ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1981

Seria: GÓRNICTWO z. 113 Nr kol. 698

Jacek M. CZAPLICKI

PREDYKCJA NIEZAWODNOŚCI GÓRNICZYCH MASZYN WYCIĄGOWYCH

Streszczenie. W pracy rozważano problemy wnioskowania w przyszłość kształtowaniu się podstawowych wskaźników niezawodności górniczych maszyn wyciągowych. Zaprezentowano prognozy punktowe i przedziałowe, a także predykcję bayesowską.

1. Wstęp

Przeprowadzając badanie niezawodnościowe maszyn wyciągowych - a więc badanie, w wyniku którego określa się wartości wybranych wskaźników i przebiegi charakterystyk niezawodności tych obiektów, dokonujemy sformułowania diagnozy niezawodnościowej. Postawienie diagnozy, tzn. określenie stanu maszyny wyciągowej w czasie Δt, pozwala na podjęcie decyzji odnośnie do dalszego z nią postępowania. Może to być decyzja o jej dalszym użytkowaniu, o podjęciu przedsięwzięć profilaktycznych, terapeutycznych. Można także podjąć decyzję o wprowadzeniu zmian w konstrukcji, technologii wykonania części, podzespołu lub zespołu; można także podjąć decyzję o zmianie sposobu eksploatacji maszyny. Naturalnym pytaniem po postawieniu diagnozy jest pytanie o zachowanie przyszłe maszyny wyrażone interesującymi wskaźnikami lub charakterystykami.

Przedmiotem rozważań niniejszej pracy jest wnioskowanie w przyszłość kształtowania się podstawowych wskaźników niezawodności maszyn wyciągowych. Z uwagi na to, że z niezawodnościowego punktu widzenia, interesujący jest proces odnowy o skończonym czasie odnowy maszyn wyciągowych (proces: praca - naprawa) oraz strumień awarii niebezpiecznych, dlatego omówiona zostanie predykcja głównych parametrów statystycznych tych procesów.

2. Predykcja podstawowych wskaźników niezawodności górniczych maszyn wyciągowych w procesie praca - naprawa

Powyższy proces w eksploatacji maszyn jest w znakomitej większości przypadków (jak wykazały badania [1]) procesem stacjonarnym. Wychodząc zatem z zasad projekcji [6] można przyjąć, że uzyskane z badania oceny punktowe podstawowych wskaźników niezawodności maszyn, tzn. średnich czasów trwania stanów: naprawy i pracy pomiędzy naprawami oraz współczynnika gotowości, stanowią prognozy punktowe tych wskaźników. Wnioskowanie powyższe jest jednak mało precyzyjne. Wyznaczmy zatem, dla uzyskania większej informacji, prognozy przedziałowe tych wskaźników.

Wiadomo [4], że rozkłady czasów trwania stanów naprawy i pracy pomiędzy naprawami są rozkładami klasy gamma. Oznaczmy przez Ga(b,q) rozkład czasów trwania stanu pracy pomiędzy naprawami, a przez Ga(a,w) rozkład czasów trwania stanu naprawy. Przyjmijmy, iż wnioskowanie w przyszłość prowadzimy dysponując pobraną próbą statystyczną o liczności: n_1 - czasów trwania stanu pracy pomiędzy naprawami i n_2 - czasów trwania stanu naprawy.

Wiadomo, że iloczyn $2q\,n_1\,T_p$, gdzie: T_p - estymator wartości oczekiwanej czasu trwania stanu pracy pomiędzy naprawami, ma rozkład χ^2 o $2n_1b$ stopni swobody. Jeżeli zasięg wnioskowania w przyszłość wynosi m przyszłych czasów trwania stanu pracy pomiędzy naprawami, to można stwierdzić podobnie, iż $2q\,m\,T_p^{(P)} : \chi^2(2m\,b)$; gdzie $T_p^{(P)}$ - przyszła wartość średniego czasu trwania stanu pracy pomiędzy naprawami.

