

Jerzy Świątek

Politechnika Wrocławska

WYBRANE PROBLEMY IDENTYFIKACJI KOMPLEKSÓW OPERACJI

Streszczenie. W artykule przedstawiono ogólne sformułowanie problemów identyfikacji lokalnej i globalnej kompleksu operacji dla potrzeb zadań alokacyjnych. Dla wybranych postaci modeli operacji i określonych typów struktur kompleksu pokazano pewne własności rozwiązań optymalnych. Zwrócono uwagę na porównanie podejścia lokalnego i globalnego.

1. Wstęp

Nowe zadania identyfikacji wiążą się z aktualnymi problemami sterowania obiektami złożonymi, a w szczególności sterowania złożonymi procesami produkcji. Aktualna jest więc problematyka identyfikacji systemów złożonych. Jednym z kierunków w tym zakresie jest identyfikacja globalna sformułowana i rozwinięta przez Bubnickiego, np. [1]. Ważnym problemem z punktu widzenia automatyzacji złożonych procesów produkcyjnych jest zadanie identyfikacji kompleksów operacji (ogólniej - systemów o strukturze sieciowej) [4,5,6]. Przez kompleks operacji rozumiany jest system złożony,

którego składowymi (elementami) są operacje (tj. pewne czynności wykonywane w czasie). Struktura kompleksu operacji opiera się na zależnościach i uwarunkowaniach czasowych związanych z kolejnością wykonywania operacji. Na rys. 1 przedstawiono przykładowy kompleks operacji, gdzie łuki odpowiadają operacjom (O_1-O_5), a węzły oznaczają odpowiednio początek i koniec operacji. W przypadku operacji technologicznych kompleks operacji jest tzw. dyskretnym procesem produkcyjnym. Czas wykonania kolejnych operacji w systemie zależy od wielkości zadania oraz zasobów do jego wykonania. Do rozwiązania zadania alokacji [2,3], tj. optymalnego rozdziału ograniczonej ilości zadań lub zasobów dla poszczególnych operacji, konieczna jest znajomość modelu kompleksu operacji, na który składają się modele oddzielnych operacji oraz opis struktury systemu. Praca ta poświęcona jest identyfikacji globalnej kompleksu operacji.



Rys. 1. Kompleks operacji
Fig. 1. Complex of operations

W szczególności w pracy przedstawiono wyniki z tego zakresu z ostatnich lat, a konkretnie sformułowano zadania identyfikacji lokalnej i globalnej kompleksu operacji, przy wprowadzonych uproszczeniach pokazano pewne własności rozwiązań optymalnych i wskazano na sposoby wyznaczania modelu globalnie optymalnego dla wybranych postaci modeli operacji i określonych typów struktur kompleksu: struktury szeregowej, szeregowo-równoległej, równoległo-szeregowej oraz przypadku bardziej ogólnego, który sprowadza się do struktury szeregowo-równoległej z dodatkowymi ograniczeniami. Opracowano przykład ilustracyjny, zwracając również uwagę na porównanie identyfikacji lokalnej i globalnej. Na zakończenie wskazano na inne sformułowania zadania identyfikacji, które uwzględniają jakość zarówno modelu globalnego kompleksu operacji, jak i modeli lokalnych poszczególnych operacji.

2. Sformułowanie problemu

Rozważamy kompleks operacji składający się z m operacji statycznych opisanych przez (u_i, T_i) $i=1, 2, \dots, m$ z modelami

$$\bar{T}_i = \phi_i(u_i, a_i), \quad i=1, 2, \dots, m, \quad (1)$$

gdzie: $T_i, \bar{T}_i \geq 0$ - odpowiednio czas realizacji i -tej operacji oraz czas wyznaczony z modelu; $a_i - r_i$ wymiarowy kolumnowy wektor parametrów modelu, $a_i \in \mathcal{A}_i \subset \mathbb{R}^{r_i}$, $u_i - s_i$ wymiarowy kolumnowy wektor wielkości wejściowych i -tej operacji, którego każda składowa przyjmuje wartości dodatnie, $u_i \in \mathcal{U}_i \subset \mathbb{R}^{s_i}$, ϕ_i - znana funkcja, $\phi_i : \mathcal{U}_i \times \mathcal{A}_i \rightarrow \mathbb{R}^+$, m - liczba operacji w kompleksie. Składowe wektora u_i mogą oznaczać ilość zasobów lub rozmiary zadań dla i -tej operacji. W pierwszym przypadku ϕ_i jest nierosnącą funkcją ze względu na każdą składową u_i i dla każdego a_i $\phi_i(\bar{0}, a_i) = \infty$. W drugim przypadku ϕ_i jest niemalejącą funkcją ze względu na każdą składową u_i i dla każdego a_i $\phi_i(\bar{0}, a_i) = 0$. Struktura systemu opisywana jest za pomocą znanego grafu $G \subset \{1, 2, \dots, m\} \times \{1, 2, \dots, m\}$.

