ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1988

Seria: ELEKTRYKA z. 105 Nr kol. 915

Iwona KORBASIEWICZ
Maciej KORBASIEWICZ

Centrum Mechanizacji Górnictwa KOMAG
w Gliwicach

MODYFIKACJA METOD FILTRACJI HARMONICZNYCH PRZEZNACZONYCH DLA CYFROWYCH ZABEZPIECZEŃ RÓŻNICOWO-PRĄDOWYCH TRANFORMATORÓW

Streszczenie. W artykule zaprezentowano dwie metody ekstrakcji harmonicznych istotnych z punktu widzenia zabezpieczenia różnicowego transformatora. Pierwsza z nich, bazująca na dyskretnej transformacie Fouriera, charakteryzuje się stosunkowo długim czasem obliczeń, zapewniając jednak dużą dokładność wyników. Druga metoda wykorzystuje transformację prostokątną i pozwala na zmniejszenie liczby czasochłonnych operacji mnożenia kosztem dokładności wyników.

Porównanie obu metod o różnych własnościach skłania do stworzenia równań filtracji łączących ich istotne cechy. Opracowano dwie modyfikacje metody transformaty prostokątnej. Jedna wyznacza pierwszą i drugą harmoniczną dla różnych częstotliwości próbkowania i szerokości okna danych. Druga wykorzystuje własności transformaty Fouriera wynikające z twierdzenia o przesunięciu w dziedzinie częstotliwości.

Uzyskane sposoby wyznaczania harmonicznych umożliwiają osiągnięcie kompromisu pomiędzy dwoma najistotniejszymi, z punktu widzenia realizacji komputerowej, parametrami charakteryzującymi pracę algorytmu członu blokowania zabezpieczenia różnicowego transformatorów, to znaczy czasochłonnością obliczeń oraz dokładnością.

1. Wprowadzenie

Kryterium pozwalającym wykryć przyczynę wzrostu prądu różnicowego w zabezpieczeniu różnicowym transformatora jest zawartość w tym prądzie wyższych harmonicznych.

Wysoki poziom drugiej harmonicznej jest charakterystyczny dla udarów prądu magnesowania, natomiast przekroczenie indukcji nasycenia transformatora jest przyczyną pojawienia się piątej harmonicznej. Wykorzystanie systemu komputerowego dla celów ochrony transformatora wymaga stworzenia algorytmu filtracji wymienionych harmonicznych. Ze względu na pracę zabezpieczenia w czasie rzeczywistym wykorzystanie do tego celu standardowych filtrów cyfrowych lub metod klasycznej analizy Fouriera sygnałów dyskretnych jest niemożliwe, gdyż wymagają one bardzo czasochłonnych procedur obliczeniowych. Taka sytuacja zrodziła konieczność poszukiwania niestandardowych algorytmów, pozwalających na maksymalną redukcję czasu obliczeń, co z kolei

wpływa na bardziej swobodne tworzenie algorytmu działania pozostałych bloków zabezpieczenia różnicowego, a także na realizację algorytmów innych zabezpieczeń, np. nadprądowych lub ziemnozwarciowych.

Przedstawione w niniejszym artykule algorytmy obliczeń wynikają z porównania dwóch metod:

- pierwsza wynika z modyfikacji dyskretnej transformaty Fouriera (DTF) i pozwala na uzyskanie dokładnych wartości amplitud harmonicznych, lecz wymaga wykonania czasochłonnych operacji mnożenia,
- druga, oparta na transformacie prostokątnej (TP), pozwala na eliminację operacji mnożenia i dzielenia, wymaga jedynie dodawania, odejmowania i przesuwania w prawo, charakteryzuje się jednak znacznie mniejszą dokładnością.

2. Metoda oparta na dyskretnej transformacie Fouriera

Dyskretna transformata Fouriera opisana jest poniższym wzorem:

$$\tilde{J}(\omega_k) = \tilde{J}(k) = \sum_{n=1}^{N} i(tn)\, e^{-j\frac{2\pi nk}{N}} \qquad (1)$$

$$k = 0, 1, 2, \ldots, N-1$$

W którym:

$i(t_n) = i(n)$ - chwilowa wartość badanego przebiegu $i(t)$ dla

$$t_n = n\Delta t, \quad \Delta t = \frac{1}{f_p},$$

f_p - częstotliwość próbkowania,

$\tilde{J}(\omega_k)$ - wartość transformaty Fouriera dla

$$\omega_k = 2\pi k \cdot \frac{f_p}{N},$$

n - kolejny numer próbki w dziedzinie czasu,

k - kolejny numer próbki w dziedzinie częstotliwości,

N - szerokość okna danych (liczba próbek dla których obliczane jest widmo).

