

Edward MAŁEK

Politechnika Częstochowska

SZEROKOŚCI PŁYTY STROPOWEJ WSPÓŁPRACUJĄCE EFEKTYWNIE Z NADPROŻAMI ŚCIENNymi W BUDYNKACH MIESZKALNYCH

Streszczenie. W pracy podano sposób modyfikacji metody Becherta [1] i opracowano nomogram do wyznaczania szerokości płyty stropowej współpracujących efektywnie z nadprożami ściennymi. Sposób ten zweryfikowano eksperymentalnymi badaniami gipsowych modeli elementów nadprożowych.

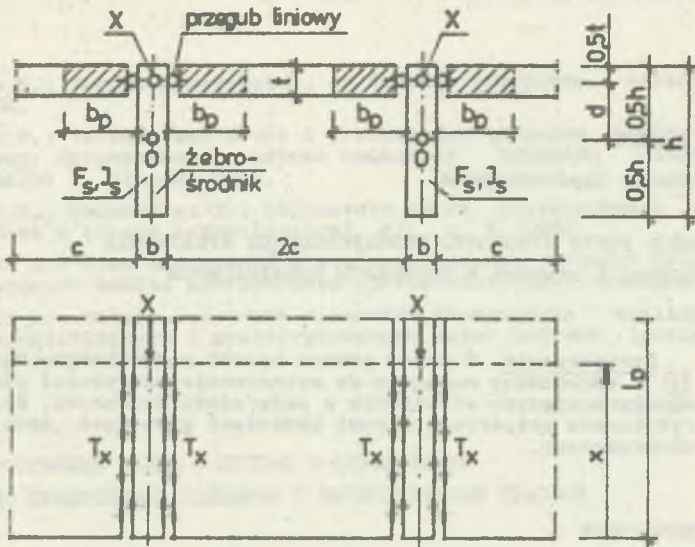
1. WPROWADZENIE

Sztywność ścian budynku mieszkalnego osłabionych pionowymi rzędami otworów okiennych czy drzwiowych determinowana jest między innymi sztywnością nadproży. W ścianach budynku monolitycznego pewien udział w tworzeniu sztywności każdego prostokątnego nadproża ma połączona z nim w sposób ciągły płyta stropowa, a ściślej jej sąsiadujące z nadprożem pasma o szerokości b_p (rys. 1 i 6), zwanej dalej szerokością współpracującą płyty stropowej.

Płyta stropowa w nadprożu okiennym, usytuowana zwykle w pobliżu jego płaszczyzny obojętnej, ma znikomą wpływ na zwiększenie jego sztywności. Stąd też dalsze rozważania ograniczono głównie do nadproży drzwiowych.

Przekrój obliczeniowy nadproża drzwiowego posiada kształt teowy (w ścianie wewnętrznej) lub kątowny (w ścianie skrajnej) i formuje go prostokątny środnik (nadproże) oraz jedna lub dwie półki o wysięgu b_p (rys. 1 i 6). Ścisłe określenie rozkładu wartości b_p wzdłuż elementów nadprożowych jest zagadnieniem złożonym, gdyż elementy te zazwyczaj stanowią fragment ustroju ściennego statycznie niewyznaczalnego. Jak dotąd nie ma jednoznacznego ścisłego opracowania tego zagadnienia. Istnieje natomiast szereg rozwiązań przybliżonych [1, 2, 3, 4, 5, 6], opartych na podstawowym założeniu Girkmanna [7] traktującym płytę w monolitycznym ustroju płyto-żebrowym jak poziomą tarczę współdziałającą z pionowymi prostokątnymi żebrowaniami - środnikami jedynie wzdłuż linii przyjętego przegubowego kontaktu, za pośrednictwem występujących tam sił tnących T_x (rys. 1).

