

Krzysztof KLUSZCZYŃSKI

METODA 4-FAZOWYCH SKŁADOWYCH SYMETRYCZNYCH W ANALIZIE I KOMPUTEROWO WSPOMAGANYM PROJEKTOWANIU JEDNOFAZOWYCH SILNIKÓW Z POMOCNICZYM UZWOJENIEM ZWARTYM

Streszczenie. Przedstawiono metodę obliczeń silników jednofazowych z pomocniczym uzwojeniem zwartym, opartą na modelu maszyny 4-fazowej i na metodzie 4-fazowych składowych symetrycznych. Zaproponowano metodę umożliwiającą uwzględnianie w przybliżony sposób nieliniowości głównego obwodu magnetycznego oraz nasycania się bocznika magnetycznego. Opracowano program obliczeń na maszynę cyfrową. Wykonano obliczenia ilustrujące wpływ wybranych parametrów konstrukcyjnych na charakterystykę mechaniczną silnika.

1. Wstęp

Indukcyjne silniki jednofazowe ze zwartym uzwojeniem pomocniczym są stosowane w sprzęcie powszechnego użytku. Zróżnicowane wymagania dotyczące własności eksploatacyjnych i wymiarów zewnętrznych są przyczyną dużej różnorodności spotykanych rozwiązań. Zasadnicze znaczenie posiada obwód elektromagnetyczny stojana, a zwłaszcza boczniki magnetyczne i zwoje zwarte. Są one elementami, poprzez które w istotny sposób można wpływać na kształt charakterystyki mechanicznej.

Dążenie do zapewnienia optymalnych własności eksploatacyjnych silnika oraz dopasowania jego wymiarów w przypadku różnych urządzeń mechanicznych wymaga efektywnych metod obliczeniowych, mogących współdziałać z różnymi metodami programowania matematycznego. Efektywność metod obliczeń elektromagnetycznych, przewidywanych jako podprogramy w programach komputerowo wspomaganego projektowania wyraża się z jednej strony w dokładności obliczeń, z drugiej zaś strony - w ich szybkości (miarą jest czas przeliczenia pojedynczego wariantu). Do istotnych walorów należy również zaliczyć uniwersalność metod, a więc możliwość uwzględniania różnych rozwiązań (np. różnej liczby zwojów zwartych).

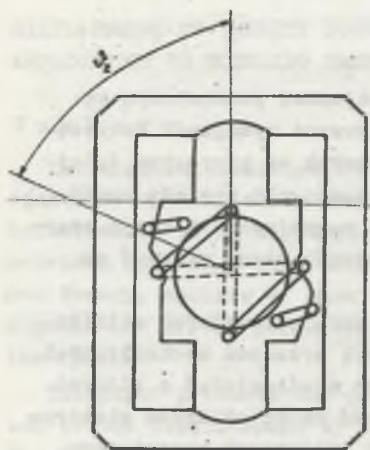
Szczególnie korzystna z punktu widzenia CAD byłaby metoda, obejmująca wszystkie indukcyjne silniki jednofazowe.

W publikacjach [3] [4] przedstawiono metodę obliczeń silników jednofazowych z kondensatorem roboczym o dowolnym układzie połączeń uzwojeń stojana (połączenie L, połączenie T, połączenia umożliwiające nastawę dwóch lub trzech prędkości obrotowych oraz zmianę kierunku obrotów), opartą na metodzie 4-fazowych składowych symetrycznych.

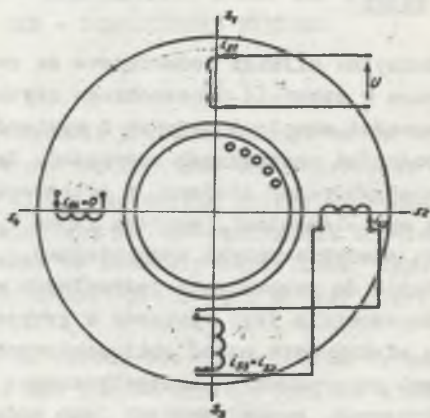
Niniejsza praca jest próbą rozszerzenia tejże metody na silniki indukcyjne ze zwartym uzwojeniem pomocniczym i dotyczy wyłącznie silników o równomiernej szczelinie powietrznej.