Jeśli $(k, j) \in G$, to j -ta operacja wykonywana jest bezpośrednio po k -tej operacji. Czas realizacji całego kompleksu - T zależy od czasu wykonania poszczególnych operacji oraz struktury kompleksu, tj.

$$T = H(T_1, \dots, T_m), \quad (2)$$

gdzie H - znana funkcja zależna od struktury. Odpowiednio \bar{T} - czas realizacji kompleksu wyliczony z modelu, zależy od postaci modeli poszczególnych operacji, czyli

$$\bar{T} = H(\bar{T}_1, \dots, \bar{T}_m) = H[\phi_1(u_1, a_1), \dots, \phi_m(u_m, a_m)] = \phi(u_1, \dots, u_m, a_1, \dots, a_m), \quad (3)$$

gdzie funkcja ϕ zależy od funkcji ϕ_1, \dots, ϕ_m oraz H .

W dalszych rozważaniach zakładając będziemy, że (u_i, T_i) są wartościami zmiennych losowych (u_i, T_i) , dla których istnieje łączna gęstość prawdopo-

dobieństwa $f(u_1, \dots, u_m, T_1, \dots, T_m)$. Przy założeniu, że funkcje ϕ_i są znane, zadanie wyboru najlepszego modelu sprowadza się do wyznaczenia optymalnych parametrów a_1 , które minimalizują odpowiednio kryterium oceniające jakość modeli poszczególnych operacji (1) lub jakość modelu całego systemu (3). Zakładając, że gęstość prawdopodobieństwa f jest znana, możemy zdefiniować pojęcia modelu lokalnie i globalnie optymalnego.

Definicja 1. Model (1) i -tej operacji nazwiemy modelem lokalnie optymalnym dla $a_1 = \tilde{a}_1$, które minimalizuje

$$Q_1(a_1) \triangleq \int_{T_1, u_1} \varphi[T_1, \phi_1(u_1, a_1)], \quad (3)$$

czyli

$$Q_1(\tilde{a}_1) = \min_{a_1 \in \mathcal{R}_1} Q_1(a_1), \quad (4)$$

gdzie $\varphi(T_1, \bar{T}_1)$ jest zadaną funkcją porównującą wyjście obiektu i modelu, $\varphi: R^+ \times R^+ \rightarrow R^+$, $\varphi(T_1, \bar{T}_1) = 0 \iff T_1 = \bar{T}_1$.

Jeżeli interesuje nas jakość modelu całego kompleksu, porównujemy czas realizacji kompleksu i jego modelu.

Definicja 2. Model (3) kompleksu operacji o zadanej strukturze nazwiemy globalnie optymalnym dla $a_1 = \bar{a}_1, \dots, a_m = \bar{a}_m$, które minimalizują

$$Q(a_1, \dots, a_m) \triangleq \int_{T_1, \dots, T_m, u_1, \dots, u_m} \varphi[T, \phi(u_1, \dots, u_m, a_1, \dots, a_m)], \quad (5)$$

gdzie $T = H(T_1, \dots, T_m)$, czyli

$$Q(\bar{a}_1, \dots, \bar{a}_m) = \min_{a_1 \in \mathcal{R}_1, \dots, a_m \in \mathcal{R}_m} Q(a_1, \dots, a_m) \quad (6)$$

dla zadanej funkcji φ analogicznej jak w definicji 1.

