ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1988
Seria: AUTOMATYKA z.94 Nr kol.970

Jan Pasiak
Zakład Metod Rachunku Ekonomicznego
WSI Radom

# DOLNA LICZBA PARTII PRODUKCYJNYCH ANGAŻOWANYCH W PROCESIE POWTARZALNYM WYTWARZANIA CZĘŚCI

Streszczenie. W artykule przedstawiona została metoda konstrukcji harmonogramu obciążania stanowisk powtarzalnego procesu wytwarzania części w kompletach o ustalonej strukturze asortymentowo-ilościowej. Metoda ta uzupełnia istniejącą procedurę projektowania procesów potokowo-rytmicznych znaną pod nazwą System Organizacji Rytmicznej Produkcji. Określony proces charakteryzuje się angażowaniem minimalnej liczby partii produkcyjnych wymaganej do zachowania jego własności. Przedstawiona metoda nie jest w sensie złożoności obliczeniowej metodą efektywną.

## 1. Wprowadzenie x/

Pewną szczególną realizacją wytwarzania części, zużywanych ze stałą intensywnością równolegle z ich wytwarzaniem, jest proces potokowo-rytmiczny [2]. W procesie tym co okres powtarzalności XP wytwarzany jest ustalony komplet części zaspokajający okresowe zapotrzebowanie procesu zużycia tych części. Proces wytwarzania części zabezpiecza w zakresie części ciągłość procesu ich zużycia /np. procesu montażu/. Istniejąca metoda projektowania procesu potokowo-rytmicznego /SORP [3]/ pozwala na wskazanie charakterystycznego zadania materiałowego produkcji $Z^* = \{Z^*, p^*, q^*\}$. Realizacja tego zadania wytworzy żądany komplet części $p^*$ z zasilania surowcowego $q^*$ w systemie normatywnym $Z^*$. Wskazuje ona także wielkość okresu powtarzalności XP -cyklu występowania spływu kompletu $p^*$, który jest jednocześnie cyklem zasilania procesu potokowo-rytmicznego zapasem surowcowym $q^*$. Przeważnie jednak cykl przetworzenia $q^*$ w $p^*$ jest w warunkach systemu normatywnego $Z^*$ dłuższy niż wyznaczony metodą SORP cykl ponawiania spływu XP. W procesie potokowo-rytmicznym istnieje w każdej jego chwili pewna liczba przedmiotów produkcji, których obsługa technologiczna została zainicjowana. Przedmioty te zaliczane są do tzw. zapasu produkcji w toku - zapasu przedmiotów o pewnym zaawansowaniu właściwych im przeobrażeń technologicznych. Niech funkcja f, określona na P, a przyjmująca wartość w N, wyznaczy strukturę asortymentowo-ilościową zapasów produkcji w toku w chwili zasilenia komórki realizującej proces potokowo-rytmiczny dostawą surowcową $q^*$. Chwila ta jest zarazem chwilą spływu kompletu $p^*$.

x/ pojęcia wykorzystywane w tym artykule wprowadzono w [7].