2. Metoda 4-fazowych składowych symetrycznych w obliczeniach elektromagnetycznych silników ze zwartą fazą pomocniczą

Na wstępie rozważmy jednofazowy silnik indukcyjny z jednym uzwojeniem pomocniczym. Przy analizie zjawisk związanych ze strumieniem magnetycznym głównym czyni się zazwyczaj założenie, że bok zewnętrzny (nie umieszczony w żłobku) leży w osi prostopadłej do osi uzwojenia głównego. Rozszerzmy to założenie zakładając ponadto, że drugi z boków znajduje się w osi uzwojenia głównego (taki zwój zwarty o poskoku równym połowie podziałki biegunowej będziemy określać jako zastępczy). Kąt elektryczny pomiędzy osią uzwojenia głównego a osią zwoju zastępczego wynosi wówczas $\frac{\pi}{4}$.



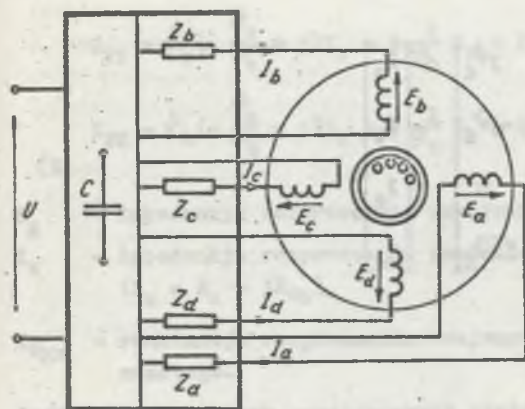
Rys. 1. Zwoje zwarte; rzeczywiste i równoważne
Fig. 1. Shaded coil; real equivalent and replacing one



Rys. 2. Silnik ze zwartym uzwojeniem pomocniczym jako niesymetryczna maszyna 4-fazowa

Fig. 2. Shaded-pole motor as asymmetrical four-machine

Jest to istotne uproszczenie, znacznie jednak mniejsze niż to, które przyjmuje wielu autorów, a mianowicie, że osie obu uzwojeń: głównego i zwartego są wzajemnie prostopadłe i tworzą kąt $\frac{\pi}{2}$. W większości silników kąt pomiędzy osiami uzwojeń zawiera się w granicach 50° - 55° , a więc przyjęcie w modelu wartości 45° jest znacznie bliższe stanowi faktycznemu. Zastępcze zwoje zwarte (o rozpiętości równej połowie podziałki biegunowej) można przekształcić do równoważnej postaci dwóch zwojów wzajemnie prostopadłych



Rys. 3. Symetryczna maszyna 4-fazowa i asymetryczny układ zasilania

Fig. 3. Symmetrical four-phase machine and asymmetrical supply circuit

o rozpiętości równej podziące biegunowej (nazywać je będziemy zwojami równoważnymi). Ostatecznie więc model silnika przyjmuje postać podana na rys. 2.

Przy przyjętych założeniach jednofazowy silnik ze zwartym uzwojeniem pomocniczym jest więc niesymetryczną maszyną 4-fazową. Asymetria dotyczy liczby zwojów, średnicy przewodów (przekroju zwojów zwartych) oraz niesymetrycznego połączenia uzwojeń stojana. Wyodrębniając rezystancje i reaktancje rozproszenia stojana i traktując je formalnie jako obciążenie zewnętrzne można

niesymetryczną maszynę 4-fazową analizować jako symetryczną maszynę 4-fazową (niesymetrię dotyczącą liczby zwojów można łatwo usunąć na drodze transformacji zwojowej) przyłączoną do sieci jednofazowej poprzez asymetryczny układ zasilający (zawiera on wyodrębnione wcześniej rezystancje i indukcyjności rozproszenia stojana).

