

Zdzisław SULIMOWSKI

## STRATEGIA PRZYROSTÓW ZBROJENIA W SYSTEMIE PROJEKTOWANIA ŻELBET-3

**Streszczenie.** Dobór zbrojenia przekrojów żelbetowych poddanych działaniu naprężeń normalnych przyjęty w systemie na EMC ŻELBET-3 polega na poszukiwaniu rozwiązania optymalnego (w sensie minimum przekroju wkładek) ze zbioru rozwiązań konstrukcyjnie możliwych. W pracy podano strategię sterowania przyrostami zbrojenia prowadzącą najkrócej do rozwiązania optymalnego, opartą na wektorowej interpretacji nośności przekroju.

## 1. WSTĘP

W tradycyjnym sposobie projektowania przekrojów żelbetowych, dla zadanych wymiarów przekroju betonu i cech materiałowych oblicza się pola przekrojów zbrojenia  $F_{a1}$  i  $F_{a2}$  położonego przy dwóch przeciwległych krawędziach przekroju, prostopadłych do płaszczyzny obciążenia. Aby to uczynić, trzeba wcześniej określić (założyć) położenie środków ciężkości tych zbrojeń - najczęściej za pomocą odległości  $a_1, a_2$  do najbliższych krawędzi przekroju. Dalej wymaga to doboru konkretnych średnic i liczby prętów zbrojenia, rozmieszczenia zgodnie z warunkami normowymi i powtórzonego sprawdzenia nośności, dla przyjętych wartości konstrukcyjnych ( $kt$ ). Sprawdzenie to można pominąć tylko wtedy, gdy równocześnie  $\{obl. F_{a1} \geq kt F_{a1}, obl. a_1 \geq kt a_1, obl. F_{a2} \leq kt F_{a2}, obl. a_2 \leq kt a_2\}$ , co jest oczywiście możliwe, ale często prowadzi do przebrojenia przekroju. Dla smukłych elementów ściskanych do wyznaczenia siły krytycznej [1, wz.33] trzeba znać parametry zbrojenia, a ponieważ związki z wartościami momentu zginającego są nieliniowe [1, wz.32], zachodzi potrzeba wielokrotnego powtarzania obliczeń i wprowadzenia kryterium dokładności rozwiązania. Program oparty na takim sposobie projektowania nie może być należycie dostosowany do struktury obliczeń na maszynach cyfrowych.

W systemie projektowania ŻELBET-3 [2] przyjęto inną metodę rozwiązania. Polega ona na przeszukiwaniu zbioru rozwiązań konstrukcyjnie możliwych, to znaczy takich, które spełniają warunek nośności [1, 3]

$$N = N^0 \quad (1)$$

$$M_L^0 < M < M_p^0 \quad (2)$$

i z podzbioru rozwiązań dopuszczalnych wyszukanie optymalnego, za które uznano rozwiązanie o najmniejszym łącznym zbrojeniu  $F_{s1} + F_{s2}$  [4]. We wzorach powyższych  $N$  oznacza obliczeniową wartość siły osiowej, zaś  $N^0$  nośność przekroju na działanie takiej siły,  $M$  jest to obliczeniowa wartość sprzężonego z  $N$  momentu zginającego przekrój, natomiast  $M_L^0$  i  $M_P^0$  odpowiednio najmniejsza i największa nośność przekroju na działanie momentu zginającego. Znakowanie momentów zginających, sił, naprężeń i mimośrodków przyjęto według zasad stosowanych w mechanice (rozciąganie dodatnie, ściskanie ujemne). Wymiarom przekroju i wytrzymałościom nadaje się sens dodatnich skalarów.

Zbiór rozwiązań konstrukcyjnie możliwych uwarunkowany jest wymiarami przekroju betonu, dopuszczalnym zbiorem  $\{d\}$  średnic zbrojenia i warunkami konstrukcyjnymi, takimi jak rozmieszczenie wkładek, ich otulina, kierunek betonowania, rodzaj elementu (płyta, belka, słup) oraz związana z tym wymagania, np.: minimalna średnica i liczba wkładek, minimalny stopień zbrojenia itp.

W rezultacie otrzymujemy skończony zbiór przekrojów żelbetowych zróżnicowany co jedną wkładkę i co kolejną średnicę.