Funkcja f określi tzw. zapas napełnienia procesu potokowo-rytmicznego. W skład tego zapasu nie wejdą więc ani surowce zasilania $q^*$, ani części kompletu $p^*$. Utworzą go jedynie przedmioty składające się na zapas produkcji w toku komórki realizującej proces rytmiczny, zgromadzone w komórce w chwili jej zasilania strumieniem $q^*$. Zasilanie surowcowe $q^*$ wraz z zapasem napełnienia procesu rytmicznego f utworzą zapas początkowy procesu realizowanego w komórce przez okres $(t_o, t_o + XP)$. Po tym okresie w komórce przygotowane zostaną przedmioty kompletu $p^*$ tworzące strumień spływu oraz pozostający w komórce do dalszego wykorzystania zapas napełnienia f. W procesie potokowo-rytmicznym cyklicznie realizowane jest więc zadanie polegające na wytworzeniu kompletu części $p^*$ oraz odtworzeniu zapasu napełnienia f tego procesu. Zadanie to wymaga zaspokojenia zapotrzebowania na przedmioty produkcji, zapotrzebowania określonego planem szczegółowym $Kpq^*$ zadania $Z^*$. Jego wykonanie zakończone być musi w okresie (to, to + XP), a początkowe zasilenie materiałowe złożone jest z zasilenia surowcowego $q^*$ oraz zapasu napełnienia f procesu potokowo-rytmicznego. Niech $\tilde{Z}^* = \{Z^*, p^* \oplus f, q^* \oplus f, XP\}$ będzie okresowym zadaniem produkcyjnym, którego realizacja ponawiana jest w komórce cyklicznie co okres XP. Plan szczegółowy przedmiotowy tego zadania $\tilde{Kpq}^*$ odpowiada w pełni zapotrzebowaniom planu $Kpq^*$ zadania $Z^*$. Zapas napełnienia f realizowanego procesu powtarzalnego przyjmować będzie wartości: dla $x \in P_{SUR} \cup P_{FIN}$, $f(x) = 0$ oraz dla $x \in P_{FAB}$, $f(x) \in \{0,1\}$. Ta ostatnia własność wynika z wprowadzenia do rozważań: założenia o braku wielostrumieniowości w procesie komórki oraz założenia o wykonywaniu pełnego zapotrzebowania z tytułu operacji $d \in D$, a więc przedmiotów W(d) w ilości $\tilde{Kpq}^*(W(d))$, przy jednorazowym nakładzie czasu tpz(d). Teraz proces potokowo-rytmiczny można przedstawić jako ciąg procesów technologicznych, przyjmując jako kolejne elementy tworzonego ciągu: proces $\{\tilde{Z}^*, h\}$, gdzie h jest harmonogramem obciążenia stanowisk w realizacji zadania $\tilde{Z}^*$, a więc harmonogramem o cyklu równym XP [4]. W chwilach $t_o$, $t_o + XP, \ldots, t_o + k \cdot XP, \ldots$, gdzie $k = 0,1,2,\ldots$, w komórce istnieją przedmioty produkcji wprowadzane do komórki w danej chwili t jako zapas surowcowy $q^*$ oraz wprowadzane tam we wcześniejszych chwilach $t - XP$, $t - 2XP, \ldots$ przedmioty zapasu napełnienia procesu rytmicznego. Ze względu na ustalenie cyklu realizacji zadania okresowego $\tilde{Z}^*$ procedurą SORP bezprzedmiotowe staje się wszelakie dążenie do zmniejszenia kosztu procesu $\{\tilde{Z}^*, h\}$ na drodze zmiany tego cyklu. Jedynym postępowaniem prowadzącym do tego celu jest zmniejszenie zaangażowania przedmiotów produkcji - zamrożenia zapasów produkcji w toku w procesie rytmicznym. Poziom zapasów produkcji w toku w okresie XP jest ustalony zasilaniem $q^*$ oraz zapasem napełnienia f. Wielkość strumienia $q^*$ zależna jest od wymagań otoczenia komórki wskazanego przez strumień $p^*$. Natomiast struktura zapasu napełnienia wynika z własności systemu normatywnego $Z^*$ oraz rozkładu w czasie obciążeń stanowisk operacjami koniecznymi do wykonania w okresie

XP, wymaganymi przez zadanie $\tilde{Z}^*$. Jeśli przyjmiemy system normatywny $Z^*$ /także korygowany przez procedurę SORP/ jako ustalony, to jedynym obszarem swobody w zakresie minimalizacji kosztu procesu rytmicznego pozostaje konstrukcja harmonogramu obciążenia stanowisk w okresie powtarzalności XP. Jest to postępowanie tym bardziej uzasadnione, ponieważ harmonogram h realizacji zadania $\tilde{Z}^*$ może zostać wykorzystany dla organizacji procesu potokowo-rytmicznego wielokrotnie, w każdej kolejnej realizacji procesu $\{\tilde{Z}^*, h\}$ tworzącej powtarzalny ciąg procesów.

Załóżmy, dla uproszczenia problemu, równość wartości partii przedmiotów produkcji tworzących zapas napełnienia procesu potokowo-rytmicznego. Wykorzystując to ustalenie, rozmiar zapasu napełnienia wyrazimy jako iloczyn $XP \cdot \sum_{x \in P} f(x)$, przy czym XP jest ustalone oraz $0 < \sum_{x \in P} f(x) \leq card(P_{FAB})$. Ponieważ zawsze przyjąć można obecność w zapasie napełnienia procesu partii przedmiotowej dla każdego $x \in P_{FAB}$, więc wartość $XP \cdot card(P_{FAB})$ określi maksymalny rozmiar zapasu napełnienia procesu potokowo-rytmicznego. Zapas napełnienia, w którym dla każdego $x \in P_{FAB}, f(x) = 1$ (przy poczynionych założeniach), nazwiemy <u>zapasem nasycenia</u> procesu rytmicznego i wyróżnimy symbolem $f_N$. Okresowe zadanie produkcyjne definiowane przez zapas $f_N$ to <u>okresowe zadanie nasycenia</u> $\tilde{Z}_N = \{Z^*, p^* \oplus f_N, q^* \oplus f_N, XP\}$. Rozmaitość harmonogramów określonych nad zadaniem $\tilde{Z}_N^*$ nie jest pusta [4]. Jeżeli natomiast zapas napełnienia f określimy inaczej niż $f_N$, to wnioskowanie o istnieniu procesu $\{\tilde{Z}_f^*, h\}$ realizacji zadania $\tilde{Z}_f^*$ według harmonogramu h o cyklu XP jest złożone. Złożoność ta uwydatnia się, gdy dążymy do wskazania zapasu napełnienia f zapewniającego istnienie w ciągu procesów $\{\tilde{Z}_f^*, h\}$, a więc w procesie potokowo-rytmicznym, minimalnej liczby partii zagażowanych w takim procesie powtarzalnym.

