

Franciszek MACHNIK

Instytut Podstawowych Problemów  
Elektrotechniki i Energoelektroniki  
Politechniki Śląskiej

## ANALIZA WŁAŚCIWOŚCI WZORCA NATĘŻENIA POLA ELEKTRYCZNEGO O CZĘSTOTLIWOŚCI PRZEMYSŁOWEJ Z ELEKTRODAMI KWADRATOWYMI

**Streszczenie.** Głównym zastosowaniem wzorców natężenia pola elektrycznego o częstotliwości przemysłowej jest wyznaczanie błędów mierników natężenia pola oraz badanie ich wrażliwości. W artykule przedstawiono konstrukcję wzorca z elektrodami kwadratowymi. Opracowano model matematyczny wzorca uwzględniający oddziaływanie uziemionej płaszczyzny przewodzącej równoległej do elektrod wzorca. Rozkład pola dla modelu analizowano metodą równań całkowych. Stwierdzono dużą niejednorodność pola przy uziemieniu jednej z elektrod, a znacznie mniejszą w przypadku zasilania symetrycznego elektrod względem ziemi. Wyniki teoretyczne zweryfikowano w badaniach doświadczalnych. Wyznaczono zależność pomiędzy natężeniem pola odtwarzanym przez wzorzec w punkcie środkowym układu a napięciem zasilającym elektrody oraz wyznaczono błąd graniczny wzorca.

### 1. Wstęp

Wytwarzanie wzorcowych pól elektrycznych o częstotliwości przemysłowej jest między innymi konieczne dla przeprowadzania wzorcowania i badań właściwości mierników natężenia pola elektrycznego. Warunki tych badań powinny odpowiadać warunkom normalnym pomiaru, dotyczącym pola jednorodnego w przestrzeni swobodnej. Oprócz wartości natężeń pola odtwarzanych przez wzorzec istotne są więc także niejednorodność pola wzorca i wzajemne oddziaływanie badanych obiektów (np. czujników pomiarowych pola) i elektrod wzorca.

Najczęściej stosowanym układem wytwarzania pola elektrycznego w celach badawczych jest układ dwóch prostokątnych i równoległych elektrod, pomiędzy którymi istnieje napięcie o znanej wartości. Jedną elektrodę może stanowić płaska powierzchnia o potencjale ziemi. Rozkład pola w tego typu źródłach zależy przede wszystkim od wymiarów elektrod i ich odległości oraz od elementów otoczenia źródła (ściany, podłoga). W pracy [4] podano wykresy rozkładu natężenia pola (składowe o kierunkach prostopadłych do elektrod) dla układu dwóch kwadratowych i równoległych elektrod umieszczonych w przestrzeni swobodnej. Wyniki otrzymano, obliczając rozkład pola metodą ładunków powierzchniowych. Na podstawie podanych wykresów można wnioskować, że jeżeli

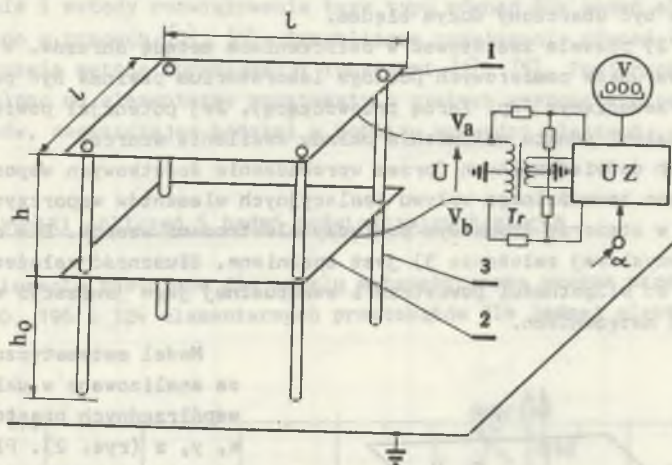
stosunek długości boków elektrod do odległości pomiędzy nimi jest równy lub większy od dwóch, to pole w pewnym obszarze pomiędzy elektrodami jest zbliżone do jednorodnego. W publikacji [6] rozpatruje się taki sam układ oraz układ z jedną elektrodą kwadratową nad płaszczyzną przewodzącą. Rozkład pola w drugim układzie jest taki sam jak w układzie pierwszym, jeżeli przyjmując, że płaszczyzna przewodząca pokrywa się z płaszczyzną symetrii układu pierwszego, a pole istnieje tylko nad tą płaszczyzną. W pracy tej wyznaczono wpływ uziemionej płaszczyzny prostopadłej do elektrod na wartości natężenia pola w punkcie środkowym pomiędzy elektrodami. Dla układu źródła elektroda kwadratowa-płaszczyzna jest on większy niż dla układu dwóch elektrod kwadratowych.