Metody Brendla [2], Fukudy [3], Leonhardta [5] i Dischingera [6] dotyczą wyłącznie ustrojów zginanych, natomiast w metodach Becherta [1] i Stągla [4] istnieje także możliwość oddzielnego uwzględnienia sił osiowych.



Rys. 1

Istnieją także sposoby Peterseona [8] czy Drozdova [9], dotyczące określenia szerokości płyt stropowych współpracujących efektywnie z elementami pionowych diafragm - ścian w budynkach wysokich.

W referowanej pracy omówiono sposób modyfikacji metody Becherta [1] w aspekcie jej zastosowania do określenia szerokości b_p płyty stropowej współpracujących efektywnie z nadprożemiami ściennymi w monolitycznych budynkach mieszkalnych. Metoda ta - w oryginale szeroko rozbudowana teoretycznie - wymaga oddzielnego określenia wartości b_p dla osiowego ściskania i dla różnych przypadków zginania nadproży (rys. 2) co czyni ją wysoce pracochłonną.

2. ISTOTA METODY BECHERTA

W metodzie Becherta [1] niewiadome siły X (rys. 1) określone zostały przy umownym podziale płyty stropowej na nieskończenie wiele równomiernie osiowo obciążonych elementarnych beleczek podłużnych (równoległych do osi żebra - środnic), powiązanych sprężysto z nieskończeniem wieloma elementarnymi beleczkami poprzecznymi. Na tej podstawie wyznaczono pole przemieszczeń w płycie i następnie przy uwzględnieniu warunku nierozdzielności odkształceń wzdłuż linii przegubowego kontaktu płyty i żebra - środnika (rys. 1), ustalono następujące wyrażenia określające siły X przy działaniu w osi środnika normalnej siły N :

$$x_M = \sum_1^n \frac{1}{1 + \frac{F_p}{2l} \dagger K \dagger} N_n \sin \frac{n\pi}{l} x \quad (1)$$

oraz momentu zginającego M :

$$x_M = \sum_1^n \frac{d}{d^2 + l^2 + \frac{F_p}{2l} \dagger K \dagger} M_n \sin \frac{n\pi}{l} x \quad (2)$$

Wyrażenia określające wielkości b_p szerokości współpracujących płyty stropowej zbudowano w [1] zakładając równość odkształceń osiowych (przy działaniu siły osiowej N) oraz krzywizn (przy działaniu momentu zginającego M) żebra - środniaka w rzeczywistym ustroju płytowo-żebrowym i w przekroju obliczeniowym wg rys. 1 z półkami o wysięgu

$$b_{pN} = \frac{F_p}{2l} \frac{x_M}{N_x - x_N} \quad (3)$$

oraz

$$b_{pM} = \frac{F_p}{2l} \frac{x_M d^2}{M_x d - x_M (d^2 + l^2)} \quad (4)$$

Wielkości F_p , J_p oraz l we wzorach (1) - (4) oznaczają kolejno - pole powierzchni, moment oraz promień bezwładności przekroju środniaka (stosownie do oznaczeń na rys. 1), a ponadto

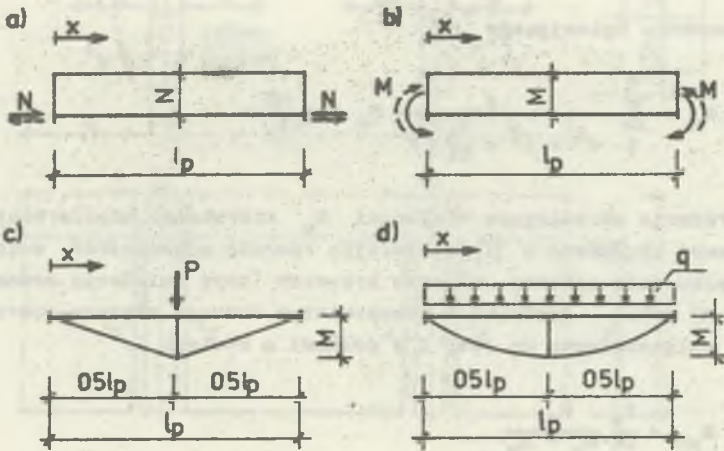
$$\dagger = \sqrt{\frac{3n^2 \pi^2}{l^2}} \quad \text{przy } n = 1, 3, 5, \dots \quad (5)$$