Biorąc pod uwagę przekrój zazbrojony maksymalnie skutecznie od razu możemy stwierdzić, czy poszukiwane rozwiązanie dopuszczalne znajduje się w zbiorze rozwiązań konstrukcyjnie możliwych.

Dla ekonomii obliczeń istotny jest sposób znajdowania rozwiązania optymalnego. W celu zminimalizowania liczby kolejnych kroków przeszukiwania opracowano specjalną procedurę, którą można streścić następująco:

1. Z tabeli średnic dopuszczalnych  $\{d\}$  wybieramy średnicę zalecaną  $d_z$ . Może ją zadeklarować projektant lub program generuje ją automatycznie w oparciu o przesłanki wynikające z umiarkowanego stopnia uzbrojenia.

2. Z przepisów normy i z  $\{d\}$  znajdujemy minimalną średnicę wkładek  $d_{min}$  i minimalną ich liczbę  $n_{min}$ .

3. W pierwszym kroku przyjmujemy  $d_{min}$  i  $n_{min}$ . W następnych, utrzymując  $n_{min}$ , powiększamy kolejno średnicę aż do  $d_z$ . Dalej zwiększamy kolejno liczbę wkładek o średnicy zalecanej aż do całkowitego możliwego wypełnienia przekroju w dwu rzędach z pewnymi ograniczeniami dla niskich elementów betonowanych przez czoło, gdzie stosuje się zbrojenie tylko w jednej warstwie. Również projektant może zadeklarować zbrojenie jednowarstwowe. Przechodzimy następnie do kolejnej większej średnicy, poczynając od liczby wkładek, przy której przekrój zbrojenia nie jest mniejszy od stwierdzonego w poprzednim kroku; znów powiększamy kolejno liczbę wkładek aż do całkowitego wypełnienia przekroju itd.

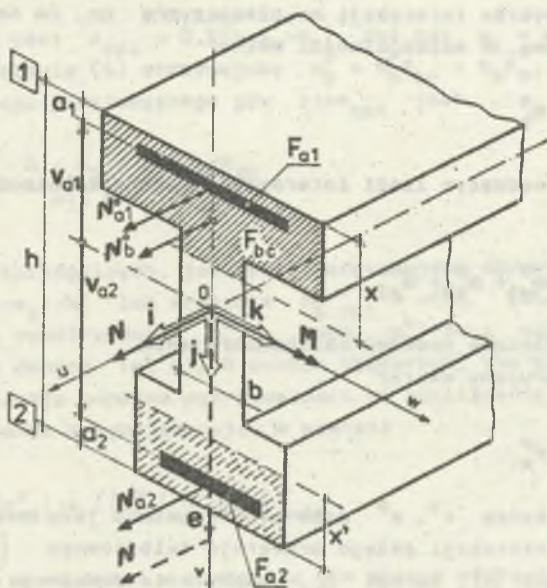
4. Za każdym krokiem sprawdzamy warunek nośności. Pierwsze rozwiązanie, przy którym zostaje spełniony, jest poszukiwanym rozwiązaniem optymalnym.

Zarysowane postępowanie wymaga jeszcze skutecznej strategii powiększania zbrojenia. Dla przekrojów pojedynczo zbrojonych zagadnienie jest

trywialna, ale gdy możemy powiązać  $F_{a1}$  lub  $F_{a2}$ , problem wyboru wcale nie jest jednoznaczny. W programie zastosowano strategię opartą na opracowanej przez autora wektorowej interpretacji nośności przekroju żelbetowego [5].

## 2. IDEA INTERPRETACJI WEKTOROWEJ

Weźmy pod uwagę przekrój poprzeczny pręta żelbetowego jak na rys. 1. Jego obciążenie stanowi sprzężona para zredukowanych sił wewnętrznych, siła osiowa  $N$  i moment zginający  $M$ . Ekwiwalentnym obciążeniem jest siła podłużna  $N$  działająca na ramieniu  $e$  takim, że  $N \times e = M$ .