## 2. <u>Przestrzeń stanów oraz rozmaitość harmonogramów określone nad zadaniem $\tilde{Z}^*$</u>

W każdej chwili $t \in (t_o, C_h)$ proces realizacji zadania Z określony przez harmonogram h znajduje się w charakterystycznym dla tej chwili stanie. Stan procesu opisze udział zasobów komórki w realizacji Z oraz zarejestruje zaawansowanie wykonania zadania Z dokonane w okresie $(t_o, t)$. <u>Stanem procesu</u> $\mathcal{T}_h(t)$ realizacji zadania Z wg harmonogramu h w chwili t nazwiemy ciąg wartości: $\mathcal{T}_h(t) = \langle t, \{L(x,t)\}_{x \in P}, \{K(x,t)\}_{x \in P}, \{Q(s,t)\}_{s \in S}, \{(s, h(s,t))\}_{s \in S} \rangle$; gdzie L,Q,K są <u>funkcjami charakterystycznymi</u> [5,7] harmonogramu h tworzącego z zadaniem Z model procesu $\{Z, h\}$. Chwila $t \in T$, a pary $(s, h(s,t))$ określają obciążenie stanowisk w chwili t. Zmiany wartości funkcji L,Q,K oraz h występują jedynie wtedy, gdy chwila t jest <u>chwilą widmową</u> $t \in I_h = \{t \in T: \exists (s \in S) [h^*(s,t) = 1]\}$. Dla każdej chwili pozawidmowej $t \in (t_o, C_h)$ istnieje otoczenie $(t_{r-1}, t_r)$, ograniczone chwilami $t_r, t_{r-1} \in I_h$, w którym wartości funkcji K,L,h są stałe [1]. Funkcja

$Q(s,t)$ określająca czas obciążenia stanowiska s od chwili t zmienia swe wartości zachowując znak. Jeśli $\lim_{\tau \to t'}(Q(s,\tau)) = 0$, to chwila $t'$ jest chwilą widmową, od której stanowisko jest gotowe do przyjęcia obciążenia operacją technologiczną. Zbiór chwil widmowych $I_h$ jest rekurencyjnie obliczalny [1]. W dalszych rozważaniach pomińmy stany procesu $\mathcal{T}_h(t)$ takie, że $t \notin I_h$. Stan procesu $\mathcal{T}(t-\emptyset)$ określa sytuację, w jakiej proces technologiczny znajduje się w chwili t, przed obciążeniem stanowisk operacjami w tejże chwili. Sytuację rozdzielczą w chwili t zdefiniuje para $(S_t', D_t')$, gdzie $S_t'$ to zbiór stanowisk wolnych w chwili t, a $D_t'$ to zbiór operacji technologicznych, jakie mogą być skierowane do wykonania na stanowiskach [4].

