

Marian DOLIPSKI

DYSKRETYZACJA GAŁĘZI ŁAŃCUCHA ZGRZEBŁOWEGO

Streszczenie. Przedstawiono metodę częstości dyskretyzacji gałęzi łańcucha zgrzeblowego, opartą na kryterium zbieżności pierwszej częstości własnej modelu fizycznego zgrzeblowego układu łańcuchowego. Opracowano zlinearyzowany dyskretny model fizyczny i matematyczny zgrzeblowego układu łańcuchowego. Podano równanie częstości własnych modelu fizycznego. Przeprowadzono eksperyment numeryczny określania minimalnej liczby stopni swobody dyskretnego modelu fizycznego przykładowego zgrzeblowego układu łańcuchowego.

1. Wstęp

W łańcuchu zgrzeblowym wyróżniamy elementy o strukturze dyskretnej i ciągłej. Elementami o strukturze dyskretnej są zgrzebła, natomiast elementami o strukturze ciągłej są pasma łańcuchów ogniowych. W literaturze przedmiotu spotyka się zarówno ciągłe, jak i dyskretne ujmowanie łańcucha zgrzeblowego w procesie jego modelowania myślowego^{x)}. Prowadzi to w rezultacie do otrzymania ciągłego lub dyskretnego modelu fizycznego i matematycznego pociągowego układu łańcuchowego przenośnika zgrzeblowego. Pociągowy układ łańcuchowy przenośnika zgrzeblowego będziemy - w dalszej części niniejszej pracy - nazywali w skrócie zgrzeblowym układem łańcuchowym.

W [4] przedstawiono dyskretny model fizyczny zgrzeblowego układu łańcuchowego o dwóch stopniach swobody, natomiast w [1] - o sześciu stopniach swobody. W żadnej z cytowanych prac nie uzasadniono wyboru takiej właśnie liczby stopni swobody modelu fizycznego, jaką przyjmowano.

Celem niniejszej pracy jest określenie, w sposób ogólny dla dowolnego zgrzeblowego układu łańcuchowego, minimalnej wymaganej liczby stopni swobody jego modelu fizycznego. Wykorzystana będzie przy tym metoda częstości [2], którą w niniejszej pracy oparto na kryterium zbieżności pierwszej częstości własnej modelu.

^{x)} Do klasy modelowania myślowego zalicza się modelowanie fizyczne i matematyczne [6].

2. Zlinearyzowane modele myślowe zgrzeblowego układu łańcuchowego

Zgrzeblowy układ łańcuchowy jest układem nieliniowym o nieliniowości typu geometrycznego, wynikającej ze współdziałania napędowego koła gniazdowego z łańcuchem ogniowym. Linearyzacji zgrzeblowego układu łańcuchowego dokonano, przyjmując dla dostatecznie małych przemieszczeń kątowych stałe ramiona działania sił po obu stronach bębna gniazdowego. Pominięto również tarcie zewnętrzne, które modeluje się tarcie suchym między zgrzeblami a rynnami przenośnika. Założenie takie można uczynić, ponieważ częstości drgań własnych tłumionych tarcie suchym są równe częstościom drgań własnych bez tarcia, przy tych samych masach i sztywnościach właściwych [3].

2.1. Z l i n e a r y z o w a n y m o d e l f i z y c z n y ' z g r z e b ł o w e g o u k ł a d u ł a ń c u c h o w e g o

Konstrukcja zlinearyzowanego modelu fizycznego zgrzeblowego układu łańcuchowego, którego przeznaczeniem jest wyznaczenie częstości własnych, polega na:

- zastąpieniu gałęzi łańcucha zgrzeblowego skończoną liczbą mas skupionych i bezmasowymi więziami sprężystymi o zastępczej sztywności właściwej; w przypadku, gdy łańcuch zgrzeblowy jest wielopasmowy, należy uprzednio zastąpić go równoważnym dynamicznie łańcuchem jednopasmowym;
- zastąpieniu podukładów napędowych sztywnymi masami zredukowanymi.

Zlinearyzowany model fizyczny zgrzeblowego układu łańcuchowego przedstawiono na rys. 1.