Rys. 1. Model obliczeniowy przekroju żelbetowego

Biorąc pod uwagę stan graniczny nośności na naprężenia normalne wg założeń normy [1], z niezbędnymi uzupełnieniami [5], jesteśmy w stanie określić zbiór sprzężonych par

$$\{N_i = N^b, N_i = M\}, \quad (3)$$

przy których następuje realizacja nośności przekroju. Obrazem graficznym zbioru [3] jest wykres interakcji. Na podstawie przyjętych założeń możemy wyznaczyć wektory składowe, reprezentujące nośność betonu i zbrojenia

$$M^0 = M_b^0 + M_{a1}^0 + M_{a2}^0 \quad (4)$$

$$M^0 = M_b^0 + M_{a1}^0 + M_{a2}^0 \quad (5)$$

Definiując wektory sprowadzone o współrzędnych bezwymiarowych

$$n^0 = \frac{1}{R_b^0} M^0 \quad (6)$$

$$m^0 = \frac{1}{R_b^0} \frac{1}{h_{a1}} M^0 \quad (7)$$

transformujemy wykres interakcji na płaszczyznę  $O_n, O_m$  nadając mu interpretację wektorową. W szczególności wektor

$$r_b^0 = n_b^0 + m_b^0 \quad (8)$$

jest promieniem wodzącym linii interakcji przekroju betonowego, zaś wektor

$$r_a^0 = n_{a1}^0 + m_{a1}^0 + n_{a2}^0 + m_{a2}^0 \quad (9)$$

przedstawia uogólnioną nośność całego zbrojenia.

Wreszcie sumaryczny wektor

$$r^0 = r_b^0 + r_a^0 \quad (10)$$

o współrzędnych końca  $n^0, m^0$  może być rozumiany jako wektor wodzący sprowadzonej linii interakcji całego przekroju żelbetowego  $\{n^0, m^0\}$ .

Można udowodnić [5], że kąt  $\delta_{a1}$  nachylenia dowolnego wektora  $r_{a1}^0$  względem  $O_m$  wynosi

$$\delta_{a1} = \text{arctg}\left(\frac{v_{a1}}{\omega h}\right), \quad (11)$$

gdzie  $v_{a1}$  jest współrzędną odległości wektora  $M_{a1}^0$  od środka ciężkości przekroju betonowego, a zatem zależy wyłącznie od usytuowania rozważanego zbrojenia w przekroju. Współczynnik  $\omega$  ma zadanie normujące. Jego wartość dobieramy tak, by otrzymać dogodny obraz graficzny; np. dla  $v_{a2} = 0,4 h$  przyjmujemy  $\omega = 0,4$  po to, by  $\delta_{a2} = \pi/4$ .

Wektorową nośność zbrojenia możemy określić dla każdej wkładki. Pozwala to przedśledzić przyrosty nośności całego przekroju i znaleźć najlepszą jego efektywność.

## 3. PRZYROSTOWA STRATEGIA DOBORU WKŁADEK ZBROJENIA

W pracy [5] podano wektorową charakterystykę wykresu interakcji zaznaczając pasma nies efektywności zbrojenia górnego i dolnego. Sformułowano też warunek optymalizacyjny przekroju prostokątnego na minimum zbrojenia  $F_{a1} + F_{a2}$ . Warunek ten można rozszerzyć na dowolny przekrój symetryczny względem osi pionowej - dający się wpisać w przekrój dwuteowy (z braku miejsca dowód pomijamy); dla sytuacji gdy oś obojętna przecina środek przekroju, otrzymujemy:

$$x_{opt} = \frac{h - a_2 + a_1 R_{a1}/R_{a2}}{1 + R_{a1}/R_{a2}} \quad (12)$$

Dla  $R_{a1} = R_{a2}$  jest  $x_{opt} = 0,5(h + a_1 - a_2)$ , zaś gdy  $a_1 = a_2$  mamy  $x_{opt} = 0,5 h$ . Na podstawie (6) otrzymujemy  $n_b^0 = \zeta_b F_{bc} : R_b F_b$ , skąd dla  $\zeta_b = -R_b$  oraz dla przekroju prostokątnego gdy  $x = x_{opt}$  jest

$$n_b^0 opt = - \frac{h - a_2 + a_1 R_{a1}/R_{a2}}{h(1 + R_{a1}/R_{a2})} \quad (13)$$