W przypadku, gdy rozkład f nie jest znany, zakładamy, że mogą być mierzone u_i oraz T_i przy kolejnych realizacjach kompleksu, tj. dla n -tej realizacji kompleksu (w n -tym takcie obserwacji) możemy zaobserwować wartości $u_i(n)$, $T_i(n)$, $n=1, 2, \dots, N$, gdzie N - liczba realizacji kompleksu. W wyniku eksperymentu otrzymujemy pomiary:

$$\gamma_N \triangleq \begin{bmatrix} T_1(1) & T_1(2) & \dots & T_1(N) \\ T_2(1) & T_2(2) & \dots & T_2(N) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ T_m(1) & T_m(2) & \dots & T_m(N) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{T}_{1N} \\ \bar{T}_{2N} \\ \vdots \\ \bar{T}_{mN} \end{bmatrix}, \quad U_N \triangleq \begin{bmatrix} u_1(1) & u_1(2) & \dots & u_1(N) \\ u_2(1) & u_2(2) & \dots & u_2(N) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ u_m(1) & u_m(2) & \dots & u_m(N) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{u}_{1N} \\ \bar{u}_{2N} \\ \vdots \\ \bar{u}_{mN} \end{bmatrix},$$

gdzie $\bar{T}_{iN} \triangleq [T_i(1) T_i(2) \dots T_i(N)]$, $\bar{u}_{iN} \triangleq [u_i(1) u_i(2) \dots u_i(N)]$, $i=1, 2, \dots, m$. Algorytmy identyfikacji lokalnej oraz globalnej można wyznaczyć według jednego z dwóch danych sposobów [1] w oparciu o wprowadzone definicje: poprzez minimalizację empirycznych postaci kryteriów (3), (5) lub poprzez

konstruowanie empirycznych postaci rozkładów na podstawie wyników pomiarów. Ograniczając się do pierwszego sposobu dla i -tej operacji w wyniku minimalizacji względem a_1

$$Q_{1N}(a_1) = \sum_{n=1}^N \varphi [T_1(n), \phi_1(u_1(n), a_1)] \quad (7)$$

otrzymujemy

$$\tilde{a}_{1N} = \tilde{\psi}_{1N}(\bar{T}_{1N}, \bar{u}_{1N}) \quad (8)$$

gdzie \tilde{a}_{1N} - przybliżona wartość a_1 wyznaczona na podstawie ciągu N obserwacji i -tej operacji, $\tilde{\psi}_{1N}$ - algorytm identyfikacji lokalnej, a w wyniku minimalizacji względem a_1, \dots, a_m

$$Q_N(a_1, \dots, a_m) = \sum_{n=1}^N \varphi [H(T_1(n), \dots, T_m(n)), \phi(u_1(n), \dots, u_m(n), a_1, \dots, a_m)] \quad (9)$$

otrzymujemy

$$a_{1N}^{\#} = \psi_{1N}^{\#}(\bar{T}_N, \bar{U}_N), \dots, a_{mN}^{\#} = \psi_{mN}^{\#}(\bar{T}_N, \bar{U}_N), \quad (10)$$

gdzie $a_{1N}^{\#}, \dots, a_{mN}^{\#}$ - odpowiednie przybliżone wartości a_1, \dots, a_m wyznaczone na podstawie N obserwacji kompleksu operacji, $\psi_{1N}^{\#}, \dots, \psi_{mN}^{\#}$ - algorytmy i-dentyfikacji globalnej. Zauważmy, że na ogół dla wyznaczenia globalnie optymalnej wartości $a_{iN}^{\#}$ konieczna jest znajomość wyników pomiarów dla wszystkich operacji w kompleksie.

Wyznaczenie globalnie optymalnych parametrów modeli operacji, jak również algorytmów identyfikacji globalnej sprowadza się do rozwiązania odpowiednich zadań optymalizacji. Nawet dla bardzo prostych struktur dla dowolnych ϕ_1, φ, f wyznaczenie funkcji Q (5) oraz minimalizacja funkcji Q i Q_N (9) mogą być zadaniami trudnymi lub niemożliwymi do rozwiązania analitycznego i konieczne jest stosowanie odpowiednich procedur numerycznych, podobnie zresztą jak w identyfikacji pojedynczej operacji.

