmitancję napięciową U_{OUT}/U_M. Oznacza to w praktyce obliczenie dwóch dopełnień algebraicznych z macierzy $\left[\underline{Y}_c + \underline{g}(U_M)\right]$. Równanie (4.27) zostanie wykorzystane w następnym rozdziale do analizy wrażliwościowej układu generacyjnego.

5. WRAŻLIWOŚCI I ICH NIEZMIENNIKI W UKŁADACH GENERACYJNYCH

5.1. Wprowadzenie

Metody analizy wrażliwościowej układów elektronicznych stanowią obecnie już pewien uporządkowany dział nauki, który został opisany w wielu monografiach [23, 31, 42, 46, 47, 116, 139, 142, 145]. Za początki teorii wrażliwości przyjmuje się pojawienie się podręczników - H.W. Bodego [18] i K.M. Poliwanowa [120]. Podali oni po raz pierwszy metodę obliczania wrażliwości względnych na zmiany wartości parametrów układu elektronicznego. Analiza ta dotyczyła układów ze sprzężeniem zwrotnym. Również w układach generacyjnych od dawna stosowane były metody przyrostowe do wyznaczania stałości częstotliwości i amplitudy [5, 8, 17, 48, 54, 115, 148, 161]. Metody te pozwalają na uwzględnienie wpływu czynników zewnętrznych na wyżej wymienione wielkości. Trzy najważniejsze z nich to:

- zmiana temperatury otoczenia,
- zmiana napięć zasilających,
- starzenie się elementów elektronicznych.

Natomiast znacznie mniejszy wpływ na zmianę częstotliwości i amplitudy (o kilka, a nawet kilkanaście rzędów) mają takie wielkości klimatyczne, jak wilgotność i ciśnienie atmosferyczne lub inne zjawiska fizyczne, do których można zaliczyć drgania mechaniczne, wpływ obcych pól itp. Są to zresztą często wpływy nieanalityczne, w związku z tym ich wielkość określa się przez pomiar gotowego układu generacyjnego.

Współczynniki wrażliwości oblicza się najczęściej z definicji, korzystając z analitycznych zależności na amplitudę i częstotliwość drgań. Brak metod pośrednich utrudniał wykorzystanie komputerów do tych obliczeń. Dopiero W.G. Bondarienko [17] podał metodę pośrednią,

pozwalającą na wyznaczenie współczynników wrażliwości z macierzy admitancyjnej. Idea metody Bondarienki opiera się na następującym rozumowaniu. Niech dana będzie transmitancja napięciowa (prądowa) otwartego układu generacyjnego o postaci:

$$H(j\omega,A,X_i) = |H(j\omega,A,X_i)| \exp[j\varphi(j\omega,A,X_i)] \tag{5.1}$$

Z teorii układów generacyjnych wiadomo, że dla spełnienia warunków powstania drgań w układzie koniecznym jest, aby:

$$|H(j\omega,A,X_i)| = 1 \tag{5.2a}$$

$$\varphi(j\omega,A,X_i) = \pm 2\pi m \tag{5.2b}$$

gdzie:

ω - częstotliwość drgań jaka ustali się w układzie generacyjnym,

A - amplituda napięcia generowanego,

X_i - dowolny parametr tworzący układ generacyjny, np. admitancja dwójnika lub parametr małosygnałowy elementu czynnego.

W stanie ustalonym układ generuje napięcie sinusoidalne o częstotliwości ω i amplitudzie A. Wokół tego punktu pracy rozkładamy równanie (5.2) w szereg Taylora. Jeżeli funkcje wyrażone przez równania (5.2a i 5.2b) posiadają ciągłą pochodną pierwszego rzędu, to mogą być przedstawione w formie wyrażenia, w skład którego wchodzą wrażliwości uwzględniające wpływ parametrów układu X_i na moduł i fazę transmitancji napięciowej (prądowej) układu otwartego (5.1). Problem obliczania współczynników wrażliwości na częstotliwość i amplitudę drgań układu generacyjnego zostaje sprowadzony w ten sposób do obliczania współczynników wrażliwości z transmitancji układu otwartego, sprowadzonego (przez umiejętne rozcięcie) do postaci czwórnika. Na temat metod obliczania współczynników wrażliwości istnieje duża liczba publikacji. Do głównych należy zaliczyć literaturę poświęconą projektowaniu układów elektronicznych z wykorzystaniem maszyn cyfrowych [9, 12, 15,

17, 25, 26, 30, 31, 32, 33, 37, 38, 45, 46, 47, 52, 53, 54, 56, 61, 63, 66, 67, 72, 81, 95, 97, 103, 113, 114, 117, 123, 134, 135, 138, 143, 173].

W metodzie W.G. Bondarienko uważny czytelnik zwróci od razu uwagę na jej słabe punkty. Główne z nich to:

- nie podano jednoznacznej metody rozcięcia układu generacyjnego, dzięki któremu otrzymujemy czwórnik. Zależy to od intuicji prowadzącego obliczenia;
- równania (5.2a,b) są uzależnione od amplitudy generowanego napięcia w sposób dość skomplikowany. Zastosowano metodę bilansu harmonicznych podobną do przedstawionej w rozdziale 4. Wprowadzony do układu element nieliniowy powoduje, że charakterystyka zewnętrzny wzmacniacza staje się nieliniowa. Tę charakterystykę aproksymowano i uzależniono od amplitudy. Znajomość charakterystyki elementu nieliniowego nie jest równoznaczne z tym, że potrafimy wyznaczyć analitycznie charakterystyki zewnętrzne wzmacniacza. Oczywiście potrafimy je pomierzyć, ale to już zupełnie inny problem;
- przy obliczeniach wrażliwości na ω i A należy skorzystać ze wzorów łączących wymienione współczynniki z $|H|$ i φ. W tym celu oblicza się z definicji wrażliwości S_{ω}^{φ}, $S_{\omega}^{|H|}$ oraz dodatkowo, wrażliwości od tych parametrów X_i, które wpływają na nieliniową charakterystykę zewnętrzną wzmacniacza. Wartość każdego z tych współczynników jest ściśle zależna od struktury układu generacyjnego;
- wzory wyznaczone według tej metody mają sens tylko wówczas, gdy spełnione są tożsamościowo równania (5.2a,b). Nie określono warunków pozwalających spełnić powyższe równania.

W następnym podrozdziale przedstawiona zostanie metoda pośrednia, która w jednoznaczny sposób pozwoli wyznaczyć interesujące nas współczynniki wrażliwości wprost z macierzy quasi-liniowej układu generacyjnego.

5.2. Pośrednia metoda wyznaczania współczynników wrażliwości

Załóżmy, że zmianie uległy elementy tworzące układ generacyjny, a to:

- Konduktancja G_i zmieniła się o ΔG_i, co można zapisać:

$$G_i + \Delta G_i = G_i + \delta G_i G_i \tag{5.3}$$

gdzie:

$\delta G_i = \frac{\Delta G_i}{G_i}$ - względna zmiana konduktancji.

- Pojemność C_i zmieniła się o ΔC_i, a częstotliwość o wartość $\Delta\omega$ i stąd nowa wartość admitancji pojemnościowej:

$$j(\omega+\Delta\omega)(C_i+\Delta C_i) = j\omega C_i + (\delta C_i + \delta\omega + \delta\omega\delta C_i) j\omega C_i \tag{5.4}$$

gdzie:

$\delta C_i = \frac{\Delta C_i}{C_i}$ - względna zmiana pojemności,

$\delta\omega = \frac{\Delta\omega}{\omega}$ - względna zmiana częstotliwości.

- Admitancja małosygnałowa $y_i = g_i + jb_i$ elementów czynnych zmieniła się o Δg_i i Δb_i, więc:

$$y_i + \Delta y_i = g_i + jb_i + \delta g_i g_i + \delta b_i jb_i \tag{5.5}$$

gdzie:

$\delta g_i = \frac{\Delta g_i}{g_i}$; $\delta b_i = \frac{\Delta b_i}{b_i}$ - względne zmiany konduktancji i susceptancji.

Z rozdziału 4 wiadomo, że warunkiem powstania drgań w układzie generacyjnym jest spełnienie równania (4.27). Jeżeli obecnie w drgającym układzie generacyjnym zmienimy wartości jego elementów, zgodnie z zależnościami (5.3, 5.4, 5.5), to układ generacyjny nie zerwie drgań, pod warunkiem, że:

$$\det\left\{\left[\underline{Y}_c + \underline{g}(U_M)\right] + \left[\Delta\underline{Y}_c + \Delta\underline{g}(U_M)\right]\right\} = 0 \tag{5.6}$$

gdzie:

$\left[\Delta\underline{Y}_c + \Delta\underline{g}(U_M)\right]$ - macierz o rozmiarach macierzy $\left[\underline{Y}_c + \underline{g}(U_M)\right]$, składająca się z przyrostów $\delta G_i G_i$, $\delta C_i C_i$, $\delta g(U_m).g(U_M)$, itd.

Równanie (5.6) może być spełnione tylko wówczas, jeżeli zmianie ulegnie częstotliwość drgań układu, a $g(U_M)$ zmieni się o $\Delta g(U_M)$. W wyrażeniu $\delta g(U_M).g(U_M)$ ukryta jest zmiana amplitudy. Z pracy [136] wiadomo, że:

$$\det\left\{\left[\underline{Y}_c+\underline{g}(U_M)\right] + \left[\Delta\underline{Y}_c+\Delta\underline{g}(U_M)\right]\right\} = \det\left[\underline{Y}_c+\underline{g}(U_M)\right] +$$

$$+\sum_{j=1}^{n-1}\sum M_j^{\left[\Delta\underline{Y}_c+\Delta\underline{g}(U_M)\right]} A_j^{\left[\underline{Y}_c+\underline{g}(U_M)\right]} + \det\left[\Delta\underline{Y}_c+\Delta\underline{g}(U_M)\right] = 0 \tag{5.7}$$

gdzie:

$M_j^{\left[\Delta\underline{Y}_c+\Delta\underline{g}(U_M)\right]}$, $A_j^{\left[\underline{Y}_c+\underline{g}(U_M)\right]}$ - odpowiednie minory j-tego stopnia z macierzy $\left[\Delta\underline{Y}_c+\Delta\underline{g}(U_M)\right]$ oraz j-krotne dopełnienie algebraiczne z macierzy $\left[\underline{Y}_c+\underline{g}(U_M)\right]$.

Rozwijając (5.7) i opuszczając wyrażenia będące wielkościami małymi wyższego rzędu niż pierwszy, otrzymamy:

$$\begin{aligned} &\mathrm{Re}(N) + \delta\omega \mathrm{Re}(I) + \delta g(U_M)\ \mathrm{Re}\left[g(U_M)\ \Delta g(U_M)\right] = 0 \\ &\mathrm{Im}(N) + \delta\omega \mathrm{Im}(I) + \delta g(U_M)\ \mathrm{Im}\left[g(U_M)\ \Delta g(U_M)\right] = 0 \end{aligned} \tag{5.8}$$

gdzie

$$N = \sum_{i=1}^{t} \delta G_i G_i \Delta_{G_i} + \sum_{i=1}^{r} \delta C_i j\omega C_i \Delta_{C_i} + \sum_{i=1}^{q} \delta g_i g_i \Delta_{g_i} + \sum_{i=1}^{q} \delta b_i j b_i \Delta_{b_i} \tag{5.9}$$

$$I = \sum_{i=1}^{r} j\omega C_i \Delta_{C_i}$$

t, r, q - kolejno liczby wskazujące ile konduktancji, pojemności i admitancni (reprezentujących elementy czynne) wchodzi w skład generatora,

$\Delta_{G_i}, \Delta_{C_i}$, itd. - sumaryczne dopełnienia algebraiczne typu: $\Delta_{(p_i+r_i)(k_i+l_i)}$, przy czym: p_i, r_i - to numery wierszy, zaś k_i, l_i - to numery kolumn, na przecięciu których znajdują się odpowiednio elementy G_i, C_i, g_i, b_i w macierzy $\left[\underline{Y}_c + \underline{g}(U_M)\right]$.

