

Ewelina LITWINOWICZ

Instytut Podstawowych Problemów
Elektrotechniki i Energoelektroniki
Politechniki Śląskiej

ANALIZA POWIERZCHNI REGRESJI APROKSIMUJĄCEJ ZALEŻNOŚĆ WSPÓŁCZYNNIKA STRATNOŚCI DIELEKTRYCZNEJ W FUNKCJI ROZPATRYWANYCH ZMIENNYCH

Streszczenie. W artykule przeprowadzono analizę postaci kanonicznej równania regresji funkcji $\operatorname{tg} \delta$, w zależności od temperatury i zawartości żywicy w nośniku, płyt warstwowych papierowo-fenolowych w celu oszacowania charakteru osiągniętego punktu stacjonarnego zadanej funkcji.

1. WSTĘP

W pracy [1] przedstawiono szczegółowo zastosowanie analizy regresji i wariacji do badania własności dielektrycznych płyt warstwowych papierowo-fenolowych. W oparciu o zaplanowany eksperyment czynnikowy typu 4^3 zbadano wpływ trzech zmiennych niezależnych: ψ - temperatury prasowania, τ - czasu prasowania, s - wagowej zawartości żywicy w nośniku na współczynnik strat dielektrycznych $\operatorname{tg} \delta$. Zgodnie z przyjętym planem badań czynnikowych wyprodukowano płyty papierowo-fenolowe. Gotowe płyty poddano klimatyzacji i badaniom statystycznym zgodnie z PN-73/B-29080. Wyniki pomiarów współczynników strat dielektrycznych $\operatorname{tg} \delta = f(\psi, s, \tau)$ wykonane przy częstotliwości 50 Hz posłużyły do opisu powierzchni odpowiedzi $\operatorname{tg} \delta$ odpowiednimi wielomianami regresyjnymi, które omówiono również w pracy [2].

2. SPROWADZENIE WIELOMIANU APROKSIMUJĄCEGO $\operatorname{tg} \delta$ DO POSTACI KANONICZNEJ

Jak wiadomo [3],[4] wielką zaletą analizy regresji jest możliwość prognozowania wartości funkcji odpowiedzi w tych punktach przestrzeni, w których eksperyment nie był przeprowadzony.

Zadaniem to bardzo ułatwia postać kanoniczną wielomianu regresyjnego aproksymującego rozpatrywaną powierzchnię.

Jeżeli wielomian aproksymujący jest np. funkcją drugiego stopnia o dwóch zmiennych:

$$y = b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 + b_{11} x_1^2 + b_{22} x_2^2 + b_{12} x_1 x_2 \quad (1)$$

to w postaci kanonicznej równanie (1) możemy przedstawić jako funkcję nowych zmiennych ξ_1 oraz ξ_2 :

$$Y = c_1 + k_1 \xi_1^2 + k_2 \xi_2^2 \quad (2)$$

Równanie (2) opisuje powierzchnię regresji (1) w układzie przesuniętym i obróconym o pewien kąt względem poprzednich osi. Początek nowego układu współrzędnych przyjmuje się w punkcie stacjonarnym funkcji odpowiedzi.

W rozpatrywanym przypadku związek między współczynnikiem strątności dielektrycznej $\text{tg } \delta$, a zmiennymi niezależnymi ψ , e , ψ^2 , w badanym zakresie zmienności tych parametrów, najlepiej opisuje niepełny wielomian drugiego stopnia o dwóch zmiennych niezależnych, tj. temperaturze prasowania i wagowej zawartości żywicy w nośniku [2].