Dla przypadków szczególnych, jak wyżej, otrzymujemy odpowiednio  $n_b^0 opt = -0,5 [1 - (a_2 - a_1) : h]$  lub wreszcie  $n_b^0 opt = -0,5$ . Zaczepienie wektora  $F_a^0$  w punkcie o współrzędnych  $n_b^0 opt$ , odp.  $m_b^0$  jest możliwe tylko dla pewnego obszaru danych  $(n, m)$ . W innych obszarach, tam gdzie zarówno  $F_{a1}$  jak i  $F_{a2}$  osiągają odnośne wytrzymałości na rozciąganie lub ściskanie, przyjmujemy warunek optymalizacyjny w postaci

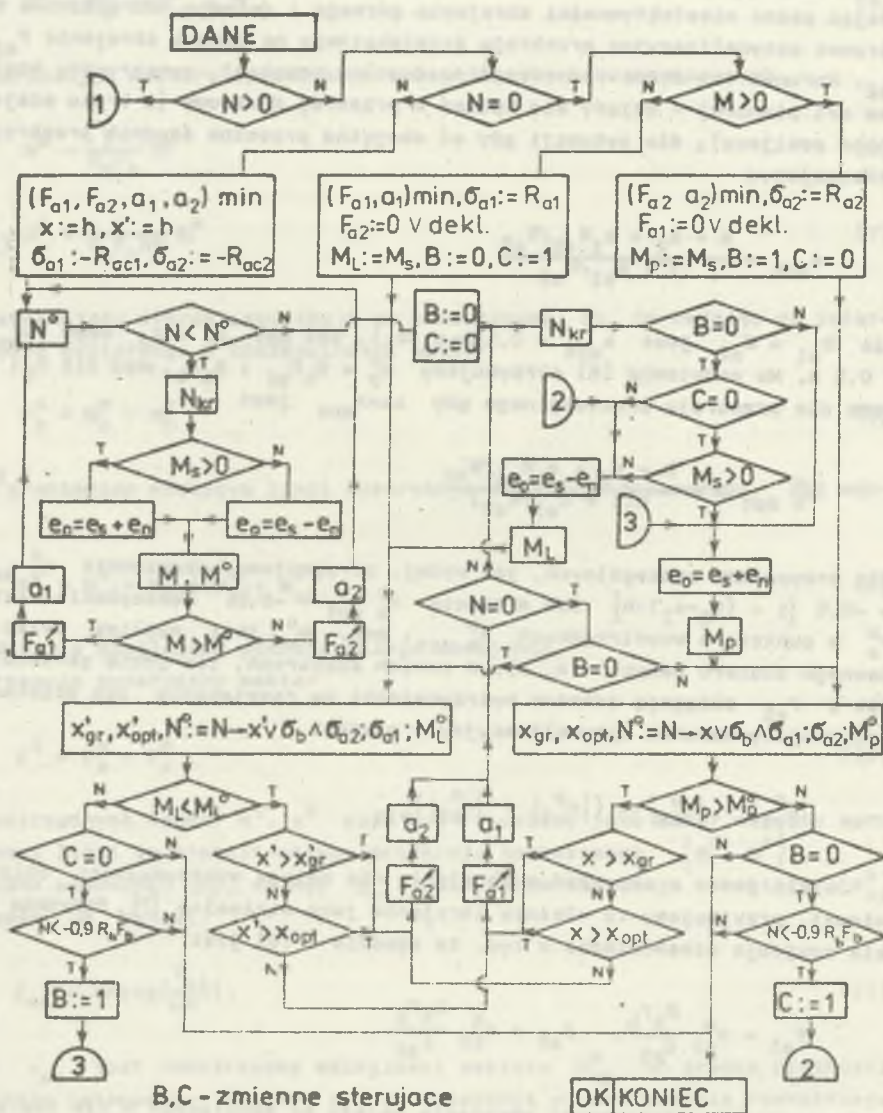
$$|n_{a1}^0| + |n_{a2}^0| := (|n_{a1}^0| + |n_{a2}^0|)_{min} \quad (14)$$

Jeżeli jedno z naprężeń w zbrojeniu nie osiąga wytrzymałości obliczeniowej, przyjmujemy to właśnie zbrojenie jako minimalne [7]. Podejście takie znajduje uzasadnienie w tym, że zgodnie z (6) jest