Z układu równań (5.8) obliczymy:

$$\delta\omega = \left\{\mathrm{Im}(N)\ \mathrm{Re}\left[g(U_M)\ \Delta_{g(U_M)}\right] - \mathrm{Re}(N)\ \mathrm{Im}\left[g(U_M)\ \Delta_{g(U_M)}\right]\right\} \cdot Q^{-1} \tag{5.10}$$

$$\delta g(U_M) = \left[\mathrm{Re}(N)\ \mathrm{Im}(I) - \mathrm{Im}(N)\ \mathrm{Re}(I)\right] \cdot Q^{-1} \tag{5.11}$$

gdzie:

$$Q = \mathrm{Re}(I)\ \mathrm{Im}\left[g(U_M)\,\Delta_{g(U_M)}\right] - \mathrm{Im}(I)\ \mathrm{Re}\left[g(U_M)\,\Delta_{g(U_M)}\right]$$

Z zależności (5.10) otrzymujemy:

$$S_{X_i}^{\omega} = \frac{X_i}{\omega}\frac{\partial\omega}{\partial X_i} = \left\{\mathrm{Im}(X_i\Delta_{X_i})\ \mathrm{Re}\left[g(U_M)\Delta_{g(U_M)}\right] - \right.$$

$$\left. \mathrm{Re}(X_i\Delta_{X_i})\ \mathrm{Im}\left[g(U_M)\Delta_{g(U_M)}\right]\right\} \cdot Q^{-1} \qquad (5.12)$$

Z zależności (5.11) można obliczyć:

$$S_{X_i}^{g(U_M)} = \frac{X_i}{g(U_M)}\frac{\partial g(U_M)}{\partial X_i} =$$

$$= \left[\mathrm{Re}(X_i\Delta X_i)\mathrm{Im}(I) - \mathrm{Im}(X_i\Delta_{X_i})\ \mathrm{Re}(I)\right] \cdot Q^{-1} \qquad (5.1$$

gdzie:

X_i - odpowiednio G_i, j C_i, g_i, jb_i są admitancjami tworzącymi macierz układu generacyjnego.

Równania (5.12 i 5.13) pozwalają obliczyć współczynniki wrażliwości $S_{X_i}^{\omega}$ i $S_{X_i}^{g(U_M)}$ bez konieczności różniczkowania zależności na ω i $g(U_M)$. Otrzymaliśmy zatem wzory do numerycznego obliczania współczynników wrażliwości. Jeżeli dla elementu nieliniowego znamy zależność:

$$g(U_M) = f(U_M), \qquad (5.14)$$

to możemy obliczyć:

$$S_{U_M}^{g(U_M)} = \frac{U_M}{g(U_M)}\cdot\frac{\partial g(U_M)}{\partial U_M}, \qquad (5.15)$$

a interesującą nas wrażliwość amplitudy U_M na zmiany parametrów układu generacyjnego X_i obliczymy z zależności:

$$S_{X_i}^{U_M} = \frac{X_i}{U_M}\frac{\partial U_M}{\partial X_i} = \frac{S_{X_i}^{g(U_M)}}{S_{U_M}^{g(U_M)}} \tag{5.16}$$

Mając współczynniki wrażliwości, wyrażone wzorami (5.12 i 5.16), możemy ostatecznie obliczyć stałość częstotliwości i amplitudy.

$$\delta\omega = \frac{\Delta\omega}{\omega} = \sum_{i=1}^{m} S_{X_i}^{\omega}\,\delta X_i \tag{5.17}$$

$$\delta U_M = \frac{\Delta U_M}{U_M} = \sum_{i=1}^{m} S_{X_i}^{U_M}\delta X_i \tag{5.18}$$

gdzie:

$m = t + r + q.$

5.3. Niezmienniki współczynników wrażliwości

Bezpośrednie wykazanie, że funkcje układowe ω oraz $g(U_M)$ są jednorodne stopnia 0 i 1 jest trudne. Wykażemy to w sposób pośredni. Korzystając z równania (4.27) rozwiniemy wyznacznik z macierzy $\left[\underline{Y}_c + g(U_M)\right]$ względem wszystkich kolejnych wierszy. Następnie uporządkujemy te wyrażenia i przyrównamy część rzeczywistą i urojoną do zera. Otrzymamy wówczas:

$$\mathrm{Re}\sum_{i=1}^{m} X_i\,\Delta_{X_i} + \mathrm{Re}\left[g(U_M)\,\Delta_{g(U_M)}\right] = 0 \tag{5.19}$$

$$\mathrm{Im} \sum_{i=1}^{m} X_i \Delta_{X_i} + \mathrm{Im}\left[g(U_M)\Delta_{g(U_M)}\right] = 0 \tag{5.20}$$

Obliczymy teraz:

$$\sum_{i=1}^{m} S_{X_i} = \left\{ \mathrm{Re}\left[g(U_M)\Delta_{g(U_M)}\right] \mathrm{Im} \sum_{i=1}^{m} X_i \Delta_{X_i} - \mathrm{Im}\left[g(U_M)\Delta_{g(U_M)}\right] \mathrm{Re} \sum_{i=1}^{m} X_i \Delta_{X_i} \right\} \cdot Q^{-1} \tag{5.21}$$

Podstawiając równania (5.19 i 5.20) do równania (5.21) łatwo wykazać, że:

$$\sum_{i=1}^{m} S_{X_i}^{\omega} = 0 \tag{5.22}$$

Podobnie obliczymy:

$$\sum_{i=1}^{m} S_{X_i}^{g(U_M)} = \left\{ \mathrm{Im}(I)\ \mathrm{Re} \sum_{i=1}^{m} X_i \Delta_{X_i} - \mathrm{Re}(I)\ \mathrm{Im} \sum_{i=1}^{m} X_i \Delta_{X_i} \right\} \cdot Q^{-1} \tag{5.23}$$

Podstawiając zależności (5.19 i 5.20 do równania 5.23) otrzymujemy:

$$\sum_{i=1}^{m} S_{X_i}^{g(U_M)} = 1 \tag{5.24}$$

Zależności (5.22 i 5.24) określają niezmiennicze własności wrażliwości dla ω i $g(U_M)$.

5.4. Iteracyjne wyznaczenie warunku generacji

Wyprowadzone wzory w rozdziale 5.2 pozwalają obliczyć współczynniki wrażliwości. Jednakże warunkiem koniecznym otrzymania poprawnych wyników jest spełnienie równania (4.27). Obliczenie odpowiednich wartości elementów tworzących układ generacyjny i spełniających równanie (4.27) jest stosunkowo proste dla przypadku, kiedy wzmacniacze operacyjne są idealne. W przypadku rzeczywistych układów generacyjnych jest to zadanie trudniejsze. Każdy praktyczny układ generacyjny posiada elementy pozwalające na zestrojenie częstotliwości drgań i amplitudy do wartości żądanych. Z praktycznego punktu widzenia prawie zawsze są to rezystory (potencjometry). Ich wartości obliczymy w wyniku iteracji. Obliczenia rozpoczynamy od dwóch wartości konduktancji, które oznaczymy jako $G_V^{(k)}$, $G_W^{(k)}$, przy czym k jest indeksem iteracji (0,1,...). Początkową ich wartość możemy obliczyć z zależności uproszczonych, które uzyskujemy dla przypadku generatora z idealnymi wzmacniaczami operacyjnymi. Korzystając z metody Newtona-Raphsona, warunek generacji (4.27) możemy przedstawić w postaci:

$$\mathrm{Re}\left[\Delta + \frac{\partial\Delta}{\partial G_V}(G_V^{(k+1)}-G_V^{(k)}) + \frac{\partial\Delta}{\partial G_W}(G_W^{(k+1)}-G_W^{(k)})\right] = 0 \tag{5.25}$$

$$\mathrm{Im}\left[\Delta + \frac{\partial\Delta}{\partial G_V}(G_V^{(k+1)}-G_V^{(k)}) + \frac{\partial\Delta}{\partial G_W}(G_W^{k+1)}-G_W^{(k)})\right] = 0 \tag{5.26}$$

gdzie:

Δ - wartość wyznacznika z macierzy $\left[\underline{Y}_c+g(U_M)\right]$ obliczona w k-tym kroku iteracji.

Z prac [30, 31] wynika, że:

$$\frac{\partial\Delta}{\partial G_V} = \Delta_{(p_V+r_V)(p_V+r_V)} \tag{5.27a}$$

$$\frac{\partial\Delta}{\partial G_W} = \Delta_{(p_W+r_W)(p_W+r_W)} \tag{5.27b}$$

gdzie:

p_V, r_V; p_W, r_W - numery węzłów, do których przyłączone są odpowiednie konduktancje G_V i G_W.

Rozwiązując układ równań (5.25 i 5.26) otrzymujemy:

$$G_V^{(k+1)} = G_V^{(k)} - \frac{\mathrm{Re}\,\Delta_{(p_W+r_W)(p_W+r_W)}\,\mathrm{Im}\,\Delta_{(p_W+r_W)(p_W+r_W)} - \mathrm{Im}\,\Delta_{(p_W+r_W)(p_W+r_W)}\,\mathrm{Re}\,\Delta_{(p_W+r_W)(p_W+r_W)}}{\mathrm{Re}\,\Delta_{(p_V+r_V)(p_V+r_V)}\,\mathrm{Im}\,\Delta_{(p_W+r_W)(p_W+r_W)} - \mathrm{Im}\,\Delta_{(p_V+r_V)(p_V+r_V)}\,\mathrm{Re}\,\Delta_{(p_W+r_W)(p_W+r_W)}} \tag{5.28}$$

oraz

$$G_W^{(k+1)} = G_W^{(k)} - \frac{\mathrm{Re}\,\Delta_{(p_V+r_V)(p_V+r_V)}\,\mathrm{Im}\,\Delta_{(p_V+r_V)(p_V+r_V)} - \mathrm{Im}\,\Delta_{(p_V+r_V)(p_V+r_V)}\,\mathrm{Re}\,\Delta_{(p_V+r_V)(p_V+r_V)}}{\mathrm{Re}\,\Delta_{(p_W+r_W)(p_W+r_W)}\,\mathrm{Im}\,\Delta_{(p_W+r_W)(p_W+r_W)} - \mathrm{Im}\,\Delta_{(p_W+r_W)(p_W+r_W)}\,\mathrm{Re}\,\Delta_{(p_V+r_V)(p_V+r_V)}} \tag{5.29}$$

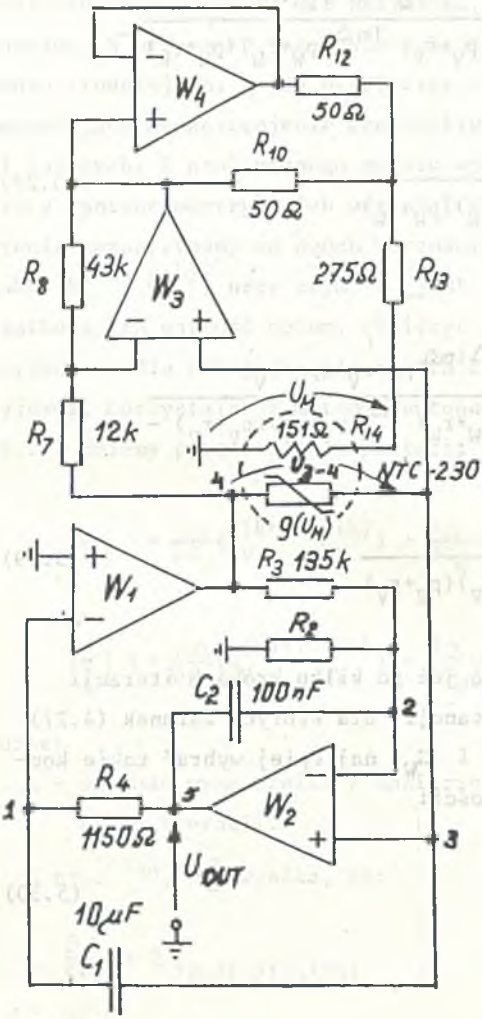
Równania (5.28 i 5.29) pozwalają już po kilku krokach iteracji uzyskać ostateczne wartości konduktancji, dla których warunek (4.27) jest spełniony. Jako elementy G_V i G_W najlepiej wybrać takie konduktancje, które spełniają nierówności:

$$S_{G_V}^{\omega} \gg S_{G_W}^{\omega} \tag{5.30}$$

$$S_{G_W}^{g(U_M)} \gg S_{G_V}^{g(U_M)} \tag{5.31}$$

Oznacza to, że konduktancja G_V ma dominujący wpływ na zmianę częstotliwości, a konduktancja G_W na napięcie U_M.

