ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1985

Seria: BUDOWNICTWO z. 60 Nr kol. 841

Jan FEDOROWICZ

WPŁYW SIŁ TARCIA NAPIĘTEGO KABLA KRZYWOLINIOWEGO NA STAN NAPRĘŻENIA TARCZY PROSTOKĄTNEJ

Streszczenie. W pracy rozpatrzono wpływ sił tarcia i spadku siły naciągu w sprężającym kablu krzywoliniowym na stan naprężenia w tarczach prostokątnych o stałej grubości.

1. WSTĘP

W pracach zajmujących się określeniem i analizą stanu naprężenia jednospójnych tarcz prostokątnych o stałej grubości, obciążonych oddziaływaniem napiętego kabla zarówno o trasie kołowej [1], jak i w przypadkach bardziej złożonego przebiegu tras kabli [2, 3, 4] przyjmuje się założenie, że siły tarcia zostają wyeliminowane w trakcie sprężenia, czyli siła naciągu kabla na całej jego długości jest stała. Założenie takie jest przyjmowane przy określaniu trasy i siły naciągu kabla w sprężonych ustrojach prętowych, dla których końcową wartość siły sprężającej w ogólnym przypadku zwiększa się na zakotwieniach czynnych o wartości strat tej siły obliczanych według odpowiednich wzorów normowych [5]. Podobne postępowanie w przypadku określania stanu naprężeń w dźwigarach tarczowych poddanych oddziaływaniu napiętych kabli, jak wykazują to wyniki przeprowadzonych badań numerycznych, nie zawsze jest do przyjęcia. Spowodowane jest to faktem potrzeby uwzględnienia w analizie stanu naprężenia dźwigarów tarczowych normalnych naprężeń σ_y, pomijanych w ustrojach prętowych.

W niniejszej pracy podjęto próbę określenia wpływu sił tarcia kabla o ściankę kanału na stan naprężenia tarczy prostokątnej i na wartość końcową wymaganej siły sprężającej. Odpowiednie wzory rozwiązujące zagadnienie tarcia kabla o ściankę kanału w tarczy nieograniczonej podano w pracy [3].

2. ZAŁOŻENIA

Rozpatruje się jednospójne prostokątne tarcze o stałej grubości h wykonane z materiału liniowo sprężystego. Przyjmuje się założenia klasycznej liniowej teorii sprężystości dotyczące płaskiego stanu naprężenia. Obciążenia rozpatrywanych tarcz stanowią, oprócz ciężaru własnego, obciążenia użytkowego i ewentualnego obciążenia stałego pochodzącego od ciężaru stropów i nadbudowy, samozrównoważone układy sił oddziaływania na tarczę

napiętych kabli krzywoliniowych. Przyjmuje się przy tym, iż kable oddziałują na tarczę poprzez zakotwienia - siłami S_i, naciskami radialnymi p_i oraz poprzez siły tarcia działające na długości kabla - obciążenie styczne do trasy kabla $\bar{p}_i$. Zakłada się, że wartości sił tarcia na odcinkach krzywoliniowych są proporcjonalne do nacisków radialnych kabli, natomiast spadki sił naciągu oblicza się według wzoru normowego [5] dla prętowych konstrukcji sprężonych.

Siły tarcia powodują spadek siły naciągu wzdłuż długości kabla, a tym samym również spadek nacisków radialnych na odcinkach zakrzywionych kabla. Dzieląc jednak linię kabla na odpowiednio małe części można założyć, iż na każdej z tych części zarówno siły tarcia, jak i siła naciągu, a więc zarazem naciski radialne odcinków zakrzywionych kabla są stałe i równe średniej arytmetycznej z wartości na końcach tych części.

O trasach kabli zakłada się, że zbudowane są z odcinków prostych i odcinków łuków kołowych w taki sposób, aby zapewnić gładkie przejścia z jednego łuku w drugi bądź z łuku w prostę. Rozwiązanie zadań przeprowadza się metodą różnic skończonych, stosując dyskretyzację obszaru tarczy siatkę kwadratową o wymiarach oczek $\Delta x = \Delta y = 1{,}0$ m sposobem przedstawionym w pracach [1, 2, 3].