3. Rezultaty dla typowych struktur

Struktura równoległa

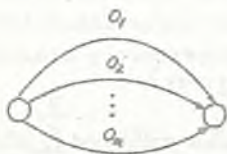
Dla struktury równoległej (rys. 2) funkcje $H(2)$ oraz ϕ (3) mają postać

$$T = \max_{1 \leq i \leq m} T_i, \bar{T} = \max_{1 \leq i \leq m} \phi_1(u_i, a_i), \quad (11)$$

a kryteria Q (5) oraz Q_N (9) odpowiednio

$$Q(a_1, \dots, a_m) = \sum_{T_1, \dots, T_m, u_1, \dots, u_m} \varphi [\max_{1 \leq i \leq m} T_i, \max_{1 \leq i \leq m} \phi_1(u_i, a_i)], \quad (12)$$

$$Q_N(a_1, \dots, a_m) = \sum_{n=1}^N \varphi \left[\max_{1 \leq i \leq m} T_i(n), \max_{1 \leq i \leq m} \phi_i(u_1(n), a_i) \right]. \quad (13)$$



Rys. 2. Struktura równoległa
Fig. 2. Parallel structure

W ogólnym przypadku wyznaczenie (12) oraz minimalizacja (12) i (13) może okazać się zadaniem trudnym do rozwiązania. W przypadku jednowymiarowym (tj. $r_i = s_i = 1$, $i = 1, 2, \dots, m$ - wejściami wszystkich operacji jest jedno zadanie lub jeden zasób oraz w modelu występuje tylko jeden parametr) przy dodatkowych założeniach dotyczących postaci modeli operacji można pokazać [4, 5, 6]:

T w i e r d z e n i e 1. Jeżeli $u_1 = u_2 = \dots = u_m = u$, wszystkie modele operacji (1) mają tę samą postać $\bar{\phi}(u, a_i)$ oraz dla każdego $u > 0$ $\bar{\phi}(u, a)$ jest rosnącą (malejącą) funkcją parametru, a wówczas globalnie optymalnie parametry spełniają warunek

$$\max_{1 \leq i \leq m} a_i = a^{\bar{x}} \quad \left(\min_{1 \leq i \leq m} a_i = a^{\bar{x}} \right), \quad (14)$$

gdzie $a^{\bar{x}}$ jest wartością a minimalizującą

$$Q(a) = \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \varphi [T, \bar{\phi}(u, a)] f_T(T|u) f_u(u) dT du, \quad (15)$$

f_T oraz f_u - gęstości warunkowe i brzegowe wyznaczone na podstawie gęstości f .

Rozwiązaniem optymalnym jest więc każdy zestaw liczb $a_1^{\bar{x}}, \dots, a_m^{\bar{x}}$ spełniających warunek (14) np. $a_1^{\bar{x}} = a_2^{\bar{x}} = \dots = a_m^{\bar{x}} = a^{\bar{x}}$. Warunki powyższego twierdzenia spełniają typowe modele operacji

$$\bar{T}_i = a_i u_i^{\alpha_i}, \quad (16)$$

gdzie $\alpha_i > 0$ dla u_i oznaczającego rozmiar zadania, $\alpha_i < 0$ dla u_i oznaczającego ilość zasobów. Przyjmując kwadratowe kryterium (tj. $\varphi(T_i, \bar{T}_i) = (T_i - \bar{T}_i)^2$ w (13)) dla modeli postaci (16) przy założeniu, że dla każdego $i=1, 2, \dots, m$, $\alpha_i = \alpha$ - znana wartość, otrzymujemy następujący algorytm identyfikacji

$$a_N^{\bar{x}} = \frac{\sum_{n=1}^N \left[\max_{1 \leq i \leq m} T_i(n) \right] [u(n)]^{\alpha}}{\sum_{n=1}^N [u(n)]^{2\alpha}} \quad (17)$$

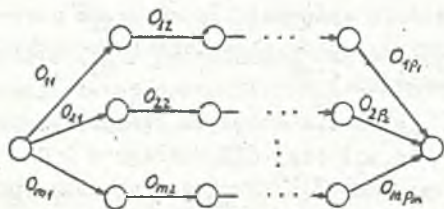
i można przyjąć $a_{1N}^{\bar{x}} = a_{2N}^{\bar{x}} = \dots = a_{mN}^{\bar{x}} = a_N^{\bar{x}}$.