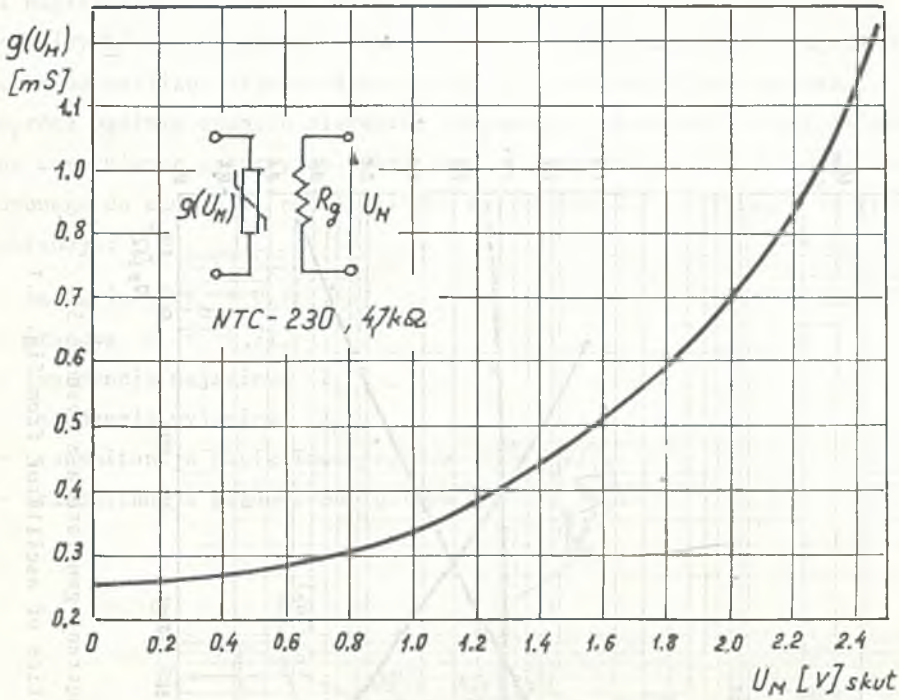
Przykład 5.1



Rys. 5.1. Schemat ideowy generatora napięcia sinusoidalnego

Fig. 5.1. Conceptional scheme of the sinusoidal oscillator

Na rysunku 5.1 przedstawiono schemat ideowy układu generacyjnego, zbudowanego zgodnie z rysunkiem 2 tablicy 3.1. Już w trakcie syntezy wykazano, że jest to najbardziej interesująca struktura. Badania eksperymentalne na praktycznie wykonanym układzie potwierdziły te oczekiwania. Wzmacniacze W_1 i W_2, łącznie z rezystorami R_2, R_3, R_4 i konduktancją $g(U_M)$ oraz pojemnościami C_1 i C_2 tworzą pierwotną strukturę układu. Pozostałe dwa wzmacniacze znajdują się w torze stabilizacji amplitudy napięcia generowanego. Stabilizowane jest napięcie na zaciskach 3, 4 układu generacyjnego oraz napięcie wyjściowe U_{OUT}. Jak łatwo bowiem wykazać, transmitancja napięciowa $K_u=U_1/U_{3-4}$ jest stała i nie zależy od częstotliwości. W celu zwiększenia obciążalności wzmacniacza W_3 dołączono, w sposób pokazany na rysunku 5.1, wzmacniacz W_4. Pętlę ujemnego sprzężenia zwrotnego, stabilizującego amplitu-

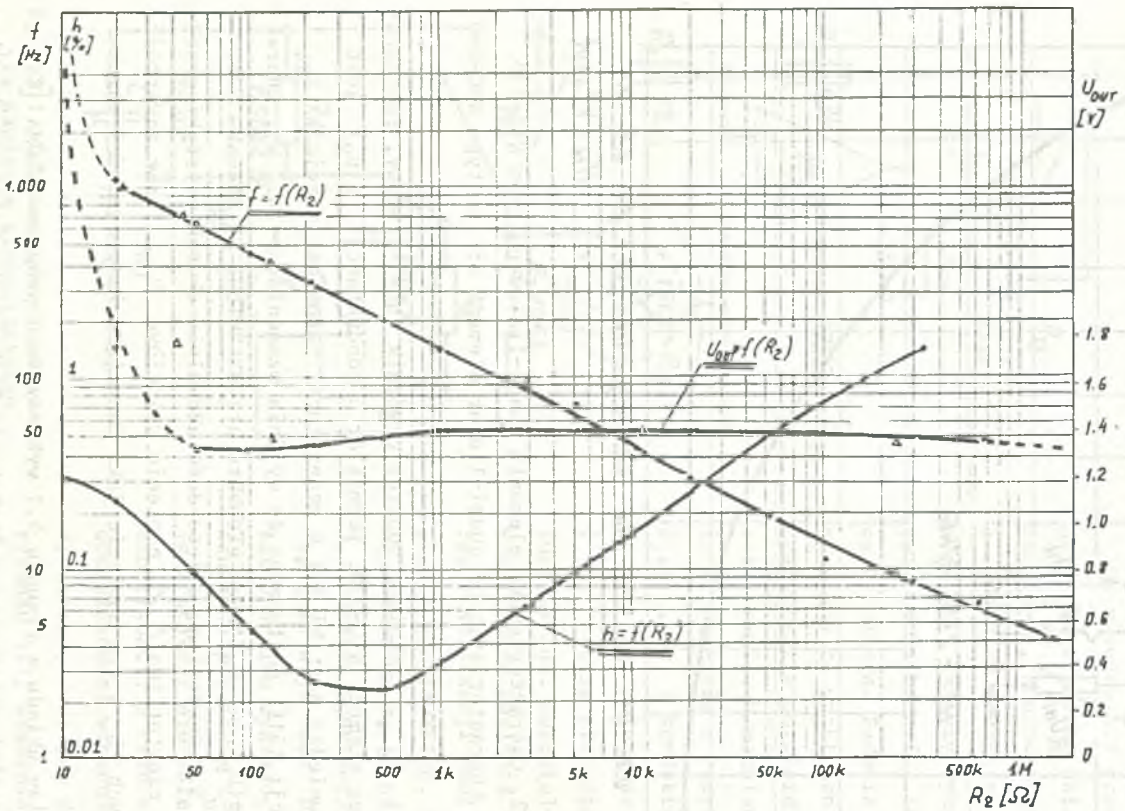


Rys. 5.2. Charakterystyka elementu quasi-liniowego typu NTC-230

Fig. 5.2. Characteristic of quasi-linear element of the type NTC-230

dę napięcia U_{3-4}, zamknięto poprzez czwórnik quasi-liniowy, reprezentowany przez element NTC-230. Termistor o konduktancji $g(U_M)$ jest włączony pomiędzy zaciski 3 i 4 generatora, natomiast grzejnik R_{14} o rezystancji 151Ω podłączono do wyjścia wzmacniaczy W_3, W_4. Charakterystykę $g(U_M) = f(U_M)$ tego elementu przedstawiono na rysunku 5.2. Na rysunku 5.3 wykreślono zdjęte doświadczalnie charakterystyki przedstawiające częstotliwość f, napięcie wyjściowe U_{OUT} oraz zawartość harmonicznych h w tym napięciu jako funkcję zmiany wartości rezystancji R_2.

Do analizy układu z rysunku 5.1 wykorzystano program PALOMA [84, 88] który został opracowany w Instytucie Elektroniki Politechniki Śląskiej. Ostatnia jego wersja rezyduje pod systemem operacyjnym George-3

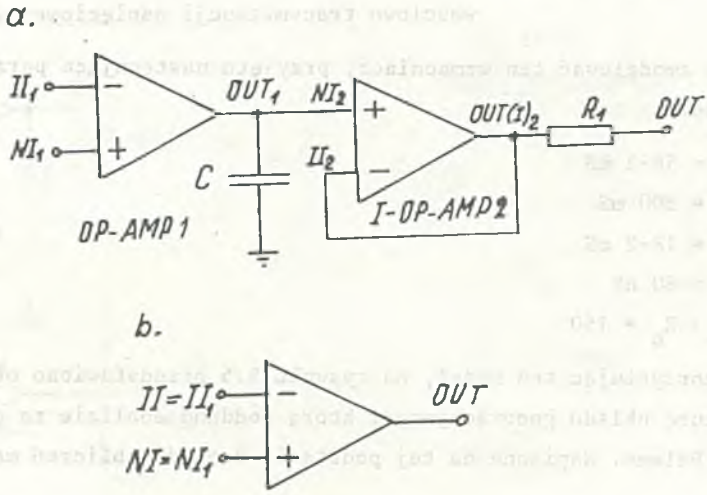


Rys. 5.3. Charakterystyki zewnętrzne generatora z rysunku 5.1

Fig. 5.3. External characteristics of oscillator from fig. 5.1

i napisana jest w języku Algolu 1900 na Odrę 1300. Jest to Program Analizy Liniowych Obwodów metodą Macierzy Admitancyjnych. Program pozwala na analizę układów elektronicznych, w skład których wchodzą, oprócz ogólnie znanych elementów pasywnych i aktywnych, również idealne wzmacniacze operacyjne. Obliczenia prowadzone są dla układu sprowadzonego do czwórnika o postaci jak na rysunku 2.3. Obliczane są transmitancje:

- napięciowa $K_u = U_2/U_1$,
- prądowa $K_i = -I_2/I_1$
- impedancja wejściowa Z_{we},
- impedancja wyjściowa Z_{wy},
- transmitancja napięciowo-prądowa $M = U_2/I_1$,
- transmitancja prądowo-napięciowa $N = -I_2/U_1$.



Rys. 5.4. Makromodel wzmacniacza ULY 7741N

Fig. 5.4. Macromodel of the amplifier ULY 7741N

Obliczenia mogą być wykonane dla prądu stałego i zmiennego, przy czym częstotliwość może być zmieniana liniowo lub logarytmicznie. Dla wszystkich wymienionych transmitancji obliczane są współczynniki wraż-

liwości. Program Paloma został wykorzystany do obliczania dopełnień algebraicznych. Modyfikowano numery zacisków a, b, c, d i wyznaczano dopełnienia algebraiczne, występujące we wzorach określających współczynniki wrażliwości (5.12 i 5.13). Wzmacniacze operacyjne z rysunku 5.1 zostały zamodelowane w sposób pokazany na rysunku 5.4. Makromodel z rysunku 5.4a podobny jest do przedstawionego w pracy [147]. Model ten można jednak było znacznie uprościć dzięki temu, że program Paloma posiada w zbiorze elementów aktywnych idealny wzmacniacz operacyjny (I-OP-AMP). Do budowy układu generacyjnego (rys. 5.1) użyto wzmacniaczy ULY 7741 N. Przyjęto dla nich jednakowe parametry o następujących wartościach:

K_{uro} = 50 000 V/V - różnicowe wzmocnienie napięcia stałego,
R_i = 200 kΩ - rezystancja wejściowa różnicowa,
R_o = 150Ω - rezystancja wyjściowa,
f_v ≅ 20 Hz - częstotliwość bieguna skompensowanej częstotliwościowo transmitancji napięciowej wzmacniacza.

