ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1985

Seria: ELEKTRYKA z. 98 Nr kol. 859

Tadeusz GLINKA

Instytut Maszyn i Urządzeń Elektrycznych
Politechniki Śląskiej

MODEL MATEMATYCZNY SPRZĘŻENIA MAGNETYCZNEGO UZWOJENIA TWORNIKA Z UZWOJENIEM WZBUDZENIA W MASZYNACH PRĄDU STAŁEGO W STANACH NIEUSTALONYCH

Streszczenie. W eksploatacji silników prądu stałego występują różnego typu zaburzenia, np.:

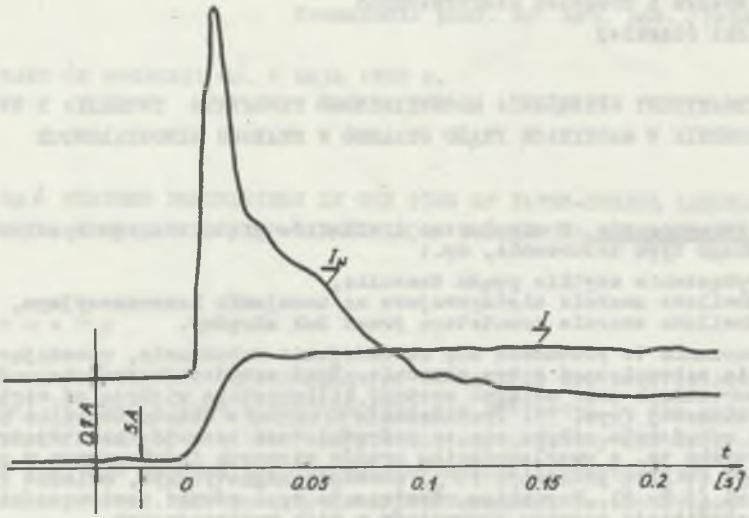
- wyłączenie szybkie prądu twornika,
- chwilowe zwarcie międzyzwojowe na uzwojeniu kompensacyjnym,
- chwilowe zwarcie komutatora przez łuk okrężny.

Zaburzenia te przenoszą się na uzwojenie wzbudzenia, powodując działanie zabezpieczeń w tym obwodzie. Prąd wzbudzenia przy tego typu zaburzeniach może osiągać wartość kilkakrotnie większą od wartości znamionowej (rys. 1). Przenoszenie zaburzeń z obwodu twornika na obwód wzbudzenia odbywa się za pośrednictwem zezwojów komutujących. Zjawisko to, z uwzględnieniem prądów wirowych indukowanych w poprzecznym (Φ_k) i podłużnym (Φ_w) obwodzie magnetycznym, opisano równaniami (3 do 8). Warunkiem rozwiązania tych równań jest wcześniejsza identyfikacja szeregu parametrów w nich występujących.

1. ODDZIAŁYWANIE PRĄDU TWORNIKA NA PRĄD WZBUDZENIA W STANACH NIEUSTALONYCH

W czasie różnego typu zaburzeń występujących w eksploatacji silników prądu stałego obserwuje się równoczesne działanie zabezpieczeń silnika w obwodzie twornika i obwodzie wzbudzenia. Zabezpieczenie w obwodzie wzbudzenia nastawiane jest z reguły na wartość prądu równą 1,5 prądu znamionowego, a zabezpieczenie w obwodzie twornika na wartość prądu równą 2,5 prądu znamionowego. Nie w każdym przypadku, w sposób jednoznaczny, można ustalić czy pierwotną przyczyną zadziałania zabezpieczeń było zaburzenie prądu twornika czy też prądu wzbudzenia. Jeśli zaburzenie wystąpiło w obwodzie wzbudzenia silnika, to wyłączenie prądu wzbudzenia spowoduje zanik strumienia wzbudzenia i w konsekwencji przy stałym napięciu zasilania wystąpi nagły wzrost prądu twornika, który uruchomia zabezpieczenie nadmiarowe prądu twornika. W przypadku odwrotnym, gdy pierwszy reaguje wyłącznik szybki prądu twornika w wyniku wzrostu prądu obciążenia dochodzi również do zaburzenia prądu wzbudzenia, powodując znaczną zmianę jego wartości, co w konsekwencji uruchomia działanie zabezpieczeń w tym obwodzie.