Rozwiązaniem sytuacji rozdzielczej jest ciąg par $\{(s, h(s,t))\}_{s \in S}$ taki, że jeśli $s \in S - S_t'$, to $h(s,t) = h(s, t - \emptyset)$, a w pozostałych przypadkach $h(s,t) \in D_t' \cup \{e\}$, przy czym istnieje $s \in S$ takie, że $h(s,t) \neq e$. Sytuację rozdzielczą $(S_t', D_t')$ określić można także poprzez właściwy jej zbiór dopuszczalnych rozwiązań sytuacji rozdzielczej $\mathbb{C}$, przy czym $\text{card}(\mathbb{C}) \leqslant (n+1)^m \cdot m!$ gdzie $n = \text{card}(D)$, $m = \text{card}(S)$. Stan procesu $\mathcal{T}(t-0)$ wraz z rozwiązaniem $C_i \in \mathbb{C}$ wyznaczają $\mathcal{T}(t)$. Istnieje zależność rekurencyjna wyznaczająca stan procesu w chwili $t' \in I_h$, takiej, że żadna z chwil $t'' \in (t, t')$ nie jest chwilą widmową w harmonogramie h [1,5]. Stan procesu $\mathcal{T}(t')$ nazwiemy następnikiem procesowym stanu $\mathcal{T}(t)$, co oznaczymy $\mathcal{T}(t) \rightarrow \mathcal{T}(t')$. Przyjmując kolejno każde z dopuszczalnych rozwiązań sytuacji rozdzielczej jako jej rozwiązanie, wskazać można rodzinę następników procesowych stanu $\mathcal{T}(t)$, a więc $\mathbb{R}(\mathcal{T}) = \{\mathcal{T}' : \mathcal{T} \rightarrow \mathcal{T}'\}$. Stan $\mathcal{T}'$ jest stanem pochodnym od stanu $\mathcal{T}$, jeżeli istnieje zbiór stanów $L(\mathcal{T}, \mathcal{T}') = \{\mathcal{T}_1, \ldots, \mathcal{T}_k\}$ taki, że: $\mathcal{T} = \mathcal{T}_1 \rightarrow \mathcal{T}_2 \rightarrow \ldots \rightarrow \mathcal{T}_k = \mathcal{T}'$. Zbiór stanów $L(\mathcal{T}, \mathcal{T}')$ nazwiemy łańcuchem stanów od stanu $\mathcal{T}$ do stanu $\mathcal{T}'$.

W realizacji zadania Z wyróżnić można dwa charakterystyczne stany: stan wprowadzający $\mathcal{T}^\circ$ procesu charakterystyczny dla chwili $t_o$ oraz stan wyprowadzający $\mathcal{T}^*$, w którym proces realizacji zadania jest zakończony. Stan wprowadzający $\mathcal{T}^\circ = \langle t_o - \emptyset, \{q(x)\}_{x \in P}, \{Kpq(x)\}_{x \in P}, \{\emptyset\}_{s \in S}, \{(s,e)\}_{s \in S} \rangle$. Stan wyprowadzający $\mathcal{T}^*$ identyfikowany może być poprzez swe własności [4]: $\sum_{x \in P} K(x,t) + \sum_{s \in S} Q(s,t) = \emptyset$, przy czym $L(\mathcal{T}^\circ, \mathcal{T}^*(t)) \neq \{\}$. Przestrzenią stanów określoną nad zadaniem Z nazwiemy zbiór stanów $\mathbb{B} = \{\mathcal{T}^\circ\} \cup \{\mathcal{T} : L(\mathcal{T}^\circ, \mathcal{T}) \neq \{\}\}$. Zauważmy, że $\mathbb{R}(\mathcal{T}^\circ) = \{\}$, a zbiór $\mathbb{B}$ jest zbiorem skończonym. W przestrzeni stanów określonej nad zadaniem Z wskazać można łańcuchy $L(\mathcal{T}^\circ, \mathcal{T}^*)$. Każdy z nich interpretowany być może jako harmonogram $h \in H$, gdzie H jest rozmaitością harmonogramów określonych nad zadaniem Z [4,5,6]. Zbiór chwil widmowych $t \in I_h$, gdzie $h \in H$ nazwiemy widmem zadania Z i oznaczymy $I_H$.

Sposób zdefiniowania zapasu napełnienia f określa zadanie okresowe $\tilde{Z}_f^*$. Właściwością tego zadania jest jego stan wprowadzający $\mathcal{T}_f^\circ$. Proces $\{\tilde{Z}_f^*, h\}$ trwa nie dłużej niż do chwili $t_o + XP$, a więc z zadaniem $\tilde{Z}_f^*$ związana jest przestrzeń stanów $\mathbb{B}_f^* \subset \{\mathcal{T}(t) \in \mathbb{B}_f^* : t \leqslant XP\}$, gdzie $\mathbb{B}_f^*$ jest

przestrzenią stanów nad zadaniem $Z_f^*$. Niezależnie od sposobu określenia zapasu napełnienia procesu powtarzalnego zachodzi związek $\widetilde{\mathbb{B}}_f^* \subset \widetilde{\mathbb{B}}_N^*$ [4,6]. Mamy zatem: $\widetilde{\mathbb{H}}_f^* \subset \widetilde{\mathbb{H}}_N^*$, przy czym: card $(\widetilde{\mathbb{H}}_N^*) \neq \emptyset$. W przestrzeni $\widetilde{\mathbb{B}}_N^*$ poszukiwać będziemy łańcuchów $\mathbb{L}(\mathcal{T}_N^\circ, \mathcal{T}_f^*)$ takich, że liczba partii tworzących zapas napełnienia procesu w stanie $\mathcal{T}_f^*$, a więc $v = \sum_{x \in P} f(x)$, jest minimalna.