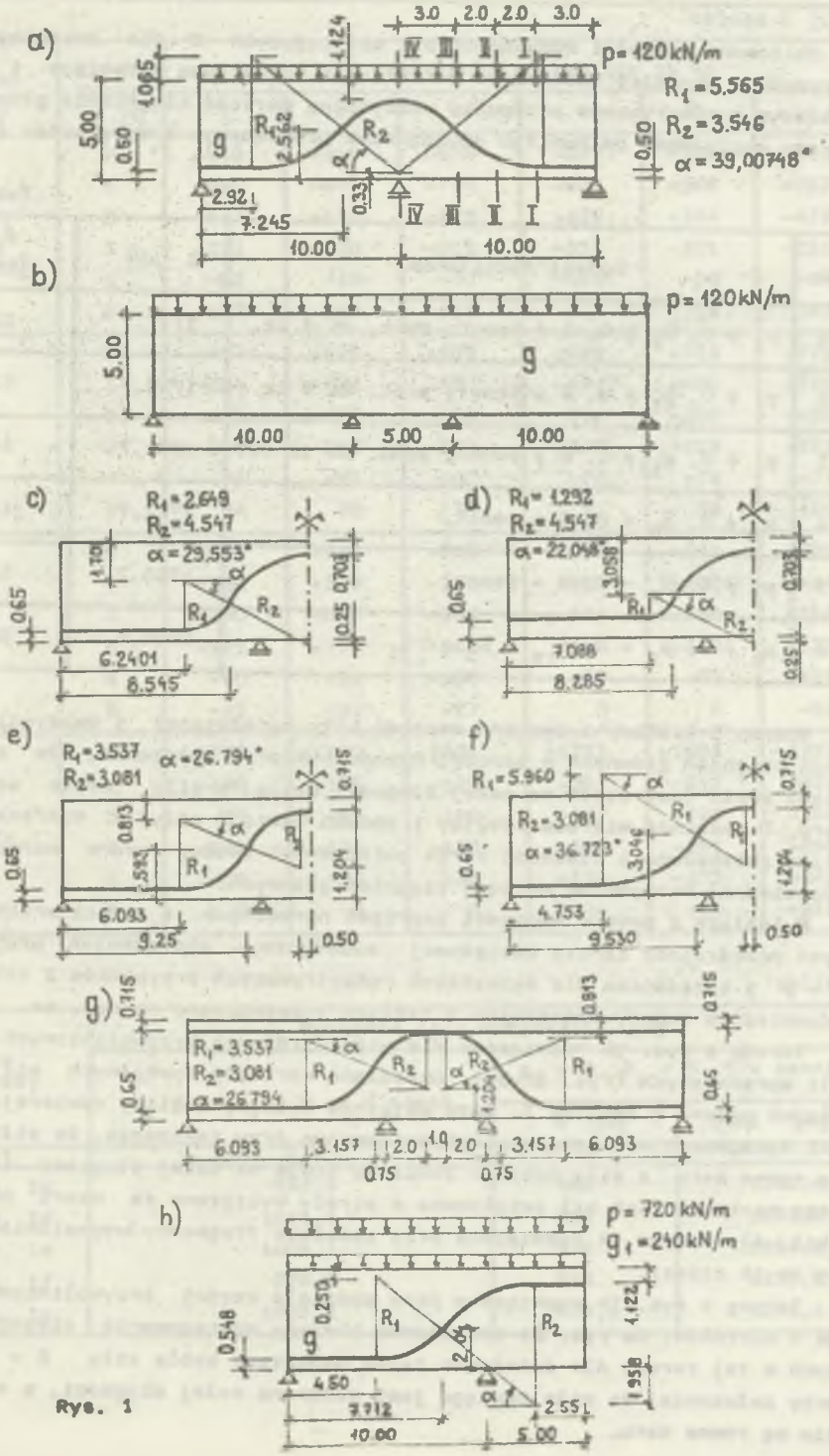
3. WYNIKI BADAŃ NUMERYCZNYCH

Rozpatruje się trzy jednospójne tarcze prostokątne o proporcjach wymiarów zewnętrznych 1:3, 1:4, 1:5 i stałej grubości $h = 1{,}0$ m (rys. 1).