W stanie ustalonym macierz transformacji dla maszyny 4-fazowej przyjmuje postać będącą iloczynem macierzy 4-fazowych składowych symetrycznych i macierzy transformacji zwojowej:

- dla napięć

$$\begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_{O1} \\ E_{O2} \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} & 1 \\ 1 & \frac{\sqrt{2}}{2} & -\frac{\sqrt{2}}{2} & 1 \\ \sqrt{2} & 0 & \frac{\sqrt{2}}{2} & 0 \\ 0 & \frac{\sqrt{2}}{2} & 0 & \frac{\sqrt{2}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_a \\ E_b \\ E_c \\ E_d \end{bmatrix} \quad (1)$$

- dla prądów

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_{O1} \\ I_{O2} \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & -j\psi_b & -\psi_o & j\psi_d \\ 1 & j\psi_b & -\psi_o & -j\psi_d \\ \sqrt{2} & 0 & \sqrt{2}\psi_o & 0 \\ 0 & \sqrt{2}\psi_b & 0 & \sqrt{2}\psi_d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_o \\ I_d \end{bmatrix} \quad (2)$$

gdzie:

$$\psi_i = \frac{z_i}{z_a} \quad (i = b, c, d),$$

z_a, z_b, z_c, z_d - liczby zwojów poszczególnych faz stojana (w rozważanym przypadku $z_b = z_c = 1, z_d = 0$).

Współrzędna o indeksie 1 wyznacza składową zgodną, współrzędna o indeksie 2 - składową przeciwną, a współrzędne O1 i O2 - składowe zerowe. Relacje pomiędzy składowymi symetrycznymi prądów a napięciem zasilania U otrzymuje się w wyniku rozwiązania równań Kirchoffa dla asymetrycznego układu zasilającego:

$$I_1 = \frac{2UZ_{22}}{Z_{11}Z_{22} - Z_{12}Z_{21}}$$

$$I_2 = \frac{-2UZ_{21}}{Z_{11}Z_{22} - Z_{12}Z_{21}}$$

$$I_{O1} = \frac{1}{\sqrt{2}\psi_b} \left\{ [(1-j)\psi_b + 2j\psi_o] I_1 + [(1+j)\psi_b - 2j\psi_o] I_2 \right\} \quad (3)$$

$$I_{O2} = \frac{1}{\sqrt{2}\psi_b} \left\{ [(1+j)\psi_b + 2j\psi_o] I_1 + [(1-j)\psi_b - 2j\psi_o] I_2 \right\}$$

gdzie impedancje charakterystyczne:

$$Z_{11} = Z_1 + 2(1 + j \frac{\psi_o}{\psi_b})Z_g - \frac{2}{\psi_b} X_{G_{gz}},$$

$$Z_{12} = Z_2 + 2(1 - j \frac{\psi_o}{\psi_b})Z_g + \frac{2}{\psi_b} X_{G_{gz}},$$

$$Z_{21} = \psi_b \left(-\frac{\psi_c}{\psi_b} + j \right) Z_1 + j \frac{2}{\psi_b} Z_2 + 2 \left(\frac{\psi_c}{\psi_b} + j \right) X_{G_{gz}},$$

$$Z_{22} = \psi_b \left(-\frac{\psi_c}{\psi_b} - j \right) Z_2 - j \frac{2}{\psi_b} Z_3 - 2 \left(\frac{\psi_c}{\psi_b} - j \right) X_{G_{gz}}$$

Z_G - impedancja rozproszenia uzwojenia głównego ($Z_G = R_G + jX_{G_{gz}}$),

Z_Z - impedancja rozproszenia pomocniczego uzwojenia zwartego ($Z_Z = R_Z + jX_{G_{gz}}$),

$X_{G_{gz}}$ - reaktancja rozproszenia wzajemnego uzwojenia głównego i uzwojenia zwartego.

Znajomość składowych symetrycznych prądów umożliwia wyznaczenie wszystkich pozostałych wielkości elektrycznych i magnetycznych (wzory te, identyczne jak dla silników z kondensatorem pracy, zawarte są w pracy [4]).