W literaturze nie spotkano danych na temat wielkości wpływu innych czynników na rozkład pola wewnątrz źródeł wzorcowych. W praktycznych przypadkach istotny może być wpływ uziemionej podstawy układu wzorca (podłogi laboratorium). Jak wykazano dalej w artykule, duże znaczenie ma wówczas sposób zasilania elektrod wzorca - symetryczny lub niesymetryczny względem ziemi. Badania rozkładu pola w takim układzie wzorca prowadzono na drodze analizy modelu matematycznego wzorca. W celu weryfikacji otrzymanych wyników przeprowadzono badania praktyczne wzorca z zastosowaniem kierunkowego czujnika natężenia pola elektrycznego o częstotliwości przemysłowej. Rezultaty badań teoretycznych i praktycznych przedstawiono obszerniej w pracy [3].

## 2. Konstrukcja wzorca

Konstrukcję badanego wzorca przedstawiono na rys. 1. Metalowe elektrody kwadratowe 1 i 2 o grubości 2 mm bają długości boków  $l = 2$  m, a odległość pomiędzy nimi wynosi  $h = 0,998$  m (wartość średnia dla obszaru w pobliżu środka elektrod; w pobliżu krawędzi elektrod średnia odległość wynosi  $h + 0,003$  m). Odległość pomiędzy elektrodami dobrano tak, by oddziaływanie wzajemne tych elektrod i badanego czujnika pomiarowego pola (o największym wymiarze liniowym równym 0,2 m) umieszczonego w środku geometrycznym wzorca można było praktycznie pominąć (na podstawie pracy [3]). Wysokość umieszczenia dolnej elektrody nad powierzchnią podłogi laboratorium jest równa  $h_0 = 1$  m. W konstrukcji wzorca zastosowano ceramiczne rurki dystansowe o średnicy zewnętrznej 20 mm.

Pomiędzy elektrodami wzorca istnieje napięcie sinusoidalnie zmienne o wartości skutecznej  $U$  i częstotliwości 50 Hz. Napięcie to jest wytwarzane przez układ zasilania UZ. Układ umożliwia nastawienie i stabilizację żądanej wartości napięcia  $U$  w zakresie od 0 do 2,5 kV (ze względów technicznych nie wytwarzano dotychczas napięcia o większej wartości). Wartości natężenia pola odtwarzane przez wzorzec w środku geometrycznym pomiędzy elektrodami są wskazywane na wyświetlaczu cyfrowym. Na rysunku przedstawiono układ symetrycznego zasilania elektrod. W czasie badań włączono także zasilanie niesymetryczne - uziemiona wtedy była jedna z elektrod.



Rys. 1. Konstrukcja wzorca natężenia pola elektrycznego o częstotliwości przemysłowej

Fig. 1. Construction of electric field intensity standard with a power frequency

### 3. Model matematyczny wzorca

W celu analizy wpływu niektórych parametrów konstrukcyjnych wzorca na rozkład jego pola opracowano model matematyczny wzorca. Dla modelu przyjęto następujące założenia:

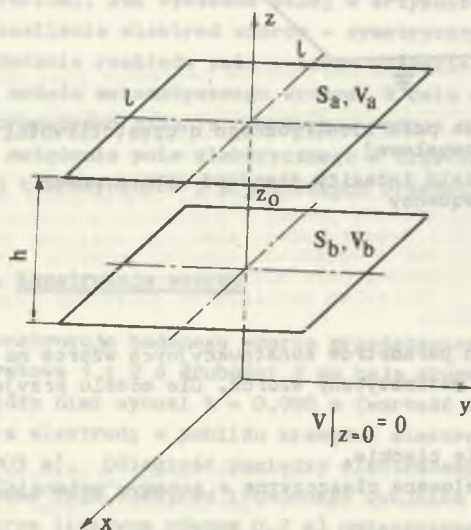
- 1) elektrody wzorca są nieskończenie cienkie,
- 2) podstawa układu wzorca jest modelowana płaszczyzną o zerowym potencjale, zwaną dalej płaszczyzną ziemi,
- 3) elektrody są równoległe do siebie i płaszczyzny ziemi,
- 4) nie uwzględnia się wpływu izolacyjnych elementów wsporczych i elementów otoczenia elektrod wzorca,
- 5) pomiędzy elektrodami istnieje napięcie sinusoidalnie zmienne o częstotliwości, dla której zjawiska polowe w układzie można traktować jako quasi-stacjonarne,
- 6) ośrodek, w którym znajduje się wzorzec, jest liniowy, jednorodny, izotropowy i bezstratny, o przenikalności elektrycznej  $\epsilon$ , a elektrody mają konduktywność nieskończenie dużą.

Założenie 1) oznacza, że w miejsce dwóch ładunków powierzchniowych po obu stronach elektrody przyjmuje się jeden ładunek o symetrycznej gęstości powierzchniowej. Błędy obliczania pola spowodowane tym założeniem są mniejsze w większej odległości od elektrod. Model nie uwzględnia rzeczywistego

kształtu krawędzi elektrod, dlatego obliczony rozkład pola w pobliżu tych krawędzi może być obciążony dużym błędem.

Założenie 2) pozwala zastosować w obliczeniach metodę obrazów. W celu zapewnienia warunków pomiarowych podłoga laboratorium powinna być pokryta materiałem przewodzącym (np. farbą przewodzącą). Jej potencjał powinien być równy potencjałowi punktu uziemienia układu zasilania wzorca.

W badaniach doświadczalnych (przez wprowadzenie dodatkowych wsporników) nie stwierdzono zauważalnego wpływu izolacyjnych elementów wsporczych na rozkład pola w obszarze środkowym pomiędzy elektrodami wzorca. Dla częstotliwości przemysłowej założenie 5) jest spełnione. Słuszność założenia 6) jest zależna od wilgotności powietrza i ewentualnej jego jonizacji w polach o dużych natężeniach.



Rys. 2. Układ geometryczny modelu matematycznego wzorca

Fig. 2. Geometrical system of the mathematical model of the standard

przez ładunki powierzchniowe elektrod o nieznannej gęstości. Trzeci warunek (1) uwzględniono stosując metodę obrazów. Potencjały na powierzchniach elektrod, generowane przez ładunki powierzchniowe  $\sigma$  spełniają zależność:

$$\sum_{\alpha=a,b,a',b'} \int_{S_{\alpha}} \frac{\sigma_{\alpha}(P_{\alpha})}{4\pi\epsilon R_{SA}} dS = V_k, \quad k = a, b, \quad A \in S_k. \quad (2)$$

Powierzchnie  $S_a$  i  $S_b$  pokrywają się z odbiciami zwierciadlanymi powierzchni  $S_a$  i  $S_b$  w płaszczyźnie  $z = 0$ .

Model matematyczny wzorca analizowano w układzie współrzędnych prostokątnych  $x, y, z$  (rys. 2). Płaszczyzna ziemi pokrywa się z płaszczyzną  $z = 0$ , a środek geometryczny układu wzorca ma współrzędne  $(0, 0, z_0)$ . Powierzchnia górnej elektrody  $S_a$  posiada potencjał  $V_a$ , a dolnej  $S_b - V_b$ . Warunki brzegowe dla układu mają więc postać:

$$V|_{S_a} = V_a, \quad V|_{S_b} = V_b, \quad (1)$$

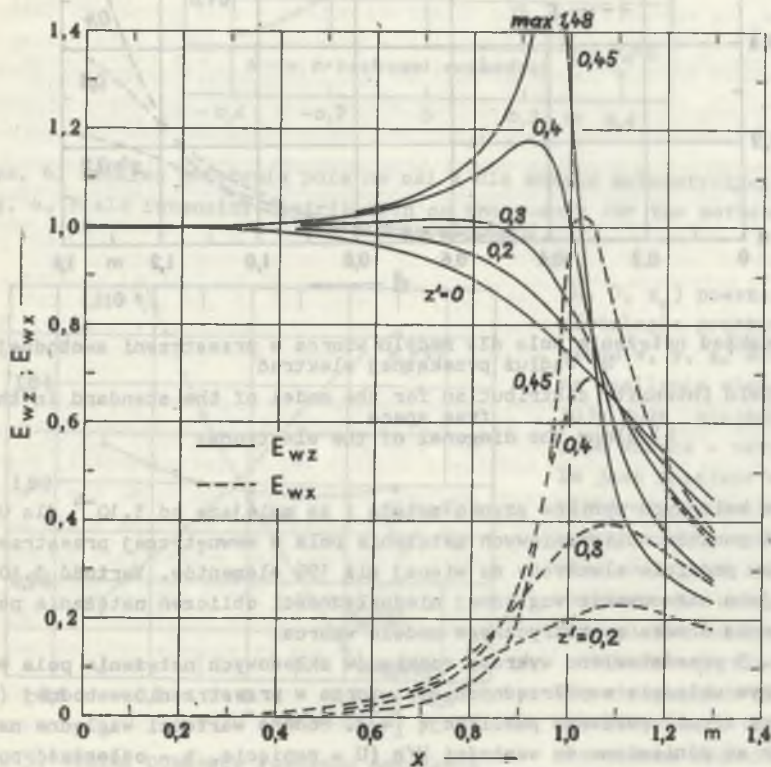
$$V|_{z=0} = 0.$$

Dla obliczenia rozkładu pola wewnątrz modelu wzorca zastosowano metodę równań całkowych. Pole w układzie (dla  $z \geq 0$ ) jest wytwarzane

Przy nieznanymi gęstościach powierzchniowych ładunków równania (2) tworzą układ równań całkowych Fredholma I rodzaju. Zagadnienia istnienia rozwiązania i metody rozwiązywania tego typu równań dla zadań elektrostatyki omawiano w pracach [1], [5]. Przybliżone rozwiązanie równań (2) wyznaczono numerycznie metodą aproksymacji funkcjami [1], [5]. Powierzchnie elektrod podzielono na elementarne prostokąty o stałych gęstościach powierzchniowych ładunków, zagęszczając podział w pobliżu krawędzi elektrod.

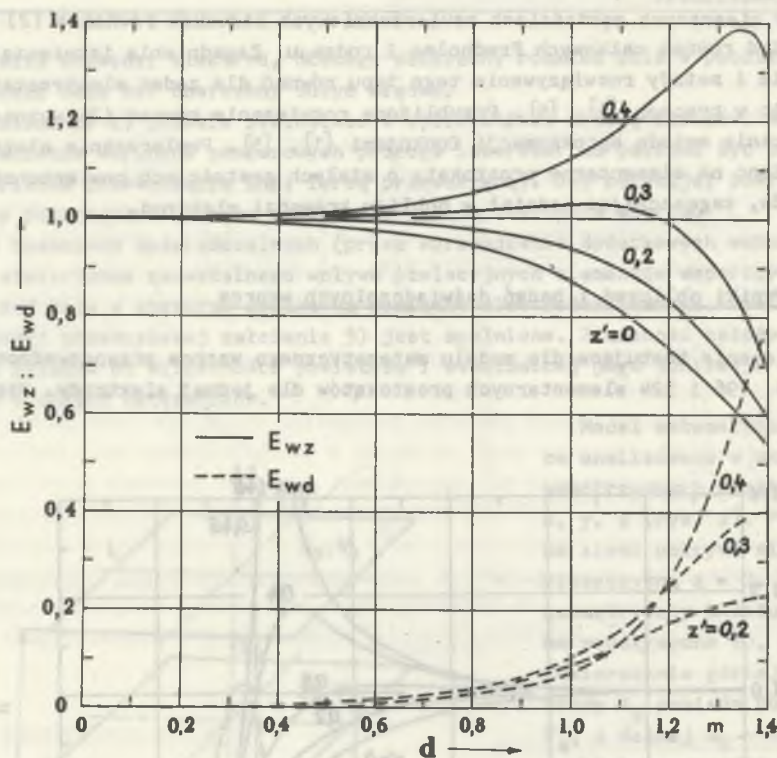
#### 4. Wyniki obliczeń i badań doświadczalnych wzorca