Ma on postać:

$$\text{tg } \delta = f_1(\psi, e) = b_1 \psi + b_2 e + b_{11} \psi^2 + b_{12} \psi e \quad (3)$$

gdzie:

$$b_1 = -29,025 \cdot 10^{-5}; \quad b_2 = 92,610 \cdot 10^{-5};$$

$$b_{11} = 0,298 \cdot 10^{-5}; \quad b_{12} = -0,696 \cdot 10^{-5}.$$

Równanie (3) możemy zapisać w postaci macierzowej:

$$f_1(\psi, e) = W^T b + W^T A W \quad (4)$$

gdzie:

$$W^T = [\psi, e]; \quad b^T = [b_1, b_2],$$

$$A = \begin{bmatrix} b_{11} & \frac{1}{2} b_{12} \\ \frac{1}{2} b_{21} & 0 \end{bmatrix} \quad \text{oraz } b_{12} = b_{21}.$$

Wartości własne macierzy A obliczono rozwiązując równanie charakterystyczne (5):

$$\det [A - \lambda I] = 0 \quad (5)$$

gdzie:

λ - wartości własne macierzy,

I - macierz jednostkowa

$$\det [A - \lambda I] = \begin{vmatrix} 0,296 - \lambda & -0,348 \\ -0,348 & -\lambda \end{vmatrix} = 0 \quad (5a)$$

Równanie charakterystyczne (5) ma dwa pierwiastki rzeczywiste

$$\lambda_1 = 0,5275, \quad \lambda_2 = -0,2295,$$

zaś wektory własne przyporządkowane wartościom własnym λ_1 i λ_2 przy przyjęciu zmiennej wyjściowej $\hat{v} = 100$ wynoszą odpowiednio:

$$u_1 = (0,8347, -0,5506)$$

$$u_2 = (0,5506, 0,8347)$$

ostatecznie równanie (3) w postaci kanonicznej przyjmie postać:

$$F_1(\xi_1, \xi_2) = c_1 + k_1 \xi_1^2 + k_2 \xi_2^2 \quad (6)$$

lub

$$F_1(\xi_1, \xi_2) = c_1 + (m \xi_1 + n \xi_2)(m \xi_1 - n \xi_2) \quad (7)$$

gdzie:

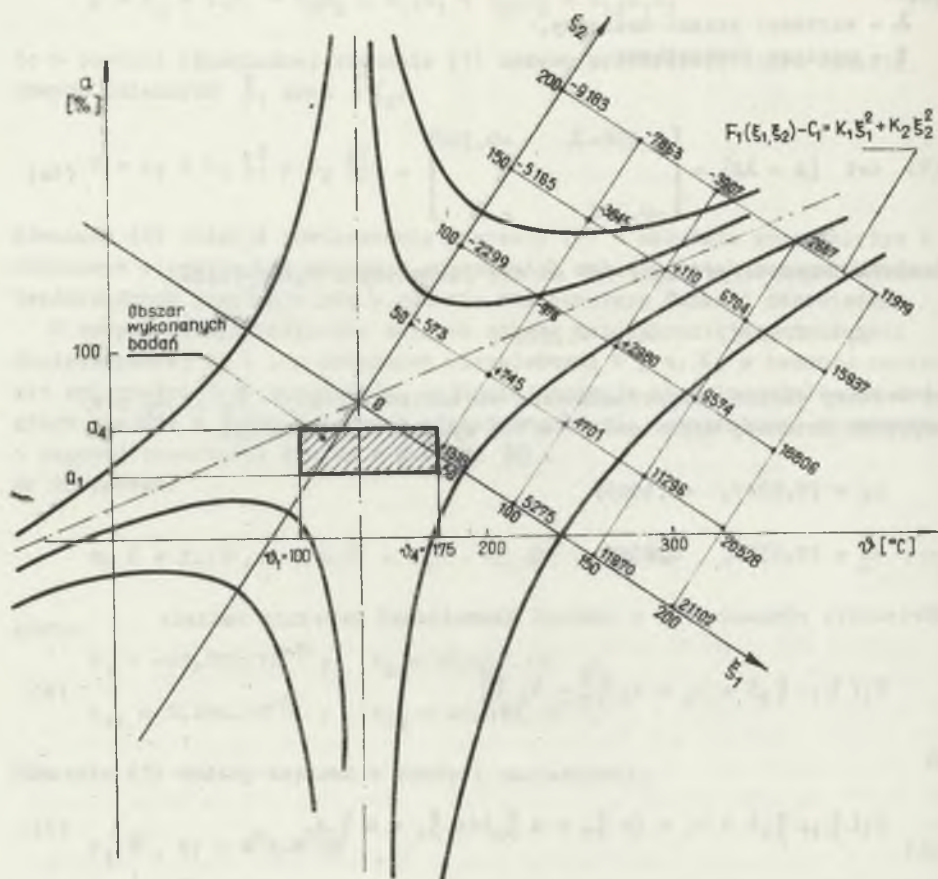
$$c_1 = 1414, \quad k_1 = m^2 = 0,5275, \quad k_2 = -n^2 = -0,2295$$