Obciążenia, dla których wyznaczono trasy kabli sprężających te tarcze stanowią: ciężary własne tarcz g, obciążenia użytkowe p rozłożone równomiernie wzdłuż brzegów górnych oraz w przypadku tarczy z rys. 1h obciążenie stałe g_1 przekazywane przez strop na górny brzeg tarczy.

Sposób podparcia, geometrię tarcz, geometrię przyjętych kabli sprężających oraz intensywności obciążeń g_1 i p podano na rys. 1, gdzie wszystkie wielkości geometryczne podano w metrach. Obliczenia przeprowadzono na EMC ODRA-1204 przy użyciu programu własnego. We wszystkich przykładach do obliczeń przyjęto: ciężar objętościowy materiału tarczy $\gamma = 24$ kN/m^3, $\nu = \frac{1}{6}$, $E = 3 \cdot 10^7$ kN/m^2, współczynnik strat przypadkowych siły sprężającej $\lambda_p = 0{,}004$, współczynnik tarcia $\varrho = 0{,}15$.

Tarczę z rys. 1a rozważano przy założeniu działania sił tarcia $\bar{p}_i$ i nacisków radialnych p_i trzykrotnie, dzieląc część krzywoliniową trasy kolejno na 4, 8 i 16 części. Czwarte rozwiązanie tej tarczy otrzymano, zakładając działanie tylko nacisków radialnych przy spadku siły naciągu kabla określonym według wzoru normowego. Jakkolwiek ostatni stan obciążenia tarczy jest stanem fizykalnie niemożliwym, w pracy rozpatrzono go, ponieważ odpowiada on stanowi obciążeń przyjmowanemu przy obliczeniu sprężonych konstrukcji prętowych.


a)
p= 120 kN/m
R1 = 5.565
R2 = 3.546
α = 39,00748°
b)
p= 120 kN/m
c)
R1 = 2.649
R2 = 4.547
α = 29.553°
d)
R1 = 1.292
R2 = 4.547
α = 22.048°
e)
R1 = 3.537
R2 = 3.081
α = 26.794°
f)
R1 = 5.960
R2 = 3.081
α = 36.723°
g)
R1 = 3.537
R2 = 3.081
α = 26.794
h)
p = 720 kN/m
g1 = 240 kN/m

Rys. 1

Obliczone wartości wymaganych sił sprężających S dla poszczególnych przypadków obciążeń zestawiono w tablicy 1. Dodatkowo w tablicy 1 podano w każdym rozpatrywanym przypadku maksymalną wartość ciągnienia głównego w tarczy obciążonej całkowitym obciążeniem programowym i sprężeniem (kol.3).

Tablica 1

Lp.	Rodzaj obciążenia	S [kN]	$\sigma_{1,2}$ [kPa]
1	$p_i \neq 0$, $\bar{p}_i \neq 0$, $S \neq const$, podz. na 4 cz.	1777,7	126
2	$p_i \neq 0$, $\bar{p}_i \neq 0$, $S \neq const$, podz. na 8 cz.	1785,7	132
3	$p_i \neq 0$, $\bar{p}_i \neq 0$, $S \neq const$, podz. na 16 cz.	1801,7	141
4	$p_i \neq 0$, $\bar{p}_i = 0$, $S \neq const$,	1722,7	112
5	$p_i \neq 0$, $\bar{p}_i = 0$, $S = const$,	1535,7	184
6	$p_i \neq 0$, $\bar{p}_i = 0$, $S_{rz} = S_5 + \Delta S_5$	1928,8	426

Wiersz 5 tablicy 1 zawiera wartość siły sprężającej i maksymalną wartość ciągnień głównych w tarczy, wyznaczone przy założeniu, że siła naciągu kable jest stała na całej długości kabla, a siły tarcia są równe zeru. W ostatnim wierszu tablicy 1 podano wartość siły z wiersza 5 tablicy zwiększoną o wielkość strat obliczonych według wzoru normowego i odpowiednią maksymalną wartość ciągnień głównych.