Biorąc pod uwagę, że iloraz dwóch statystyk χ^2 ma rozkład F Snedecora, można zapisać, iż

$$\frac{T_p}{T_p^{(P)}} : F(2n_1b,\ 2mb). \tag{1}$$

Stąd łatwo zauważyć, że

$$P\left\{T_p \cdot F_1(2mb,2n_1b) \leq T_p^{(P)} \leq T_p \cdot F_2(2mb,2n_1b)\right\} = 1-\alpha \tag{2}$$

określa prognozę przedziałową dla średniego czasu trwania stanu pracy pomiędzy naprawami.

Z powyższej relacji można uzyskać prognozę przedziałową sumy m przyszłych czasów trwania stanu pracy pomiędzy naprawami, albowiem

$$P\left\{mT_p \cdot F_1(2mb,2n_1b) \leq \left(\sum_{i=1}^{m} t_{pi}\right)^{(P)} \leq mT_pF_2(2mb,2n_1b)\right\} = 1-\alpha \tag{3}$$

Analogicznie uzyskuje się prognozy przedziałowe średniego czasu trwania stanu naprawy i sumy m przyszłych czasów trwania stanu naprawy.

Biorąc z kolei pod uwagę, iż [2]:

$$\frac{T_p^{(P)}T_o}{T_pT_o^{(P)}} = \frac{F(2mb,2n_1b)}{F(2ma,2n_2a)} = \Omega\,(2mb,2n_1b,2ma,2n_2a). \tag{4}$$

gdzie:

T_o - estymator wartości oczekiwanej czasu trwania stanu naprawy,

$T_o^{(P)}$ - wartość przyszła średniego czasu trwania stanu naprawy,

otrzymujemy prognozę przedziałową dla przyszłej wartości współczynnika gotowości dla m przyszłych par czasów trwania stanów ze wzoru

$$P\Big\{K_g \cdot \left[K_g + (K_g - 1)\Omega_2(2ma,2m_2a,2mb,2n_1b)\right]^{-1} \leq K_g^{(P)} \leq$$

$$K_g\left[K_g - (K_g - 1)\Omega_1(2ma,2m_2a,2mb,2n_1b)\right]^{-1}\Big\} = 1 - \alpha, \qquad (5)$$

gdzie:

K_g - współczynnik gotowości maszyny.

Zmienna losowa Ω $(\partial_1, \partial_2, \partial_3, \partial_4)$ jest ilorazem dwóch statystyk Snedeca $F(\partial_1, \partial_2)$ oraz $F(\partial_3, \partial_4)$. Jeżeli $\partial_1 = \partial_3$ i $\partial_2 = \partial_4$, to dla znalezienia kwantyli rozkładu zmiennej Ω można korzystać z tablicy zamieszczonej w artykułach [2, 5]. Dla dużych m, n, można korzystać z następującego oszacowania [2]:

$$\Omega_\alpha \cong \exp\left\{u_\alpha\left(\frac{n_2 + m}{n_2 ma} + \frac{n_1 + m}{n_1 mb}\right)^{\frac{1}{2}}\right\}. \qquad (6)$$

gdzie:

u_α - kwantyl rzędu α standaryzowanego rozkładu normalnego N(0,1).

Innym sposobem uzyskiwania prognoz punktowych i przedziałowych średnich czasów trwania stanów i sum czasów trwania stanów jest wykorzystanie zasad predykcji bayesowskiej.

Rozważmy problem predykcji w odniesieniu do sumy m przyszłych czasów trwania stanu pracy.

Załóżmy, że dana jest informacja $x = \sum_{i=1}^{n_1} t_{pi}$. Rozkład tej zmiennej losowej jest postaci

$$f(x) = Ga(n_1 b, q). \qquad (7)$$

Przyjmijmy, że q jest zmienną losową o rozkładzie f(q).

Można wyznaczyć rozkład a posteriori ze wzoru

$$f(q\ x) = \frac{f(q)f(x\ q)}{f(q)f(x\ q)dq}. \qquad (8)$$

A zatem predykcyjny bayesowski rozkład zmiennej losowej $y = \sum_{i=1}^{m} t_{pi}^{(P)}$ można otrzymać z zależności

$$f(y\,x) = \int f(y|q)f(q|x)dq, \tag{9}$$

gdzie:

$f(y|q) = Ga(mb,q)$.