zaś ξ_1 oraz ξ_2 wyrażone poprzez zmienne początkowe:

$$\xi_1 = 0,8347 \hat{v} - 0,5506 s = 71,2934 \quad (8)$$

$$\xi_2 = 0,5506 \hat{v} + 0,8347 s = 133,5706.$$

Ponieważ $k_1 \cdot k_2 < 0$, więc funkcja $F_1(\xi_1, \xi_2)$ jest paraboloidą hiperboliczną, a punkt $\xi_1 = 0, \xi_2 = 0$ jest jej punktem siodłowym i na prostych $m \xi_1 + n \xi_2 = 0$ oraz $m \xi_1 - n \xi_2 = 0$ funkcja F_1 jest stała i równa stałej c_1 .



Rys. 1

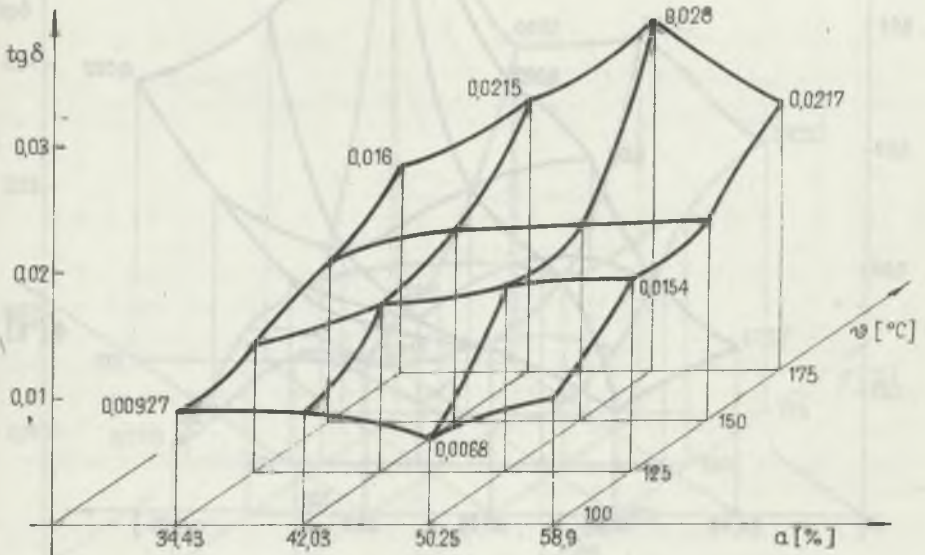
Wykres warstwicy funkcji F_1 dla powierzchni regresji $f_1(\psi, a) = \operatorname{tg} \delta$ z zaznaczonym obszarem wykonanych badań

The function F_1 contour line for regression surface $f_1(\psi, a) = \operatorname{tg} \delta$ with marked investigation area

Z równania (6) wynika, że dla $|\xi_2| = \text{const}$ wzrost $|\xi_1|$ powoduje wzrost funkcji $F_1(\xi_1, \xi_2)$ i odwrotnie dla $|\xi_1| = \text{const}$ wzrost $|\xi_2|$ powoduje maleńie funkcji $F_1(\xi_1, \xi_2)$, a co za tym idzie kolejne kroki w celu minimalizacji badanej funkcji $\operatorname{tg} \delta = f_1(\psi, a)$ powinniśmy wykonywać na prostej $\xi_1 = 0$.