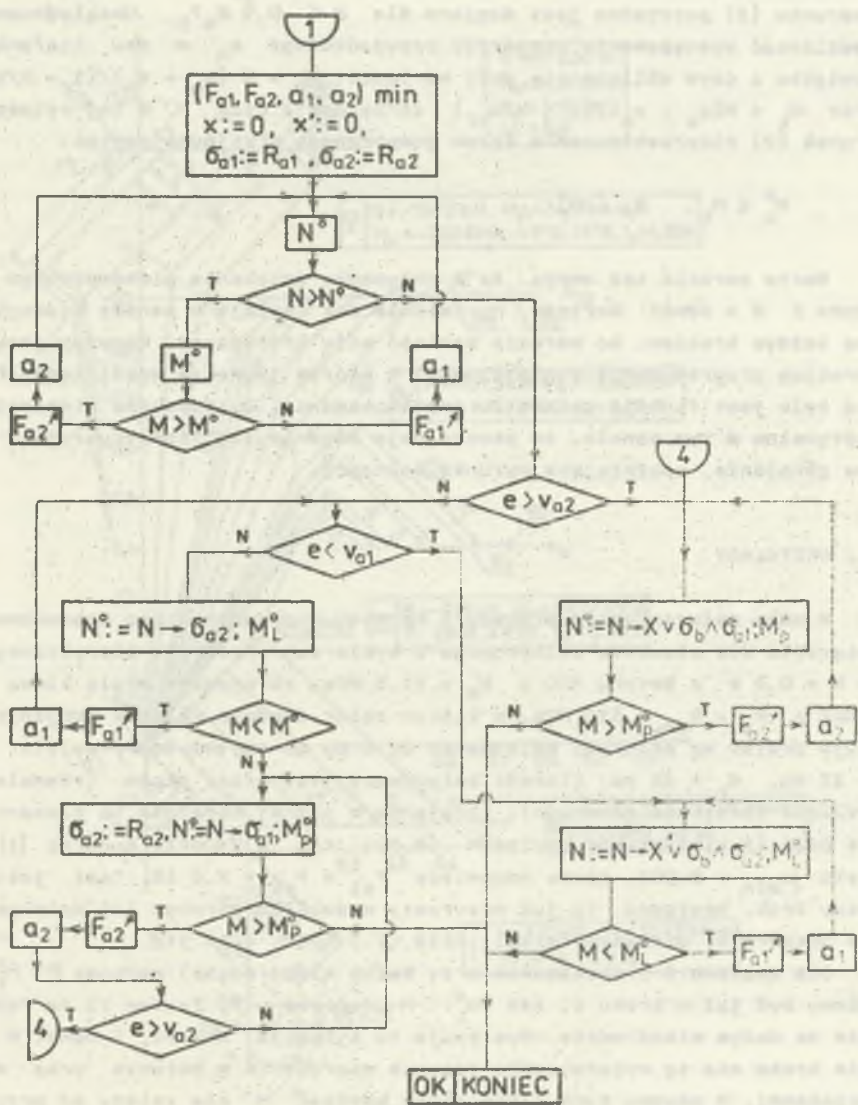
$$F_{a1} = n_{a1}^0 \frac{R_b F_b}{\zeta_{a1}}, \quad F_{a2} = n_{a2}^0 \frac{R_b F_b}{\zeta_{a2}}, \quad (15)$$

co oznacza, że efektywność zbrojenia zależy od panujących w nim naprężeń.

W przypadku przyrostowego doboru zbrojenia za pomocą wkładek dokładne osiągnięcie optymalnych punktów na wykresie interakcji betonu nie zawsze jest możliwe; sterowanie oparte jest na zasadzie zbliżenia  $x$  do wartości  $x_{opt}$  od tej strony, po której jest ono przekroczone - przez powiększenie odpowiednio zbrojenia  $F_{a1}$  lub  $F_{a2}$ .