Badania eksperymentalne wykazały, że, np. przy skokowym zwarciu komutatora przez łuk okrężny, maksymalna wartość prądu w obwodzie wzbudzenia może osiągnąć wartość kilka razy większą od prądu znamionowego - rys. 1.



Rys. 1

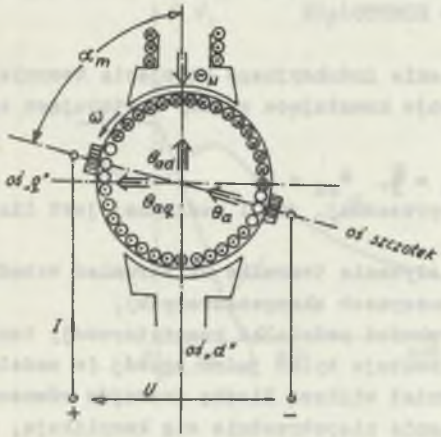
Przebieg prądu w uzwojeniu wzbudzenia I_w przy zwarciu twornika A1 - A2 w czasie t = 0. Przebiegi zarejestrowano dla maszyny prądu stałego o danych znamionowych: 7,5 kW, 220 V, 39,2 A, 1450 obr/min, I_{wN} = 0,7 A, przy znamionowej prędkości obrotowej

Diagram of the field current I_w after the sudden short-circuit of the armature winding A1 - A2 in the initial moment t = 0. The curves have been recording by normal speed on the 7,5 kW, 220 V, 39,2 A, 1450 r.p.m. I_{wN} = 0,7 A direct current machine

Z oscylogramu widać, że prąd wzbudzenia po zwarciu twornika narasta bardzo szybko do wartości około 5 I_{wN}, natomiast zanika znacznie wolniej. Wpływ zaburzenia prądu twornika na prąd wzbudzenia nie ma prostego schematu działania, gdyż w uzwojeniu wzbudzenia nie indukuje się napięcie rotacji.

W przenoszeniu zaburzeń z obwodu twornika na obwód wzbudzenia pośredniczą dwa zjawiska:

- sprzężenie indukcyjne uzwojenia twornika z uzwojeniem wzbudzenia, występujące, gdy szczotki nie leżą w osi neutralnej,
- przepływ zezwojów komutujących przy komutacji nieliniowej, a taki charakter ma komutacja w stanach zaburzeniowych.



Rys. 2

Rozkład przepływu twornika Θ_s na przepływy składowe Θ_{sq} i Θ_{sd} przy szczotkach wysuniętych z osi neutralnej $\alpha_e < \pi/2$

The distribution of the magneto- motive force Θ_s on the components m.m.f. Θ_{sq} and Θ_{sd} while the brushes have been displaced from the neutral position $\alpha_e < \pi/2$

Sprzężenie indukcyjne uzwojenia twornika z uzwojeniem wzbudzenia zależy od kąta α_m między osią szczotek a osią biegunów głównych (rys. 2). Przy kącie elektrycznym $\alpha_e = p\ \alpha_m = \frac{\pi}{2}$ sprzężenie to teoretycznie nie występuje. W praktyce stan $\alpha_e = \frac{\pi}{2}$ jest trudny do uzyskania z uwagi na użłobkowanie wirnika oraz tolerancje w wykonaniu elementów silnika, a także dokładność ich montażu [1]. Przy pracy silnikowej składowa wzdłużna przepływu twornika

$$\Theta_{sd} = \Theta_s \cos \alpha_e. \qquad (1)$$

Jeśli kąt $\alpha_e < \frac{\pi}{2}$, to przepływ Θ_{sd} będzie osłabiał przepływ wzbudzenia Θ_w (rys. 2), natomiast jeśli $\alpha_e > \frac{\pi}{2}$, to przepływ Θ_{sd} będzie wzmacniał przepływ Θ_w.

Przy szybkiej zmianie prądu twornika $\frac{di}{dt}$ występuje także szybka zmiana przepływu składowego $\frac{d\Theta_{sd}}{dt}$ sprzężonego z uzwojeniem wzbudzenia. Pochodna $\frac{d\Theta_{sd}}{dt}$ wymusza zmianę prądu wzbudzenia.