3. UWAGI KOŃCOWE

Graficznym obrazem omawianego równania (3) w postaci kanonicznej (6) jest rys. 1 przedstawiający przykładowe warstwicę stałej wartości funkcji regresji w układzie nowych zmiennych ξ_1 oraz ξ_2 i zmiennych podstawowych ψ oraz α . Na rys. 1 zaznaczono obszar przeprowadzonych badań we współrzędnych pierwotnych.



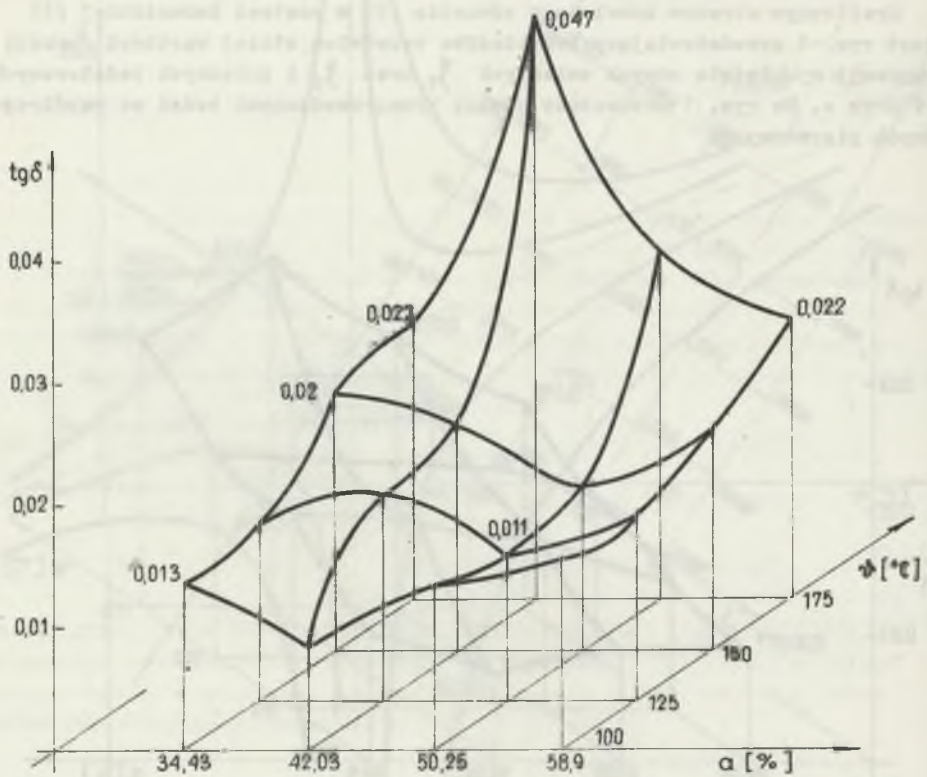
Rys. 2

Powierzchnie $tg \delta$ w badanym obszarze przestrzeni czynnikowej (dla $t_1 = 30$ min)

Surface $tg \delta$ in investigated area of factor space (for $t_1 = 30$ min)

Można łatwo zauważyć, że w przypadku, gdy temperatura prasowania będzie mieściła się w dolnych granicach temperatury prasowania płyt papierowo-fenolowych, tzn. 100 - 130°C, zaś wagowa zawartość żywicy w nośniku w granicach 30 - 50 % znajdujemy się na tej części paraboloidy hiperbolicznej, po której przemieszczając się otrzymujemy malejące wartości stratności dielektrycznej $tg \delta$.