oraz

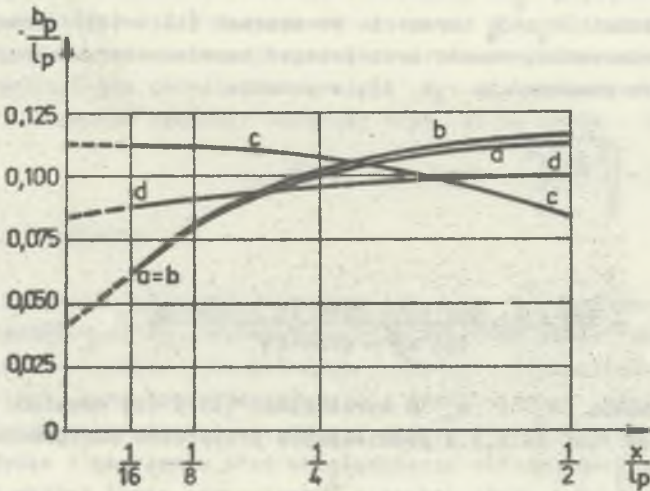
$$K \dagger = \frac{\sin c \dagger \cdot \cos c \dagger + \sinh c \dagger \cdot \cosh c \dagger}{\sin^2 c \dagger + \sinh^2 c \dagger} \quad (6)$$

Wielkości N_n i M_n w wyrażeniach (1) i (2) ustalone w [1] dla pokazanych na rys. 2a,b,c,d podstawowych przypadków obciążenia zestawiono w tabelicy 1.

Na rys. 3 pokazano wykresy rozkładów wartości b_p wzdłuż nadproża drzewiowego o obliczeniowej długości l_p , zbudowane na podstawie wyrażzeń (3) i (4) dla podstawowych przypadków obciążeń a,b,c,d wg rys. 2.



Rys. 2



Rys. 3

Tablica 1

Zestawienie współczynników

Lp.	Schemat obciążenia wg rys.	Współczynniki szeregów Fouriera		Współczynniki pomocnicze	
		według Becherta [1] N_n, M_n	uproszczone wg autora N_n^u, M_n^u	α_i	β_i
1	2a	$\frac{4}{n^2} N$	$\frac{1}{n}$	0,7673	0,7632
2	2b	$\frac{4}{n^2} M$	$\frac{1}{n}$	0,7688	0,7632
3	2c	$\frac{8}{n^2} (-1)^{\frac{n-1}{2}} M$	$\frac{1}{n} (-1)^{\frac{n-1}{2}}$	0,6401	0,6167
4	2d	$\frac{32}{n^3} M$	$\frac{1}{n^3}$	0,7223	0,7267

N_n, N_n^u - wiersz 1, M_n, M_n^u - wiersze 2,3,4, $n = 1,3,5,7,\dots$

3. MODYFIKACJA METODY BECHERTA

Jak wynika z rys. 3, w sąsiedztwie przekroju odległego od podzwiązku nadproża o $x = \frac{1}{4} l_p$ rzędne wykresu "a" (b_{pN}) oraz wykresów "b", "c", "d" (b_{pM}) posiadają zbliżone wartości w przybliżeniu równe średniej wartości b_p dla całego nadproża.

Ponadto stwierdzona na rys. 3 praktyczna identyczność wykresów "a" i "b" oraz w tablicy 1 równość współczynników α_i i β_i - ustalonych dla obciążeń wg rys. 2a i 2b - pozwala pominąć w dalszych rozważaniach wpływ siły osiowej N na wartość szerokości współpracującej b_p płyty stropowej.