Gałęzie łańcucha zgrzeblowego podzielono na j wycinków. Zgodnie z modelem Lagrange'a [2], masę każdego z wycinków skupiono w jego środku. Zastępcze masy skupione gałęzi łańcucha zgrzeblowego oblicza się z zależności:

- dla gałęzi czynnej

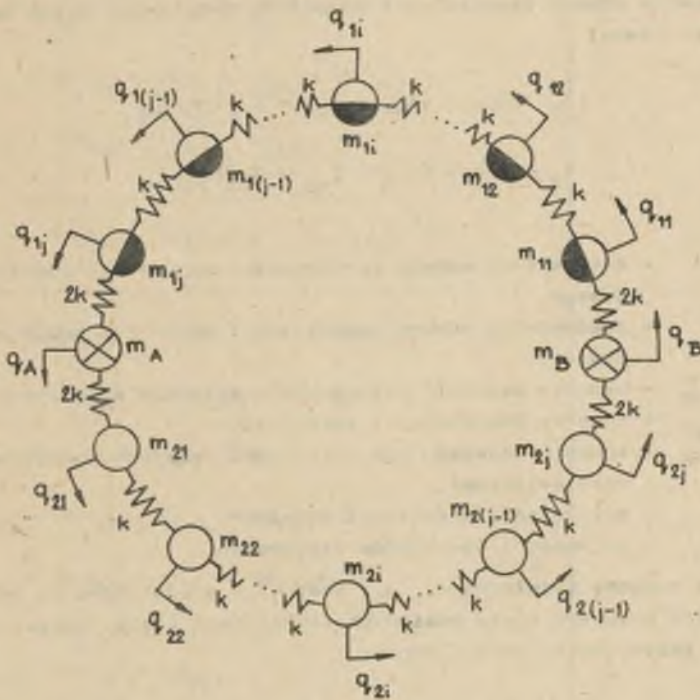
$$m_{1i} = \frac{L}{j} (i_p m_{\lambda} + c_u m_{u_i} + \frac{m_z}{p_z}) \quad (1)$$

- dla gałęzi biernej

$$m_{2i} = \frac{L}{j} (i_p m_{\lambda} + \frac{m_z}{p_z}) \quad (2)$$

gdzie: $i = 1, 2, 3, \dots, j$

- m_{1i} - skupiona masa zastępcza gałęzi czynnej łańcucha zgrzeblowego,
- i_p - liczba pasm łańcucha zgrzeblowego,
- m_{2i} - skupiona masa zastępcza gałęzi biernej łańcucha zgrzeblowego,
- m_{λ} - jednostkowa masa łańcucha ogniowego,



Rys. 1. Zlinearyzowany model fizyczny zgrzeblowego układu łańcuchowego

- m_z - masa zgrzebeł,
 m_{ui} - jednostkowa masa urobku,
 l - długość zgrzeblowego układu łańcuchowego,
 c_u - współczynnik udziału masy urobku w drganiach łańcucha zgrzeblowego (na podstawie [7] $c_u = 0,3-0,5$),
 p_z - podziałka zgrzebeł.

Zastępczą sztywność właściwą więzi sprężystych wyznacza się z następującej zależności:

$$k = \sum_{i=1}^1 p \frac{j p_z E_o}{L \left[p_z + p \left(\frac{E_o}{E_{o1}} - 1 \right) \right]} \quad (3)$$

gdzie:

- k - zastępcza sztywność właściwa więzi sprężystych,
 E_o - sztywność łańcucha ogniowego,
 E_{o1} - sztywność zamka łączącego pasmo łańcucha ogniowego ze zgrzebłem,
 p - podziałka łańcucha ogniowego.

Zredukowany moment bezwładności podukładu napędowego na wał bębna gniazdowego jest równy:

$$I_A = I_{bA} + (I_{wA} + I_{sA} + I_{rA}) \eta_A^2 \quad (4)$$

$$I_B = I_{bB} + (I_{wB} + I_{sB} + I_{rB}) \eta_B^2 \quad (5)$$

gdzie:

- I_A - zredukowany moment bezwładności wysypowego podukładu napędowego,
- I_B - zredukowany moment bezwładności zwrotnego podukładu napędowego,
- I_{wA}, I_{wB} - momenty bezwładności wirników silników elektrycznych,
- I_{sA}, I_{sB} - momenty bezwładności sprzęgieł,
- I_{rA}, I_{rB} - momenty bezwładności przekładni zębatych zredukowane na ich wały wejściowe,
- i_{rA}, i_{rB} - przełożenia przekładni zębatych,
- η_A, η_B - sprawności podukładów napędowych.