Rys. 2. Algorytm sterowanie doborem zbrojenia przy ściskaniu i zginieniu



Rys. 3. Algorytm sterowania doboru zbrojenia przy rozciąganiu

Na rys. 2 i 3 podane są oparte na tej zasadzie procedury sterujące przyrostem zbrojenia. Dwustronne sprawdzenie warunku momentów (2) potrzebne jest dla przypadku rozciągania na małym mimośrodku; oszacowano, że dla przypadku ściskania na małym mimośrodku ( $x > x_{gr}$ ) dwustronne sprawdzenie warunku (2) potrzebne jest dopiero dla  $N < -0,9 R_b F_b$ . Uwzględniono też możliwość występowania mimośrodu przypadkowego  $e_n$  w dwu kierunkach, w związku z czym oblicza się dwie wartości:  $M_p = N(e_n + e_n)/(1 - N/N_{kr})$  oraz  $M_L = N(e_n - e_n)/(1 - N/N_{kr})$  sprzężone z siłą  $N$ . W tej sytuacji warunek (2) nieprzekroczenia stanu granicznego przyjmuje postać:

$$M_L^0 < M_L, \quad M_p < M_p^0 \quad (16)$$

Warto zwrócić też uwagę, że w przypadku ściskania mimośrodowego sprzężona z  $N = \text{const}$  wartość  $M$  zmienia się (maleje w sensie bezwzględnym) za każdym krokiem, bo wzrasta wartość siły krytycznej. Rozwiązujemy zatem problem programowania dynamicznego, w którym jedna ze współrzędnych punktu celu jest funkcją parametru przeszukiwania. Zastosowana strategia jest optymalna w tym sensie, że zawsze daje najmniejsze, konstrukcyjnie możliwe zbrojenie, spełniające warunki nośności.