Struktura szeregowo-równoległa

Odpowiednie funkcje H oraz ϕ dla struktury szeregowo-równoległej (rys. 3) mają postać

$$T = \max_{1 \leq i \leq m} \sum_{l=1}^{p_i} T_{il}, \quad \bar{T} = \max_{1 \leq i \leq m} \sum_{l=1}^{p_i} \phi_{il}(u_{il}, a_{il}), \quad (18)$$

gdzie T_{il} , u_{il} , ϕ_{il} , a_{il} - oznaczają odpowiednio czas wykonania, wielkość wejściową, model, parametr modelu dla l -tej operacji w i -tej gałęzi; p_i jest liczbą operacji w i -tej gałęzi, m jest liczbą gałęzi. Odpowiednie zadania optymalizacyjne dla rozpatrywanej struktury otrzymamy wstawiając (18) do (5) oraz (9).



Rys. 3. Struktura szeregowo-równoległa

Fig. 3. Parallel-cascade structure

[4, 5, 6]:

Twierdzenie 2. Dla modeli operacji postaci $\bar{T}_{il} = \phi_{il}(u_{il}, a_{il}) = \varepsilon_{il}(a_{il})u_{il}$, jeżeli $u_{il} = u$, $l=1, 2, \dots, p_i$, $i=1, 2, \dots, m$, to globalnie optymalne parametry spełniają warunek

$$\max_{1 \leq i \leq m} \left[\sum_{l=1}^{p_i} \varepsilon_{il}(a_{il}^*) \right] = b^*, \quad (19)$$

gdzie b^* jest wartością b , która minimalizuje

$$Q(b) = \sum_{l=1, p_1, i=1, m, u}^E \varphi \left[\max_{1 \leq i \leq m} \sum_{l=1}^{p_i} T_{il}, bu \right]. \quad (20)$$

Przyjmując model $\bar{T}_{il} = a_{il}u$ oraz kryterium kwadratowe w przypadku empirycznego kryterium (20) otrzymujemy następujący algorytm identyfikacji

$$b_N^* = \frac{\sum_{n=1}^N \left[\max_{1 \leq i \leq m} \sum_{l=1}^{p_i} T_{il}(n) \right] u(n)}{\sum_{n=1}^N [u(n)]^2} \quad (21)$$

i dowolny zestaw parametrów a_{ilN}^* , $l=1, 2, \dots, p_i$, $i=1, 2, \dots, m$ spełniających warunek

$$\max_{1 \leq i \leq m} \sum_{l=1}^{p_i} a_{ilN}^* = b_N^* \quad (22)$$

jest rozwiązaniem zadania identyfikacji globalnej.

Struktura równoległo-szeregową

Wprowadzając oznaczenia T_{i1} , u_{i1} , ϕ_{i1} , a_{i1} odpowiednio dla czasu wykonania, wielkości wejściowej, modelu, parametru i -tej operacji w l -tym podkompleksie o strukturze równoległej (rys. 4), funkcje H i ϕ przyjmują postać

$$T = \sum_{l=1}^p \max_{1 \leq i \leq m_l} T_{i1}, \quad \bar{T} = \sum_{l=1}^p \max_{1 \leq i \leq m_l} \phi_{i1}(u_{i1}, a_{i1}), \quad (23)$$



Rys. 4. Struktura równoległo-szeregową

Fig. 4. Cascade-parallel structure

gdzie m_l - liczba operacji w l -tym podkompleksie, natomiast p - liczba podkompleksów równoległych. Odpowiednie zadania optymalizacyjne dla tej struktury otrzymamy wstawiając (23) do (5), (9). Przy pewnych założeniach dotyczących modeli ϕ_{i1} i u_{i1} z twierdzenia 1 wynika:

Twierdzenie 3. Jeżeli dla każdego $l=1,2,\dots,p$, $u_{1l} = u_{2l} = \dots = u_{m_l l} = u_l$, w każdym podkompleksie wszystkie modele operacji mają tę samą postać $T_{i1} = \phi_l(u_l, a_{i1})$ i dla każdego $u_l > 0$ $\phi_l(u_l, a_{i1})$ jest rosnącą (malejącą) funkcją a_{i1} , wówczas istnieje optymalne rozwiązanie zadania identyfikacji globalnej spełniające warunek

$$\max_{1 \leq i \leq m_l} a_{i1}^* = a_{1l}^* \quad \left(\min_{1 \leq i \leq m_l} a_{i1}^* = a_{1l}^* \right), \quad l = 1, 2, \dots, p, \quad (24)$$

gdzie a_{1l}^* , $l=1,2,\dots,p$ wartości odpowiednie a_{1l} minimalizujące

$$\varphi(a_1, \dots, a_p) = \sum_{l=1}^p \max_{1 \leq i \leq m_l} T_{i1}, \quad \sum_{l=1}^p \phi_l(u_l, a_l).$$