Z kolei momenty bezwładności I_A oraz I_B zredukowano do środków geometrycznych grubości ogniw poziomych stykających się z bokami roboczymi zębów kół gniazdowych, według wzorów:

$$m_A = \frac{I_A}{R_A^2} \quad (6)$$

$$m_B = \frac{I_B}{R_B^2} \quad (7)$$

gdzie:

- m_A - zredukowana masa wysypowego podukładu napędowego,
- m_B - zredukowana masa zwrotnego podukładu napędowego,
- R_A, R_B - odległości środków geometrycznych grubości ogniw poziomych od osi kół gniazdowych.

2.2. Z l i n e a r y z o w a n y m o d e l m a t e m a t y c z n y z g r z e b ł o w e g o u k ł a d u łańcuchowego

W analizowanym przykładzie modelem matematycznym są równania ruchu zlinearyzowanego modelu fizycznego zgrzeblowego układu łańcuchowego, które mają postać:

$$\begin{aligned}
 m_A \ddot{q}_A + 4kq_A - 2kq_{1j} - 2kq_{21} &= 0 \\
 m_{21} \ddot{q}_{21} + 3kq_{21} - 2kq_A - kq_{22} &= 0 \\
 m_{22} \ddot{q}_{22} + 2kq_{22} - kq_{21} - kq_{23} &= 0 \\
 \dots\dots\dots \\
 m_{2i} \ddot{q}_{2i} + 2kq_{2i} - kq_{2(i-1)} - kq_{2(i+1)} &= 0 \\
 \dots\dots\dots \\
 m_{2(j-1)} \ddot{q}_{2(j-1)} + 2kq_{2(j-1)} - kq_{2(j-2)} - kq_{2j} &= 0 \\
 m_{2j} \ddot{q}_{2j} + 3kq_{2j} - kq_{2(j-1)} &= 2kq_B = 0 \\
 m_B \ddot{q}_B + 4kq_B - 2kq_{2j} - 2kq_{11} &= 0 \\
 m_{11} \ddot{q}_{11} + 3kq_{11} - 2kq_B - kq_{12} &= 0 \\
 m_{12} \ddot{q}_{12} + 2kq_{12} - kq_{11} - kq_{13} &= 0 \\
 \dots\dots\dots \\
 m_{1i} \ddot{q}_{1i} + 2kq_{1i} - kq_{1(i-1)} - kq_{1(i+1)} &= 0 \\
 \dots\dots\dots \\
 m_{1(j-1)} \ddot{q}_{1(j-1)} + 2kq_{1(j-1)} - kq_{1(j-2)} - kq_{1j} &= 0 \\
 m_{1j} \ddot{q}_{1j} + 3kq_{1j} - kq_{1(j-1)} - 2kq_A &= 0
 \end{aligned} \tag{8}$$

gdzie: q - liniowe przemieszczenie względne. Pierwszy wskaźnik przy m oraz q oznacza numer gałęzi łańcucha zgrzeblowego (1 - gałąź czynna, 2 - gałąź bierna), drugi zaś - numer współrzędnej przestrzennej.

Równania ruchu (8) zostały napisane przy założeniu, że nie występuje luzowanie żadnej z więzi sprężystych. Ma to miejsce wówczas, gdy napięcie wstępne łańcucha zgrzeblowego jest większe od napięcia wstępnego wymaganego określonego w [5].

3. Równanie częstości

Na podstawie układu równań (8) uzyskuje się równanie częstości, które przedstawiono w tabelicy 1.

W równaniu częstości w celu uproszczenia zapisu wprowadzono następujące oznaczenia:

$$\left. \begin{aligned} F_A &= 4k - m_A \omega^2 \\ F_{21} &= 3k - m_{21} \omega^2 \\ F_{21} &= 2k - m_{21} \omega^2 \\ F_{2j} &= 3k - m_{2j} \omega^2 \\ F_B &= 4k - m_B \omega^2 \\ F_{11} &= 3k - m_{11} \omega^2 \\ F_{11} &= 2k - m_{11} \omega^2 \\ F_{1j} &= 3k - m_{1j} \omega^2 \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