## 3. Idea metody konstrukcji zapasu napełniania procesu powtarzalnego o minimalnej liczbie angażowanych w nim partii

Istnienie łańcucha $\mathbb{L}(\mathcal{T}_N^\circ, \mathcal{T}_f^*) \subset \widetilde{\mathbb{B}}_N^*$ określonej nad zadaniem $\widetilde{Z}_N^*$ zapewnia istnienie łańcucha $\mathbb{L}(\mathcal{T}_f^\circ, \mathcal{T}_f^*) \subset \widetilde{\mathbb{B}}_f^*$ określonej nad zadaniem $\widetilde{Z}_f^*$ [4]. Wskazanie stanu $\mathcal{T}_f^*$ umożliwia określenie zapasu napełnienia f definiującego ostatecznie zadanie $\widetilde{Z}_f^*$. Dysponując teraz stanem $\mathcal{T}_f^\circ$, a więc przestrzenią stanów $\widetilde{\mathbb{B}}_f^*$, wyznaczyć można łańcuchy $\mathbb{L}(\mathcal{T}_f^\circ, \mathcal{T}_f^*)$, a więc także harmonogramy $h \in \widetilde{\mathbb{H}}_f^*$, charakteryzujące się ustaloną już liczbą angażowanych partii w procesie potokowo-rytmicznym. Określenie stanów przestrzeni $\widetilde{\mathbb{B}}_N^*$ przeprowadzimy wykorzystując własność: $\widetilde{\mathbb{B}}_N^* \subset \mathbb{B}_N^*$ oraz możliwość rekurencyjnego określania stanów pochodnych procesowo od danego stanu. Dla każdego rozważanego stanu $\overline{\mathcal{T}}$ wskażemy $\mathbb{R}(\overline{\mathcal{T}})$. Te z nich, dla których brak jest podstaw do ich pominięcia jako $\mathcal{T} \notin \widetilde{\mathbb{B}}_N^*$, zaliczymy do rozważanych stanów <u>aktywnych</u>, podlegających dalszej analizie. Do stanów aktywnych nie zostaną zaliczone stany $\mathcal{T}^*$. Wykrycie stanu wyprowadzającego pozwala na określenie liczby partii wymaganych w procesie $\mathbb{L}(\mathcal{T}_N^\circ, \mathcal{T}^*)$. W przedstawionym poniżej algorytmie występuje nie określona jeszcze procedura $F(\mathcal{T})$ wyznaczająca ilość partii, których istnienie wymagane jest w każdym procesie $\mathbb{L}(\mathcal{T}, \mathcal{T}^*) \subset \widetilde{\mathbb{B}}_N^*$. Znajomość tej wartości - dolnej liczby partii - w istotny sposób przyczyniła się do ograniczenia złożoności obliczeniowej metody wskazanej poniżej.

---

1: $\mathbb{A} := \{\mathcal{T}_N^\circ\}$; $M := \mathrm{card}(P_{FIN})$;

2: if $\mathbb{A} = \{\}$ then go to 9;

3: $\overline{\mathcal{T}} := \sigma(\mathbb{A})$; $\mathbb{A} := \mathbb{A} - \{\overline{\mathcal{T}}\}$;

4: if $F(\overline{\mathcal{T}}) > M$ then go to 3;

5: $\mathbb{E} := \mathbb{R}(\overline{\mathcal{T}})$; (* $\mathbb{E} = \{\mathcal{T}_1, \mathcal{T}_2, \ldots, \mathcal{T}_j, \ldots, \mathcal{T}_k\}$ *)

6: for j := 1 stop 1 until card ($\mathbb{E}$) do

7: if $\mathcal{T}_j \equiv \mathcal{T}^*$ then $M := $ if $M \leq F(\mathcal{T}_j)$ then $M$ else $F(\mathcal{T}_j)$
else if $\neg(\mathcal{T}_j \notin \widetilde{\mathbb{B}}_N^*)$ then $\mathbb{A} := \mathbb{A} \cup \{\mathcal{T}_j\}$;