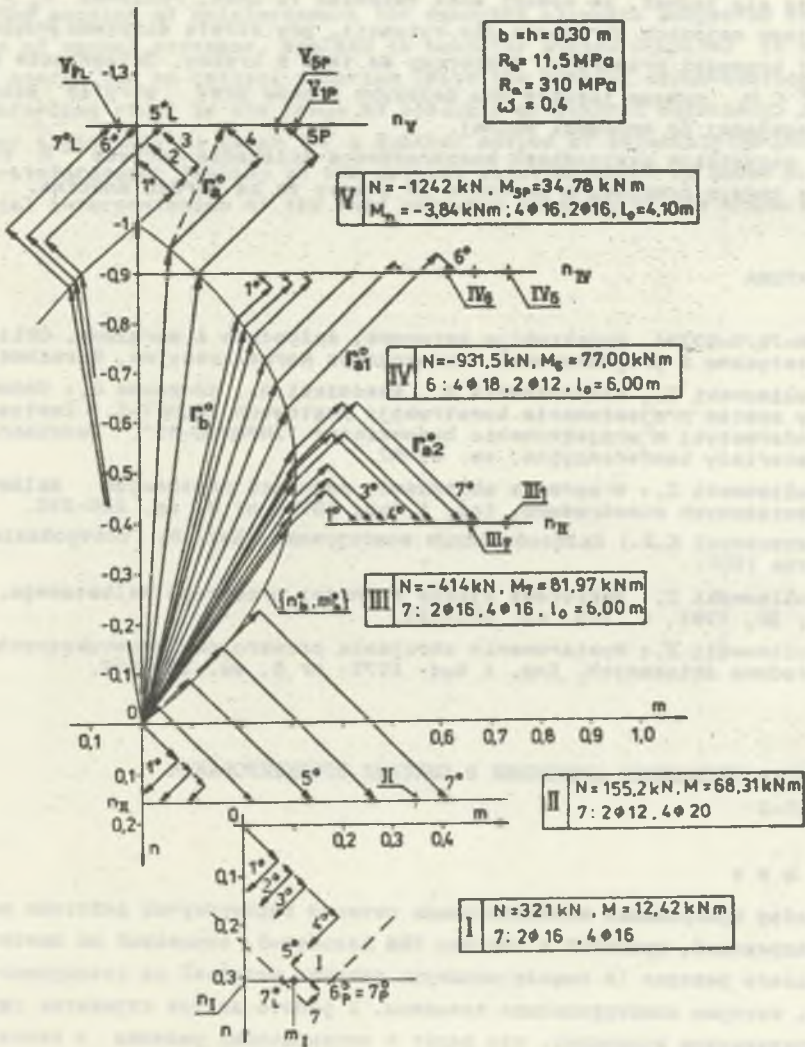
#### 4. PRZYKŁADY

W celu zilustrowania procedury na rys. 4 przedstawiono poszukiwane rozwiązanie dla elementu żelbetowego o wymiarach przekroju poprzecznego  $b = h = 0,3$  m z betonu B20 o  $R_b = 11,5$  MPa, zbrojonego stalą klasy A-II; 18G2 o  $R_s = R_{sc} = 310$  MPa, w którym zbiór średnic wkładek zbrojenia obejmuje zestaw wg programu walcowania od 6 do 25 mm, przy czym przyjęto  $d_{min} = 12$  mm,  $d_2 = 16$  mm. Element betonowy jest przez czoło (równoległe do wkładek zbrojenia głównego); zbrojenie w jednej warstwie. Na element działa pięć (I-V) zestawów obciążeń  $(N, M)$ ; rys. 4. Zgodnie z normą [1] przyjęto  $\mu_{min} = 0,002$ , czemu odpowiada  $F_{s1} = F_{s2} = 2 \phi 12$ . Teki jest pierwszy krok. Następnie, to już przyrosty w pobliżu górnego lub dolnego wiązka na przekroju. Otrzymamy ciąg:  $2\phi 14, 2,3,4\phi 16, 4\phi 18$  itd.

Dla zestawu I (rozciąganie przy małym mimośrodku) warunek  $M < M_p^0$  spełniony był już w kroku 6, zaś  $M_L^0 < M$  dopiero w 7. Zestaw II to rozciąganie na dużym mimośrodku. Występuje tu sytuacja  $x = 2a_1$  i nawet w ostatnim kroku nie są wykorzystane jeszcze naprężenia w betonie oraz w stali ściskanej. W obydwu tych przypadkach wartość  $M$  nie zależy od przyjętego zbrojenia (jeżeli pominąć jego wpływ na położenie osi pręta).

Dla zestawu III (ściskanie przy dużym mimośrodku) początek wektora  $F_b^0$  ślizgający się po linii interakcji przekroju betonu najpierw zbliża się, a następnie oscyluje wokół punktu  $n_b^0 \text{ opt} \cdot m_b^0 \text{ odp}$ .





Rys. 4. Przykłady doboru zbrojenia

Zestaw IV to przypadek ściskania przy małym mimośrodku, gdy  $N > N_b^0$ . Naprężenia w zbrojeniu  $F_{s2}$  są wyraźnie nie wykorzystane i nawet zmieniają znak w trakcie dochodzenia do rozwiązania.

Wreszcie zestaw V - też mały mimośrodek przy ściskaniu, lecz dla  $N < N_b^0$ ; okazuje się jednak, że moment może zmieniać tu znak. Ponieważ  $M_s > 0$  projektujemy najpierw zbrojenie dla sytuacji, gdy strefa ściskana przylega do górnej krawędzi przekroju. Wystarczy do tego 5 kroków. Osiągnięcie warunku  $M_L^0 < M_L$  wymaga jeszcze dwu dalszych kroków przy strefie ściskanej przylegającej do krawędzi dolnej.

We wszystkich przypadkach mimośrodkowego ściskania wartość  $M$  zmienia się za każdym krokiem; w zestawie IV zmiany te są bardzo znaczne.

#### LITERATURA

- [1] PN-76/B-03264, Konstrukcje betonowe, żelbetowe i sprężone. Obliczenia statyczne i projektowanie. Wydawnictwa Normalizacyjne, Warszawa 1977.
- [2] Sulimowski Z., Kłiszczewicz R., Kwaśnicki J., Korzekwa S.: Uniwersalny system projektowania konstrukcji prętowych ŻELBET-3. Zastosowanie informatyki w projektowaniu budownictwa "INFOPRO-83". Jadwisin 1983. Materiały konferencyjne, ss. 81-87.
- [3] Sulimowski Z.: W sprawie obliczania nośności przekrojów żelbetowych obciążonych mimośrodkowo. Inż. i Bud. 1979; nr 6, ss. 225-230.
- [4] Сахновский К.В.: Железобетонные конструкции. Изд. 8; Госстройиздат, Москва 1959.
- [5] Sulimowski Z.: Wektorowe ujęcie nośności przekroju żelbetowego. AIL, t. 30, 1984, z. 2-3, ss. 515-533.
- [6] Sulimowski Z.: Wymiarowanie zbrojenia przekrojów prostokątnych mimośrodkowo ściskanych. Inż. i Bud. 1979; nr 8, ss. 289-292.