Jako kryterium wyboru liczby j mas skupionych, zastępujących gałęzie łańcucha zgrzeblowego, przyjęto warunek zbieżności pierwszej częstości własnej modelu fizycznego zgrzeblowego układu łańcuchowego, który zapisa-
no w postaci:

$$\Delta_{1j} = \frac{\omega_{1j} - \omega_{1(j-1)}}{\omega_{1j}} < 0,03 \quad (10)$$

gdzie:

- ω_{1j} - pierwsza częstość własna przy liczbie j mas zastępczych gałęzi łańcucha zgrzeblowego,
- $\omega_{1(j-1)}$ - pierwsza częstość własna przy liczbie $(j-1)$ mas zastępczych gałęzi łańcucha zgrzeblowego.

Liczbę 0,03 przyjęto na podstawie obowiązującej dokładności technicznej w obliczeniach inżynierskich.

4. Eksperyment numeryczny wyznaczania częstości własnych modelu fizycznego zgrzeblowego układu łańcuchowego

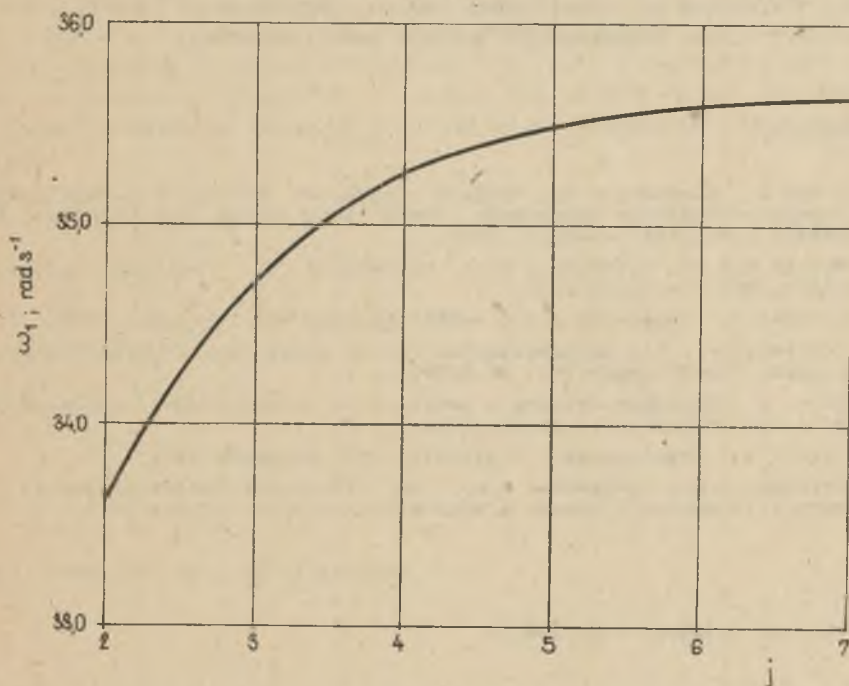
Przykładowo, wymaganą minimalną liczbę stopni swobody modelu fizycznego zgrzeblowego układu łańcuchowego przeprowadzono dla układu o długości $L = 51$ m, zawierającego dwupasmowy łańcuch ogniowy 18×64 , wyposażonego

Tabela 2

Częstości własne modelu fizycznego grzebiowego układu tańcuchowego

		ω [rad s ⁻¹]														
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
2	33,62	68,04	81,67	117,63	129,26	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
3	34,74	72,16	96,85	122,42	146,83	158,46	163,84	-	-	-	-	-	-	-	-	-
4	35,27	74,44	102,06	128,06	150,45	166,43	172,82	202,87	245,85	-	-	-	-	-	-	-
5	35,48	75,27	104,48	134,85	166,07	182,42	193,88	214,46	278,43	292,24	313,42	-	-	-	-	-
6	35,59	75,65	106,02	138,07	172,85	192,81	213,23	248,43	282,07	302,46	343,63	367,24	394,02	-	-	-
7	35,64	75,68	106,84	140,04	176,86	199,27	226,05	251,25	295,66	309,27	351,21	369,68	408,08	429,06	465,64	-

w jeden podukład napędowy. Podukład napędowy zbudowany jest z silnika elektrycznego typu SZDKSp-74e o mocy 40 kW, sprzęgła sztywnego, przekładni zębatej o przełożeniu 27,1 oraz bębna gniazdowego o liczbie zębów $z = 6$. Gałąź czynną łańcucha zgrzeblowego obciążono urobkiem o natężeniu 120 kgm^{-1} rozłożonym równomiernie na odcinku 40 m. Współczynnik udziału masy urobku w drganiach łańcucha c_u przyjęto równy 0,5.