Przyjmując liniowe modele poszczególnych operacji $T_{i1} = a_{i1} u_{i1}$ przy kryterium kwadratowym, rozwiązanie globalnie optymalne spełnia następujący warunek

$$\max_{1 \leq i \leq m_l} a_{i1}^* = a_{1N}^*, \quad l = 1, 2, \dots, p, \quad (25)$$

w którym $[a_{1N}^* \ a_{2N}^* \ \dots \ a_{pN}^*]^T = a_N^*$ - wyznaczamy według algorytmu

$$a_N^* = (U_N \ U_N^T)^{-1} U_N \bar{U}_N^T, \quad (26)$$

$$\bar{U}_N^T = \left[\sum_{l=1}^p \max_{1 \leq i \leq m_l} T_{i1}(1) \ \dots \ \sum_{l=1}^p \max_{1 \leq i \leq m_l} T_{i1}(N) \right].$$

Na ilustracji przedstawionych problemów rozważmy proces filtracji na m odczesowych filtrach tarczowych. Kolejny cykl pracy każdego z filtrów zwią-

zany jest z wykonaniem określonego zadania, tj. uzyskania określonej ilości przesączu. Proces ten można przedstawić za pomocą kompleksu operacji o strukturze szeregowo-równoległej gdzie l -ta operacja w i -tej gałęzi oznacza kolejny l -ty cykl pracy i -tego filtra, p_i jest liczbą cykli wykonanych na i -tym filtrze, m jest liczbą filtrów. Na czas wykonania zadania w kolejnym cyklu w i -tym cyklu na l -tym filtrze składają się: T_{fil} - właściwy czas filtracji, T_{mil} - czas mycia filtra, T_z - stały czas załadowania filtra. Na podstawie analizy procesu filtracji można przyjąć następujące modele

$$\bar{T}_{fil} = \bar{a}_i^{(1)} u_{il}^2 + 2\bar{\alpha}_i^{(2)} u_{il}, \quad \bar{T}_{mil} = 2\alpha_i [\bar{a}_i^{(1)} u_{il}^2 + \bar{a}_i^{(2)} u_{il}], \quad (27)$$

gdzie u_{il} - wielkość zadania - ilość przesączu w l -tym cyklu dla i -tego filtra, α_i - znana stała i -tego filtra, $\bar{a}_i^T = [\bar{a}_i^{(1)} \bar{a}_i^{(2)}]$ - nieznaną wektorem parametrów filtra. Ostatecznie otrzymujemy model operacji l -tego cyklu na i -tym filtrze

$$\bar{T}_{il} = \bar{T}_{fil} + \bar{T}_{mil} + T_z = a_i^{(1)} u_{il}^2 + a_i^{(2)} u_{il} + T_z, \quad (28)$$

gdzie $a_i^{(1)} \triangleq (1 + 2\alpha_i)\bar{a}_i^{(1)}$, $a_i^{(2)} \triangleq 2(1 + \alpha_i)\bar{a}_i^{(2)}$. Czas realizacji całego kompleksu wyliczony z modelu ma postać

$$\bar{T} = \max_{1 \leq i \leq m} \sum_{l=1}^{p_i} (a_i^{(1)} u_{il}^2 + a_i^{(2)} u_{il} + T_z). \quad (29)$$

Dysponując pomiarami czasów filtracji $T_{fil}(n)$, mycia $T_{mil}(n)$ dla zadanej ilości przesączu $u_i(n)$ dla l -tego cyklu na i -tym filtrze w kolejnym n -tym procesie filtracji, w którym na i -tym filtrze zrealizowano $p_i(n)$ cykli, możemy wyznaczyć optymalne parametry modelu operacji filtracji.