W tablicy 2 podano wartości naprężeń normalnych σ_x w czterech pionowych przekrojach tarczy obciążonej sumarycznym obciążeniem programowym g + p i sprężeniem dla wszystkich rozpatrywanych przypadków z tablicy 1. Odpowiednie numery przekrojów z tablicy 1 zaznaczono na rys. 1a.

Tarczę z rys. 1b rozwiązano dla pięciu różnych krzywoliniowych tras kabli sprężających (rys. 1c-1g). Określone wartości wymaganych sił sprężających podano w tablicy 3. Dwie ostatnie kolumny tablicy zawierają wartości wymaganych sił sprężających wyznaczone przy założeniu, że siły tarcia są równe zeru, a siły naciągu kabli są stałe na całej długości (kol. 3) oraz wartości tych sił zwiększone o straty wyliczone ze wzoru normowego (kol. 4). Tarcze te rozwiązano przy podziale fragmentu krzywoliniowego trasy na 16 części.

Tarczę z rys. 1h rozwiązano przy podziale części krzywoliniowej trasy na 9 odcinków. Na rys. 2a zaznaczono obszary występowania ciągnień głównych w tej tarczy dla działania tylko napiętego kabla siłą S = 1 kN i przy założeniu, że siła naciągu jest stała na całej długości, a siły tarcia są równe zeru.

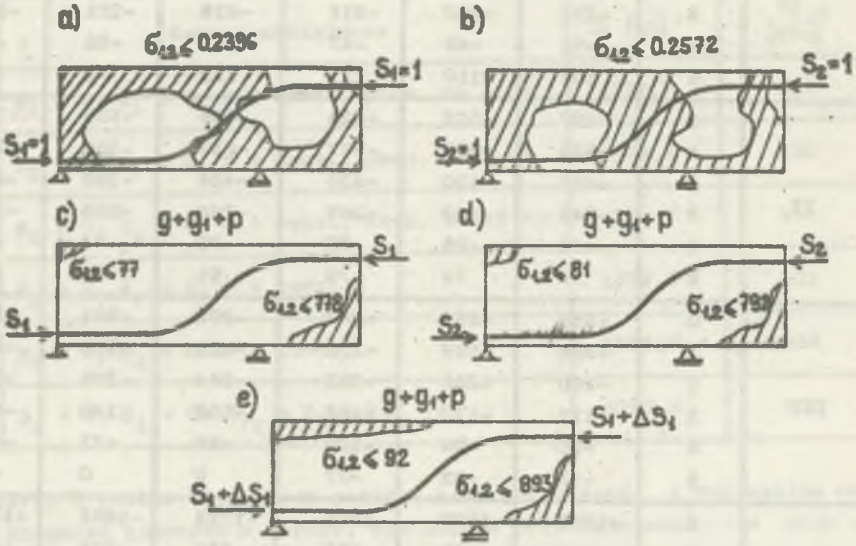
Tablica 2 [kPa]

Przekrój	Rzędna punktu y [m]	Rodzaj obciążenia wg tablicy 1- σ_x					
		1	2	3	4	5	6
I	0	-845	-858	-876	-827	-703	-983
	1	-690	-695	-704	-671	-585	-723
	2	-437	-432	-428	-429	-384	-473
	3	-221	-220	-219	-216	-201	-231
	4	-52	-49	-47	-48	-56	-34
	5	107	110	115	112	76	160
II	0	-607	-612	-625	-665	-565	-771
	1	-624	-626	-627	-637	-560	-722
	2	-421	-430	-439	-424	-388	-485
	3	-249	-249	-249	-248	-224	-271
	4	-85	-85	-80	-78	-74	-75
	5	74	78	79	91	69	126
III	0	-255	-251	-249	-298	-261	-326
	1	-366	-369	-376	-429	-380	-444
	2	-290	-266	-262	-344	-286	-356
	3	-171	-170	-168	-168	-140	-177
	4	-90	-94	-100	-88	-73	-123
	5	-13	-22	-27	0	0	-51
IV	0	-1780	-1800	-1801	-1723	-1853	-1793
	1	-190	-195	-199	-261	-212	-225
	2	-82	-91	-100	-157	-108	-168
	3	-121	-126	-138	-194	-161	-266
	4	-22	-30	-39	-136	-103	-240
	5	0	0	0	-44	-10	-216