Komutacja prądu w stanach zaburzeniowych jest zawsze nieliniowa, a przy komutacji nieliniowej występuje składowa wzdłużna przepływu zezwojów komutujących Θ_z [2]. Przepływ Θ_z podobnie jak przepływ Θ_{sd} jest sprzężony indukcyjnie z przepływem wzbudzenia Θ_w. Zaburzenia w pracy silników prądu stałego pojawiają się w sposób nagły, np. zadziałanie wyłączników szybkich wyłączających nadmierną wartość prądu twornika lub też zwarcie na jednym z uzwojeń itp. Jeśli przed zaburzeniem komutacja w maszynie była liniowa lub zbliżona do liniowej, to po wystąpieniu zaburzenia komutacja staje się silnie nieliniowa. Mamy zatem do czynienia z nagłym pojawieniem się przepływu Θ_z, także pochodna $\frac{d\Theta_z}{dt}$, która oddziałuje na prąd wzbudzenia będzie mieć również dużą wartość.

2. MODEL MATEMATYCZNY SPRZĘŻENIA INDUKCYJNEGO UZWOJENIA TWORNIKA Z UZWOJENIEM WZBUDZENIA POPRZEZ ZEZWOJE KOMUTUJĄCE

Tworząc model matematyczny sprzężenia indukcyjnego uzwojenia twornika z uzwojeniem wzbudzenia poprzez zezwoje komutujące zróbmy następujące założenia upraszczające:

- szczotki leżą w osi neutralnej $\alpha_e = \frac{\pi}{2}$, $\Theta_{ad} = 0$,
- obwód magnetyczny zarówno w osi poprzecznej, jak i wzdłużnej jest liniowy,
- pomija się nasyceniowy wpływ oddziaływania twornika na strumień wzbudzenia (założenie spełnione tylko w maszynach skompensowanych),
- szerokość szczotki jest równa szerokości podziałki komutatorowej, tzn. że pod każdym mostem szczotkowym komutuje tylko jeden zezwój (w modelu matematycznym można uwzględnić również większą liczbę zezwojów równocześnie komutujących, lecz wówczas równania niepotrzebnie się komplikują, co utrudnia śledzenie zjawiska od strony fizykalnej),
- w stanach zaburzeniowych rozkład indukcji w strefie komutacyjnej jest równomierny [3] ,
- w stanach zaburzeniowych rozkład indukcji w szczelinie bieguna głównego jest nierównomierny, podobnie jak w litym pieńku bieguna głównego [3] ,
- prędkość wirowania wirnika jest stała, założenie to jest spełnione, gdyż jak widać z rys. 1 zaburzenia trwają bardzo krótko (około 0,01 do 0,05 s), stąd w tym czasie wirnik, z uwagi na bezwładność mechaniczną, praktycznie nie zmieni swojej prędkości kątowej.

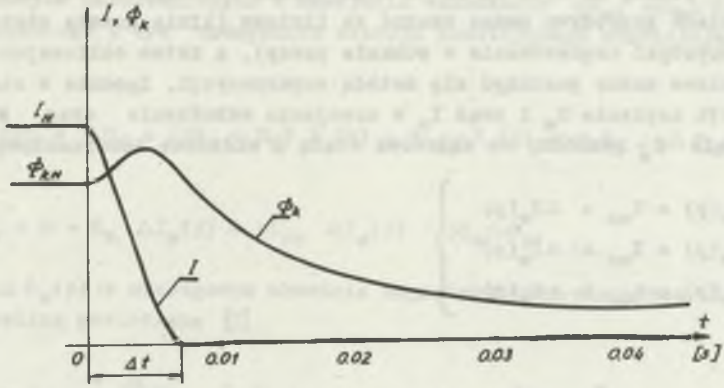
Załóżmy również rodzaj zaburzenia, np. działanie wyłącznika szybkiego, który wyłącza nadmierną wartość prądu twornika. Taki rodzaj zaburzenia występuje często w czasie pracy silników walcowniczych. Rozpatrzmy zjawisko wzbudzania przepływu Θ_z przy tego typu zaburzeniu.