Rys. 2. Zależność pierwszej częstości własnej modelu fizycznego zgrzeblowego układu łańcuchowego od liczby mas skupionych zastępujących gałęzie łańcucha zgrzeblowego

Wykorzystując istniejącą procedurę obliczania wyznacznika, rozwiązano równanie częstości za pomocą maszyny cyfrowej ODRA 1305. Uzyskane częstości własne modelu fizycznego zgrzeblowego układu łańcuchowego zestawiono w tabelicy 2. Zmianę pierwszej częstości własnej modelu fizycznego zgrzeblowego układu łańcuchowego wraz ze wzrostem liczby j ilustruje rys. 2. Dla $j = 4$ spełnione zostało kryterium (10). Oznacza to, że każda z gałęzi łańcucha zgrzeblowego, w procesie ich modelowania fizycznego, powinna być zastąpiona czterema masami skupionymi. W rezultacie otrzymano model fizyczny zgrzeblowego układu łańcuchowego o dziesięciu stopniach swobody. Wybór takiej liczby stopni swobody jest właściwy, ponieważ widmo odrzuconych częstości własnych nie pokrywa się z widmem częstości sygnałów wzbudzających.

5. Uwagi końcowe

Metoda częstości dyskretyzacji gałęzi łańcucha zgrzeblowego, oparta na kryterium zbieżności pierwszej częstości własnej modelu fizycznego zgrzeblowego układu łańcuchowego, umożliwia określenie minimalnej liczby stopni swobody dyskretnego modelu fizycznego dowolnego zgrzeblowego układu łańcuchowego. Rezultatem tej dyskretyzacji jest wyrażenie równań ruchu modelu fizycznego za pomocą układu równań różniczkowych zwyczajnych dla skończonej liczby poszukiwanych funkcji jednej zmiennej.

LITERATURA

- [1] Antos C., Jurkiewicz A., Pluta J.: Modelowe badania dynamiki zgrzeblowego przenośnika ścianowego. Zagadnienia Postępu Technicznego i Ekonomiki Górnictwa, Katowice 1978.
- [2] Bishop R.E.D., Gladwell G.M.L., Michaelson S.: Macierzowa analiza drgań. WNT, Warszawa 1972.
- [3] Osiński Z.: Tłumienie drgań mechanicznych. PWN, Warszawa 1979.
- [4] Pollmeier H.: Ein mathematisches Modell eines Kettenkratzerförderers. Gluckauf Forschungshefte, nr 6/1974.
- [5] Rynik J.: Napięcie wstępne w łańcuchach przenośników zgrzeblowych. Przegląd Mechaniczny, nr 22/1970.
- [6] Sztuff W.: Modelowanie i filozofia. PWN, Warszawa 1971.
- [7] Sztokman I.G., Kondrachin P.M. i in.: Rasczot i konstruirowanije gornych transportnych maszin i kompleksow. Niedra, Moskwa 1975.

Recenzent: Doc. dr inż. Karol Reich

Wpłynęło do Redakcji 1.04.1981 r.

дискретизация элемента скрепковой цепи

Р е з ю м е

Представлен метод частоты дискретизации элемента скрепковой цепи, исходя из критерия сходимости первой собственной частоты физической модели системы скрепковой цепи. Разработана изображенная дискретная физическая и математическая модель системы скрепковой цепи. Представлено тоже уравнение собственных частот физической модели. Проведен численный опыт определения минимального числа степеней свободы дискретной физической модели примерной системы скрепковой цепи.

Discretization of an element of scraper chain

S u m m a r y

There has been presented the method of discretization frequency concerning an element of scraper chain, based, on the criterion of convergence of the first natural frequency of physical model of the scraper chain system. There has been worked out a linearized, discrete physical model and mathematical archetype of the scraper chain system. The equation of natural frequency of physical model has been given. There has been carried out a numerical experiment to define the minimum number of degrees of freedom concerning discrete, physical model of exemplary scraper chain system.