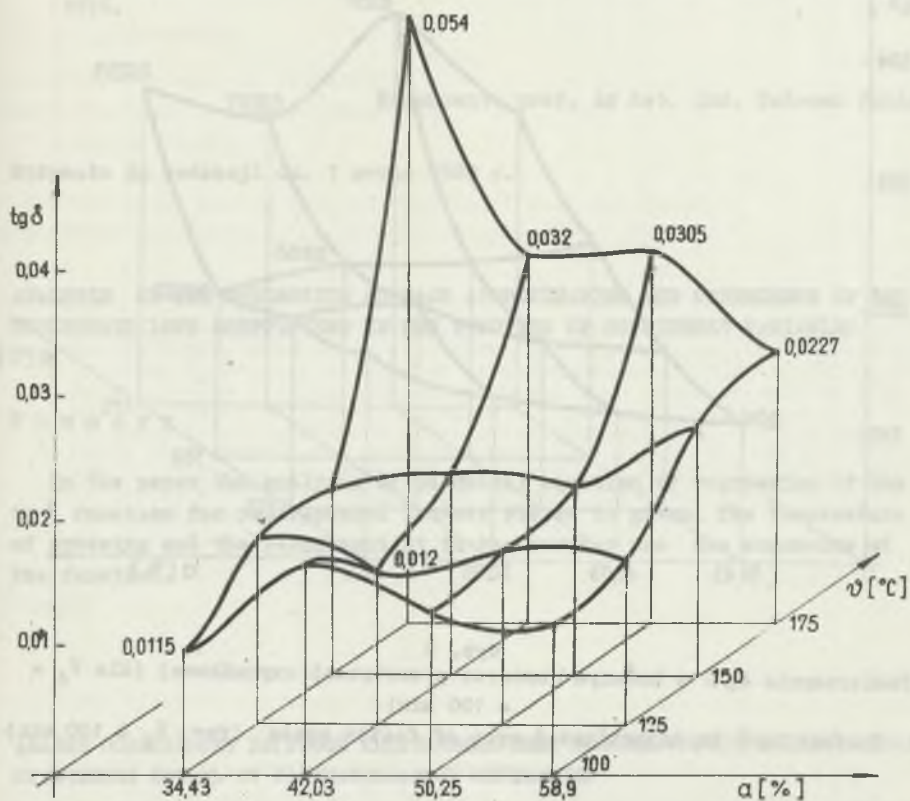
Analiza kanoniczna przyjętego równania regresji (3) potwierdza wszystkie spostrzeżenia szczegółowe, jakie wykazały badania statystyczne [7] przeprowadzone na próbkach otrzymanych w wyniku zaplanowanego eksperymentu czynnikowego (rys. 2,3,4,5) oraz wyniki doświadczeń i wieloletnia praktyka innych eksperymentatorów [5], [6].



Rys. 3

Powierzchnie $\operatorname{tg} \delta$ w badanym obszarze przestrzeni czynnikowej (dla $\bar{t}_2 = 60 \text{ min}$)