Obliczenia testujące dla modelu matematycznego wzorca przeprowadzono dla 64, 100, 196 i 324 elementarnych prostokątów dla jednej elektrody. Względ-



Rys. 3. Rozkład natężenia pola dla modelu wzorca w przestrzeni swobodnej  
a) wzdłuż osi x

Fig. 3. Field intensity distribution for the model of the standard in the  
free space  
a) along the x-axis



Rys. 3. Rozkład natężenia pola dla modelu wzorca w przestrzeni swobodnej  
b) wzdłuż przekątnej elektrod

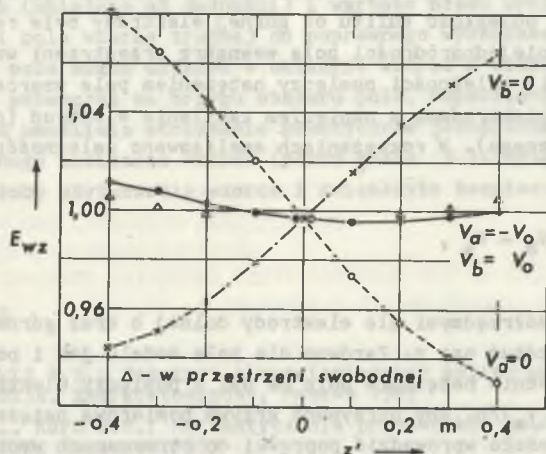
Fig. 3. Field intensity distribution for the model of the standard in the  
free space  
b) along the diagonal of the electrodes

ne różnice kolejnych wyników szybko maleją i są mniejsze od  $3 \cdot 10^{-4}$  dla większości punktów obliczeniowych natężenia pola w wewnętrznej przestrzeni wzorca przy podziale elektrody na więcej niż 196 elementów. Wartość  $3 \cdot 10^{-4}$  przyjęto jako oszacowanie względnej niedokładności obliczeń natężenia pola dla otoczenia środka geometrycznego modelu wzorca.

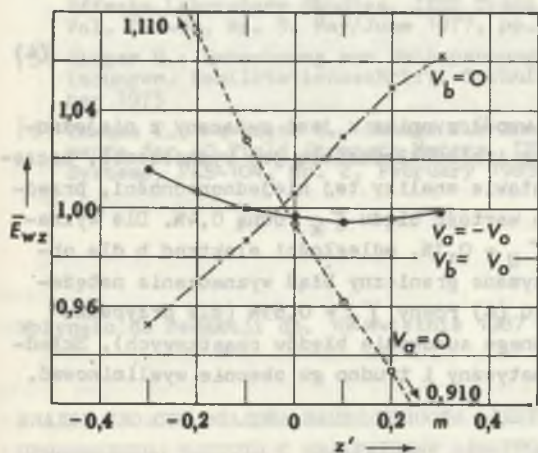
Na rys. 3 przedstawiono wykresy rozkładów składowych natężenia pola w prostokątnym układzie współrzędnych dla wzorca w przestrzeni swobodnej (bez płaszczyzny ziemi, porównaj publikację [4]). Podane wartości względne natężenia pola są odniesione do wartości  $U/h$  ( $U$  - napięcie,  $h$  - odległość pomiędzy elektrodami). Na osi  $z$  układu w odległościach 0; 0,2; 0,4 m od środka wzorca względne wartości natężenia pole wynoszą 0,997; 0,999; 1,003.