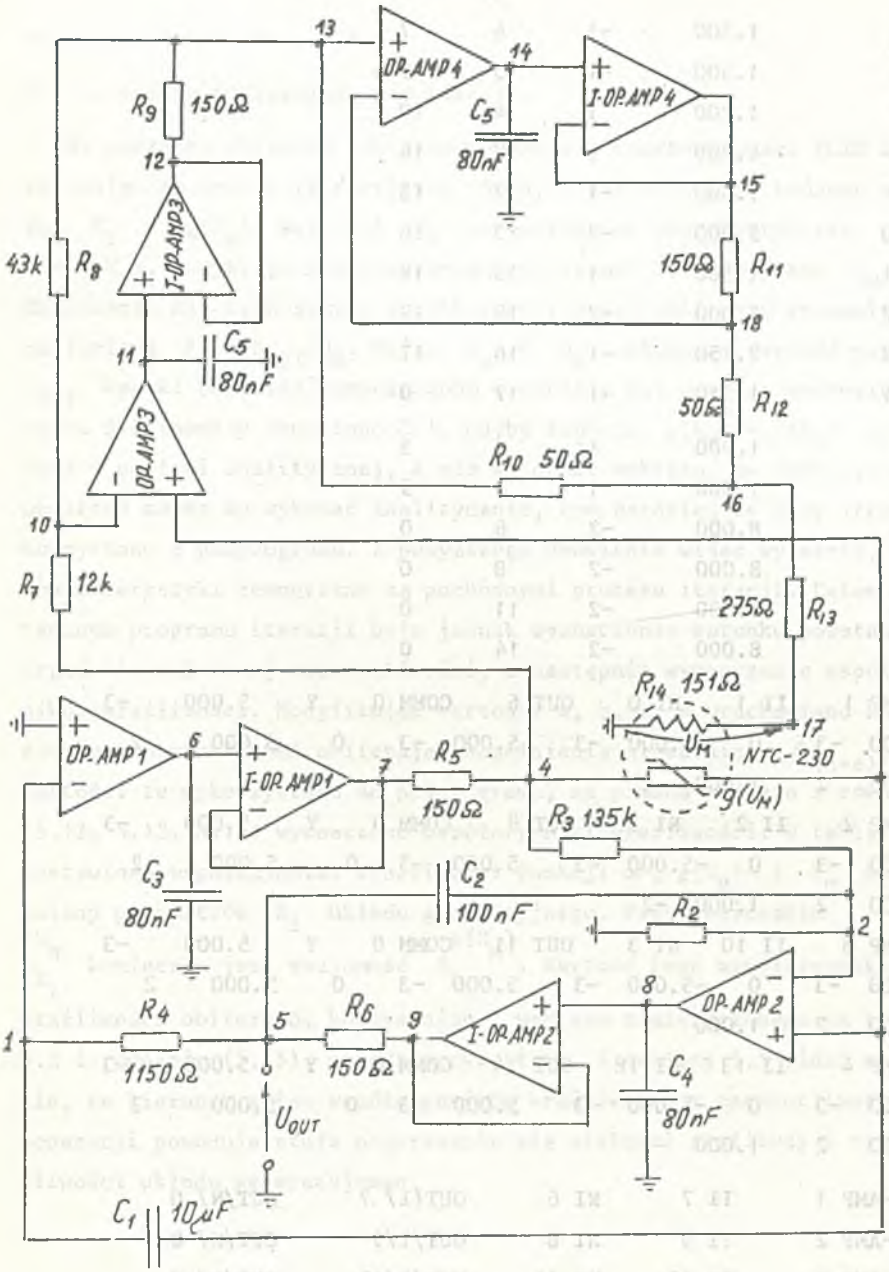
Aby zmodelować ten wzmacniacz, przyjęto następujące parametry makromodelu:

g_i = 5E-3 mS
g_m = 500 mS
g_o = 1E-2 mS
C = 80 nF
$R_1 = R_o$ = 150

Wykorzystując ten model, na rysunku 5.5 przedstawiono ostateczną strukturę układu generacyjnego, którą poddano analizie za pomocą programu Paloma. Napisane na tej podstawie dane do obliczeń mają postać:

a = * b = * c = * d = *

ZR:	RO	LO	CO		
$[g(U_M)^{-1}]$		1.348	0	3	4
R 2		2.203	0	2	0
R 3		1.350	2	2	4
R 4		1.150	0	1	5



Rys. 5.5. Schemat ideowy generatora z rysunku 5.1 przygotowany do analizy za pomocą programu PALOMA

Fig. 5.5. Conceptional scheme of generator from fig. 5.1 prepared to the analysis with the help of program PALOMA

```
R 5          1.500     -1      4      7
R 6          1.500     -1      5      9
R 7          1.200      1      4     10
R 8          4.300      1     10     16
R 9          1.500     -1     12     13
R 10         5.000     -2     13     16
R 11         1.500     -1     15     18
R 12         5.000     -2     16     18
R 13         2.750     -1     16     17
R 14         1.510     -1     17      0

C 1          1.000      1      1      3
C 2          1.000     -1      2      5
C 3          8.000     -2      6      0
C 4          8.000     -2      8      0
C 5          8.000     -2     11      0
C 6          8.000     -2     14      0

OP-AMP 1    II 1    NI 0    OUT 6    COMM 0    Y    5.000    -3
-5.000  -3    0   -5.000  -3    5.000  -3    0    5.000    2
-5.000   2    1.000  -2
OP-AMP 2    II 2    NI 3    OUT 8    COMM 0    Y    5.000    -3
-5.000  -3    0   -5.000  -3    5.000  -3    0    5.000    2
-5.000   2    1.000  -2
OP-AMP 3    II 10   NI 3    OUT 11   COMM 0    Y    5.000    -3
-5.000  -3    0   -5.000  -3    5.000  -3    0    5.000    2
-5.000   2    1.000  -2
OP-AMP 4    II 13   NI 18   OUT 14   COMM 0    Y    5.000    -3
-5.000  -3    0   -5.000  -3    5.000  -3    0    5.000    2
-5.000   2    1.000  -2

I-OP-AMP 1      II 7      NI 6      OUT(I/ 7      OUT/N/ 0
I-OP-AMP 2      II 9      NI 8      OUT/I/9       OUT/N/ 0
I-OP-AMP 3      II 12     NI 11     OUT/I/12      OUT/N/ 0
I-OP-AMP 4      II 15     NI 14     OUT/I/15      OUT/N/ 0
```

PLIN * 0 *

* - parametry podlegające modyfikacji.

Na początku obliczeń deklarowano wartość częstotliwości PLIN i korzystając ze wzorów iteracyjnych (5.28, 5.29) obliczono końcowe wartości R_2 i $g(U_M)$. Wartości R_2 naniesiono na charakterystykę $f = f(R_2)$. Z wykresu zamieszczonego na rysunku 5.2 odczytano U_M. Jednocześnie dla tych samych danych numerycznych obliczono transmitancję napięciową $K_u = U_{OUT}/U_M$. Mając K_u i U_M obliczono wartość napięcia U_{OUT}. Wyniki obliczeń zamieszczono w tablicy 5.1 oraz na wykresie rysunku 5.3 (punkty oznaczono Δ). Gdyby funkcja $g(U_M) = f(U_M)$ była dana w postaci analitycznej, a nie w formie wykresu, to cały proces obliczeń można by wykonać analitycznie, tym bardziej że przy iteracji korzystano z podprogramu. Z powyższego omówienia widać wyraźnie, że charakterystyki zewnętrzne są pochodnymi procesu iteracji. Celem ostatecznym programu iteracji było jednak wyznaczenie warunku powstania drgań dla założonej częstotliwości, a następnie wyznaczenie współczynników wrażliwości. Modyfikując wartości a, b, c, d uruchamiano każdorazowo program PALOMA obliczając dopełnienia algebraiczne $\Delta_{(a+d)(b+c)}$. Wartości te wykorzystano do podprogramu, za pomocą którego z równań (5.12, 5.13, 5.16) wyznaczono współczynniki wrażliwości. W tablicy 5.1 zestawiono współczynniki wrażliwości funkcji ω , $g(U_M)$ i U_M na zmiany parametrów X_i układu generacyjnego. Przy obliczaniu $S_{X_i}^{U_M}$ konieczna jest znajomość $S_{U_M}^{g(U_M)}$. Wartość tego współczynnika wrażliwości obliczono, korzystając z wykresu zamieszczonego na rysunku 5.2 i równania (5.15), metodą przyrostową. Z tablicy 5.1 widać wyraźnie, że kierunek zmian współczynników wrażliwości z częstotliwością generacji powoduje stałe pogarszanie się stałości amplitudy i częstotliwości układu generacyjnego.

Tablica 5.1

Lp.	f = 10 Hz				
1	WYNIKI ITERACJI	$g(U_M)$	mS	0.740729	
2		R_2	kΩ	220.24914	
3		$K_u = U_1/U_M$	V/V	0.63717	
4		U_{OUT}	V	1.325	
5		X_i	$S^{\omega}_{X_i}$	$S^{g(U_M)}_{X_i}$	$S^{U_M}_{X_i}$
6		1	2	3	4
7	ELEMENTY RC	$g(U_M)$	2.0073 E-13		
8		R_2^{-1}	0.49999616	0.00001720	0.00000848
9		R_3^{-1}	-0.00001068	0.99996819	0.49357499
10		R_4^{-1}	0.49999682	0.00003913	0.00001931
11		C_1	-0.49999878	0.99995739	0.49356991
12		C_2	-0.49999809	-0.99997305	-0.49357739
13		R_7^{-1}	-1.5563 E-7	-4.4459 E-7	-1.9674 E-7
14		R_8^{-1}	2.7580 E-7	-8.9107 E-8	-3.9433 E-8
15		R_{10}^{-1}	1.7645 E-8	-3.6716 E-7	-1.6248 E-7
16		R_{12}^{-1}	6.6943 E-8	-2.9523 E-7	-1.3065 E-7
17		R_{13}^{-1}	-1.8019 E-8	-3.0449 E-7	-1.3474 E-7
18		R_{14}^{-1}	2.0829 E-8	-4.7670 E-7	-2.1095 E-7
19	OP-AMP1	y_m	5.3894 E-6	0.00002167	0.00000958
20		y_i	-1.1591 E-7	-5.9864 E-8	-2.6402 E-8
21		y'_o	-0.00001007	0.00001366	0.00000604
22		C_3	4.7509 E-6	7.3137 E-6	3.2365 E-6
23		R_5^{-1}	-4.5510 E-7	-2.2213 E-6	-0.9830 E-6

f = 10 Hz cd. tablicy 5.1

Lp.		1	2	3	4
24	OP-AMP2	y_m	0.00002679	0.00003530	0.00001562
25		y_i	-4.5795 E-6	-0.00001313	-0.00000581
26		y'_o	-0.00001134	-0.00004423	-0.00001957
27		C_4	-0.00001537	8.2326 E-6	3.6432 E-6
28		R_6^{-1}	3.1975 E-6	3.4747 E-6	1.5376 E-6
29	OP-AMP3	y_m	4.1213 E-7	-1.8670 E-7	-0.8262 E-7
30		y_i	-3.4404 E-7	-4.9963 E-7	-2.2112 E-7
31		y'_o	-1.3588 E-7	-5.9840 E-7	-2.6481 E-7
32		C_5	-2.0797 E-7	9.8707 E-8	4.3681 E-7
33		R_9^{-1}	1.1741 E-7	-6.1448 E-7	2.7192 E-7
34	OP-AMP4	y_m	-6.8110 E-8	6.8644 E-7	3.0377 E-7
35		y_i	1.0327 E-14	1.4785 E-14	6.5425 E-15
36		y'_o	1.1042 E-11	4.7464 E-11	2.1004 E-11
37		C_6	1.6496 E-11	-8.0210 E-12	-3.5495 E-12
38		R_{11}^{-1}	6.8130 E-8	-6.8643 E-7	-3.0379 E-7