Błąd wynikający z przyjęcia kąta położenia osi zwoju zwartego ψ (zamiast rzeczywistego kąta ψ_b) można zmniejszyć przyjmując, że liczba zwojów w równoważnych uzwojeniach zwartych (wynosząca $z_b = z_{o1} = 1$) jest różna i taka, że harmoniczne główne przepływu magnetycznego rzeczywistych uzwozwarowanych i równoważnych uzwojeń zwartych są identyczne. Spełnienie powyższego warunku prowadzi do liczby zwojów, określonych wzorami:

$$z_b = \sin \frac{\psi}{2} \cos \frac{\psi}{2}$$

$$z_o = \sin \frac{\psi}{2} \sin \frac{\psi}{2}.$$

W taki sam jak opisany powyżej sposób można przeprowadzić analizę silnika z dwoma pomocniczymi uzwojeniami zwartymi. Modelem, do którego przekształca się wówczas silnik, jest niesymetryczna maszyna 4-fazowa o podwójnym uzwojeniu stojana.

Przedstawioną metodę obliczeń obwodu elektromagnetycznego wraz z koncepcją przybliżonego uwzględniania kąta położenia zwojów zwartych sprawdzono na przykładzie silników DF-1180 oraz SAZ-1,9 tr. produkowanych przez PSM SILMA.

3. Przybliżona metoda uwzględniania nieliniowości obwodu magnetycznego silników z pomocniczymi uzwojeniami zwartymi

Obliczenia elektromagnetyczne, oparte na metodzie 4-fazowych składowych symetrycznych, można uściślić uwzględniając, chociażby w przybliżony sposób, nasycenie się obwodu magnetycznego głównego, a przede wszystkim - bocznika magnetycznego.

W klasycznej teorii maszyn nieliniowość charakterystyki magnesowania obwodu głównego 3-fazowych maszyn indukcyjnych, zasilanych 3-fazowym symetrycznym układem napięć, uwzględnia się w przybliżony sposób za pomocą współczynnika nasycenia k_n . W niniejszej pracy metodę tę rozszerzono, wprowadzając dodatkowo współczynnik charakteryzujący nasycenie się bocznika magnetycznego (jego definicja jest związana z konstrukcją bocznika).

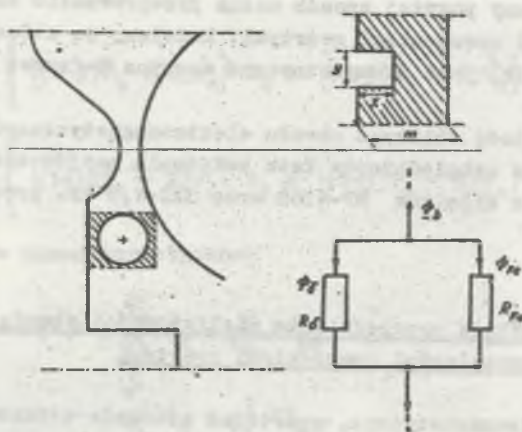
Współczynnik nasycenia obwodu magnetycznego głównego k_n obliczano w tradycyjny sposób opierając się na krzywych $\alpha_1 = f(k_\alpha)$ i $k_B = f(k_\alpha)$ dla zastępczego pola kołowego (zastępcze kołowe pole magnetyczne indukuje w uzwojeniu głównym takie samo napięcie jak rzeczywiste pole eliptyczne) o amplitudzie, określonej wzorem:

$$\beta = \frac{|I_1 Z_1 + I_2 Z_2|}{\beta k_B I_{s_a} k_{na} \alpha_1 \beta} \quad (5)$$