8: go to 2;

9: W przestrzeni $\widetilde{\mathbb{B}}_N^*$ nie istnieje proces $\mathbb{L}(\mathcal{T}_N^\circ, \mathcal{T}^*)$ angażujący mniej niż M partii zapasu napełnienia; struktury zapasu napełnienia f wyznaczają stany $\mathcal{T}_f^*$, dla których $F(\mathcal{T}^*) = M$;

---

W proponowanym postępowaniu tworzona jest $\mathbb{R}(\mathcal{T}_N^o)$, której stany mogą zostać zaliczone jako aktywne, podlegające dalszej "obsłudze". Wskazanie każdego stanu $\mathcal{T}_f^*$, takiego, że $\sum_{x\in P} f(x) < M$, powoduje eliminację utworzonych już stanów aktywnych oraz stanów $\mathcal{T} \in \mathbb{R}(\overline{\mathcal{T}})$ o cesze $F(\mathcal{T}) > M$. Ma to wpływ istotny na zmniejszenie liczby stanów aktywnych. O pracochłonności obliczeń decyduje kryterium wyboru stanu $\overline{\mathcal{T}} \in A\backslash$ do obsługi ( $\overline{\mathcal{T}} := \sigma(A\backslash)$). Jako wskazywany do obsługi stan $\overline{\mathcal{T}}$ wybrany może być stan o najmniejszej wartości $F(\mathcal{T})$. Istotny wpływ na pracochłonność obliczeń ma także przyjęcie rozwiązania wstępnego ($M := \overline{M} < \mathrm{card}(P_{FAB})$), a więc procesu $\{\overset{\mathcal{T}_f^*}{\mathcal{T}_f^*}, h\}$ angażującego $\overline{M}$ partii zapasu napełnienia. Metody konstrukcji takich dopuszczalnych procesów wskazano w [4].

## 4. Dolna liczba partii procesu powtarzalnego wytwarzania części

Pokażemy, że jeżeli $\mathcal{T}(t_r) \in L(\mathcal{T}_N^o, \mathcal{T}^*)$, to proces ten wymagał będzie zapasu napełnienia o liczbie partii nie mniejszej niż pewna wartość zależna od przebiegu procesu od chwili $t_o$ do chwili $t_r$, a więc nie mniejszej liczby partii zapasu napełnienia niż wyznacza to stan $\mathcal{T}(t_r)$. W tym celu wprowadźmy kolejne pojęcie - dolna liczba partii, które określi liczbę partii procesu w stanie $\mathcal{T}(t_r)$. Jeżeli proces w stanie $\mathcal{T}(t_r)$ wymaga istnienia "a" partii, to także każda jego kontynuacja od stanu $\mathcal{T}$ wymaga istnienia nie mniejszej liczby partii, gdyż żadna z partii istniejących w chwili $t_r$ nie może "zniknąć". Przyjmijmy, że przedmioty produkcji $x \in P$ są uszeregowane w taki sposób, że każde dwa przedmioty $x_i$ oraz $x_{i+1}$ albo $x_i \in P_{FIN}$ oraz $x_{i+1} \in P_{SUR}$, albo $x_i \angle x_{i+1}$, co oznacza istnienie operacji $d \in D$ takiej, że $d = (x_i, x_{i+1})$. Ustalmy, że przedmioty produkcji $x \in P$ są uporządkowane w powyższy sposób, co zaznaczymy: $x \in (P, \not\rightarrow)$ i przy tym uporządkowaniu wprowadźmy kolejne definicje. W stanie $\mathcal{T}(t_r)$, torem chwilowym $\sigma = \langle x_{j+1}, x_{j+k} \rangle$ nazwiemy taki zbiór przedmiotów $\{x_{j+1}, x_{j+2}, \ldots, x_{j+k}\} \subset (P, \not\rightarrow)$, gdzie $j = 0,1,\ldots \mathrm{card}(P) - 1$; $k = 1,2,\ldots,\mathrm{card}(P) - j$; przy czym $0 < j + k \leqslant \mathrm{card}(P)$, w którym to zbiorze spełnionych jest pięć poniższych warunków:

* $(x_{j+1} \angle x_{j+i+1}) \vee (x_{j+i} \in P_{FIN})$;
* $K(x_{j+k+1}, t_r) = \emptyset$ lub $x_{j+k+1} \notin P$;
* $K(x_j, t_r) = \emptyset$ lub $x_j \in P_{FIN}$ lub $x_j \notin P$;
* $\sum_{i=1}^{k} K(x_{j+i}, t_r) = k - 1$;
* $L(x_{j+1}, t_r) + \sum_{s \in S} \delta^{x_{j+1}}_{W(h(s,t_r))} \geqslant 1$;