Rozpisując równanie (1) na część rzeczywistą i urojoną otrzymuje się:

$$\tilde{C}(k) = \sum_{n=1}^{N} i(n) \cos\left(\frac{2\pi n}{N} k\right), \tag{2}$$

$$\tilde{S}(k) = \sum_{n=1}^{N} i(n) \sin\left(\frac{2\pi n}{N} k\right). \tag{3}$$

Amplitudy poszczególnych harmonicznych można znaleźć z zależności:

$$J_k = \frac{2}{N}\sqrt{\tilde{C}(k)^2 + \tilde{S}(k)^2} \tag{4}$$

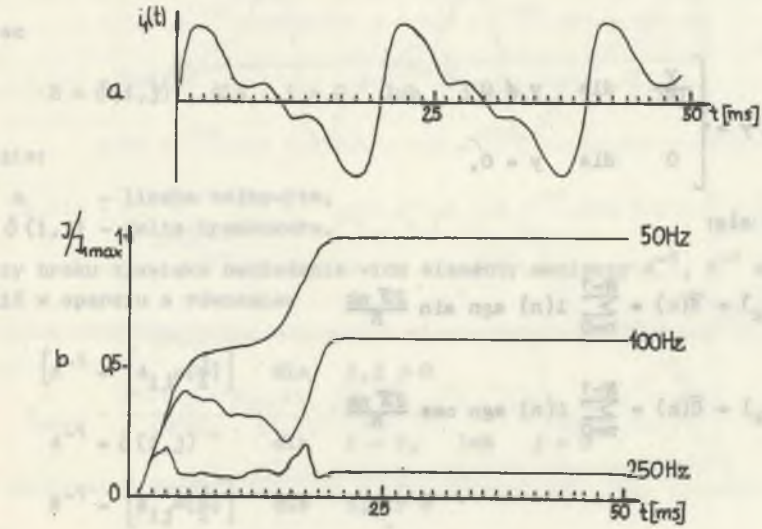
dla $N = 16$, $f_p = 800$ Hz

$k = 1 \triangleq 50$ Hz

$k = 2 \triangleq 100$ Hz

$k = 3 \triangleq 250$ Hz.

Wykorzystanie wzorów (1) - (4) dla wyznaczenia wartości harmonicznych w czasie rzeczywistym jest niemożliwe, stąd nieodzowne staje się wyeliminowanie funkcji trygonometrycznych oraz redukcja do minimum operacji mnożenia.



Rys. 1. Wykres zmian w czasie amplitud obliczanych harmonicznych dla sygnału $i_1(t)$ - metoda zmodyfikowanej DFT

Fig. 1. Timing-diagram of amplitudes of harmonics changes for signal $i_1(t)$ - the method of modified DFT

Dokonując odpowiednich przekształceń możliwe staje się przeprowadzenie obliczeń w sposób rekurencyjny, polegający na uaktualnianiu wyników za pomocą wartości nowej danej. Pozwala to uniknąć wielokrotnego powtarzania wszystkich mnożeń i dodawań [5].

Ostatecznie metoda ta umożliwia wyznaczanie amplitud podstawowej, drugiej i piątej harmonicznej za pomocą 12 mnożeń oraz trzykrotnego obliczenia pierwiastka. W literaturze [6] przedstawiono sposób, który pozwala na bardzo szybkie obliczenie pierwiastka kwadratowego.

Rysunek 1 przedstawia zmiany amplitud harmonicznych w miarę nasuwania się okna danych na przebieg $i_1(t)$ o stałej wartości amplitud harmonicznych składowych i ograniczonym widmie (rys. 1a). Po wypełnieniu całego okna danych próbkami przebiegu $i_1(t)$ wyniki obliczeń algorytmu dla wszystkich harmonicznych są poprawne, tzn. identyczne z zadanymi w sygnale wejściowym.

3. Metoda oparta na transformacie prostokątnej

Zastępując funkcje sin i cos w równaniach (2) - (3) odpowiednimi funkcjami prostokątnymi:

$$\sin_\gamma t(i) = \operatorname{sgn} \sin (i)$$

$$\cos_\gamma t(i) = \operatorname{sgn} \cos (i),$$

gdzie

$$\operatorname{sgn} y = \begin{cases} \dfrac{y}{|y|} & \text{dla} \quad y \neq 0 \\ 0 & \text{dla} \quad y = 0, \end{cases}$$

otrzymuje się:

$$\bar{S}(\ _k) = \bar{S}(k) = \sum_{n=0}^{N-1} i(n) \operatorname{sgn} \sin \frac{2\pi nk}{N}$$

$$\bar{C}(\ _k) = \bar{C}(k) = \sum_{n=0}^{N-1} i(n) \operatorname{sgn} \cos \frac{2\pi nk}{N} \qquad (6)$$

Związek pomiędzy współczynnikami prostokątnymi S, C i Fouriera S, C opisuje równanie macierzowe:

$$\tilde{S} = A\,\tilde{S}$$
$$\tilde{C} = B\,\tilde{C} \tag{7}$$

gdzie:

$S = [S_k]^T$, $C = [C_k]^T$ - wektory współczynników.