Szczegółowe obliczenia wykazały, że wyrażenia (1) i (2) stanowią szeregi trygonometryczne szybko zbieżne do granicy w przybliżeniu równej wartości pierwszego wyrazu każdego szeregu oraz że dla celów praktycznych można przyjąć $K_s = 1$.

Powyższe spostrzeżenia umożliwiły przekształcenie wyrażenia (2) do nowej uproszczonej postaci

$$x = \frac{\alpha_i}{\omega_0 + \omega}, \quad (7)$$

zaś wyrażenia (4) do postaci

$$b_p = \frac{\omega_0 x}{\beta_i - \omega_0 x} \eta \quad (8)$$

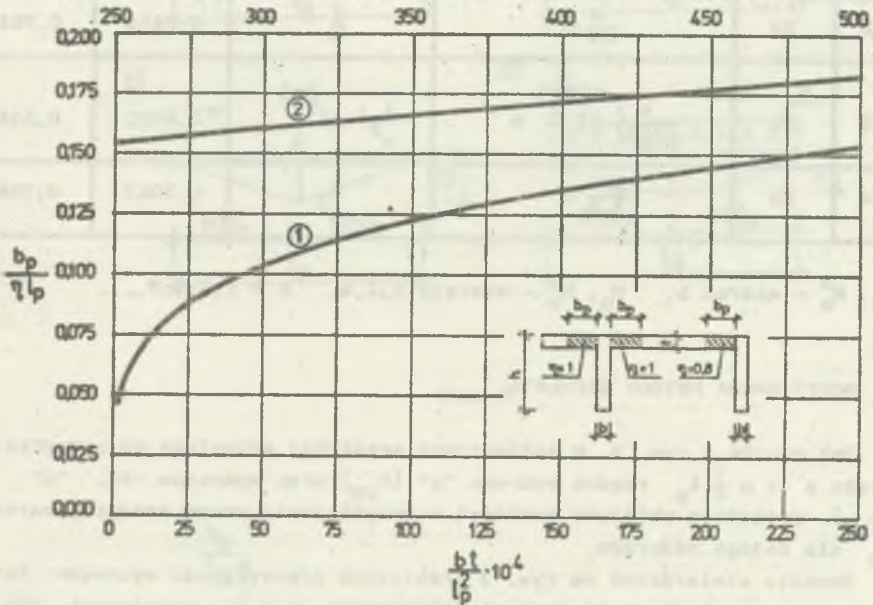
przedstawiającej średnią dla całego nadproża wielkość szerokości współpracującej płyty stropowej.

W powyższych wzorach:

α, β - współczynniki pomocnicze wg tablicy 1,

η - współczynnik korekcyjny wg rys. 4,

$$\omega_0 = d^2 + \frac{J_s}{F_s}, \quad \omega_J = \frac{J_s}{2I}, \quad \omega = k\omega_J, \quad k = \sqrt{\frac{4\beta^2}{1-\beta}}$$