Dla podejścia globalnego przy kryterium kwadratowym optymalne parametry otrzymujemy minimalizując względem $a_i^{(1)}, a_i^{(2)}/i=1, 2, \dots, m$ wyrażenie

$$Q(a_1^{(1)}, a_1^{(2)}, \dots, a_m^{(1)}, a_m^{(2)}) = \sum_{n=1}^N \left\{ \max_{1 \leq i \leq m} \sum_{l=1}^{p_i(n)} [T_{fil}(n) + T_{mil}(n) + T_z] - \max_{1 \leq i \leq m} \sum_{l=1}^{p_i(n)} [a_i^{(1)} u_{il}^2(n) + a_i^{(2)} u_{il}(n) + T_z] \right\}^2. \quad (30)$$

W tym przypadku trudno uzyskać analityczny wynik. Wprowadzając dodatkowe ograniczenia wynikające z rozważań dla struktury szeregowo-równoległej można otrzymać wynik analityczny. Jeżeli dla każdego $i=1, 2, \dots, m$, $p_i(n) = p(n)$ (tj. liczba cykli wykonanych na każdym filtrze jest taka sama) i wielkości zadania przydzielone na każdy filtr są takie same, tj.

$$\sum_{l=1}^{p(n)} u_{il}(n) = u(n) \quad \text{oraz} \quad \sum_{l=1}^{p(n)} u_{il}^2(n) = \sum_{l=1}^{p(n)} u_{il}(n), \quad i=1, 2, \dots, m, \quad (31)$$

wówczas globalnie optymalne parametry spełniają warunek

$$\max_{1 \leq i \leq m} [a_{iN}^{(1)\pi} + a_{iN}^{(2)\pi}] = b_N^{\pi}, \quad (32)$$

gdzie

$$b_N^{\pi} = \frac{\sum_{n=1}^N \left\{ u(n) \max_{1 \leq i \leq m} \sum_{l=1}^{p(n)} [T_{fil}(n) + T_{mil}(n)] \right\}}{\sum_{n=1}^N [u(n)]^2}. \quad (33)$$

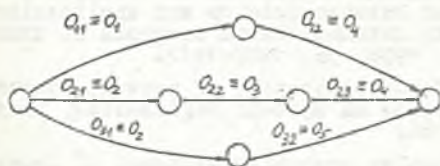
Zauważmy, że przy założeniach (31) lokalne optymalne parametry spełniają warunek

$$\tilde{a}_{iN}^{(1)} + \tilde{a}_{iN}^{(2)} = \tilde{b}_{iN}, \quad \text{gdzie } \tilde{b}_{iN} = \frac{\sum_{n=1}^N \left\{ u(n) \sum_{l=1}^{p(n)} [T_{fil}(n) + T_{mil}(n)] \right\}}{\sum_{n=1}^N [u(n)]^2}. \quad (34)$$

Łatwo zauważyć, że parametry spełniające warunek (34) mogą być jednym z zestawów spełniających warunki (32) i (33), bo $\max_{1 \leq i \leq m} \tilde{b}_{iN} = b_N^{\pi}$.

4. Uwagi końcowe

Na zakończenie zauważmy, że korzystając z rezultatów dla przypadku szeregowo-równoległego możemy uogólnić zadanie identyfikacji globalnej,



Rys. 5. Struktura szeregowo-równoległa dla kompleksu operacji z rys. 1.

Fig. 5. Parallel-cascade structure for complex of operations from fig. 1.

rozszerzyć na bardziej ogólne przypadki. Wystarczy bowiem dla takiego kompleksu zaproponować odpowiednią strukturę szeregowo-równoległą (przykład takiej struktury dla kompleksu z rys. 1 przedstawia rys. 5) i wprowadzić dodatkowe ograniczenia $a_{11} = a_{sv}$ oraz $u_{11} = u_{sv}$ dla operacji, która wystąpi na więcej niż jednej ścieżce (dla przykładu z rys. 1 i rys. 5 po przekształceniu mamy operacje O_2 na ścieżce 2 i 3, a operacja O_4 na ścieżce 1 i 2, czyli dodatkowe ograniczenia mają postać $a_{21} = a_{31}$, $u_{21} = u_{31}$, $a_{12} = a_{23}$, $u_{12} = u_{23}$).