Elementy nieskończonych macierzy A i B wynikają z rozwinięcia w szereg Fouriera funkcji $\sin \gamma t(i)$ oraz $\cos\ t(i)$ i są określone wzorami:

$$A = A_{ij} = \frac{4}{\pi}\left[\delta\left\{(2m-1),\ \frac{j}{i}\right\}\frac{i}{j}\right] \text{dla } i,j > 0 \tag{8}$$

oraz

$$A = \delta(i,j) \quad \text{dla} \quad i = 0, \quad \text{lub} \quad j = 0$$

oraz

$$B = [B_{ij}] = \frac{4}{\pi}\left[(-1)^{m+1}\delta\left\{(2m-1),\ \frac{j}{i}\right\}\frac{i}{j}\right] \text{dla } i,j > 0 \tag{9}$$

oraz

$$B = \delta(i,j) \quad \text{dla} \quad i = 0 \quad \text{lub} \quad j = 0,$$

gdzie:

m - liczba całkowita,
$\delta(i,j)$ - delta Kroneckera.

Przy braku zjawiska nakładania widm elementy macierzy A^{-1}, B^{-1} można określić w oparciu o równania:

$$[A^{-1} = \left[A_{ij}\mu\left(\frac{j}{i}\right)\right] \quad \text{dla} \quad i,j > 0 \tag{10}$$

i $\quad A^{-1} = \delta(i,j) \quad$ dla $\quad i = 0, \quad$ lub $\quad j = 0$

$$B^{-1} = \left[B_{ij}\mu\left(\frac{j}{i}\right)\right] \quad \text{dla} \quad i,j > 0 \tag{11}$$

i $\quad B^{-1} = \delta(i,j) \quad$ dla $\quad i = 0 \quad$ lub $\quad j = 0$,

przy czym $\mu(i)$ - funkcja Moebiusa.

Przyjmując, że częstotliwość próbkowania f_p = 800 Hz i N = 16, współczynniki Fouriera $\tilde{S}$, $\tilde{C}$ można obliczyć na podstawie współczynników prostokątnych za pomocą uproszczonych wzorów:

$$\tilde{S}(1) = \bar{S}(1) - \frac{\bar{S}(3)}{3} - \frac{\bar{S}(5)}{5}$$

$$\tilde{C}(1) = \bar{C}(1) + \frac{\bar{S}(3)}{3} - \frac{\bar{S}(5)}{5}$$

$$\tilde{S}(2) = \bar{S}(2) \qquad (12)$$

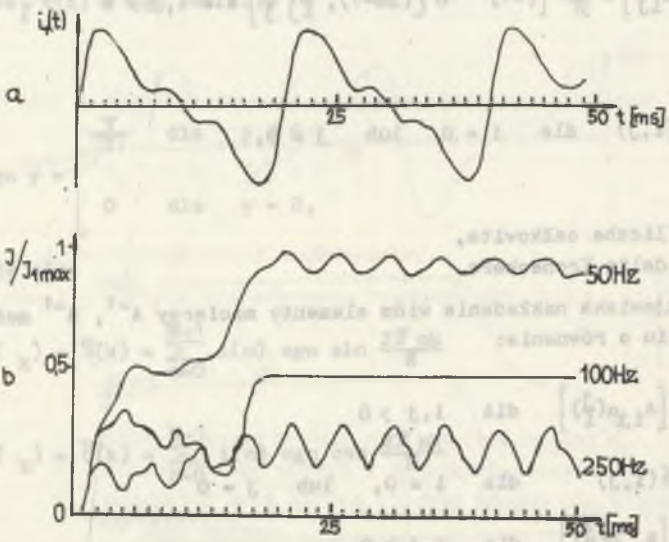
$$\tilde{C}(2) = \bar{C}(2)$$

$$\tilde{S}(5) = \bar{S}(5)$$

$$\tilde{C}(5) = \bar{C}(5).$$

Działania mnożenia w równaniach (12) można zastąpić operacjami przesuwania. Obliczenie wartości $\tilde{S}$ i $\tilde{C}$ wymaga jedynie dodawania i odejmowania.

Na rysunku 2b przedstawiono zmiany amplitud harmonicznych w miarę nasuwania się okna danych na przebieg $i_1(t)$, opisany równaniem (13) i przedstawiony na rys. 2a.



Rys. 2. Wykres zmian w czasie amplitud obliczanych harmonicznych dla sygnału $i_1(t)$ - metoda transformaty prostokątnej

Fig. 2. Timing-diagram of amplitudes of harmonics changes for signal $i_1(t)$ - the rectangular transform method

Po wypełnieniu okna próbkami prądu $i_1(t)$ wartości obliczanych harmonicznych są różne od zadanych w sygnale testowym i charakteryzują się wyraźną zmiennością.