Lp.	f = 40 Hz
1	0.742054
2	13.76585
3	0.66883
4	1.3912

f = 40 Hz cd. tablicy 5.1

5	$S^{\omega}_{X_i}$	$S^{g(U_M)}_{X_i}$	$S^{U_M}_{X_i}$
6	2	3	4
7	-3.5749 E-12		
8	0.50001095	0.00028311	0.00013974
9	-0.00007546	0.99978195	0.49348307
10	0.50006634	0.00021109	0.00010419
11	-0.50006853	0.99980008	0.49349202
12	-0.499931	-1.0000504	-0.49361557
13	6.4317 E-7	1.8647 E-6	0.9203 E-6
14	2.1504 E-7	5.0284 E-7	2.4819 E-7
15	-6.7287 E-9	-7.0787 E-8	-3.4939 E-8
16	2.4405 E-8	9.8038 E-10	4.8390 E-10
17	-2.3954 E-8	-9.4294 E-8	-4.6542 E-8
18	-9.8665 E-9	-9.4022 E-8	-4.6408 E-8
19	-0.00006655	-0.00033771	-0.00016669
20	-1.1597 E-7	7.6724 E-7	3.7870 E-7
21	-0.00001009	0.00022042	0.00010879
22	0.00007665	0.00011719	0.00005784
23	-8.4901 E-6	-0.00002466	-0.00001217
24	0.00008842	0.00008819	0.00003902
25	-4.5790 E-6	-0.00001305	-0.00000577
26	-0.00001143	-0.00022131	-0.00009793
27	-0.00007698	0.00013302	0.00005886

f = 40 Hz cd. tablicy 5.1

Lp.	2	3	4
28	0.00001034	8.6821 E-6	3.8421 E-6
29	2.2393 E-7	4.0517 E-7	1.7930 E-7
30	-2.1652 E-7	-4.9944 E-7	-2.2102 E-7
31	-8.5218 E-9	-5.9833 E-7	-2.6478 E-7
32	-2.0810 E-7	9.9473 E-8	4.4020 E-8
33	-3.8405 E-8	-2.1827 E-8	-0.9659 E-8
34	-7.2724 E-9	9.3615 E-8	-4.1428 E-8
35	6.2331 E-15	-2.7628 E-14	-1.2226 E-14
36	8.3786 E-12	2.3701 E-11	1.0488 E-11
37	8.2493 E-12	-9.7404 E-11	-4.3104 E-11
38	7.2858 E-9	-9.3683 E-8	-4.1458 E-8

Lp.		f = 100 Hz	
1		0.742054	
2		2.2027874	
3		0.671439	
4		1.39659	
5	$S^{\omega}_{X_i}$	$S^{g(U_M)}_{X_i}$	$S^{U_M}_{X_i}$
6	2	3	4
7	-8.4171 E-12		
8	8.50006944	0.00185370	0.00082033
9	-0.00043701	0.99874278	0.44198025

f = 100 Hz cd. tablicy 5.1

Lp.	2	3	4
10	0.50043202	0.00116974	0.00051765
11	-0.5004347	0.99892324	0.44206011
12	-0.49962959	-1.000532	-0.44277204
13	5.1028 E-6	0.00001487	0.000006580
14	2.6394 E-9	-6.0829 E-7	-2.6919 E-7
15	-1.1286 E-7	-5.9871 E-7	-2.6495 E-7
16	-8.2688 E-8	-5.3451 E-7	-2.3654 E-7
17	-9.8613 E-8	-4.6373 E-7	-2.0521 E-7
18	-1.4687 E-7	-7.7490 E-7	-3.4292 E-7
19	-0.00046790	-0.00211328	-0.00093520
20	-1.1829 E-7	5.3974 E-6	2.3885 E-6
21	-0.00001069	0.00010795	0.00004777
22	0.00047839	0.00073524	0.00032537
23	-0.00005329	-0.00015497	-0.00006877
24	0.00043355	0.00033890	0.00014997
25	-4.5751 E-6	-0.00001259	-0.00000557
26	-0.00001207	-0.00121347	-0.00053700
27	-0.00042225	0.00087338	-0.00038650
28	0.00005050	-7.6230 E-6	-3.3734 E-6
29	4.3283 E-9	-7.0667 E-7	-3.1272 E-7
30	-2.0905 E-7	-2.9924 E-7	-1.3242 E-7
31	6.7810 E-7	-5.9848 E-7	-2.6484 E-7
32	-2.0814 E-7	1.5132 E-7	0.6696 E-7

f = 100 Hz cd. tablicy 5.1

Lp.	2	3	4
33	-1.7447 E-7	-1.0840 E-6	-0.4797 E-6
34	2.0568 E-7	1.1526 E-6	0.5100 E-6
35	1.4764 E-14	-4.2988 E-13	-1.9023 E-13
36	1.6633 E-11	6.3970 E-11	2.8309 E-11
37	2.2752 E-11	-1.2107 E-9	-0.5357 E-9
38	-2.0566 E-7	-1.1533 E-6	-0.5103 E-6

Lp.		f = 400 Hz	
1		0.771771	
2		0.13788	
3		0.67888	
4		1.4206	
5	$S_{X_i}^{\omega}$	$S_{X_i}^{g(U_M)}$	$S_{X_i}^{U_M}$
6	2	3	4
7	-9.7063 E-11		
8	0.50045091	0.05439023	0.02406966
9	-0.00650262	0.97979622	0.43359570
10	0.50650306	0.01933614	0.00855695
11	-0.50651859	0.9821544	0.43463928
12	-0.49403561	-1.0212214	-0.45192786
13	0.00007981	0.0002707	0.00011979
14	-7.5844 E-7	-0.0000169	-0.00000747

f = 400 Hz cd. tablicy 5.1

Lp.	2	3	4
15	-5.4489 E-7	-1.3408 E-6	-0.5933 E-6
16	-5.0157 E-7	-3.2317 E-6	-1.4301 E-6
17	-4.1321 E-7	2.3763 E-7	1.0250 E-7
18	-7.0540 E-7	-1.6251 E-6	-0.7191 E-6
19	-0.00715557	-0.03454130	-0.01528579
20	-6.9803 E-7	0.00008782	0.00003886
21	-0.00014454	0.02166613	0.00958805
22	0.00730886	0.01287131	0.00569602
23	-0.00083094	-0.00259128	-0.00114673
24	0.00664774	-0.00690206	-0.00305441
25	-4.5641 E-6	-3.4126 E-6	-1.5102 E-6
26	0.00010558	-0.01928374	-0.00853377
27	-0.00675440	0.02618197	0.01158644
28	0.00085152	-0.01223048	-0.00541243
29	-7.5870 E-7	-0.00001709	-0.00000756
30	-2.3019 E-7	4.5148 E-6	1.9979 E-6
31	-7.7049 E-9	-5.9602 E-7	-2.6376 E-7
32	-2.9479 E-7	0.00001380	0.00000610
33	-1.0176 E-6	-5.7848 E-6	-2.5599 E-6
34	-1.0615 E-6	-3.8313 E-6	-1.6954 E-6
35	-1.2550 E-13	-2.3267 E-11	-1.0296 E-11
36	5.4574 E-11	-3.7598 E-10	-1.6638 E-10
37	-2.8022 E-10	-6.1697 E-8	-2.7303 E-8
38	-1.0615 E-6	-3.8533 E-6	-1.7052 E-6

6. WNIOSKI KOŃCOWE

W pracy przedstawiono pewną zwartą grupę zagadnień, dotyczącą układów generacyjnych RC, w których elementami aktywnymi są idealne wzmacniacze operacyjne. Na nich oparto metodę syntezy w wyniku której uzyskano niezwykle interesujące struktury układowe. Ostatnie dwa rozdziały poświęcone są generatorom z elementami nieliniowymi i ich analizie wrażliwościowej. Na podstawie wyników uzyskanych w pracy można sformułować następujące wnioski końcowe.

1. Metoda analizy układów elektronicznych z idealnymi wzmacniaczami operacyjnymi jest niezwykle prosta i to zarówno dla obliczeń wykonywanych ręcznie, jak i numerycznie. Pozwala ona skorzystać z ogólnie znanych algorytmów tworzenia macierzy admitancyjnej węzłowej. Istota metody polega na tym, że tworząc macierz admitancyjną węzłową układu nie należy do niej wpisywać parametrów małosygnałowych wzmacniaczy operacyjnych. Natomiast przy obliczaniu transmitancji lub imitancji układu elektronicznego należy skorzystać z zależności (2.5, 2.7, 2.9), wyprowadzonych w rozdziale drugim.

2. Algorytm syntezy, przedstawiony w rozdziale trzecim, pozwala na uzyskiwanie całych rodzin układów generacyjnych, spośród których można wybierać najbardziej interesujące. Do zalet zaproponowanej metody można też zaliczyć dużą liczbę stopni swobody, z jakimi mamy do czynienia w toku realizacji algorytmu syntezy.

3. Twierdzenia 3.4 i 3.5 pozwalają na sprawdzenie spójności grafu uzyskanej struktury generacyjnej. Jest to równocześnie pierwsze ograniczenie nałożone na końcową postać macierzy okrojonej układu generacyjnego.

4. Niezwykle interesująca jest struktura generatora z rysunku 2 tablicy 3.1. Do jego realizacji potrzebne są 4 rezystory, 2 kondensatory i 2 wzmacniacze operacyjne. Uzyskaliśmy układ generatora, w którym za

pomocą dwóch rezystancji istnieje możliwość przestrajania częstotliwości i amplitudy, bez interakcji. Podobne własności ma układ generatora z rysunku 3 tablicy 3.1. Zgodnie z twierdzeniem 3.3 są to struktury skoligacone, mimo iż każdą z nich uzyskano w wyniku oddzielnej syntezy.

5. Wnioski i wyniki uzyskane w rozdziale czwartym stanowią pewne formalne uzasadnienie obliczeń stosowanych w praktyce inżynierskiej. Konduktancja quasi-liniowa elementu nieliniowego (wzajemna lub wewnętrzna) może być wpisana do macierzy admitancyjnej na ogólnie znanych zasadach, a warunek generacji niewiele różni się od tego, jaki uzyskuje się dla układów liniowych.

6. Z punktu widzenia zniekształceń nieliniowych zdecydowaną przewagę mają elementy nieliniowe, dla których można przyjąć, że wektor prądów harmonicznych $\underline{I}(h) = 0$.

7. Wyprowadzone w rozdziale piątym wzory określające wrażliwości układów generacyjnych można wykorzystać w maszynowej analizie numerycznej.

8. Wzory określające niezmiennicze własności współczynników wrażliwości mogą być użyte jako kryterium pozwalające sprawdzić, z jaką dokładnością spełniony jest warunek powstania drgań w układzie.

9. Dużą liczbę stopni swobody przy syntezie układów generacyjnych można wykorzystać do jego optymalizacji, np. minimalizacji współczynników wrażliwości, kosztu itp.

10. Iteracyjną metodę wyznaczania warunków generacji można wykorzystać do obliczania amplitudy napięcia wyjściowego. W miejsce konduktancji G_W (w zależność 5.29) należy wstawić quasi-liniową konduktancję elementu nieliniowego $g(U_M)$. Wykorzystując zależność (5.14) możemy określić końcową wartość napięcia U_M, jaka ustali się w układzie generacyjnym na tym elemencie.

11. Twierdzenie 3.3 można uogólnić na transmitancje i imitancje układów elektronicznych, zawierających idealne wzmacniacze operacyjne.

12. Istnieje możliwość wykorzystania do syntezy innych, znanych elementów, jak np. żyrator. Jedna z jego admitancji żyracji ma wartość

dodatnią. Wpisanie jej do macierzy okrojonej pozwoliłoby uzyskać "+" w każdym miejscu tej macierzy, co w dotychczasowym algorytmie syntezy było niemożliwe. Podobny efekt można otrzymać po wprowadzeniu w miejsce wzmacniaczy o dwóch wejściach i jednym wyjściu niesymetrycznym - wzmacniaczy o dwóch wejściach i dwóch wyjściach.