Zwróćmy jeszcze uwagę na możliwe inne sformułowania zadania identyfikacji, tj. takie, w których interesuje nas zarówno jakość modeli poszczególnych operacji, jak i ocena modelu całego kompleksu. W takim przypadku mamy $m+1$ kryteriów, tj. m - lokalnych (def. 1) i globalne (def. 2). Jedną z możliwych propozycji sformułowania zadania identyfikacji jest wyznacze-

nie takich parametrów $\hat{a}_1, \dots, \hat{a}_m$, które minimalizują kryterium $Q(a_1, \dots, a_m)$ (5) przy dodatkowych ograniczeniach $Q_1(a_1) \leq \gamma_1$, gdzie γ_1 zadane wartości - co oznacza wyznaczenie globalnie optymalnych parametrów modelu, przy "zadowalającym" spełnieniu lokalnych wskaźników jakości. Możliwe są również inne podejścia, np. minimalizacje wskaźnika syntetycznego $Q(a_1, \dots, a_m) = G[Q(a_1, \dots, a_m), Q_1(a_1), \dots, Q_m(a_m)]$, gdzie G znana funkcja $m+1$ zmiennych, np. $Q = \beta_0 Q + \sum_{i=1}^m \beta_i Q_i$, $\beta_i \geq 0$ dla $i=0, 1, \dots, m$.

Przedstawione zadania identyfikacji lokalnej i globalnej mogą być przydatne do adaptacyjnego sterowania kompleksami operacji poprzez identyfikację.

Na zakończenie zauważmy, że na ogół do wyznaczenia optymalnych parametrów należało stosować metody numeryczne. Wprowadzenie dodatkowych założeń dla typowych struktur prowadziło do niejednoznacznych rozwiązań (np. warunki (14), (19), (24) dają niejednoznaczne rozwiązania). Wprowadzenie dodatkowych informacji o kompleksie może uczynić proponowane rozwiązanie jednoznacznym. Można tu wykorzystywać podejście proponowane w [7].

LITERATURA

- [1] Bubnicki Z.: Identification of Control Plants, Elsevier, Amsterdam-Oxford-New York, 1980.
- [2] Bubnicki Z.: Optymalizacja kompleksów operacji w sterowaniu dyskretnymi procesami produkcyjnymi, Prace VII Krajowej Konferencji Automatyki, t. 3. Referaty plenarne i przeglądowe, Politechnika Rzeszowska, Rzeszów, 1983, s. 37-49.
- [3] Bubnicki Z.: Two level optimization and control of the complex of operations, In A. Nemi Ed., A Link Between Science and Applications of Automatic Control, Proc. of 7th Triennial World Congress of IFAC, Helsinki, Pergamon Press, Oxford, 1978, pp. 1407-1412.
- [4] Bubnicki Z.: Global modelling and identification of network systems, Proc. of 3rd International Conference on Systems Engineering, Wright State University, Dayton, USA, 1984.
- [5] Bubnicki Z.: Optimal models of complex operation systems, 6^o Congress International de Cybernetique et de Systemique, Collega de Systemique de l'APCET, Paris, 1984, pp. 871-876.
- [6] Bubnicki Z.: Global modelling and identification of complex systems, Proc. of 7th IFAC/IPORS Symp. York, UK, 1985, Identification and System Parameter Estimation, Pergamon Press, Oxford-New York-Toronto-Sydney-Frankfurt, 1985, pp. 261-263.
- [7] Bubnicki Z., Świątek J.: Separowalność i estymacja parametrów w identyfikacji złożonych systemów statycznych, Archiwum Automatyki i Telemechaniki, t. 26, z. 3, 1981, s. 349-363.

Recenzent: Prof. dr inż. H. Kowalowski

Wpłynęło do Redakcji do 1988-04-30.

НЕКОТОРЫЕ ПРОБЛЕМЫ ИДЕНТИФИКАЦИИ КОМПЛЕКСОВ ОПЕРАЦИЙ

Резюме

В работе дана общая формулировка задачи локальной и глобальной идентификации комплексов операций. Для некоторых моделей операций и заданных структур комплекса, представлены свойства оптимального решения. Обращено внимание на сравнение локальной и глобальной идентификаций.

SOME PROBLEMS OF THE IDENTIFICATION OF COMPLEX OPERATION SYSTEM

Summary

In the paper the general formulations of the local and global identification of complex operation systems are presented. For selected form of operations models and given types of structures some properties of the optimal solution are shown. The attention was paid to comparison of local and global identification.