Wyłączenie prądu twornika następuje prawie skokowo

$$i(t) = I_o \left[1 - 1(t)\right] \tag{2}$$

za tak szybkimi zmianami prądu nie nadążają zmiany strumienia Φ_k w strefie komutacyjnej (rys. 3). Korzystając z równań transmitancji poprzecznego obwodu magnetycznego, a więc szeregowego obwodu magnetycznego o dużej szczelinie powietrznej z blokiem litym [3] , równanie indukcji w strefie komutacyjnej można zapisać w postaci operatorowej [4] :

$$B_k(p) = \frac{\Phi_k(p)}{b_1 l_1} = B_{ko}\left[1 - \frac{k_1}{1+\sqrt{pT_1}} - \frac{k_2}{1+\sqrt{pT_2}}\right] \tag{3}$$



Rys. 3

Przebieg czasowy strumienia w strefie komutacyjnej Φ_k przy wyłączaniu prądu twornika. Oscylogram zarejestrowany dla maszyny prądu stałego o danych znamionowych: 220V, 77A, 1450 obr/min

The temporal variation of the flux in the commutation plane after a cutting of the armature current. The oscillogram has been recorded on the 220 V, 71 A, 1450 r.p.m. direct current machine

gdzie:

B_{ko} - wartość indukcji w szczelinie bieguna pomocniczego przed wyłączeniem prądu,

b_1, l_1 - wymiary nabiegunnika bieguna pomocniczego,

$k_1 - k_2 = 1$ - parametry zależne od przepływów twornika i biegunów pomocniczych oraz przewodności drogi magnetycznej strumieni w strefie komutacyjnej [4] ,

T_1, T_2 - elektromagnetyczne stałe czasowe obwodów prądów wirowych wzbudzanych w elementach stojana (T_1) i elementach wirnika (T_2).

Pod wpływem pola magnetycznego $B_k(p)$ w zezwojach komutujących indukuje się napięcie rotacji

$$E_k(p) = 2\, l_1\, \vartheta\, B_k(p) \tag{4}$$

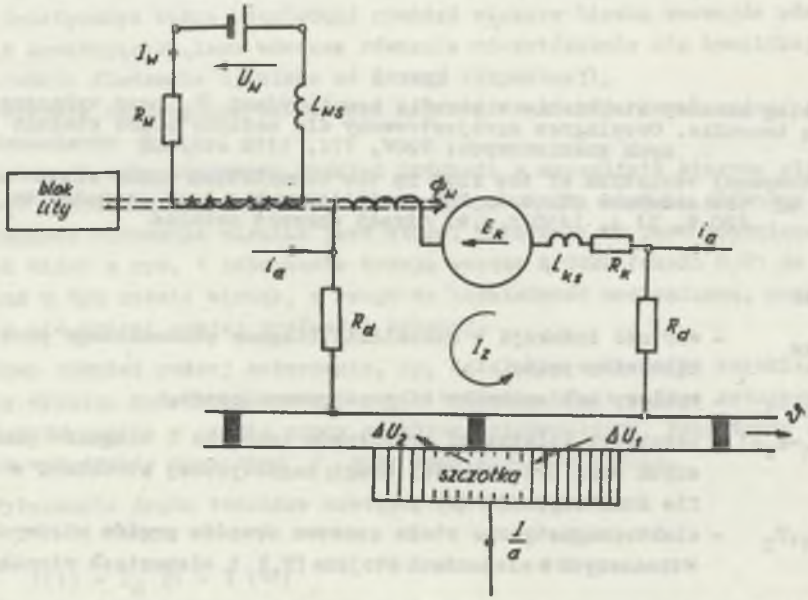
gdzie:

ϑ = const jest prędkością obwodową wirnika.

Napięcie $E_k(p)$ wymusza, w zwartych przez szczotki zezwojach, przepływ prądu $I_z(p)$, którego przepływ Θ_z oddziałuje na uzwojenie wzbudzenia. Obliczenia prądu $I_z(p)$ oraz zmian prądu w uzwojeniu wzbudzenia $\Delta I_w(p)$ pod wpływem opisanego zaburzenia, można przeprowadzić w oparciu o schemat za-

stępczy podany na rys. 4. Obwód magnetyczny wzbudzenia przy niewielkich zaburzeniach przepływu można uważać za liniowy (linia prosta styczna do charakterystyki magnesowania w punkcie pracy), a zatem obliczając składowe zaburzeniowe można posłużyć się metodą superpozycji. Zgodnie z zasadą superpozycji napięcie U_w i prąd I_w w uzwojeniu wzbudzenia oraz strumień wzbudzenia Φ_w rozłóżmy na składową stałą i składową zaburzeniową

$$\left.\begin{aligned} U_w(p) &= U_{wo} + \Delta U_w(p) \\ i_w(p) &= I_{wo} + \Delta I_w(p) \\ \Phi_w(p) &= \Phi_{wo} + \Delta\Phi_w(p) \end{aligned}\right\} \tag{5}$$