LITERATURA

1. Ajzinov M.M.: Analiz i sintiez liniejnych radiotiechniczeskich cepiej w pieriechodnom reżimie. Energia, Leningrad 1968.
2. Aleksenko A.G., Zuer B.I., Lamiekin V.F., Romanow I.A.: Makromodielirowanie analogowych intiegralnych mikroschiem. Radio i Svjaz, Moskwa 1983.
3. Aliew W.I.: K analizu cepiej sodierżaszczich idealnyje opieracjonnyje usilitieli, Radiotiechnika i Elektronika 1974, tom XIX, nr 10, s. 2089-2095.
4. Allen P.E., Gavin R.K., Kwok C.G.: Frequency Domain Analysis for Operational Amplifiers Macromodels. IEEE Trans. on CAS, 1979, vol. CAS-26, nr 9, s. 693-699.
5. Andronow A.A., Witt A.A., Chajkin S.Z.: Tieorja kolebanja. Nauka, Moskwa 1981.
6. Antonow A.G., Ponkratow W.S.: Jeszcze raz o wozdiejstwie sumy garmoniczeskich kolebanij na nieliniejnyje elemienty. Radiotiechnika i Elektronika, t. XIX, nr 2, s. 312-322. 1974,
7. Baranowski J.: Półprzewodnikowe układy impulsowe. WNT, Warszawa 1974.
8. Bandyopadhyay A.K.: New Typ of Variable Frequency RC Oscillator, Electronics Letters, 1974, vol. 10, nr 10, s. 180-181.
9. Becker P.W., Jensen F.: Projektirowanije nadieżnych schiem, Sowietskoje Radio, Moskwa 1977.
10. Białko M.: Układy mikroelektroniczne. WKŁ, Warszawa 1969.
11. Białko M.: Elementy syntezy liniowych układów scalonych. WKŁ, Warszawa 1973.
12. Białko M. [Ed].: Filtry aktywne RC. WNT, Warszawa 1979.
13. Białko M.: Efekty pasożytnicze w filtrach aktywnych RC przestrajanych cyfrowo, V Krajowa Konferencja Teorii Obwodów i Układów Elektronicznych, (KKTOiUE), s. 308-312, Łódź 1982.
14. Biełow B.J., Maniczew W.B., Norenkow J.P.: Klassifikacja elektriceskich makromodelej mikroschiem po urowniam słożnosti, cz. V: Awtomatizacja projektnych i opytno-konstruktorskich rabot pri razrabotkie. EVM/MIEM, s. 13-16, Moskwa 1979.
15. Biełow B.I., Norenkow I.T.: Rasczot elektronnych schiem na ECVM, Maszinostrojenie, Moskwa 1971.

16. Bisey R.P., Gaus F.: Let's Standardize Linear IC'S, Electronic Engineering, 1968, vol. 27, s. 60-61.

17. Bondarienko W.G.: RC generatory sinusoidalnych kolebanij, Swjaz, Moskwa 1976.

18. Bode H.W.: Network Analysis and Feedback Amplifier Design, Van Nostrand, Princeton, New York 1945.

19. Boyle G.R., Cohn B.M., Pederson D.O., Solomon J.E.: Macromodeling of Integrated Circuit Operational Amplifiers, IEEE Journal of Solid-State Circuits, 1974, vol. SC-9, No 6, s. 353-363.

20. Budzisz H.: Analiza nieautonomicznych układów metodą bilansu harmonicznych z zastosowaniem EMC. Rozprawa doktorska, Politechnika Gdańska, Gdańsk 1978.

21. Burwen R.: Frequency Modulator, Analog Dialoque, no 5, 1971.

22. Bussgang J., Ehram L., Graham J.: Analysis of Nonlinear Systems with Multiple Inputs, Proc. IEEE, 1974, vol. 62, no 2, s. 232-235.

23. Bychowskij M.L.: Osnowy dinamiczeskoj tocznosti elektriczeskich i miechaniczeskich cepiej, Izd. AN SSSR, Moskwa 1958.

24. Cachmachasazjan I.A., Barmakow Ju.N., Goldenberg A.E.: Maszinny analiz integralnych schiem, Sowietskoje Radio, Moskwa 1974.

25. Calahan D.A.: Projektowanie układów elektronicznych za pomocą maszyny cyfrowej. WNT, Warszawa 1978.

26. Chaznavi C. Seidman A.M.: Electronic Circuit Analysis, Mac Millan, New York 1972.

27. Chihiro H.: Drgania nieliniowe w układach fizycznych. WNT, Warszawa 1968.

28. Chojcan J., Lasek L.: Wrażliwości bazowe transmitancji obwodów elektronicznych, III KKTOiUE, Stawiska k. Gdańska, 1979, s. 126-132.

29. Chojcan J., Lasek L.: Porównanie efektywności numerycznej, metody macierzowej i obwodów dołączonych obliczania wrażliwości, Materiały V Narady Krajowej Problemu Resortowego nr I.8, MNSzWiT, Warszawa 1981.

30. Chojcan J., Lasek L.: Porównanie dwóch efektywnych metod obliczania wrażliwości małoprzyrostowych. Archiwum Elektrotechniki, 1983, t. XXXII, z. 3/4, s. 327-344.

31. Chojcan J., Lasek L.: Metody analizy wrażliwościowej układów elektronicznych. Politechnika Śląska Gliwice 1985.

32. Chojcan J.: Niektóre problemy wrażliwości wyższych rzędów układów elektronicznych, ZN Politechniki Śląskiej, s. Automatyka, z. 88, Gliwice 1987.

33. Chua L.O., Pen-Min Lin: Komputerowa analiza układów elektronicznych. WNT, Warszawa 1981.

34. Cobbold R.S.C.: Teoria i zastosowanie tranzystorów polowych, WNT, Warszawa 1975.

35. Cote A.J.Jr.: Matrix Analysis of RL and RC Oscillators, IRE trans. Circuit Theory, 1959, s. 231-233.

36. Cunningham J.: Analiza układów nieliniowych. WNT, Warszawa 1962.

37. Davis T.W., Palmer R.W.: Computer-Aided Analysis of Electrical Networks. Merrill, Columbus 1973.

38. Director S.W.: Circuit Theory. A Computational Approach. Wiley, New York 1975.

39. Dwinskich A.G.: Uczet reakcji wchodnoj cepi tranzistora w odnokonturnych i dwuchkonturnom awtogienieratorach. Radioelektronika, 1979, t. XXII, nr 1, s. 182-188.

40. Dąbrowski W.R.: Wybrane metody syntezy obwodów elektrycznych. ZN AGH, Kraków 1978.

41. Eimbinder J.: Zastosowania układów scalonych liniowych. WNT, Warszawa 1974.

42. Fidler J.K.: Network Sensitivity Calculation, IEEE Trans. on CAS, 1976, vol. CAS-23, nr 9, s. 567-571, 1976.

43. Filipkowski A., Gniewiński Z.: Analiza selektywnych czwórników kratowych RC i ich przydatność do generatorów, ZN Politechniki Warszawskiej. s. Elektryka, Warszawa 1956.

44. Filipkowski A., Gniewiński Z.: Próba rozszerzenia pasma generatorów RC do 10 MHz, ZN Politechniki Warszawskiej, s. Elektryka nr 16 1965.

45. Filipkowski A.: Projektowanie elektryczne analogowych układów scalonych. WPW, Warszawa 1978.

46. Filipkowski A.: Układy elektroniczne analogowe i cyfrowe. WNT, Warszawa 1978.

47. Geher K.: Teoria tolerancji i wrażliwości układów elektronicznych. WNT, Warszawa 1976.

48. Gil M.J., Szargorodskaja L.L.: Ocenka amplitudy kolebanij w awtogienieratorach. Radiotiechnika i Elektronika, 1986, t. XXXI, nr 9, s. 1818-1823.

49. Golde W.: Układy elektroniczne. WNT, Warszawa 1970.

50. Golczak B.: Generator kwadraturowy drgań sinusoidalnych, IV KKTOiUE, s. 476-480, Zielona Góra 1981.

51. Graeme J.: Applications of Operational Amplifiers: Third Generation Techniques. Mc Grow Hill Book Co., New York 1973.

52. Grobelny M.: Projektowanie układów elektrycznych za pomocą komputerów. WKŁ, Warszawa 1973.

53. Grobelny M. [Ed].: Układy elektroniczne część I. Materiały do zajęć komputerowego projektowania. Wyd. Politechniki Wrocławskiej, Wrocław 1980.

54. Groszkowski J.: Wytwarzanie drgań elektrycznych. WNT, Warszawa 1958.

55. Groszkowski J.: Frequency of Self-Oscillations. Londyn, New York 1964.

56. Guzinski A.: Projektowanie i konstrukcja układów warstwowych. WKŁ, Warszawa 1973.

57. Heck B., Schroder D.: Harmonische Meßoscillator-linear und korolungsarm. Elektronik, vol. 34, nr 10, s. 69-72, 1985.

58. Hunter L.P.: Elektronika półprzewodnikowa. WNT, Warszawa 1960.

59. Hooper D.E., Jackets A.E.: Current-derived Resistance-capacitance Oscillators Using Junction Transistors. Electronic Engineering, 1956, vol. 28, s. 333-337.

60. Hribsec M., Newcomb R.W.: VCO Controlled by One Variable Resistor. IEEE Trans. on CAS, vol. Cas-23, 1976, nr 3, s. 166-169.

61. Ilin W.N.: Projektowanie układów elektronicznych przy użyciu maszyn cyfrowych. WNT, Warszawa 1975.

62. Jakowlew W.N.: Gienieratory s mnogopietlewoj obratnoj swjazju. Izd. Swjaz, Moskwa 1973.

63. Jensen R.W., Lieberman M.D.: IBM Electronic Circuit Analysis Program. Englewood Cliffs, Prentice-Hall, New York 1968.

64. Kapranow M.W., Kuleszow W.N., Utkin G.M.: Tieorija kolebanij w radiotiechnikie. Nauka, Moskwa 1984.

65. Katalogi i wydawnictwa firmowe.

66. Kasirskij I.S., Trochimenko J.K.: Obobszczennaja optimizacja elektronnych schiem. Tiechnika, Kijew 1979.

67. Kassur A., Perkowski P.: Obliczeniowe aspekty projektowania układów elektronicznych. WNT, Warszawa 1979.

68. Kiriljak R.N., Rybin J.K.: Sintiez struktury RC-gienieratora z mnogopietlewoj obratnoj swjazu. Radiotiechnika i Elektronika, 1979, t. XXIV, nr 2, s. 321-327.

69. Kisiel W.A.; Rasczot cpiej s mnogopoljusnymi operacyonnymi usiliteljami, Radiotiechnika i Elektronika, 1982, t. XXVII, nr 11, s. 2197-2203.

70. Korzec Z.: Układy półprzewodnikowe. WNT, Warszawa 1979.

71. Krajewska G., Holmes F.E.: Macromodeling of FET/Bipolar Operational Amplifiers. IEEE Journal of Solid-State Circuits 1979, vol. SC-14, nr 6, s. 1083-1087.

72. Kriwosiejkin A.W.: Tocznost paramietrow i nastrojka analogowych radioelektronnych cepiej. Radio i Swiaz, Moskwa 1983.

73. Krzyważnia A.: Generator RC drgań sinusoidalnych z krótkotrwałymi stanami przejściowymi. Pomiary-Automatyka-Kontrola, 1981, nr 2.

74. Kudrewicz J.: Powstanie drgań okresowych w układach nieliniowych. Archiwum Automatyki i Telemechaniki, 1966, t. XI, z. 4.

75. Kudrewicz J.: Częstotliwościowe metody w teorii nieliniowych układów dynamicznych. WNT, Warszawa 1970.

76. Kudrewicz J., Osiowski J.: Wybrane zagadnienia teorii obwodów. PWN, Warszawa 1974.

77. Kudrewicz J.: Contribution to the Theory of Weakty Nonlinear Oscillators. Int. Journal of Circuits Theory and Application, 1976, vol. 4, s. 161-176.