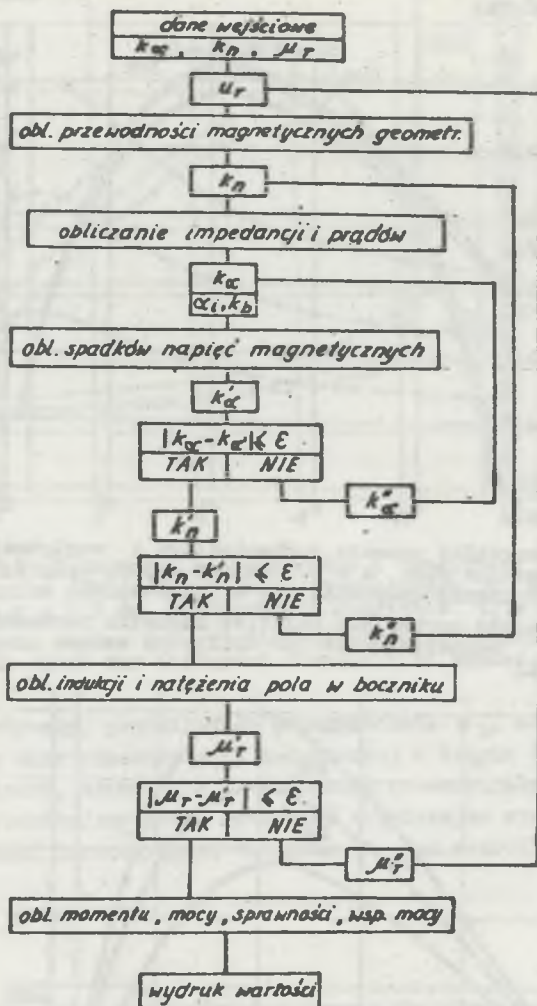
Względna przenikalność bocznika μ_r zdefiniowano dla bocznika magnetycznego, którego reluktancję można zmieniać poprzez wykonywanie odpowiednich wycięć. Przyjęto, że reluktancja bocznika jest związana wyłącznie z fragmentem obejmującym wycięcie. Poprzez pozorne powiększenie wycięcia można formalnie uwzględnić reluktancję pozostałej części bocznika.

Permeanoję geometryczną zastępczego bocznika magnetycznego określa wzór:

$$\chi_b = \frac{\chi}{\gamma} + \mu_r \left(\frac{\beta}{\gamma} - \frac{\chi}{\gamma} \right) \quad (6)$$



Rys. 4. Zastępczy bocznik magnetyczny i jego schemat
Fig. 4. Magnetic shunt and its equivalent circuit



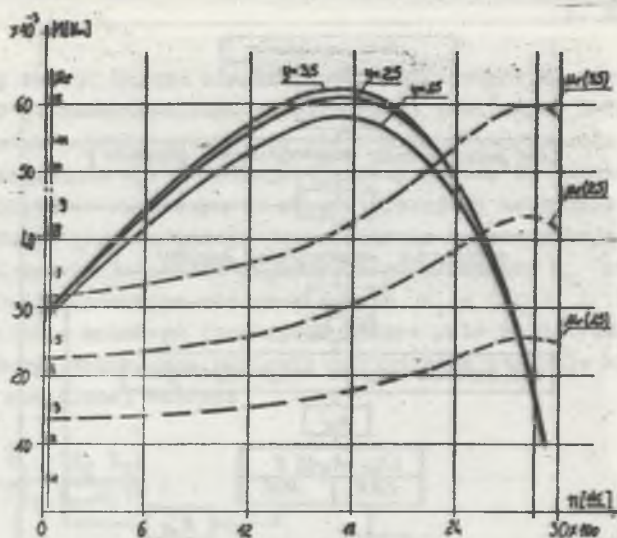
Rys. 5. Schemat blokowy obliczeń obwodu elektromagnetycznego z uwzględnieniem nieliniowości obwodu głównego i bocznika magnetycznego

Fig. 5. Block diagram of performance calculations taking into account non-linear magnetization curves

gdzie:

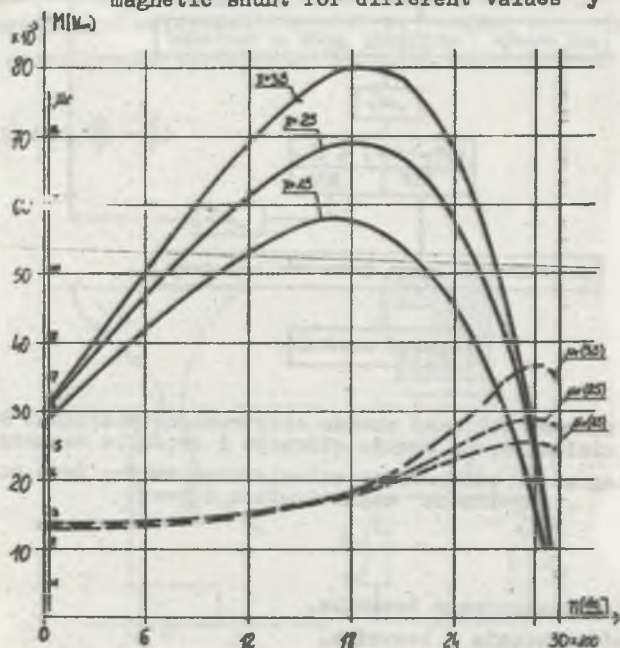
- m - szerokość zastępczego bocznika,
- x - szerokość wycięcia w boczniku,
- y - długość wycięcia w boczniku.

Schemat obwodu magnetycznego bocznika przedstawia rys. 4.



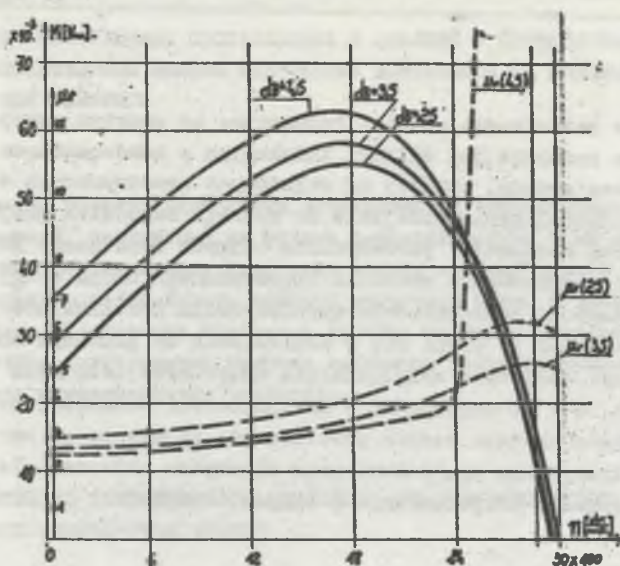
Rys. 6. Charakterystyka momentu mechanicznego i względnej przenikalności magnetycznej bocznika dla: $x = 1,5$ mm, $y = 1,5, 2,5, 3,5$ mm, $m = 4,5$.
Współczynnik nasycenia $k_n = 1,217-1,208$

Fig. 6. Torque-speed curves and relative magnetic permeability curves of magnetic shunt for different values y



Rys. 7. Charakterystyka momentu mechanicznego i względnej przenikalności magnetycznej bocznika dla: $y = 1,5$ mm, $x = 1,5, 2,5, 3,5$ mm, $m = 4,5$

Fig. 7. Torque-speed curves and relative magnetic permeability curves of magnetic shunt for different values x



Rys. 8. Charakterystyka momentu mechanicznego i względnej przenikalności magnetycznej bocznika dla średnicy zwoju ekranującego $d_B = 2,5, 3,5, 4,5$ mm przy $x = y = 1,5$ mm. Współczynnik nasycenia $k_n = 1,217-1,208$

Fig. 8. Torque-speed curves and relative magnetic permeability curves of magnetic shunt for different diameters of shaded coils d_B

Strumień magnetyczny, przenikający przez bocznik Φ_b , można wyznaczyć na podstawie siły elektromotorycznej indukowanej w drugim (ekranującym) uzwojeniu pomocniczym, strumień Φ_{Fe} (strumień przenikający przez żelazo) i Φ (strumień przenikający przez wycięcie) - opierając się na schemacie z rys. 4, a względną przenikalność bocznika μ_r ze wzoru:

$$\mu_r = \frac{B_{Fe}}{B_g}$$

Uproszczony schemat blokowy obliczeń obwodu elektromagnetycznego przy uwzględnieniu nieliniowości obwodu głównego i bocznika magnetycznego przedstawiono na rys. 5.