Zbiór torów chwilowych stanu $\mathcal{T}(t_r)$ oznaczmy $\Pi_{t_r}$. Każde dwa różne tory chwilowe $\sigma', \sigma'' \in \Pi_{t_r}$ są rozłączne: $\sigma' \cap \sigma'' = \{\}$. Długością obróbczą $c(\sigma)$ toru chwilowego $\sigma = \langle x, y \rangle \in \Pi_{t_r}$ nazwiemy czas konieczny na przetworzenie przedmiotu x w przedmiot y. Wartości $c(\sigma)$ określi dla każdego $\sigma \in \Pi_{t_r}$ równość:

$$c(\langle\overline{x,y}\rangle)=\sum_{z\in A}\ \sum_{d\in D}(tpz(d)+\widetilde{Kpq}^{*}(W(d))\cdot tj(d))\cdot\mathcal{J}^{z}_{W(d)}+\sum_{s\in S}Q(s,t_r)\cdot\mathcal{J}^{x}_{W(h(s,t_r))}$$

gdzie $A=\langle\overline{x,y}\rangle-\{x\}$. Torem chwilowym operacyjnie pustym $\sigma^{o}$ nazwiemy tor chwilowy $\sigma\in\mathcal{M}_{t_r}$, gdy jego długość obróbcza $c(\sigma)$ jest równa zeru. Zbiór torów chwilowych operacyjnie pustych oznaczymy $\mathcal{M}^{o}_{t_r}$ ($\sigma^{o}\in\mathcal{M}^{o}_{t_r}\subseteq\mathcal{M}_{t_r}$). Aktywnym torem chwilowym $\sigma=\langle\overline{x,y}\rangle$ nazwiemy tor chwilowy, w którym dla realizacji przedmiotu y nastąpić muszą inicjacje operacji technologicznych, w tym co najmniej inicjacja operacji takiej, że $y=W(d)$. Każdy aktywny tor chwilowy posiada własność wyróżniającą go wśród torów chwilowych: $c(\langle\overline{x,y}\rangle)\geqslant\sum_{d\in D}(tpz(d)+\widetilde{Kpq}^{*}(W(d))\cdot tj(d))\cdot\mathcal{J}^{y}_{W(d)}$. Tor chwilowy operacyjnie pusty nie jest aktywny. Jeżeli tor chwilowy $\langle\overline{x,y}\rangle$ nie jest aktywny oraz nie jest torem operacyjnie pustym, to $\sum_{s\in S}Q(s,t_r)\cdot\mathcal{J}^{y}_{W(h(s,t_r))}>\emptyset$ oraz jest to tor postaci $\langle\overline{x,x}\rangle=\{x\}$.

Tw. Każdy proces $Ł(\mathcal{T}(t_r),\mathcal{T}^{*})\subset\widetilde{\mathbb{B}}^{*}_{N}$ realizacji zadania $\widetilde{Z}^{*}_{N}$ zaangażuje nie mniej partii niż wymusza to proces $Ł(\mathcal{T}^{o}_{N},\mathcal{T}(t_r))\subset\widetilde{\mathbb{B}}^{*}_{N}$ realizacji tego zadania do chwili $t_r$. Tę liczbę partii - dolną liczbę partii angażowanych w procesie $Ł(\mathcal{T}(t_r),\mathcal{T}^{*})$ - określa wyrażenie:

$$F(\mathcal{T}(t_r))=\sum_{\sigma\in\mathcal{M}_{t_r}}\left\lceil c(\sigma)/(XP-t_r)\right\rceil+\mathrm{card}\,(\mathcal{M}^{o}_{t_r});$$