Główne przyczyny tego zjawiska wynikają z:

- niepożądanego przebiegu charakterystyki częstotliwościowej filtrów pierwszej i piątej harmonicznej, które posiadają wartości różne od zera w punktach odpowiadających częstotliwościom harmonicznych różnych od filtrowanej,
- wykorzystania uproszczonych wzorów (12) określających zależność pomiędzy współczynnikami $\tilde{S}$ oraz $\tilde{S}$, $\tilde{C}$ i $\tilde{C}$,
- przyjęcia upraszczającego założenia o nienakładaniu się widm przy wyznaczaniu współczynników nieskończonych macierzy A^{-1}, B^{-1}.

4. Porównanie wyników

Przyjmując sygnały testowe w postaci:

$$\left.\begin{aligned}
i_1(t) &= 5 \sin 314.t + 3 \sin 2.314.t + 1{,}5 \sin 3.314.t + \\
&\quad + 0{,}5 \sin 5.314.t \\
i_2(t) &= 5\, e^{-5t}.\sin 314.t + 3\, e^{-8t}.\sin 2.314.t + \\
&\quad + 1{,}5\, e^{-10t}.\sin 3.314\, t + 0{,}5\, e^{-10t}.\sin 5.314\, t \\
i_3(t) &= 5\, e^{-5t}.\sin 314.t + 3\, e^{-8t}.\sin (2.314.t + \tfrac{\pi}{2}) + \\
&\quad + 15\, e^{-10t}.\sin 3.314.t + 0{,}5\, e^{-10t}.\sin (5.314.t + \pi) \\
i_4(t) &= 2{,}5\, e^{-8t} + 5\, e^{-5t}.\sin 314.t + 3\, e^{-8t}.\sin 2.314.t + \\
&\quad + 1{,}5\, e^{-10t}.\sin 3.314\, t + 0{,}5\, e^{-10}t.\sin 5.314.t
\end{aligned}\right\} \quad (13)$$

obliczono maksymalny błąd względny w stanie ustalonym, opisany zależnością

$$S_{max\%} = \frac{\max(I_p - I_{obl})}{I_p} 100\%$$

oraz maksymalny rozrzut względny w stanie ustalonym, dany związkiem

$$r\% = \frac{I_{obl\ max} - I_{obl\ min}}{I_p} 100\%,$$

Tabela 1

Wyniki obliczeń określające dokładność algorytmów filtracji harmonicznych - zmodyfikowana DFT transformata prostokątna (N=16)

Table 1

The computed results of accuracy of filtering method of harmonics - the modified DFT the rectangular transform (N=16)

Metoda		$i_1(t)$		$i_2(t)$	$i_3(t)$	$i_4(t)$
		max%	r%	max%	max%	max%
		50 Hz		50 Hz	50 Hz	50 Hz
Zmodyfikowana DFT		0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
Transformata prostokątna N=16	s	17,8	17,9	10,9	13,2	12,3
	n	65	14,7	46	26	52
		100 Hz		100 Hz	100 Hz	100 Hz
Zmodyfikowana DFT		0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
Transformata prostokątna N=16	s	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
	n	70	0,0	46	36	48
		250 Hz		250 Hz	250 Hz	250 Hz
Zmodyfikowana DFT		0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
Transformata prostokątna N=16	s	668,2	608	685	591	640
	n	622	442	530	454	490

n - transformata prostokątna wykorzystująca macierze nieskończone

s - transformata prostokątna wykorzystująca macierze skończone

gdzie:

I_{obl} - wartość amplitudy harmonicznej obliczona za pomocą rozważanej metody,

I_p - wartość obliczona za pomocą dyskretnej transformaty Fouriera (przyjęta za wartość odniesienia).

Przebiegi te pozwalają prześledzić wpływ różnych parametrów występujących w matematycznych modelach prądów transformatora (tłumienie harmonicznych, przesunięcia fazowe, składowa stała) na wyniki obliczeń. Przyjęty zbiór sygnałów opisanych równaniami (13) nie rozwiązuje oczywiście zagadnienia testowania algorytmu, nie jest także próbą symulowania rzeczywistych przebiegów prądu transformatora, jednak z punktu widzenia analizy porównawczej pozwala na ocenę dokładności badanych metod. Wymagania dotyczące dokładności członu blokującego wynikają z warunków pracy zabezpieczenia, które powinno zapewnić poprawne odróżnienie np. prądu udarowego o minimalnej krotności I_2 oraz I_1 równej 0,125 [8], [9] oraz prądu zwarciowego, dla którego krotność I_2 i I_1 osiąga wartość maksymalną. Spełnienie tak określonych warunków wiąże się z zapewnieniem odpowiedniej dokładności nie tylko samego algorytmu obliczeniowego, lecz także toru pomiarowego prądów pierwotnych (wraz z przetwarzaniem A/C). Precyzyjne wyznaczenie granicznego błędu obliczania harmonicznych jest zatem bardzo trudne i wymaga przeprowadzenia dodatkowych badań.