W przypadku całkowitej niewiedzy o rozkładzie a priori $f(q)$ przyjmuje się

$$f(q) = q^{-1} \tag{10}$$

i wówczas

$$f(y|x) = B^{-1}(n_1b,mb)\,\frac{x^{n_1b}\,y^{mb-1}}{(x+y)^{mb+n_1b}}. \tag{11}$$

Predykcyjna wartość oczekiwana dla $mb \in \pi$

$$E(y\,x) = \frac{mb}{n_1b-1}\,x, \tag{12}$$

natomiast wariancja predykcji w tym przypadku

$$\sigma^2(y|x) = E(y|x)\left[\frac{mb+1}{n_1b-2}\,x - E(y|x)\right]. \tag{13}$$

Biorąc pod uwagę, że zmienna losowa

$$Z = \frac{n_1y}{mx} \tag{14}$$

ma rozkład $F(2mb,2n_1b)$, można otrzymać prognozę przedziałową zmiennej losowej y ze wzoru

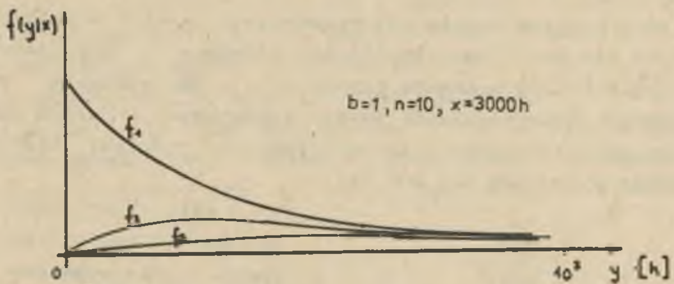
$$P\left\{\frac{m}{n_1}\,x\,F_1(2mb,2n_1b) \leq y^{(P)} \leq \frac{m}{n_1}\,x\,F_2(2mb,2n_1b)\right\} = 1-\alpha \tag{15}$$

Uzyskane tą drogą prognozy są jednak mało dokładne. Dlatego, w celu podniesienia efektywności wnioskowania w przyszłość, zidentyfikowano rozkład parametru q w rozkładach czasów trwania stanu pracy pomiędzy naprawami otrzymując

$$f(q) = Ga(\beta = 1{,}32;\ \gamma = 422). \tag{16}$$

Predykcyjny rozkład warunkowy opisuje wzór

$$f(y|x) = B^{-1}(mb, n_1b+\beta)\, \frac{y^{mb-1}\, (\gamma+x)^{n_1b+\beta}}{(x+y+\gamma)^{mb+n_1b+\beta}} \quad \text{- rys. 1} \tag{17}$$



Rys. 1. Funkcje gęstości predykcyjnego rozkładu sumy m = 1, 2, 3 przyszłych czasów trwania stanu pracy

Predykcyjna wartość oczekiwana dla $mb \in \pi$

$$E(y\ x) = \frac{mb(x+\gamma)}{n_1b+\beta-1}, \tag{18}$$

natomiast wariancja predykcji w tym przypadku

$$\sigma^2(y|x) = E(y|x)\left[\frac{(mb+1)(x+\gamma)}{n_1b+\beta-2} - E(y|x)\right]. \tag{19}$$

Podobnie

$$Z = \frac{n_1y}{m(x+\gamma)} \tag{20}$$

ma rozkład $F(2mb, 2n_1b + 2\beta)$. Stąd bayesowska prognoza przedziałowa określona jest wzorem

$$P\left\{\frac{m}{n_1}(x+\gamma)\ F_1(2mb, 2n_1b+2\beta) \le y \le \frac{m}{n_1}(x+\gamma)\ F_2(2mb, 2n_1b+2\beta)\right\} = 1-\alpha \tag{21}$$