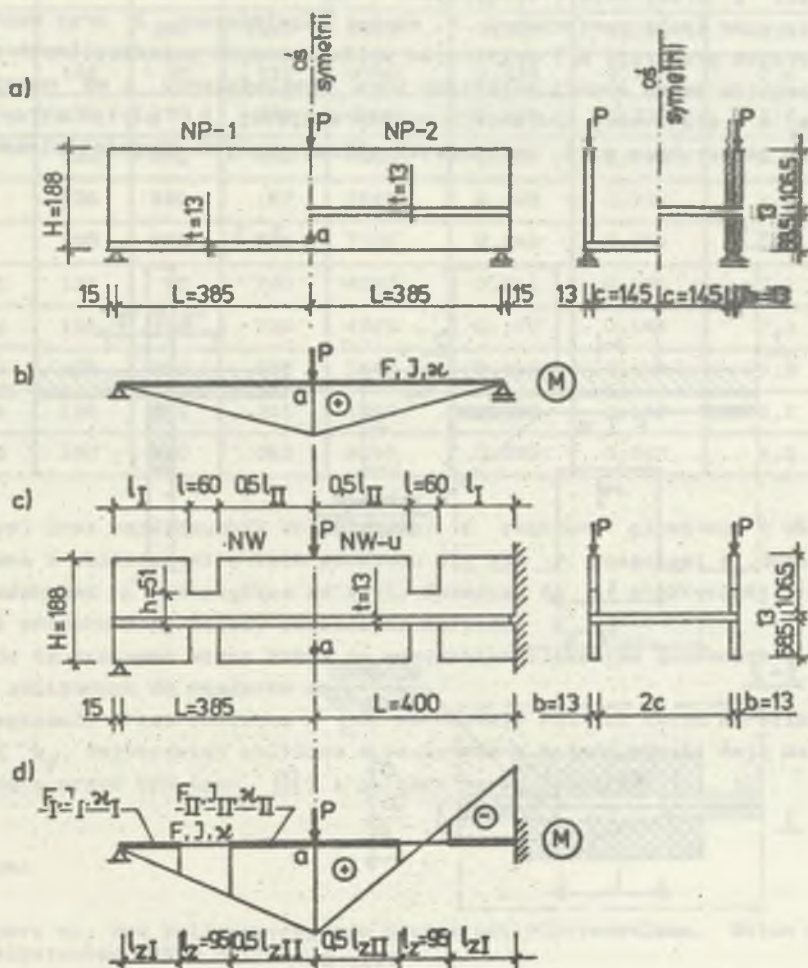
Rys. 4

Na podstawie wyrażeń (7) i (8) - po wyeliminowaniu drogą rachunkową nieistotnych parametrów - zbudowano na rys. 4 nomogram do wyznaczenia wartości b_p w zależności jedynie od obliczeniowej długości nadproża l_p , jego szerokości b oraz grubości płyty stropowej t . (Na rys. 4 pozioma dolna skala dotyczy wykresu 1, zaś skala górna - wykresu 2).

W nadprożu ściennym (np. w budynku obciążonym wpływami górniczymi lub wiatrem) dominuje zwykle kształt wykresu momentów zginających złożony z połówek wykresu M na rys. 2c. W przypadku jednoznakowego wykresu M w nadprożu (jak np. na rys. 5d po lewej stronie osi symetrii) należy przy korzystaniu z nomogramu na rys. 4 przyjmować $l_p = 2l_z$, zaś w przypadku wykresu różnoznakowego (jak np. na rys. 5d po prawej stronie osi symetrii) - $l_p = l_z$, przy czym l_z oznacza tu zmodyfikowaną wg [10] długość nadproża oraz l długość mierzoną w świetle otworu (rys. 6).