Tabela 1 przedstawia wyniki analizy dokładności obu metod dla pierwszej, drugiej i piątej harmonicznej. Wynika z niej, że przyjmując jako kryterium dokładność obliczeń, wyraźnie lepsze wyniki daje metoda oparta na dyskretnej transformacie Fouriera. Błąd ekstrakcji piątej harmonicznej uzyskany za pomocą metody transformaty prostokątnej jest tak duży, że praktycznie eliminuje możliwość jej wykorzystania w zabezpieczeniu różnicowym.

Przedstawione dalej metody stanowią modyfikację transformaty prostokątnej. Przy ich opracowaniu dążono do kompromisu pomiędzy dokładnością a czasochłonnością obliczeń.

5. Modyfikacja 1 - zmiana szerokości okna danych

Rozważając przypadek szczególny transformaty prostokątnej, dla której $N = 2^M$ (M - liczba całkowita), nieskończone macierze A i B można wyznaczyć w skończonej formie:

$$\left.\begin{aligned} A_{2^k,\,j} &= \frac{2^{k+2}}{N}\cot\frac{\pi j}{N} \\ B_{2^k,\,j} &= (-1)^{\frac{j-2^k}{2^{k+1}}}\cdot\frac{2^{k+2}}{N}\cot\frac{\pi j}{N} \end{aligned}\right\} \qquad (14)$$

gdzie:

$k = 0,1,\ldots,M-2$ oraz

$\frac{j}{2^k} = 1,3,5,\ldots,\frac{N}{2} - 1.$

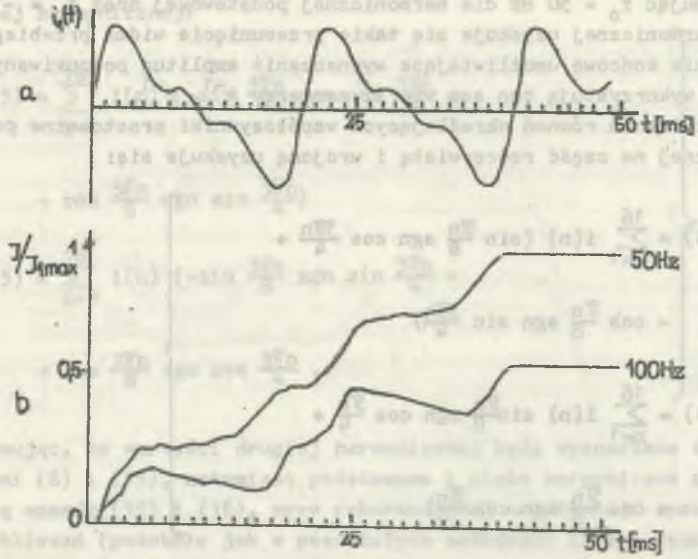
Wielkości charakteryzujące poprawność obliczeń za pomocą metody transformaty prostokątnej, wykorzystującej macierze A i B w skończonej formie, umieszczono w tabl. 1 (sygnały testowe opisano równaniami (13)). Jak widać, uzyskano wyraźną poprawę dokładności obliczeń jedynie dla drugiej harmonicznej

Przy opracowywaniu przedstawionych powyżej algorytmów, opartych na metodzie transformaty prostokątnej, przyjęto częstotliwość próbkowania i szerokość okna danych jako stałe. W nowej wersji drugą harmoniczną obliczono zakładając $f_p = 800$ Hz i $N = 32$, natomiast pierwszą dla $f_p = 400$ Hz i $N = 16$. Odpowiada to sytuacji, gdy na przebieg o długości T nasuwają się dwa okna o różnej szerokości, pierwsze ($N = 32$) wykorzystuje kolejne próbki, drugie ($N = 16$) natomiast wybiera tylko próbki parzyste, rozpoczynając od pierwszej. W rzeczywistości więc sygnał próbkowany jest z jedną częstotliwością równą 800 Hz.

Przyjęcie powyższych zmian pozwala na uzyskanie równań określających współczynniki Fouriera dla pierwszej i drugiej harmonicznych, których realizacja wymaga 8 mnożeń:

$$\left.\begin{aligned}
\tilde{S}(1) &= \bar{S}(2) \cdot 0{,}853553 - \bar{S}(6) \cdot 0{,}146446 \\
\tilde{C}(1) &= \bar{C}(2) \cdot 0{,}853553 + \bar{C}(6) \cdot 0{,}146446 \\
\tilde{S}(2) &= \bar{S}(4) \cdot 0{,}853553 - \bar{S}(12) \cdot 0{,}146446 \\
\tilde{C}(2) &= \bar{C}(4) \cdot 0{,}853553 + \bar{C}(12) \cdot 0{,}146446 \\
I_1 &= \frac{1}{8}\sqrt{\tilde{S}(1)^2 + \tilde{C}(1)^2} \\
I_2 &= \frac{1}{16}\sqrt{\tilde{S}(2)^2 + \tilde{C}(2)^2}
\end{aligned}\right\} \quad (15)$$

Na rysunku 3b przedstawiono zmiany amplitud harmonicznych wyznaczonych za pomocą tej metody. Widać, że w porównaniu z rys. 2b otrzymane wyniki obliczeń pierwszej i drugiej harmonicznej są znacznie bardziej dokładne. Modyfikacja ta nie zmienia sposobu obliczania piątej harmonicznej.