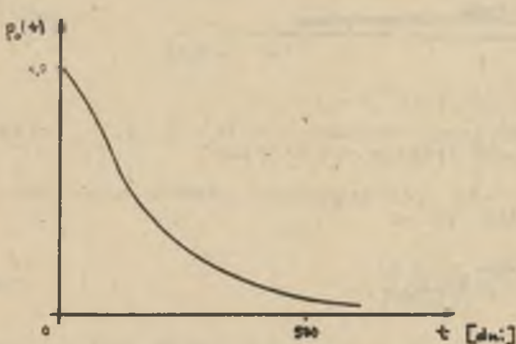
Dla stanu naprawy zidentyfikowano rozkład parametru w otrzymując

$$f(w) = Ga(1{,}27;\ 1{,}11). \tag{22}$$

3. Predykcja prawdopodobieństwa niepojawienia się awarii niebezpiecznej w czasie przyszłym T

Pod pojęciem awarii niebezpiecznej maszyny wyciągowej przyjęto uważać takie uszkodzenie maszyny, w wyniku którego następuje przejechanie naczynia wyciągowego przez krańcowe poziomy i uderzeniu tego naczynia w belko odbojowe.

Najbardziej interesujące wydaje się wyznaczenie funkcji prawdopodobieństwa niepojawienia się awarii niebezpiecznej w żadnej z eksploatowanych maszyn wyciągowych w Polsce w czasie przyszłym T. Jak wykazały badania [1], strumień awarii niebezpiecznych maszyn wyciągowych w Polsce jest strumieniem stacjonarnym pojedynczym o czasach pomiędzy awariami klasy gamma $Ga[\mu, \varphi]$ ze średnią wynoszącą ok. 200 dni.



Rys. 2. Prawdopodobieństwo bezawaryjnej pracy górniczych maszyn wyciągowych w Polsce

W celu rozwiązania tego problemu sięgnięto do informacji, jakie uzyskano w wyniku badania prawidłowości tego typu awarii.

Wychodząc z zasad projekcji [6] można stwierdzić, że funkcja prawdopodobieństwa niepojawienia się awarii niebezpiecznej określona jako

$$P_0(t = T) = 1 - G(t = T), \tag{23}$$

gdzie:

$G(t)$ - dystrybuanta czasów pomiędzy awariami niebezpiecznymi maszyn wyciągowych w Polsce obrazuje interesującą nas krzywą - rys. 2.

Jednakże dysponując funkcją $P_0(t)$ można twierdzić stale, bez względu na dalsze płynące z realizacji strumienia informacje, że funkcja prawdopodobieństwa niepojawiania się awarii niebezpiecznej w czasie jest taka sama. Niezbędne jest zatem włączanie informacji uzyskiwanych w miarę realizacji strumienia. Informacje te powinny być wykorzystane w pierwszym rzędzie do podniesienia efektywności oszacowania parametrów rozkładu opisującego czasy pomiędzy awariami niebezpiecznymi, gdyż liczba awarii niebezpiecznych w czasie jest niewielka. Można to uczynić, biorąc pod uwagę dwa rodzaje informacji, jakimi dysponuje się w wyniku obserwacji strumienia;

- dane jest n czasów pomiędzy awariami niebezpiecznymi; $t_{mi}; i=1,2,\ldots,n,$

- dane jest n czasów pomiędzy awariami niebezpiecznymi oraz czas t_b od ostatniej awarii niebezpiecznej do chwili obecnej.

W pierwszym przypadku konieczne jest najpierw zweryfikowanie hipotezy głoszącej stacjonarność czasów pomiędzy awariami, a następnie dokonanie estymacji parametrów. Kolejnym krokiem jest przeprowadzenie badania zgodności rozkładów empirycznego skonstruowanego z czasów t_{mi}; $i = 1,2,\ldots,n$ oraz teoretycznego z ocenami parametrów uzyskanymi z estymacji. Jeżeli zarówno test stacjonarności, jak i zgodności nie dadzą podstaw do odrzucenia weryfikowanych hipotez, wówczas uzyskane oceny parametrów mogą stanowić podstawę do wyznaczenia funkcji $P_o(t)$.