4. WERYFIKACJA EKSPERYMENTALNA

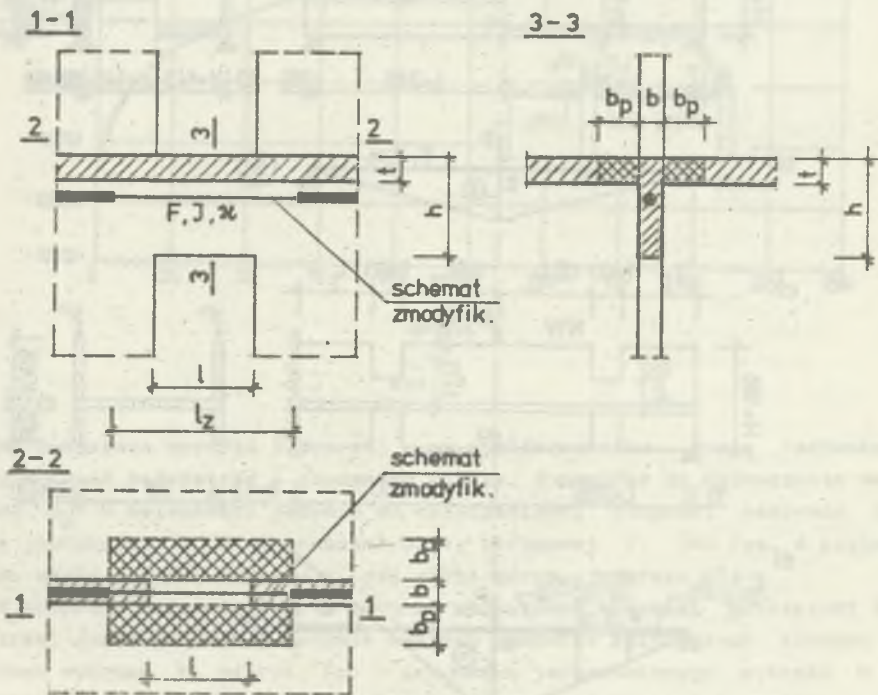
Wyrażenie (8) zweryfikowano badaniami eksperymentalnymi przeprowadzonymi w Instytucie Konstrukcji Budowlanych Politechniki Śląskiej na wykonanych w skali 1:14 gipsowych modelach ściennych elementów nadprzemianowych (rys. 5). Zastosowane tworzywo gipsowe odznaczało się liniową sprężystością w całym zakresie obciążeń oraz podobnym jak w betonie współczynnikowi odkształcenia poprzecznego.



Rys. 5

Ściany modeli typu NP bez wycięć (rys. 5a) oraz modeli typu NW z wycięciami (rys. 5c - lewa strona osi symetrii) obciążono w środku rozpiętości siłą P jako swobodnie podparte na końcach. Ściany modeli typu NW-u (rys. 5c - prawa strona osi symetrii) z identycznymi wycięciami jak modele typu NW obciążono jw. siłą P jako obustronnie utwierdzone. Ściany niektórych modeli typu NW i NW-u różniły się rozstawem wycięć l_{II} lub odstępów ścian $2c$ (rys. 5c oraz tabl. 2).

W zmodyfikowanych wg [10] statycznych schematach ścian modeli (rys. 5b,d) wprowadzono długości nadproży l_z większe od ich rzeczywistych długości l (rys. 5c,d). Występujące w tych schematach charakterystyki geometryczne (pole powierzchni F , moment bezwładności J oraz współczynnik kształtu przekroju α) przekrojów obliczeniowych poszczególnych prętowych elementów ścian modeli określono przy uwzględnieniu - wg nomogramu na rys. 4 - efektywnej szerokości współpracującej b_p płyty stropowej oraz uwag zawartych w p. 3, dotyczących obliczeniowych długości elementów l_p .



Rys. 6

Pomiarzone w punktach "a" ścian modeli (rys. 5) - w zmodyfikowanych statycznych schematach ścian wg rys. 5b i 5d - maksymalne ugięcia y_p zestawiono w tabelicy 2 obok wartości obciążeń skupionych P (równych siłom

Tablice 2

Porównanie pomierzonych i obliczonych wartości maksymalnych ugięć w ścianach modeli

Model	l_{II} mm	2c mm	P N	E MPa	Ugięcia maksymalne		$\delta = \frac{y_p - y_0}{y_p} \cdot 100$ %
					pomierzone y_p	obliczone y_0	
NP-1	-	290	2074	6220	0,415	0,384	7,5
NP-2	-	290	1465	6625	0,328	0,336	2,4
NW-1	136	90	118	6760	0,332	0,320	3,6
NW-2	136	190	270	7065	0,726	0,701	3,4
NW-3	136	290	165	7800	0,381	0,392	2,9
NW-4	136	390	162	7585	0,409	0,392	4,2
NW-5	380	290	246	7300	0,263	0,254	3,4
NW-u-1	136	90	740	4080	0,211	0,196	7,1
NW-u-2	136	190	725	4775	0,177	0,164	7,3
NW-u-3	136	290	506	5040	0,114	0,108	5,3
NW-u-4	136	390	701	4950	0,158	0,153	3,2
NW-u-5	380	290	662	5215	0,093	0,087	6,5