Rys. 3. Wykres zmian w czasie amplitud obliczanych harmonicznych dla sygnału $i_1(t)$ - metoda transformaty prostokątnej - modyfikacja 1

Fig. 3. Timing-diagram of amplitudes of harmonics changes for signal $i_1(t)$ - the rectangular transform method-modification 1

6. Modyfikacja 2 - przesunięcie w dziedzinie częstotliwości

Metoda transformaty prostokątnej, wykorzystująca macierze A i B w skończonej formie, pozwala na bardzo dokładne wyznaczenie amplitudy harmonicznej dla k = 2, która przy częstotliwości próbkowania f_p = 800 Hz i N = 16 odpowiada 100 Hz. Modyfikacja 1, omówiona w punkcie 5, wykorzystuje tę cechę i dzięki zwiększeniu szerokości okna do 32 pozwala na dokładne obliczenie składowych o częstotliwościach 50 Hz i 100 Hz.

Inny sposób wykorzystania tej własności opiera się na twierdzeniu o przesunięciu w dziedzinie częstotliwości, opisanym związkiem:

$$\mathcal{F}\left[i(t)e^{j\omega_0 t}\right] = \int_{-\infty}^{\infty} i(t)e^{j\omega_0 t}\, e^{-j\omega t}\, dt =$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} i(t)e^{-j(\omega-\omega_0)t}\, dt = \tilde{I}(\omega-\omega_0),$$

gdzie:

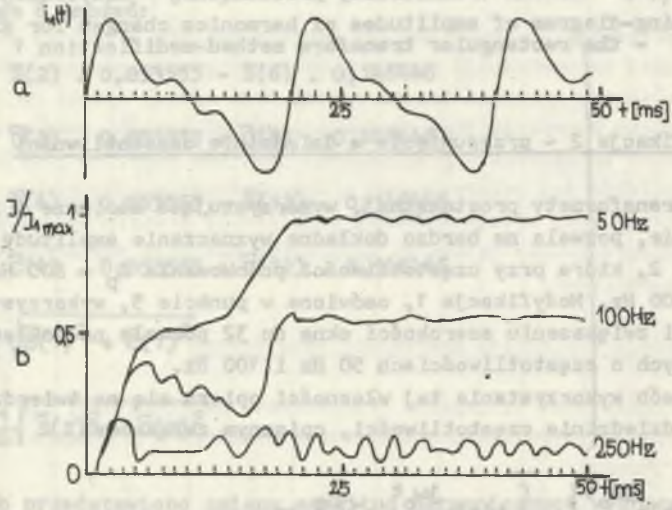
$\mathcal{F}$ - transformata Fouriera,

$\tilde{I}(\omega)$ - widmo przebiegu czasowego i(t).

Przyjmując f_o = 50 Hz dla harmonicznej podstawowej oraz f_o = -150 Hz dla piątej harmonicznej uzyskuje się takie przesunięcie widma przebiegu i(t), że równania końcowe umożliwiające wyznaczenie amplitud poszukiwanych harmonicznych wykorzystują ten sam wiersz macierzy A^{-1}, B^{-1}.

Po rozpisaniu równań określających współczynniki prostokątne podstawowej harmonicznej na część rzeczywistą i urojoną uzyskuje się:

$$\left.\begin{aligned} \bar{S}(1) &= \sum_{n=1}^{16} i(n)\left(\sin\frac{\pi n}{8}\,\mathrm{sgn}\cos\frac{3\pi n}{4} + \right. \\ &\quad \left. - \cos\frac{\pi n}{8}\,\mathrm{sgn}\sin\frac{3\pi n}{4}\right) \\ \bar{C}(1) &= \sum_{n=1}^{16} i(n)\left(\sin\frac{\pi n}{8}\,\mathrm{sgn}\cos\frac{\pi n}{4} + \right. \\ &\quad \left. + \cos\frac{\pi n}{8}\,\mathrm{sgn}\cos\frac{\pi n}{4}\right) \end{aligned}\right\} \tag{16}$$



Rys. 4. Wykres zmian w czasie amplitud obliczanych harmonicznych dla sygnału $i_1(t)$ - metoda transformaty prostokątnej - modyfikacja 2