Dla układu wzorca umieszczonego nad płaszczyzną przewodzącą (wymiały układu są takie, jak podano w p. 2) obliczono rozkład pola w trzech przypadkach: dla symetrycznego zasilania elektrod względem ziemi ( $V_a = -V_0$ ,  $V_b = V_0$ )

i dla niesymetrycznego zasilania:  $V_a = -2V_0$ ,  $V_b = 0$  oraz  $V_a = 0$ ,  $V_b = 2V_0$ . Wartości względne natężenia pola na osi z układem podano na wykresach rysunku 4.  $z'$  jest współrzędną w lokalnym układzie współrzędnych o środku w punkcie



Rys. 4. Rozkład natężenia pola na osi z dla modelu matematycznego wzorca  
 Fig. 4. Field intensity distribution on the z-axis for the mathematical model of the standard



Rys. 5. Wyniki pomiarów rozkładu natężenia pola na osi z wzorca

Fig. 5. Results of measurements of the field intensity on the standard

natężenia pola miernik z czujnikiem kierunkowym o konstrukcji opisanej w pracy [3]. Dla wyników pomiarów w pobliżu powierzchni elektrod wzorca

( $0, 0, z_0$ ) powstałym przez równoległe przesunięcie układu  $x, y, z$ . Niesymetryczne zasilanie elektrod wywołuje dużą niejednorodność pola wzorca - natężenie pola jest mniejsze w pobliżu elektrody uziemionej. Dla symetrycznego zasilania rozkład pola jest zbliżony do rozkładu dla wzorca w przestrzeni swobodnej.

W celu weryfikacji wyników otrzymanych dla modelu matematycznego wzorca przeprowadzono badania doświadczalne wzorca o danych przedstawionych w p. 2. W badaniach zastosowano do pomiaru

uwzględniono poprawki wynikające z oddziaływania czujnika pomiarowego pola i elektrod wzorca. Wartości względne wyników odniesione do ilorazu  $U/h$  podano na rys. 5. Większa niejednorodność pola w porównaniu z rozkładem teoretycznym jest spowodowana wpływem czynników nie uwzględnianych w modelu matematycznym, przede wszystkim oddziaływania ścian i sufitu laboratorium. Odległość dwóch ścian od krawędzi elektrod wzorca wynosiła 1,5 m, dwóch pozostałych - 2,5 m, a odległość sufitu od górnej elektrody była równa 1,5 m.

Oprócz analizy niejednorodności pola wewnątrz przestrzeni wzorca celem badań było ustalenie zależności pomiędzy natężeniem pola wzorca w punkcie środkowym pomiędzy elektrodami a napięciem zasilania elektrod (dla układu zasilania symetrycznego). W rozważaniach analizowano zależność:

$$\int_{z_b}^{z_a} E_z dz = V_b - V_a, \quad (3)$$

gdzie  $z_b$ ,  $z_a$  są współrzędnymi dla elektrody dolnej b oraz górnej a. Całkowanie odbywa się wzdłuż osi z. Zarówno dla pola modelu jak i pola rzeczywistego wartość średnia natężenia pola na osi z pomiędzy elektrodami powinna być równa  $(V_b - V_a)/h$ . Aby otrzymana krzywa pomiarowa natężenia spełniła zależność (3), należało wprowadzić poprawki do otrzymanych wyników pomiarów, eliminując w ten sposób w części błąd systematyczny miernika stosowanego do pomiarów. Na podstawie analizy otrzymanych danych liczbowych wyznaczono wartość natężenia pola w punkcie środkowym pomiędzy elektrodami równą:

$$E_z = k \frac{U}{h}, \quad k = 0,993. \quad (4)$$

Błąd  $\gamma_k$  wyznaczenia wartości współczynnika k jest związany z niejednorodnością pola wzorca wzdłuż osi z i niedokładnością jej wyznaczenia, szczególnie w pobliżu elektrod. Na podstawie analizy tej niejednorodności, przedstawionej w pracy [3], oszacowano wartość błędów  $\gamma_k$  równą 0,4%. Dla wyznaczonych błędów pomiaru napięcia  $\gamma_U = 0,1\%$ , odległości elektrod h dla obszaru środkowego  $\gamma_h = 0,15\%$  otrzymano graniczny błąd wyznaczania natężenia pola wzorca na podstawie wzoru (4) równy  $\gamma_E = 0,65\%$  (dla przypadku najmniej korzystnego - algebraicznego sumowania błędów cząstkowych). Składnik  $\gamma_k$  błędów ma charakter systematyczny i trudno go obecnie wyeliminować.