W przypadku drugim, wykorzystując informacje a priori, że ciąg czasów t_{mi}; $i = 1,2,\ldots,n$ jest stacjonarny i, że te zmienne można opisać klasą rozkładów gamma, można przystąpić do estymacji parametrów w oparciu o bayesowską procedurę przy całkowitej ignorancji o rozkładzie parametrów:

$$\frac{\partial P\left\{\mu\left|\prod_{i=1}^{n}\mathcal{G}\{t_{mi}\}\mathcal{B}(t_b)\right.\right\}}{\partial\mu} = \frac{\partial\left\{\mu^{n\varphi}\, e^{-\mu\sum\limits_{i=1}^{n} t_{ni}}\left(1 - \frac{\Gamma(\varphi, t_b\,\mu)}{\Gamma(\varphi)}\right)\right\}}{\partial\mu} = 0,$$

$$\frac{\partial P\left\{\varphi\left|\prod_{i=1}^{n}\mathcal{G}(t_{mi})\mathcal{B}(t_b)\right.\right\}}{\partial\varphi} = \frac{\partial\left\{\mu^{n\varphi}\,\Gamma^{-n}(\varphi)\left(\prod\limits_{i=1}^{n} t_{mi}\right)^{\varphi-1}\left(1 - \frac{\Gamma(\varphi, t_b\,\mu)}{\Gamma(\varphi)}\right)\right\}}{\partial\varphi} = 0,$$

gdzie:

$\mathcal{G}(t_{mi})$ - zdarzenie polegające na pojawieniu się i-tej awarii niebezpiecznej po czasie t_{mi} od poprzedniej,

$\mathcal{B}(t_b)$ - zdarzenie polegające na niepojawieniu się awarii niebezpiecznej po czasie t_b od ostatniej awarii.

Niezbędne jest również spełnienie warunku dostatecznego istnienia ekstremum funkcji $P\{\mu,\varphi\}$ w punktach będących ocenami parametrów uzyskanymi z rozwiązania równań (24). Uzasadnienie powyższego rozwiązania można znaleźć w artykule [3].

Uzyskane tą drogą oceny parametrów stanowić mogą podstawę do wyznaczenia szukanej funkcji $P_o(t)$.

Z chwilą gdy oszacowania parametrów uzyskane będą w oparciu o liczną próbę, wówczas korzystne jest rozważenie warunkowego prawdopodobieństwa, że nie pojawi się awaria niebezpieczna w czasie T pod warunkiem, iż w czasie poprzedzającym $\Delta t = \sum\limits_{i=1}^{n} t_{mi} + t_b$ zaobserwowano n awarii tego typu, tzn.

$$P_o\left|T|\Delta t_n\right| = \frac{P_o(T) \cdot P_n(\Delta t)}{P_n(\Delta t + T)}. \tag{25}$$

Powyższy wzór może stanowić podstawę do bieżącego wnioskowania w przyszłości o niepojawieniu się awarii niebezpiecznej w czasie przyszłym T.

LITERATURA

[1] Antoniak J., Brodziński S., Czaplicki J., Lutyński A.: Badania niezawodnościowe urządzeń wyciągowych z uwzględnieniem badań rozruchowych. Praca nauk.-bad. IMG, Pol. Śl., (mat. nie publ.), 1976-1980.

[2] Czaplicki J.M.: Estymacja i predykcja przedziałowa niektórych wskaźników niezawodności odnawialnych obiektów tecnnicznych i ich systemów. Przegląd Statystyczny, z. 4, 1977.

[3] Czaplicki J.M.: Estymacja (przy informacjach a priori) parametrów funkcji gęstości czasu pracy obiektu. ZEM z. 2, 1978.

[4] Czaplicki J.M.: Model procesu odnowy o skończonym czasie odnowy górniczych maszyn wyciągowych. Konf. Niezawodność i trwałość maszyn i systemów maszynowych w górnictwie. ZN Pol. Śl. z. 92, Gliwice 1979.

[5] Czaplicki J., Lutyński A.: Predykcja współczynnika gotowości górniczych systemów transportu ciągłego. ZN Pol. Śl., Górnictwo z. 72, Gliwice 1976.

[6] Wybrane problemy prognoz statystycznych. Semin. GUS. Warszawa 1970.

Wpłynęło do Redakcji w kwietniu 1981 r.

Recenzent: Doc. dr Leon Dziembała

Предсказание надежности горных подъемных машин

Р е з ю м е

В работе обсуждены проблемы прогнозирования формирования в будущем основных показателей надежности горных подъемных машин. Представлены прогнозы: точечные и доверительных интервалов, а также предсказание Байеса.

Predication of winder reliability

S u m m a r y

The paper deals with problems of anticipation of trends in winder reliability indices, presenting punctual and interval prognoses as well as the Bayesion prediction.