Rys. 4

Schemat zastępczy sprzężeń indukcyjnych zezwoju komutującego z uzwojeniem wzbudzenia i blokiem litym stojana

The equivalent circuit of the inductive linkage of the commutator winding section, field winding and the stator solid iron

Przy czym

$$\Delta U_w(p) = 0$$

Dla składowych zaburzeniowych w uzwojeniu wzbudzenia ΔU_w, ΔI_w, $\Delta \Phi_w$ oraz sprzężonego z tym uzwojeniem zezwoju komutującego obowiązują równania:

$$E_k(p) = \Delta U_1 + \Delta U_2 + (2R_d + R_k)\, I_z(p) + pL_{ks}\, I_z(p) + p\, Z_z \cdot \Delta \Phi_w(p) \quad (6)$$

$$\Delta U_w = 0 = R_w\, \Delta I_w(p) + pL_{ws}\, \Delta I_w(p) - pZ_w \Delta \Phi_w. \quad (7)$$

Strumień $\Delta \Phi_w(p)$ w szeregowym obwodzie magnetycznym z elementem litym i małą szczeliną powietrzną [3]

$$\Delta \Phi_w(p) = \frac{\Lambda_{wo}}{\sqrt{1 + p\, T_o}} \left[Z_z I_z(p) - Z_w\, \Delta I_w(p)\right] \quad (8)$$

przy czym

ΔU_1, ΔU_2 - spadek napięcia na nabiegającej i zbiegającej krawędzi szczotki,

L_{ks}, L_{ws} - indukcyjności rozproszeń zezwojów komutujących i uzwojenia wzbudzenia,

Z_z, Z_w - liczba zwojów w zezwoju komutującym i na dwóch cewkach uzwojenia wzbudzenia,

T_o - elektromagnetyczna stała czasowa obwodu prądów wirowych indukowanych w bloku litym sprzężonych ze strumieniem $\Delta \Phi_w(p)$.

Przy założonym zaburzeniu, jak wynika z rys. 3 i 2, komutacja będzie mieć charakter silnie przyspieszony, a więc kierunek działania przepływu Θ_z będzie skierowany przeciwnie do przepływu wzbudzenia, stąd wynika, że kierunek prądu zaburzeniowego ΔI_w będzie zgodny z prądem I_{wo}, z tego też względu w równaniach (7 i 8) jest znak (-). Analizowany przypadek zaburzenia od strony jakościowej będzie miał przebieg podobny do przypadku przedstawionego na rys. 1, natomiast od strony ilościowej maksymalna wartość prądu zaburzeniowego ΔI_w może wynosić od kilku do kilkudziesięciu procent prądu I_{wo}. W maszynach nieskompensowanych na wartość prądu ΔI_w wpływa także składowa nasyceniowa przepływu twornika. Składowa ta, przy nagłych spadkach prądu twornika, jest ujemna, tzn. powoduje zmniejszenie prądu wzbudzenia.

Równanie (6) jest, mimo poczynionych założeń, równaniem nieliniowym, gdyż ΔU_1 i ΔU_2 są związane z charakterystyką napięciowo-prądową szczotki:

$$\left.\begin{aligned} \Delta U_1(t) &= f(j_1) \\ \Delta U_2(t) &= f(j_2) \\ \text{przy czym} \\ j_1 &= \frac{I_z(t)T_k}{S_{sz}(T_k - t)} \\ j_2 &= \frac{I_z(t)T_k}{S_{sz}t} \end{aligned}\right\} \tag{9}$$

gdzie:

S_{sz} - oznacza powierzchnię szczotki,

T_k - czas komutacji zezwoju.