#### СТРАТЕГИЯ ПРИРАДЕНИЯ АРМИРОВКИ В СИСТЕМЕ ПРОЕКТИРОВАНИЯ ЖЕЛБЕТ-3

#### Р е з ю м е

Подбор армирования железобетонных сечений подвергнутых действию нормальных напряжений, принятый в системе ЭВМ Жельбет-3, основанный на поиске оптимального решения (в смысле минимума сечения вставок) из совокупности решений, которые конструкционно возможны. В работе даётся стратегия управления приращением армировки, что ведёт к оптимальному решению в основано на векторной интерпретации несудей способности сечения.

THE STRATEGY OF THE REINFORCEMENT INCREMENTS IN THE DESIGN COMPUTER SYSTEM ZELBET-3

Summary

The section of reinforcement for concrete elements subjected to the action of normal stresses, applied in computer system ZELBET-3 is based on the search for an optimal solution (with the minimal cross-section area of reinforcing rods) in the range of possible structural solutions. In this paper a strategy is given for a quicker method of adjusting the increments of reinforcement leading to the optimal solution which is based on the vectorial interpretation of the load carrying capacity of the cross-section.

W niniejszym artykule przedstawiono strategię przyrostów zbrojenia elementów konstrukcyjnych podlegających działaniu normalnym, zastosowaną w systemie komputerowym ZELBET-3. Strategia ta opiera się na poszukiwaniu rozwiązania optymalnego (z minimalną powierzchnią przekroju zbrojenia) w zakresie możliwych rozwiązań konstrukcyjnych. W tym artykule przedstawiono strategię szybszego dostosowania przyrostów zbrojenia prowadzących do rozwiązania optymalnego, opartą na interpretacji wektorowej nośności przekroju.

1. WSTĘP

W niniejszym artykule przedstawiono strategię przyrostów zbrojenia elementów konstrukcyjnych podlegających działaniu normalnym, zastosowaną w systemie komputerowym ZELBET-3. Strategia ta opiera się na poszukiwaniu rozwiązania optymalnego (z minimalną powierzchnią przekroju zbrojenia) w zakresie możliwych rozwiązań konstrukcyjnych. W tym artykule przedstawiono strategię szybszego dostosowania przyrostów zbrojenia prowadzących do rozwiązania optymalnego, opartą na interpretacji wektorowej nośności przekroju.

W niniejszym artykule przedstawiono strategię przyrostów zbrojenia elementów konstrukcyjnych podlegających działaniu normalnym, zastosowaną w systemie komputerowym ZELBET-3. Strategia ta opiera się na poszukiwaniu rozwiązania optymalnego (z minimalną powierzchnią przekroju zbrojenia) w zakresie możliwych rozwiązań konstrukcyjnych. W tym artykule przedstawiono strategię szybszego dostosowania przyrostów zbrojenia prowadzących do rozwiązania optymalnego, opartą na interpretacji wektorowej nośności przekroju.

$$\sigma = \sigma_0 + \sigma_1 \cos \alpha + \sigma_2 \sin \alpha \quad (1)$$

W niniejszym artykule przedstawiono strategię przyrostów zbrojenia elementów konstrukcyjnych podlegających działaniu normalnym, zastosowaną w systemie komputerowym ZELBET-3. Strategia ta opiera się na poszukiwaniu rozwiązania optymalnego (z minimalną powierzchnią przekroju zbrojenia) w zakresie możliwych rozwiązań konstrukcyjnych. W tym artykule przedstawiono strategię szybszego dostosowania przyrostów zbrojenia prowadzących do rozwiązania optymalnego, opartą na interpretacji wektorowej nośności przekroju.

$$\sigma = \int \int \int \sigma_0 + \sigma_1 \cos \alpha + \sigma_2 \sin \alpha \quad (2)$$

W niniejszym artykule przedstawiono strategię przyrostów zbrojenia elementów konstrukcyjnych podlegających działaniu normalnym, zastosowaną w systemie komputerowym ZELBET-3. Strategia ta opiera się na poszukiwaniu rozwiązania optymalnego (z minimalną powierzchnią przekroju zbrojenia) w zakresie możliwych rozwiązań konstrukcyjnych. W tym artykule przedstawiono strategię szybszego dostosowania przyrostów zbrojenia prowadzących do rozwiązania optymalnego, opartą na interpretacji wektorowej nośności przekroju.