Program obliczeń sprawdzono na przykładzie silnika SAZ-1,9 tr. Między innymi wykonano obliczenia ilustrujące wpływ szerokości i długości wycięcia w boczniku magnetycznym oraz średnicy zwoju ekranującego na charakterystykę mechaniczną (rys. 6, 7 i 8). Na tle poszczególnych charakterystyk naniesiono przebieg współczynnika przenikalności magnetycznej μ_r bocznika. Wartość współczynnika nasycenia k_n ulega nieznacznym wahaniom (zakres jego zmian podano wprost na rysunkach).

4. Wnioski

Wykazano, że jednofazowe silniki indukcyjne ze zwartym uzwojeniem pomocniczym można podobnie jak silniki indukcyjne z kondensatorem pracy analizować za pomocą metody, opartej na składowych symetrycznych 4-fazowych. Pozwala to na ujednotwienie podejścia do szeregu zagadnień projektowych, a ponadto stwarza możliwości porównywania różnych rozwiązań. Nieliniowość charakterystyki magnesowania bocznika magnetycznego można uwzględnić w przybliżony sposób za pośrednictwem współczynnika przenikalności magnetycznej μ_r , podobnie jak to czyni się w odniesieniu do głównego obwodu magnetycznego maszyny. Możliwość uwzględnienia wszystkich istotnych parametrów konstrukcyjnych, a w szczególności - nieliniowości bocznika, przy równocześnie stosunkowo krótkim czasie przeliczenia pojedynczego wariantu pozwala na wykorzystywanie przedstawionego algorytmu obliczeń elektromagnetycznych w programach projektowania i optymalizacji.

LITERATURA

- [1] Brown J.E., Ihs C.S.: Generalized rotating field theory of polyphase induction motors and its relationship to symmetrical component theory. Proceedings IEE Vol. 109A. 1962.
- [2] Butler O.I., Wallace A.K.: Generalized theory of induction motors with asymmetrical primary windings. Proceedings IEE Vol. 115, 1968.
- [3] Kluszczyński K., Miksiewicz R.: Projektowanie indukcyjnych silników jednofazowych z kondensatorem pracy za pomocą maszyny cyfrowej. Rozprawy Elektrotechniczne, 1983 z. 1.
- [4] Kluszczyński K., Miksiewicz R.: Ogólna metoda obliczeń silników indukcyjnych jednofazowych z kondensatorem roboczym. Przegląd Elektrotechniczny, 1984 z. 2.
- [5] Pustoła J., Sliwiński T.: Budowa i działanie silników jednofazowych. WNT, Warszawa 1964.

Recenzent: doc. dr inż. Jerzy Hickiewicz

Wpłynęło do redakcji dn. 15 października 1986 r.

МЕТОД 4-ФАЗНЫХ СИММЕТРИЧНЫХ СОСТАВЛЯЮЩИХ В АНАЛИЗЕ И ПРОЕКТИРОВАНИИ С ПОМОЩЬЮ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ МАШИНЫ ОДНОФАЗНЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ СО ВСПОМОГАТЕЛЬНОЙ КОРОТКОЗАМКНУТОЙ ОБМОТКОЙ

Р е з ю м е

Представлен метод расчёта однофазных двигателей со вспомогательной короткозамкнутой обмоткой, основанный на модели 4-фазной машины и на методе 4-фазных симметричных составляющих. Предложен метод, который делает возможным учёт приблизительно нелинейность главной магнитной цепи, а также насыщение магнитного шунта. Составлена программа расчёта на вычислительной машине. Выполнены расчёты иллюстрируют влияние избранных конструктивных параметров на механическую характеристику двигателя.

4-PHASE SYMMETRICAL COMPONENTS IN ANALYSIS AND COMPUTER-SIDED DESIGN OF SINGLE-PHASE SHADED-POLE MOTORS

S u m m a r y

The method of performance calculations of single-phase shaded-pole motors, basing on a model of four-phase machine and on four-phase symmetrical components as well as a method which makes it possible to take into account in an approximate way non-linear magnetization curve of main magnetic circuit and saturation of a magnetic shunt are presented. The performance calculations have been programmed on a computer. Influence of chosen parameters on torque-speed curves are considered and discussed.