Tablica 3

Nr trasy	Wymagane siły sprężające [kN]		
	$p_1 \neq 0$, $\bar{p}_1 \neq 0$, $S \neq const.$	$p_1 \neq 0$, $\bar{p}_1 = 0$, $S = const.$	
		S [kN]	S+ΔS [kN]
1	2	3	4
rys. 1c	992,9	966	1262,4
rys. 1d	1041,1	969	1292,2
rys. 1e	1005,1	976	1283,8
rys. 1f	976,8	952	1217,5
rys. 1g	1005,1	978,5	1251,4

Dodatkowo podano również na rysunku maksymalną wartość występującego naprężenia głównego w kPa. Rys. 2b przedstawia te obszary przy uwzględnieniu sił tarcia i spadku siły naciągu kabla na jego długości, a rys. 2c i rys. 2d przedstawiają te obszary w przypadku działania pełnego obciążenia ($g + g_1 + p$) i sprężenia wyznaczonymi siłami $S_1 = 6090$ kN i $S_2 = 6364$ kN.



Rys. 2

Dodatkowo na rys. 2e pokazano zasięg tych obszarów wyznaczonych dla pełnego obciążenia tarczy i sprężenia przy założeniu braku sił tarcia oraz dla stałej siły naciągu na całej długości kabla, której wartość końcową zwiększono o wielkość strat obliczoną ze wzoru normowego, wynoszącą w danym przypadku $\Delta S = 903$ kN.

4. ZAKOŃCZENIE

Analiza przeprowadzonych wyników wskazuje, że siła sprężająca wyznaczona z uwzględnieniem tarcia w miarę zwiększenia dokładności obliczeń zbliża się do siły otrzymanej z rozwiązań uzyskanych przy założeniu braku sił tarcia i stałej sile naciągu na całej długości kabla zwiększonej o wartość odpowiednio obliczonych strat. Jednakże określony stan naprężenia przy stałej sile sprężającej zwiększonej o wyznaczone straty różni się znacznie od stanu naprężenia wyznaczonego z uwzględnieniem tarcia (rys. 2e i rys. 2d, a także wyniki tablicy 1). Wynika to, jak należy przypuszczać, ze znacznego wpływu na wartości ciągnień głównych normalnych naprężeń σ_y.

Wyniki przedstawione w tablicy 2 wskazują również, iż istnieje możliwość zmiany położenie przekroju decydującego o wielkości wymaganej siły sprężającej w przypadku uwzględnienie bądź pominięcie sił tarcia przy obliczaniu wymaganej siły naciągu kabla.

LITERATURA

[1] Andersmann F.: Tarcze prostokątne, obliczenia statyczne. Arkady, Warszawa 1966.

[2] Andersmann F., Federowicz J.: Obliczenie tarcz prostokątnych sprężonych kablami o trasie krzywoliniowej. AIL, z. 3, 1984.

[3] Federowicz J.: Stan naprężenia w wieloprzęsłowych tarczach prostokątnych sprężonych kablem zakrzywionym (praca doktorska). Gliwice 1983.

[4] Schlach W.: Bauteile mit zweiachsigem Spannungszustand (Scheiben). Beton - Kalender, Teil II, 1978.

[5] PN-76/B-03264 Konstrukcje betonowe, żelbetowe i sprężone. Obliczenie statyczne i projektowanie.

ВЛИЯНИЕ СИЛ ТРЕНИЯ ПРЕДВАРИТЕЛЬНО НАПРЯЖЕННОГО КРИВОЛИНЕЙНОГО КАБЕЛЯ НА НАПРЯЖЕННОЕ СОСТОЯНИЕ ПРЯМОУГОЛЬНОЙ БАЛКИ - СТЕНКИ

Р е з ю м е

В работе рассмотрено влияние сил трения и перепад силы натяжения в напряженном криволинейном кабеле на напряженное состояние в прямоугольных балках - стенках постоянной толщины.

THE EFFECT OF FRICTION FORCES OF TIGHT CURVILINEAR CABLE ON THE STATE OF TENSION OF RECTANGULAR SHIELD

S u m m a r y

The effect of friction forces of tight curvilinear cable on the state of tension of rectangular shields with constant thickness.