rysującym) oraz współczynnik sprężystości E tworzywa gipsowego i skonfrontowano z obliczonymi w tych punktach dla sił P ugięciami y_0 , stwierdzając odchyłki δ nie większe od 7,5%. Świadczy to o praktycznej przydatności proponowanej metody określenia wartości b_p .

Metodę tę stosować można także do wszystkich elementów ściennych o wymiarach zbliżonych do wymiarów nadproży.

Jak wykazało przeprowadzone w [10] porównanie różnych metod określenia wartości b_p , najbardziej zbliżone z proponowaną metodą wyniki dają metody zalecane przez CEB (por. [2]) i polskie normy żelbetowa [11, 12].

LITERATURA

- [1] Bechert H.: Die Voll mittragende Breite bei Plattenbalken. Beton und Stahlbetonbau 1955; Heft 12.
- [2] Brendel G.: Die mitwirkende Plattenbreite nach Theorie und Versuch. Beton und Stahlbetonbau 1960; Heft 8.
- [3] Fukuda T.: Ein Beitrag zur Lösung der mitwirkenden Breite. Report of the Institute of Industrial Science, The University of Tokyo, Vol. 12 1963; No. 15.

- [4] Stiglat K.: Einflussfelder rechteckiger und schiefer Platten mit Randbalken. Wilhelm Ernst u. Sohn, Berlin 1965.
- [5] Leonhardt F.: Vorlesungen über Massivbau. Teil I; Springer Verlag - Berlin - Heidelberg - New York 1973.
- [6] Diechinger F.: Massivbau (in: Taschenbuch für Bauingenieure). Bd. 1. 2 Auflage; Springer Verlag, Berlin 1955.
- [7] Girka K.: Dźwigary powierzchniowe (tłum. z jęz. niemieckiego): Arkady, Warszawa 1957.
- [8] Peterson H.: Analysis of loadbearing walls in multistorey buildings. Dissertation No 144; Chalmers University of Technology, Göteborg 1974.
- [9] Drozdow P.F., Le Tchi Chwan: Płaskie żelazobetonne perekrytija kak swjezi edwiga mezdju stolbami diafragma anogostaznogo zdanijs. Beton i żelazobeton 1972; Nr 10.
- [10] Małek E.: Analiza stanów granicznych w ścianach budynków mieszkalnych posiadających na terenach górniczych, w świetle badań na modelach. Praca doktorska; Politechnika Śląska, Gliwice 1979.
- [11] PN-58/B-03261: Betonowe i żelbetowe konstrukcje mostowe. Obliczenia statyczne i projektowanie.
- [12] PN-84/B-03264: Konstrukcje betonowe, żelbetowe i sprężone. Obliczenia statyczne i projektowanie.

ШИРИНЫ ПЛИТЫ ПЕРЕКРЫТИЯ ЭФФЕКТИВНО СОТРУДНИЧАЮЩИЕ С ПЕРЕМЫЧКАМИ СТЕН ЖИЛЫХ ЗДАНИЙ

Резюме

В работе представлен способ модификации метода Бехерта и построена номограмма для определения ширины плиты перекрытия эффективно сотрудничающих с перемычками стен. Этот способ проверен испытанием гипсовых моделей элементов с перемычками.

FLOOR SLAB WIDTHS COLLABORATING EFFECTIVELY WITH WALL LINTELS IN APARTMENT BUILDINGS

Summary

The way of Bechert's method modification is presented and the nomogram is build for determination the floor slab widths collaborating effectively with wall lintels. The method is verified by experimental tests of gypsum models of lintel elements.