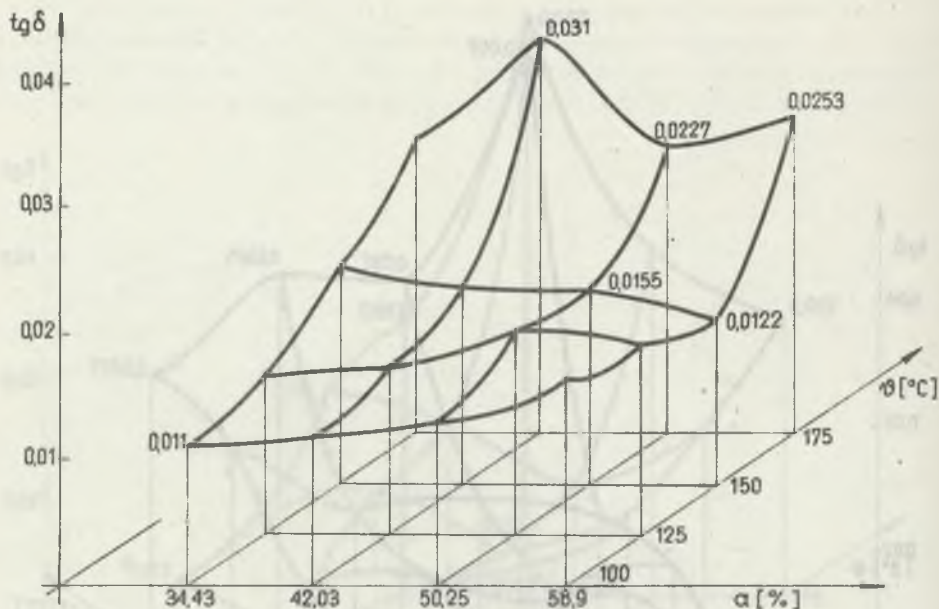
Surface $\operatorname{tg} \delta$ in investigated area of factor space (for $\bar{t}_2 = 60 \text{ min}$)



Rys. 4

Powierzchnia $\text{tg } \delta$ w badanym obszarze przestrzeni czynnikowej (dla $\tilde{t}_3 = 90$ min)

Surface $\text{tg } \delta$ in investigated area of factor space (for $\tilde{t}_3 = 120$ min)



Rys. 5

Powierzchnie $\operatorname{tg} \delta$ w badanym obszarze przestrzeni czynnikowej (dla $\tilde{\epsilon}_4 = 120 \text{ min}$)

Surface $\operatorname{tg} \delta$ in investigated area of factor space (for $\tilde{\epsilon}_4 = 120 \text{ min}$)

LITERATURA

- [1] Litwinowicz E.: Wpływ niektórych parametrów technologicznych na własności dielektryczne płyt papierowo-fenolowych. Praca doktorska. Politechniki Śl., Gliwice 1982.
- [2] Litwinowicz E.: Zastosowanie analizy regresji do badania własności dielektrycznych płyt papierowo-fenolowych, Zeszyty Naukowe Politechniki Śl., s. Elektryka Nr 86, Gliwice 1984.
- [3] Nelimow W.W., Czernowa N.A.: Statystyczne metody planowania doświadczeń ekstremalnych. WNT, Warszawa 1967. ;
- [4] Mańczak K.: Technika planowania eksperymentu. WNT, Warszawa 1976.
- [5] Sulima T., Dobraczyński A., Chudzyński S.: Tworzywa sztuczne w elektrotechnice, PWT, Warszawa 1960.

- [6] Badania ocenowe żywicy toluenowo-formaldehydowej modyfikowanej fenolem w zastosowaniu do płyt elektroizolacyjnych. ZTS "ERG", Gliwice, 1976.

Recenzent: prof. dr hab. inż. Tadeusz Sulima

Wpłynęło do redakcji dn. 1 marca 1985 r.

ANALYSIS OF THE REGRESSION SURFACE APPROXIMATING THE DEPENDENCE OF THE DIELECTRIC LOSS COEFFICIENT IN THE FUNCTION OF CONSIDERED VARIABLES

S u m m a r y

In the paper the analysis of canonical equation of regression of the $\text{tg } \delta$ function for paper-phenol laminar plates is given. The temperature of pressing and the resin content in the carrier are the arguments of the function.

АНАЛИЗ ПОВЕРХНОСТИ РЕГРЕССИИ АППРОКСИМИРУЮЩЕЙ ЗАВИСИМОСТЬ КОЭФФИЦИЕНТА ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ПОТЕРЬ ОТ РАССМАТРИВАЕМЫХ ПЕРЕМЕННЫХ

Р е з ю м е

В статье представлен анализ канонического уравнения регрессии функции $\text{tg } \delta$ в зависимости от температуры и также содержания смолы в носителе слоистых бумажно-феноловых пластин.