Stąd cały układ równań (6 - 8) jest układem nieliniowym. Linearyzując te równania załóżmy [5] :

$$\Delta U_1 + \Delta U_2 = const \tag{10}$$

Otrzymamy w ten sposób zestaw równań liniowych (3 do 8), które tworzą model matematyczny sprzężenia indukcyjnego zezwoju komutującego z uzwojeniem wzbudzenia. Parametrami tego modelu są:

B_{ko}, k_1, k_2, T_o, T_1, T_2, l_i, $\Delta U_1 + \Delta U_2$, R_d, R_k, R_w, L_{ks}, L_{ws}, Z_z, Z_w, Λ_{wo}.

Nie wszystkie z tych parametrów można w sposób prosty wyznaczyć, to jest obliczyć lub pomierzyć, a identyfikacja tych parametrów jest warunkiem koniecznym do obliczenia zaburzenia prądu wzbudzenia ΔI_w.

Przy transformacjach odwrotnych prądu wzbudzenia $\Delta I_w(t) = \mathcal{L}^{-1}\Delta I_w(p)$ oraz $I_z(t) = \mathcal{L}^{-1}I_z(p)$, aby pozbyć się dosyć uciążliwych do transformacji wyrażeń $\frac{1}{1+\sqrt{pT}}$ i $\frac{1}{\sqrt{1+pT}}$, można zastąpić je następującymi aproksymacjami, jak to przedstawiono w pracy [3] :

$$\frac{1}{1+\sqrt{pT}} \approx \sum_{i=1}^{4} \frac{c_i}{1+A_i\,pT} \tag{11}$$

$$\frac{1}{\sqrt{1 + pT}} \approx \sum_{i=1}^{4} \frac{F_i}{1 + E_i\, pT} \tag{12}$$

Przy czym

$A_1 = 0{,}05$ $C_1 = 0{,}32$

$A_2 = 1{,}25$ $C_2 = 0{,}4$

$A_3 = 17$ $C_3 = 0{,}2$

$A_4 = 300$ $C_4 = 0{,}08$

$E_1 = 0{,}0095$ $F_1 = 0{,}18$

$E_2 = 0{,}11$ $F_2 = 0{,}18$

$E_3 = 0{,}48$ $F_3 = 0{,}29$

$E_4 = 0{,}93$ $F_4 = 0{,}35$

Przypadek zaburzenia przedstawiony na rys. 1, to jest zwarcie komutatora, np. przez łuk okrężny (częsty przypadek ruchowy), nie spełnia założeń liniowości obwodu magnetycznego. Analiza takiego przypadku może być tylko szacunkowa. Przy zwarciu na komutatorze w uzwojeniu biegunów pomocniczych płynie prąd zwarcia wymuszony napięciem zasilania, w uzwojeniu twornika płynie prąd zwarcia wymuszony własnym napięciem rotacji. Zmienił się zatem charakter pracy maszyny z silnikowego na prądnicowy, zmienił się także kierunek przepływu prądu, lecz tylko w uzwojeniu twornika. Strumień w strefie komutacyjnej jest wzbudzany przez sumę przepływów twornika i biegunów pomocniczych, gdyż przepływy te nie kompensują się, lecz dodają. Komutacja staje się bardzo silnie opóźniona, stąd przepływ zezwojów komutujących osłabia przepływ wzbudzenia. Strumień wzbudzenia nie może się zmienić skokowo, nagłe pojawienie się przepływu zezwojów komutujących wymusza zatem zmianę przepływu wzbudzenia. Jak już powiedziano wcześniej, na zmianę prądu wzbudzenia ma też wpływ składowa nasyceniowa przepływu oddziaływania twornika, która jest także ujemna, a przy zwarciu będzie mieć bardzo dużą wartość szczególnie w maszynach nieskompensowanych.

3. PODSUMOWANIE

W silnikach prądu stałego różnego typu zaburzenia w obwodzie twornika, takie jak, np. zadziałanie wyłącznika szybkiego wyzwalane nadmierną wartością prądu twornika lub łuk okrężny na komutatorze, względnie chwilowe zwarcie na uzwojeniu kompensacyjnym i inne, przenoszą się na uzwojenie wzbudzenia, powodując w konsekwencji zadziałanie zabezpieczeń zainstalowa-

nych w tym obwodzie. Z punktu widzenia ochrony silnika przed uszkodzeniem, równoczesne działanie zabezpieczeń w obwodzie twornika i obwodzie wzbudzenia stanowi rezerwę dla zabezpieczenia obwodu twornika i wyłącza takie zaburzenia, których nie jest w stanie wyłączyć zabezpieczenie w obwodzie twornika, na przykład przy ogniu okrężnym na komutatorze (zwarcie łukowe komutatora) zabezpieczenie w obwodzie twornika odłącza silnik od zasilania, nie gasi jednak łuku na komutatorze, który może palić się jeszcze długo przy wzbudzonym i wirującym silniku. Dopiero zabezpieczenie w obwodzie wzbudzenia gasi pole wzbudzenia, co prowadzi do zgaszenia łuku. Zmniejsza to skutki awarii silnika.