## 5. Zakończenie

Analiza modelu matematycznego wzorca i badania doświadczalne wykazują duży wpływ sposobu zasilania elektrod wzorca na rozkład pola w jego przestrzeni wewnętrznej. Zasilanie symetryczne w dużym stopniu ogranicza od-



działywanie równoległej do elektrod płaszczyzny przewodzącej jak również innych elementów otoczenia wzorca. W otrzymanej zależności (5), będącej równaniem przetwarzania wzorca, występuje współczynnik, którego wartość jest obarczona błędem w dużej mierze o charakterze systematycznym. Wartość współczynnika (mniejsza od jedności) i wartość błędu wynikają ogólnie z niejednorodności pola wzorca trudnej do poprawnego wyznaczenia. Mniejszą niejednorodność pola można uzyskać w układzie wzorca z dodatkowymi elektrodami ustalającymi potencjał na brzegu obszaru pola. Odpowiedni dobór potencjałów tych elektrod umożliwi otrzymanie praktycznie jednorodnego pola nawet dla niesymetrycznego zasilania wzorca (patrz praca 3). Uziemienie dolnej elektrody ułatwiłoby użytkowanie wzorca i zwiększyło bezpieczeństwo jego obsługi.

## LITERATURA

- [1] Koleczickij E.S.: Rascziot elektriczieskich poliej ustrojstw vysokowo naprazhenija. Energoatomizdat, Moskwa 1983
- [2] Korn G.A., Korn T.M.: Matematyka dla pracowników naukowych i inżynierów. Cz. II, PWN, Warszawa 1983
- [3] Machnik F.: Analiza właściwości i konstrukcja czujnika pola elektrycznego quasistacjonarnego oraz problemy jego wzorcowania. Rozprawa doktorska, Politechnika Śląska, Gliwice 1986
- [4] Shih S.H., Plasido I.D.I., Ware B.I.: Analysis of Parallel Plate Simulation of the Transmission Line Electric Field as Related to Biological Effects Laboratory Studies. IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-96, No. 3, May/June 1977, pp. 962-968
- [5] Singer H.: Berechnung von Hochspannungsfeldern mit Hilfe von Flächenladungen. Habilitationsschrift, Technischen Universität. München, Oktober 1973
- [6] Takuma T., Kawamoto T., Sunaga Y.: Analysis of Calibration arrangements for AC Field Strength Meters. IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems, PAS-104, Nr. 2, February 1985, pp. 489-496

Recenzent:

doc. dr hab. inż. Marian Miłek

Wpłynęło do redakcji dn. 10 kwietnia 1987 r.

АНАЛИЗ СВОЙСТВ ЭТАЛОНА НАПРЯЖЕННОСТИ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ  
ПРОМЫШЛЕННОЙ ЧАСТОТЫ С КВАДРАТНЫМИ ЭЛЕКТРОДАМИ

## Резюме

Эталоны напряженности электрического поля промышленной частоты применяются в основном для эталонирования измерителей напряженности поля. В статье рассматривается конструкция эталона с квадратными электродами.

Разработана математическая модель эталона с учетом воздействия заземленной проводящей плоскости, параллельной электродам эталона.

Анализ распределения поля в модели осуществлен методом интегральных уравнений. Обнаружена большая неоднородность поля при заземлении одного из электродов, и значительно меньшая - при симметричном питании электродов относительно земли.

Теоретические результаты были поверены экспериментальными исследованиями. Определена зависимость между напряженностью поля, воспроизводимой эталоном в средней точке системы, и напряжением питания электродов; определена также предельная погрешность эталона.

#### ANALYSIS OF PROPERTIES OF THE ELECTRIC FIELD INTENSITY STANDARD WITH A POWER FREQUENCY WITH SQUARE-SHAPED ELECTRODES

##### Summary

The main field of application of electric field intensity standards of a power frequency includes the calibration and investigation of field intensity meters. The paper presents the construction of a standard with square-shaped electrodes. A mathematical model of the standard, taking into consideration the reaction of the grounded conducting plane, parallel to the electrodes of the standard, has been elaborated. The field distribution for the model has been analyzed by the method of integral equations. It was found that there existed a large heterogeneity of the field with one of the electrodes being earthed, and a substantially lower one, when the electrodes were fed symmetrically in relation to earth. The theoretical results were verified in the course of the experimental investigations. A relationship between the field intensity, reproduced by the standard in the central point of the system, and the supply voltage of the electrode has been established and the boundary error of the standard has been determined.