Fig. 4. Timing-diagram of amplitudes of harmonics changes for signal $i_1(t)$ - the rectangular transform method - modification 2

dla piątej harmonicznej:

$$\left.\begin{aligned}
\bar{S}(5) &= \sum_{i=1}^{16} i(n)\left(-\sin\frac{3\pi n}{8}\,\mathrm{sgn}\cos\frac{3\pi n}{4} + \right.\\
&\left. - \cos\frac{3\pi n}{8}\,\mathrm{sgn}\sin\frac{3\pi n}{4}\right)\\
\bar{C}(5) &= \sum_{i=1}^{16} i(n)\left(-\sin\frac{3\pi n}{8}\,\mathrm{sgn}\sin\frac{3\pi n}{4} + \right.\\
&\left. + \cos\frac{3\pi n}{8}\,\mathrm{sgn}\cos\frac{3\pi n}{4}\right.
\end{aligned}\right\} \qquad (17)$$

Przyjmując, że wartości drugiej harmonicznej będą wyznaczane zgodnie z równaniami (6) i (15), natomiast podstawowa i piąta harmoniczna odpowiednio za pomocą wzorów (15) i (16), przy rekurencyjnej organizacji sposobu prowadzenia obliczeń (podobnie jak w pozostałych metodach) liczbę wymaganych operacji mnożenia można zredukować do 10.

Na rysunku 4b przedstawiono wyniki obliczeń składowych o częstotliwościach 50 Hz, 100 Hz zawartych w przebiegu $i_1(t)$ z rys. 4a.

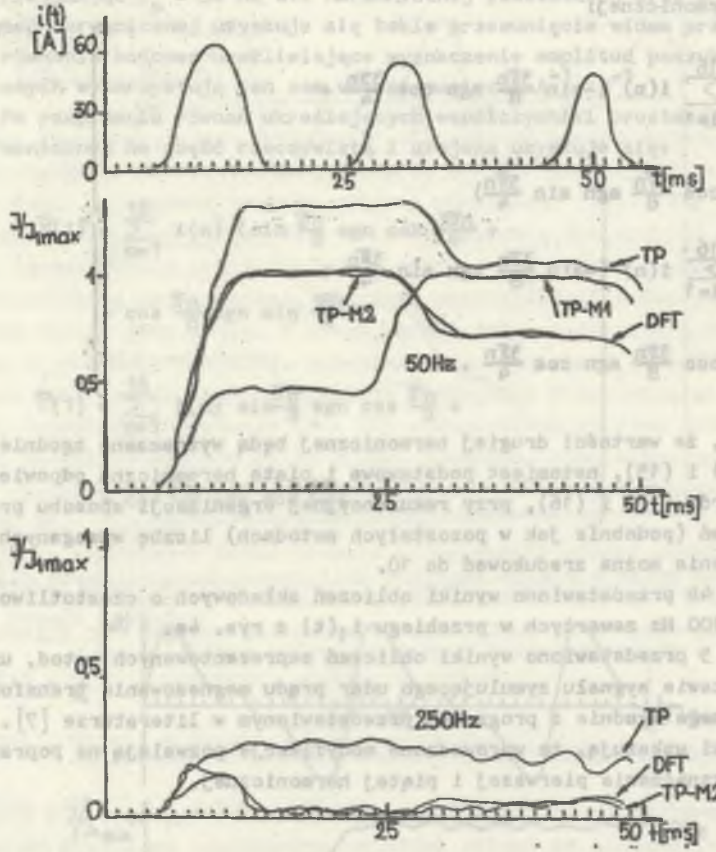
Na rysunku 5 przedstawiono wyniki obliczeń zaprezentowanych metod, uzyskane na podstawie sygnału symulującego udar prądu magnesowania transformatora, utworzonego zgodnie z programem przedstawionym w literaturze [7]. Uzyskane wyniki wskazują, że wprowadzone modyfikacje pozwalają na poprawę dokładności wyznaczania pierwszej i piątej harmonicznej.

Wnioski

Z porównania przedstawionych w pierwszej części artykułu metod wynika, że:

- zmodyfikowana dyskretna transformata Fouriera zapewnia dokładne wyznaczanie amplitud harmonicznych, wymaga ona wykonania 12 mnożeń;
- transformata prostokątna dla nieskończonych macierzy A i B wykorzystuje jedynie operacje dodawania, odejmowania i przesuwania w prawo, jednak nie zapewnia wymaganej dokładności; dla przypadku skończonych macierzy A i B przy zwiększeniu czasu obliczeń (20 mnożeń) uzyskuje się zasadniczą poprawę dokładności obliczeń tylko drugiej harmonicznej, natomiast wyniki obliczeń piątej harmonicznej obarczone są znacznymi błędami.

Modyfikacja 1 metody transformaty prostokątnej wymaga wykonania 8 mnożeń, zapewnia wystarczająco dokładne wyniki obliczeń pierwszej i drugiej harmonicznej.