W przenoszeniu zaburzeń z obwodu twornika na obwód wzbudzenia pośredniczą zezwoje komutujące. Model matematyczny przechodzenia tych zaburzeń nie był w literaturze dotychczas omawiany. W rozdziale 2 przedstawiono komplet równań opisujących to zjawisko z uwzględnieniem prądów wirowych indukowanych w elementach litych.

LITERATURA

[1] Glinka T: Ustawienie szczotek w strefie neutralnej w maszynach prądu stałego. Wiadomości Elektrotechniczne nr 11-12, 1983.

[2] Glinka T: Własności komutacyjne maszyn prądu stałego przy pulsującym bądź szybko zmieniającym się prądzie twornika. Zeszyty Naukowe Pol. Śląskiej ELEKTRYKA z. 44, Gliwice, 1974.

[3] Glinka T: Analiza równania permeancji szeregowego obwodu magnetycznego ze szczeliną powietrzną przy uwzględnieniu prądów wirowych indukowanych w rdzeniu. Archiwum Elektrotechniki z. 4, 1979.

[4] Paszek W., Glinka T.: Zastosowanie maszyny analogowej do określenia obszaru beziskrowej komutacji maszyn prądu stałego ze wzbudzeniem obcym przy nieustalonym prądzie twornika. Archiwum Elektrotechniki z. 4, 1970.

[5] Wjegnjer O.G.: Tjeorja i praktika komutacji maszin postojannogo toka. Gosnjergoizdat. Moskwa 1961.

Recenzent: doc. dr hab. inż. Piotr Wach

Wpłynęło do redakcji dn. 15 marca 1985 r.

MATHEMATICAL MODEL OF THE MAGNETIC LINKAGE OF ARMATURE AND EXCITATION WINDINGS IN TRANSIENT STATES OF DC MACHINES

S u m m a r y

During the work of the DC motors various perturbation occur, such as:

- sudden opening of the armature circuit
- momentary turn-to-turn short-circuit in the compensating windings
- instantanous commutator short-circuit over the electric arc.

These perturbations pass into the field windings and consequently cause the action of this circuit protection. The exciting current during these perturbations can be several times greater than its rating value(Fig. 1). The perturbations pass from the armature to the field circuit through the magnetic linkage of the coils. The phenomenon in compliance with the eddy currents in direct-axis Φ_d and quadrature - axis Φ_q has been described by the equations 3-to 8. The perequisite of the solution of these equations is the earlier determination of several parameters appearing in them.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ МАГНИТНОГО СОПРЯЖЕНИЯ ОБМОТКИ ЯКОРЯ С ОБМОТКОЙ ВОЗБУЖДЕНИЯ В МАШИНАХ ПОСТОЯННОГО ТОКА В НЕУСТАНОВИВШИХСЯ РЕЖИМАХ

Р е з ю м е

Во время работы двигателей постоянного тока происходят различного рода возмущения, напр.:

- быстрое отключение тока якоря,
- кратковременные межвитковые короткие замыкания компенсационной обмотки,
- кратковременные короткие замыкания коллектора по окружающей дуге.

Возмущения эти передаются на обмотку возбуждения и приводят к срабатыванию защиты в этой цепи. При такого рода возмущениях ток возбуждения может достигать значение в несколько раз превышающее номинальное (рис. 1) .

Возмущения с цепи якоря на цепь возбуждения передаются через коммутирующую секцию обмотки якоря. Явление это, с учетом вихревых токов, индуцируемых в поперечной ($\Phi_к$) и продольной (Φ_b) магнитной цепи, описано уравнениями (3 до 8) . Условием решения этих уравнений является предварительная идентификация ряда выступающих в них параметров.