78. Kudrewicz J.: Metody analizy nieliniowych układów dynamicznych II KKTOiUE, s. 7-21, Wrocław 1978.

79. Kulka Z., Nadachowski M.: Wzmacniacze operacyjne i ich zastosowanie. WNT, Warszawa 1982.

80. Kuta S.: Ograniczenia wzmacniaczy mocy z impulsową pracą elementów aktywnych, ZN AGH, Automatyka z. 30, Kraków 1982.

81. Lanne A.A.: Sintiez aktiwnych RC-cepiej, Swjaz, Moskwa 1975.

82. Lasek L.: Analiza widmowa wzmacniacza prądu stałego z przetwarzaniem. Archiwum Elektrotechniki, 1970, t. XIX, z. 4.

83. Lasek L.: Wzmacniacz scalony prądu stałego jako nieautonomiczny element wielobiegunowy. ZN Politechniki Śląskiej, Automatyka, z. 26, Gliwice 1975, s. 17-25.

84. Lasek L., Witkowski J.J., Reszka G.: Computer Aided Analysis if the Electronic Networks, Based on the Grounded Admittance Matrix Approach. II Conference on Electronic Circuits, Praha 1976, s. 148-149.

85. Lasek L., Witkowski J.J.: Modele wzmacniaczy operacyjnych scalonych. Materiały Problemu Resortowego MNSzWiT nr I.8.TOiUE, Warszawa 1976, s. 132-138.

86. Lasek L., Witkowski J.J.: General Approach to the Analysis of Networks Hawing Ideal Operational Amplifiers. IEEE Journal on Electronic and Systems, 1977, vol. 1, nr 4, s. 133-136.

87. Lasek L.: Metoda obliczania wpływu temperatury na dowolnie wybraną wartość prądu lub napięcia w układzie elektronicznym. Elektronika 1979, nr 6, s. 262-264.

88. Lasek L., Witkowski J.J.: Analiza układów elektronicznych. Politechnika Śląska, Gliwice 1981.

89. Lasek L., Witkowski J.J.: Elementy i układy elektroniki w zadaniach. PWN, Warszawa 1981.

90. Lasek L.: Efektywna metoda obliczania minimalnej wartości elementów zmiennych układu elektronicznego. Elektronika, 1982, nr 10-12, s. 17-19.

91. Lasek L.: Ogólna zależność na nieliniowość wrażliwości dla dowolnej transmitancji układu elektronicznego. VI KKTOiUE, Gliwice 1983, s. 166-171.

92. Lasek L.: Quasi-liniowy wielobiegunnik w układach generacyjnych. ZN Politechniki Śląskiej, s. Automatyka, z. 66, Gliwice 1983, s. 39-48.

93. Lasek L.: Warunki spójności grafu uzyskanego w wyniku syntezy układu elektronicznego RC z idealnymi wzmacniaczami operacyjnymi. VIII KKTOiUE, Poznań 1985, s. 226-230.

94. Lasek L., Jachnik E.: Synteza układów elektronicznych zawierających idealne wzmacniacze operacyjne (przyjęte do druku) ZN Politechniki Śląskiej s. Automatyka, nr 83.

95. Levin H.: Introduction to Computer Analysis. ECAP for Electronics Technicians and Engineers, Prentice Hall, New York 1970.

96. Marciniak W.: Modele elementów półprzewodnikowych, WNT, Warszawa 1985.

97. Metody statystycznej i wrażliwościowej analizy i optymalizacji układów. Monografia Problemu nr 1.8.TOiUE, Warszawa 1981.

98. Migulin I.N., Czapowskij M.Z.: Intiegralnyje schiemy w radioelektronnych ustrojstwach, Tiechnika, Kijew 1978.

99. Minorski N.: Drgania nieliniowe. PWN, Warszawa 1967.

100. Mitra S.K.: Analiza i synteza układów aktywnych liniowych. WNT, Warszawa 1974.

101. MOS Integrated Circuits. Microelectronics Series. Van Nostrand Reinhold Co., New York 1972.

102. Mucha J.: Aufstellen der Knotenadmittanz Matrix für Netzwerke die einen Operativen Differenzverstärken mit unendlicher Verstärkung enthalten. NTZ, 1966, nr 6, s. 21-24.

103. Nagornyj L.Ja.: Modielirowanije elektronnych cepiej na CVM. Tiechnika, Kijew 1974.

104. Nakhla M.S., Vlach J.: A Piecewise Harmonic Balance Technique for Determination of Periodic Response of Nonlinear Systems. IEEE Trans. on CAS, 1976, vol. CAS-23, nr 2, s. 85-91, February 1976.

105. Nathan A.: Matrix Analysis of Network Having Infinite-gain Operational Amplifiers. Proc IRE, 1961, vol. 49, s. 1577-1578.

106. Netter Z.: Graphs and Direct sum Matrices. IRE Trans. on CT, 1961, vol. CT-8, nr 1, s. 77-78.

107. Newcomb R.W.: Linear Multiport Synthesis. Mc Grow-Hill, New York 1966.

108. Niederliński A.: Układy wielowymiarowe automatyki. WNT, Warszawa 1974.

109. Nonlinear Circuits Handbook. Designing with Analog Function Modules and IC'S. Published by Analog Devices, New York, USA, 1975.

110. Osiowski J.: Teoria obwodów. WNT, Warszawa 1971, t. 2.

111. Osiowski J.: Zarys rachunku operatorowego. Teoria i zastosowanie w elektrotechnice. WNT, Warszawa 1981.

112. Ostappienko A.G.: Analiz i sintiez liniejnych radioelektronnych cepiej s pomoszczju grafow, Radio i Swjaz, Moskwa 1985.

113. Pampuro W.I.: Analiz radiocepiej i ich schiemnoj nadieżnosti. Tiechnika, Kijew 1967.

114. Pampuro W.I.: Tieoria tocznosti i nadieżnosti kibernieticzeskich sistiem, Izd. Instituta Kibernetiki AN USSR, Kijew 1968.

115. Pawłowski J.: Podstawowe układy elektroniczne. Wzmacniacze i Generatory, WKŁ, Warszawa 1980.

116. Penfield P.Jr., Spence R., Duinker S.: Tèllegen's Theorem and Electrical Networks. MIT Press, Cambridge, Mass., 1970.

117. Petrenko A.I. i in.: Analiz elektronnych schem na ECWM, Wysszaja Szkoła, Lwow 1975.

118. Piekarski M.S.: Wybrane zagadnienia syntezy liniowych układów mikroelektronicznych. Prace Naukowe Instytutu Telekomunikacji i Akustyki, Wrocław 1976.

119. Pisarkiewicz T., Zamarski A.: Generator RC drgań sinusoidalnych bardzo małej częstotliwości. Elektronika, 1976, nr 7/8, s. 312-317.

120. Poliwanow K.M.: Tieorija wariacyj paramietrow liniejnoj elektriczeskoj cepi. Elektriczestwo, 1946, nr 2.

121. Polonnikow D.E.: Riszajuszcze usiliteli. Energia, Moskwa 1973.

122. Popow E.P., Paltow I.P.: Przybliżone metody badań nieliniowych układów autonomicznych. WNT, Warszawa 1964.

123. Ramey R.L., White E.J.: Zastosowanie macierzy w maszynowej analizie układów elektronicznych. PWN, Warszawa 1974,

124. Rejd A.: Model IS dla analiza s pomoszczu EVM, Elektronika 1970, t. 43, nr 18, s. 22-27.

125. Ramotowski M.: Automatyczne projektowanie układów elektronicznych za pomocą programu NAP-2 w wersji ulepszonej. Elektronika, 1978, nr 4, s. 174-177.

126. Rybin Ju.K.: Sintiez generatorow sinusoidalnych kolebanij. Radiotechnika i Elektronika, 1982, t. XXVII, nr 9, s. 1793-1797.

127. Rosinski W.: Zasady działania tranzystorów. WNT, Warszawa 1966.

128. Roszkiewicz J., Wojtyna R.: Feedback Models of VCO Controlled by one Variable Network Element, Europen Conference on Circuit Theory and Design, Lausanne, Switzerland 1978, s. 538-541.

129. Rozenwasser E.N., Jusupow R.M.: Czuwstwitielnost sistiem uprawlenija, Nauka, Moskwa 1981.

130. Rybin Ju.K.: Sintiez gienieratorow sinusoidalnych kolebanij s impulsnoj stabilizacyjej amplitudy. Radiotiechnika i Elektronika, 1984, t. XXIX, nr 9, s. 1764-1771.

131. Sanchez-Sinencio E., Majewski M.L.: A Nonlinear Macromodel of Operational Amplifiers in the Frequency Domain. IEEE Trans. on CAS, 1979, vol. CAS-26, nr 6, s. 395-402.

132. Saudararajan K., Ramakrishna K.: Charakteristics of Nonideal Operational Amplifiers, IEEE Trans. on CAS, 1974, vol. CAS-21, nr 1, s. 69-75.

133. Sigorski W.P.: Analiza układów elektronicznych. WNT, Warszawa 1965.

134. Sigorskij W.P., Pietrienko A.I.: Osnowy tieorii elektronnych schiem, Tiechnika, Kijew 1970.

135. Sigorskij W.P., Pietrienko A.I.: Algoritmy analiza elektronnych schiem. Tiechnika, Kijew 1970.

136. Sigorskij W.P.: Matiematiczeskij aparat inżyniera. Tiechnika, Kijew 1977.

137. Sigorskij W.P., Lakeberg K.A.: O rasszyreni kłasa schiem modielirujemych mietodom uzłovych naprażenij. Awtomatizacija Projektirowanija w elektronika. Tiechnika, Kijew 1977, nr 16.

138. Slipczenko W.G., Tabarnyj W.G.: Maszynnyje algoritmy i programmy modielirowanija elektronnych schiem, Tiechnika, Kijew 1976.

139. Stabilność, wrażliwość i pasywność, s. Elektronika nr 18, Politechnika Warszawska. Warszawa 1975.

140. Strauss L.: Wave Generation and Shaping, Mc Graw Hill, New York 1960.

141. Strzednicki J.: Optymalne parametry przestrajanego mostkowego generatora RC. Rozprawy Elektrotechniczne, 1969, t. XV, z. 2, s. 253-267.

142. Stybliński M.: Metody analizy i optymalizacji tolerancji parametrów układów elektronicznych. WNT, Warszawa 1981.

143. Sumkow Ju.M., Eidelnant W.M.: Programnoje obiespieczenije awtomatizirowannogo projektirowanija radioelektronnych schiem. Tiechnika, Kijew 1984.

144. Sundaramurthy M., Bhattacharyya and Swamy M.N.S.: Simple Voltage Controlled Oscillator with Grounded Capacitors. Proc. of the IEEE, 1977, vol. 65, s. 1612-1614.

145. Tomovic R.: Sensitivity Analysis of Dynamic Systems. Mc Graf Hill, New York 1964.

146. Tong K.Y.: Single fault Location in Linear Analogue Systems with Variable Sensitivity Matrix, 1980, vol. 16, s. 221-222.

147. Treleaven D.H., Trofimenkoff F.N.: Modeling Operational Amplifiers for Computer-aided Circuit Analysis, IEEE Trans. on CT, 1971, vol. Ct-18, nr 1, s. 205-207.

148. Vennerson E., Smith Kenneth C.: Fast Amplitude Stabilization of an RC Oscillator. IEEE Journal of Solid-State Circuits, 1974, vol. SC-9, nr 4, s. 1176-1179.

149. Węgrzyn S.: Podstawy automatyki. PWN, Warszawa 1972.

150. Witkowski J.J.: Skuteczna metoda obliczania wielokrotnych sumarycznych dopełnień algebraicznych. ZN Politechniki Śląskiej, s. Automatyka, z. 66, Gliwice 1983, s. 49-61.