Proces realizacji zadania $\widetilde{Z}^{*}_{N}$ jest w stanie $\mathcal{T}(t_r)$. Stan ten wyznacza tory chwilowe $\sigma\in\mathcal{M}_{t_r}$. Związki technologiczne operacji przekształcających przedmioty toru $\sigma=\langle\overline{x,y}\rangle$ oraz przebieg procesu wymagają, by przedmiot-partia y powstał w wyniku realizacji ciągu operacji $d_1,\dots d_k$ takich, że $x=M(d_1)$, $W(d_i)=M(d_{i+1})$ oraz $W(d_k)=y$. Wymaga to czasu równego długości toru chwilowego $c(\sigma)$. Przy takiej organizacji obsługi partii w każdym procesie $Ł(\mathcal{T}(t_r),\mathcal{T}^{*})$ pojawiłoby się nie więcej niż $\mathrm{card}(\mathcal{M}_{t_r})$ partii. Jednak czas obsługi partii jest ograniczony, bo $XP=(t_o,t_K)$, jedynie do okresu $(t_r,t_K)$. Aby zrealizować przewidziany dla tego okresu plan $K(x,t_r)$, dla każdego toru $\sigma\in\mathcal{M}_{t_r}$ takiego, że $c(\sigma)>|t_r-XP|$, pojawi się więcej niż jedna partia, a dokładnie będzie ich nie mniej niż $\lceil c(\sigma)/(XP-t_r)\rceil$. Jeżeli tor chwilowy jest operacyjnie pusty, to $c(\sigma)=\emptyset$, ale istnieje w chwili $t_r$ przedmiot-partia będący wytworem procesu $Ł(\mathcal{T}^{o}_{N},\mathcal{T}(t_r))$. Fakt ten uwzględnia drugi składnik wyrażenia. Jeżeli tor chwilowy nie jest aktywny, a więc w chwili $t_r$ wytwarzany jest przedmiot-partia y, to czas tej realizacji jest mniejszy niż różnica $XP-t_r$, a zatem $\lceil c(\sigma)/(XP-t_r)\rceil=1$. Fakt ten właściwie uwzględni pierwszy składnik wyrażenia. Każdy proces $Ł(\mathcal{T}(t_r),\mathcal{T}^{*})$ realizacji zadania $\widetilde{Z}^{*}_{N}$ zaangażuje nie mniej partii niż wymusza to proces $Ł(\mathcal{T}^{o}_{N},\mathcal{T}(t_r))$, a więc nie mniej niż wyznacza to wskazane wyrażenie.

LITERATURA

[1] Andrzejewski B.: Metody harmonogramowania procesów produkcyjnych, Wyd. Politechniki Warszawskiej, Warszawa 1983.

[2] Chajtman Sew.: Podstawy organizacji procesu produkcyjnego, PWE, Warszawa 1971.

[3] Lis St.: Podstawy projektowania systemu rytmicznej produkcji, PWN, Warszawa 1978.

[4] Pasiak J.: Harmonogramowanie współzależnych procesów w komórce produkcyjnej - rozprawa doktorska pod kierunkiem doc.dr hab. A.Całczyńskiego, Akademia Ekonomiczna w Poznaniu, 1986.

[5] Pasiak J.: Warunki ograniczające w modelu procesu technologicznego wytwarzania części, Materiały Konferencji SYPRO 87, Wyd. Politechniki Warszawskiej, Warszawa 1987.

[6] Pasiak J.: Metoda harmonogramowania wytwarzania części w komórce produkcyjnej, Zeszyty Naukowe WSI s.Ekonomika nr 14, Radom 1987.

[7] Pasiak J.: Ocena udziału zasobów komórki produkcyjnej w jej procesie, materiały VI KKADPP.

Recenzent: Dr inż.E.Toczyłowski

Wpłynęło do Redakcji do 1988-04-30.

## НИЖНЕЕ ЧИСЛО ПРОИЗВОДСТВЕННОЙ ПАРТИИ ИСПОЛЬЗОВАННОЙ В ПОВТОРЯЮЩЕЙСЯ ПРОЦЕССЕ ИЗГОТОВЛЕНИЯ ДЕТАЛЕЙ

Р е з ю м е

В статье предоставлен метод конструкции графика загрузки рабочего места повторяющегося процесса изготовления деталей в комплектах установленной структуры . Метод этот дополняет существующую процедуру проектирования поточно -ритмического процесса, называемого Системой Организации Ритмической Продукции. Определяемый процесс рарактеризуется использованием минимального числа изготовляемых партий , нужных для поддержания сойства процесса. Предоставленный метод не является , по сути дела, эффективным вычислительным методом,

MINIMAL NUMBER OF PRODUCTION BATHES ENGAGED IN THE PROCESS OF REPRODUCIBLE MAKING PARTS PROCESS

S u m m a r y

In the paper a method of constructing a graphic schedule of loading the stands of the reproducible process by making parts in sets of a fixed structure regarding assortment and quantity have been presented. This method completes the existing procedure of designing rhytmical process known as the System of Organizing Rytmical Production. The process is characterised by engaging a minimum number of production bathes required to reserve the characteritics of the process. The method presented is not effective in the sense of its complexity in calculation.