Rys. 5. Wykres zmian w czasie amplitud obliczanych harmonicznych dla udaru prądu hagnesowania
DFT - metoda zmodyfikowanej dyskretnej transformaty Fouriera
TP - metoda transformaty prostokątnej (M1, M2 - modyfikacja 1,2)

Fig. 5. Timing-diagram of amplitudes of harmonics changes for the inrush current:
DFT - method of the modified discrete Fourier transform
TP - method of the rectangular transform (M1,M2 - the modification 1,2)

Modyfikacja 2 metody transformaty prostokątnej pozwala za pomocą 10 mnożeń uzyskać poprawne wyniki obliczeń dla pierwszej i drugiej harmonicznych oraz zmniejszyć o rząd błędy ekstrakcji piątej harmonicznej. W porównaniu ze zmodyfikowaną dyskretną transformatą Fouriera zmniejszono ilość mnożeń o 2, co dla trójfazowego transformatora oznacza uzyskanie dodatkowego czasu na realizację innych algorytmów, odpowiadającego sześciu operacjom mnożenia.

Metoda ta jest konkurencyjna w stosunku do bardziej czasochłonnej zmodyfikowanej dyskretnej transformaty Fouriera.

LITERATURA

[1] Rahman M.A., Dash P.K.: Fast algorithm for digital protection of power transformers, IEE PROC., Vol. 129, Pt. 6, No. 2. March 1982

[2] Gaster M., Roberts J.B.: Rapid method of forming spectra from regularly sampled records by rectanqular wave transforms, Proc. IEE 1979, 126(7), pp. 658-663

[3] d Assumpcao H.A.: Rapid estimation of spectra from irrequlary sampled records, Proc. IEE, 1978, 125 (12), pp. 1337-1338

[4] Oppenheim A.V., Schafer R.W.: Cyfrowe przetwarzenie sygnałów. WKŁ, Warszawa 1979

[5] Korbasiewicz I., Korbasiewicz M.: Algorytmy cyfrowego zabezpieczenia różnicowego transformatorów dużej mocy. Praca dyplomowa magisterska, Inst. Elektroenergetyki i Sterowania Układów Pol. Śląskiej, 1984

[6] Schweitzer E.O., Aliaga A.: Digital programmable time - parameter relay offers versatility and accuracy, IEE Trans., Vol. Pas-99, No. 1, Jan./Feb. 1980

[7] Basu M., Basu K.P.: Computerised evaulation of the magnetising inrush current in transformers, Electr. Power Systems Research 2, 1979, 179-182.

[8] Dzierzanowski Sowa P., Winkler W., Wiszniewski A.: Wykorzystanie składowych harmonicznych w statycznym zabezpieczeniu różnicowym transformatorów mocy. Raport Instytutu Energoelektroniki Politechniki Wrocławskiej Nr 289, 1984

[9] Namiotkiewicz M., Magdziarz A., Żagan Z., Myrcha W.: Zawartość harmonicznych w udarowym prądzie magnesującym transformatora. IV Międzynarodowa Konferencja Naukowa, Gliwice - maj 1985, s. 318.

Recenzent

Prof. Andrzej Wiszniewski

Wpłynęło do redakcji 5 stycznia 1987 r.

МОДИФИКАЦИЯ МЕТОДОВ ФИЛЬТРАЦИИ ГАРМОНИК ПРЕДНАЗНАЧЕННЫХ ДЛЯ ЦИФРОВЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ ЗАЩИТ ТРАНСФОРМАТОРОВ

Р е з ю м е

В статье оговорены два метода фильтрации гармоник, важных с точки зрения дифференциальной защиты трансформатора. Первый метод, базирующий на дискретном изображении Фурье, характерен трудоемкостью расчетов, но зато обеспечивает достаточную точность результатов.

Второй метод, базирующий на прямоугольном изображении, позволяет уменьшить число трудоемких операций умножения за счет точности результатов.

Сравнение обоих методов склоняет к разработке уравнений фильтрации позволяющих объединить самые существенные свойства этих методов.

Разработаны две модификации метода прямоугольного изображения позволяющие получить компромисс между точностью и скоростью расчетов.

MODIFICATION OF FILTERING METHODS OF HARMONICS FOR DIGITAL DIFFERENTIAL PROTECTION OF POWER TRANSFORMERS

S u m m a r y

The paper deals with two method of filtering harmonics essential for digital differential protection of power transformer. The first of them based on discrete Fourier transform is characterized by the long time of computing. However it assures high-accuracy of results. The second applies the rectangular transform and decreases the number of time-consuming multiplications. Comparing the two methods of different features the connection of their most important features is very profitable. The two modifications of the rectangular transform have been elaborated. The one of them computes harmonics for different sampling frequencies and data windows, the other applies shift-frequency theorem of fourier transform. The obtained methods allow to achieve the compromise between speed and accuracy of computation.