151. Wojtyna R.: Prosty oscylator RC przestrajany jednym rezystorem. III KKTOiUA, Stawiska k/Gdańska, 1979, s. 498-502.

152. Wojtyna R.: Prosty oscylator RC przestrajany rezystorem, s. Elektronika, 1980, nr 12, s. 19-22.

153. Wojtyna R.: Analiza generatorów RC drgań sinusoidalnych z dwupętlowym sprzężeniem zwrotnym. Praca doktorska, Politechnika Poznańska, Poznań 1982.

154. Wojtyna R., Weiss L.: Przestrajany napięciem generator RC drgań sinusoidalnych wysokiej częstotliwości. VI KKTOiUE, Gliwice 1983, s. 202-206.

155. Wojtyna R., Borys A.: Contribution to the Linear Theory of Frequency Stability of RC Oscillators. IEEE Trans. on CAS, 1986, vol. CAS-33, nr 4, s. 418-424.

156. Zagajewski T.: Optymalne parametry generatora lampowego z przesuwnikiem fazowym RC. Archiwum Elektrotechniki, 1958, t. 7, z. 3, s. 529-544.

157. Zagajewski T.: Optymalne parametry generatora RC z mostkiem Wiena. Archiwum Elektrotechniki, 1958, t. 7, z. 2, s. 273-288.

158. Zagajewski T.: Optymalne parametry generatorów lampowych z obwodami RC typu T. Archiwum Elektrotechniki, 1960, t. 9, z. 1.

159. Zagajewski T.: Applications of Generalized Duality Concept of Networks to Conversion of Vacuum-tube RC Circuits in Transistor Circuits. Bull. Acad. Pol. Sc. S. Techn. Warszawa 1963, vol. 11, nr 12, s. 777-780.

160. Zagajewski T.: Generalized Duality Concept of Elektrical Networks. Bull. Acad. Pol. Sc. S. Techn., Warszawa 1963, vol. 11, nr 9, s. 491-497.

161. Zagajewski T.: Optymalizacja generatorów lampowych ze względu na stałość częstotliwości i zniekształcenia nieliniowe, Archiwum Elektrotechniki, 1963, t. 12, z. 3, s. 547-567.

162. Zagajewski T.: The Frequency Instability of RC Oscillators Caused by Non-linear Effects. Bull. Acad. Pol. Sc., s. Tech., Warszawa 1963, vol. 11, nr 4, s. 195-200.

163. Zagajewski T.: Uogólniona zasada dwoistości obwodów elektrycznych i niektóre jej zastosowania. Archiwum Elektrotechniki, 1964, t. 13, z. 1, s. 25-42.

164. Zagajewski T.: Duality and Similarity of Non-linear fourpoles Applied to Vacuum-tube - and Transistor Oscillators. Bull. Acad. Pol. Sc. s. Tech. Warszawa 1966, vol. 14, nr 6, s. 543-549.

165. Zagajewski T.: Optymalizacja tranzystorowych generatorów o napięciowym i prądowych sprzężeniach zwrotnych. Archiwum Elektrotechniki, 1967, t. 16, z. 1.

166. Zagajewski T. [polem.] - Strzednicki J.: Zniekształcenia nieliniowe generatorów RC z mostkiem Wiena. Archiwum Elektrotechniki, 1968, t. 17, z. 1, s. 97-98.

167. Zagajewski T.: Optymizacja elektronicznych generatorów RC małej częstotliwości. W: Wybrane zagadnienia elektroniki i telekomunikacji. PWN, Warszawa 1968, s. 147-164.

168. Zagajewski T.: Affined Ladder Networks RC or RL, Bull. Acad. Pol. Sc. s. Tech., Warszawa 1967, vol. 19, nr 6, s. 493-501.

169. Zagajewski T.: Dual and Affined Quasiresonance Networks with Negative Resistances. Bull. Acad. Pol. Sc. s. Tech., Warszawa 1971, vol. 19, nr 10, s. 783-788.

170. Zagajewski T.: Ogólne zasady podobieństwa obwodów elektrycznych. Archiwum Elektrotechniki, 1973, t. 22, z. 2, s. 427-438.

171. Zgłoszenia patentowe NP 2533/49 oraz NP 2534/50 z 27.04.1987.

172. Zilinger G.: Basic Matrix Analysis and Synthesis. Pergamon Press, London 1966.

173. Zobrist G.W.Ed.: Network Computer Analysis. Mac Donald Technical Scientific, London 1969.

174. Yuh Sun.: Generation of Sinusoidal Voltage (current) Controlled Oscillators for Integrated Circuits. IEEE Trans. on CT, 1972, vol. CT-19, nr 2, s. 137-141.

ANALIZA I SYNTEZA UKŁADÓW GENERACYJNYCH RC

S t r e s z c z e n i e

Praca jest poświęcona analizie i syntezie układów generacyjnych RC. Przedstawiony w niej algorytm syntezy oparty jest na niezwykle przejrzystej metodzie analizy układów elektronicznych z idealnymi wzmacniaczami operacyjnymi. Idealny wzmacniacz operacyjny nie może być opisany za pomocą macierzy admitancyjnej. Można natomiast, jak to zostało udowodnione w rozdziale drugim niniejszej pracy, wyznaczyć dowolne transmitancje i imitancje układu elektronicznego w skład którego wchodzą tego typu wzmacniacze. Rozdział trzeci zawiera opis algorytmu syntezy układów generacyjnych RC. Istota tego algorytmu oparta jest na macierzy okrojonej, która powstaje w trakcie realizacji metody analizy przedstawionej w rozdziale drugim. Korzystając z tego algorytmu uzyskano niezwykle interesujące struktury generacyjne. Większość z tych układów nie jest znana w literaturze. Niektóre z nich posiadają bardzo interesujące własności. Udowodnione twierdzenia umożliwiają eliminację spośród uzyskanych układów, struktur niespójnych.

Tematem następnych trzech rozdziałów pracy jest blok zagadnień dotyczący analizy układów generacyjnych. Generator jest układem nieliniowym. Do jego matematycznego opisu zastosowano metodę bilansu harmonicznych. Zdefiniowano pojęcie konduktancji quasi-liniowej. Udowodniono, że wprowadzenie tej konduktancji do równań opisujących układ generacyjny, nie zmienia w istotny sposób warunków generacji. W oparciu o model quasi-liniowy, wyprowadzono wzory, pozwalające wyznaczyć względne współczynniki wrażliwości częstotliwości i amplitudy drgań układu generacyjnego, na zmiany jego parametrów. W oparciu o te wzory można dokonać numerycznej analizy wrażliwościowej układów generacyjnych. Wykazano w sposób pośredni, istnienie oraz udowodniono czemu są równe

niezmienniki wyżej wymienionych współczynników wrażliwości. Najbardziej interesujący układ zrealizowano praktycznie. Badania tego modelu potwierdziły wyniki uzyskane z obliczeń teoretycznych. Charakterystyki zewnętrzne generatora obliczono ze wzorów wyprowadzonych w rozdziale piątym, w trakcie omawiania iteracyjnej metody wyznaczania warunków generacji. Na koniec, podano wnioski i zasugerowano kierunki dalszych badań i poszukiwań w dziedzinie syntezy układów generacyjnych.

АНАЛИЗ И СИНТЕЗ ГЕНЕРИРОУЩИХ СИСТЕМ

Р е з ю м е

Настоящая работа посвящается анализу и синтезу генерирующих систем RC. Представленный алгоритм синтеза основан на предельно понятном методе анализа электронных систем с идеальными операционными усилителями. Идеальный операционный усилитель не может быть описа при помощи адмитанционной матрицы. Можно однако, как это показано во второй главе работы, определить любые переходные функции и имитанции электронной системы в состав которой входят такие усилители. Третья глава содержит описание алгоритма синтеза генерирующих систем RC. Идея этого алгоритма основана на усечённой матрице, которая получается в результате реализации метода анализа представленного во второй главе. Применая этот алгоритм получены удивительно интересные генерирующие структуры. Большинство из этих систем не известны из литературных истчников. Некоторые из них имеют интересные свойства. Доказанные теоремы дают возможность удалить из полученных систем некомпактные системы.

В следующих трёх главах работы оговариваются проблемы касающиеся анализа генерирующих систем. Генератор это нелинейная система. Для его математического описания применён метод гармонического баланса. Дано определение понятия квази-линейной кондуктанции. Доказано, что учёт кондуктанции в уравнениях описывающих генерирующую систему, не изменяет существенно условий генерации. На основании квази-линейной модели выведены формулы дающие возможность учёта коэффициентов чувствительности частоты и амплитуда

колебаний генерирующей системы в изменении его параметров. На основании этих формул можно реализовать машинный анализ чувствительности генерирующих систем. Посредственно показано существование а также доказано чему равны инварианты оговариваемых коэффициентов чувствительности. Наиболее интересная система была реализована практически. Результаты исследований этой модели подтвердили теоретические расчёты. Внешние характеристики генератора расчитаны по формулам полученных в пятой главе при обсуждении итеррационного метода определения условий генерации.

В окончании работы даны выводы и указаны направления дальнейших исследований и поисков в отрасли синтеза генерирующих систе.

ANALYSIS AND SYNTHESIS OF RC-OSCILLATING CIRCUITS

S u m m a r y

The work deals with the analysis and synthesis of RC-oscillating circuits. The presented design algorithm is based on the extraordinary simple method of electronic systems with ideal operational amplifiers analysis. Ideal operational amplifier can not be described by admittance matrices. Nevertheless, it has been proved in the second section of the work, that any transmitances or imitances of the electronic systems with such amplifiers may be found. The third section contains a description of the design algorithm for RC-oscillating circuits. The principle of this algorithm is based on the cut-off matric which is built in the time of realisation of the analysis method presented in the second section. This algorithm has been used to find very interesting generation structure. The major part of the systems is unknown in the literature. Some of them have very interesting properties. Disconnected structures are eliminated by the use of the proved theorems.

Three further sections are devoted to the analysis of the RC-oscillating circuits. Oscillator is a nonlinear system. Its mathematical description is based on the method of harmonic balance. Quasi-linear conductance has been defined. This conductance introduced into the equations describing the oscillating circuit does not change the generation conditions. The quasi-linear model is used to find relations which enable assessment of relative sensitivity coefficients of frequency and amplitudes of oscillating system for changes of its parameters. Existence of the invariants of the sensitivity coefficients has been proved and their values have been found. The most interesting system was realized practically. Tests of the model acknowledged the

results obtained in the theoretical calculations. External characteristics of the oscillator have been found using the formulae presented in the fifth section where the iterative method is discussed which enables assessment of generation conditions. At the end conclusions are given and further investigations are suggested to look for new results in the problems of generation systems design.

WYDAWNICTWA NAUKOWE I DYDAKTYCZNE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ MOŻNA NABYĆ W NASTĘPUJĄCYCH PLACÓWKACH:

44-100 Gliwice — Księgarnia nr 096, ul. Konstytucji 14 b
44-100 Gliwice — Spółdzielnia Studencka, ul. Wrocławska 4 a
40-950 Katowice — Księgarnia nr 015, ul. Zwirki i Wigury 33
40-095 Katowice — Księgarnia nr 005, ul. 3 Maja 12
41-900 Bytom — Księgarnia nr 048, Pl. Kościuszki 10
41-500 Chorzów — Księgarnia nr 063, ul. Wolności 22
41-300 Dąbrowa Górnicza — Księgarnia nr 081, ul. ZBoWiD-u 2
47-400 Racibórz — Księgarnia nr 148, ul. Odrzańska 1
44-200 Rybnik — Księgarnia nr 162, Rynek 1
41-200 Sosnowiec — Księgarnia nr 181, ul. Zwycięstwa 7
41-800 Zabrze — Księgarnia nr 230, ul. Wolności 288
00-901 Warszawa — Ośrodek Rozpowszechniania Wydawnictw Naukowych PAN — Pałac Kultury i Nauki

Wszystkie wydawnictwa naukowe i dydaktyczne zamawiać można poprzez Składnicę Księgarską w Warszawie, ul. Mazowiecka 9.