ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1982

Seria: GÓRNICTWO z. 116 Nr kol. 717

Marian DOLIPSKI

MATEMATYCZNY OPIS POŁOŻENIA OGNIW ŁAŃCUCHA GÓRNICZEGO NA NAPĘDOWYM KOLE GNIAZDOWYM

Streszczenie. W artykule zdefiniowano liczbę zazębienia łańcuchowego jako wielkość matematyczną odróżniającą zazębienie nominalne normalne i specjalne oraz opracowano sposób matematycznego opisu położenia ogniw łańcucha na napędowym kole gniazdowym przy wszystkich rodzajach zazębienia łańcuchowego.

1. WSTĘP

Siła uciągu spowodowana napędem przekazywana jest łańcuchowi poprzez sprzężenie kształtowe ogniw z zębami napędowego koła gniazdowego. Zależnie od rodzaju zazębienia łańcuchowego sprzężenie kształtowe występuje:

- między ogniwem poziomym łańcucha a zębem poprzedzającym ząb wzębiający napędowego koła gniazdowego [5, 7], przy zazębieniu normalnym,
- między ogniwem poziomym łańcucha a zębem następującym po zębie dopiero co wyzębionym napędowego koła gniazdowego [5, 7], przy zazębieniu specjalnym,
- między wszystkimi ogniwami poziomymi znajdującymi się na napędowym kole gniazdowym a jego zębami [4], przy zazębieniu nominalnym.

Miejsce sprzężenia kształtowego decyduje o położeniu ogniw łańcucha na napędowym kole gniazdowym. W literaturze przedmiotu spotyka się różne sposoby matematycznego opisu położenia ogniw łańcucha na napędowym kole gniazdowym. W zależności od potrzeb prowadzonej analizy wykorzystuje się w tym celu:

- cięg odcinków utworzonych przez środki geometryczne grubości ogniw stykających się z kołem gniazdowym [1, 11, 12], tworzących fragment wieloboku nieforemnego,
- fragment wieloboku foremnego utworzonego z osi symetrii ogniw pionowych [13] lub z osi symetrii ogniw poziomych [14],
- wielobok foremny utworzony z den gniazd [8, 9],
- wielobok dwuforemny [2, 10] utworzony przez odcinki łączące środki geometryczne grubości ogniw poziomych.

Brak jest jednak dotąd jednolitego sposobu matematycznego opisu położenia ogniw łańcucha na napędowym kole gniazdowym, z wyróżnieniem wszystkich rodzajów zazębienia łańcuchowego.

W literaturze przedmiotu brak jest dotychczas również miarodajnej wielkości matematycznej odróżniającej rodzaje zazębienia łańcuchowego.

2. MATEMATYCZNE ODRÓŻNIANIE RODZAJÓW ZAZĘBIENIA ŁAŃCUCHOWEGO

W celu matematycznego odróżniania poszczególnych rodzajów zazębienia łańcuchowego wprowadzono wielkość liczby zazębienia łańcuchowego. Liczbę zazębienia łańcuchowego zdefiniowano jako kwadrat ilorazu długości cięciwy środków geometrycznych grubości ogniw i podziałki napędowego koła gniazdowego. Długość cięciwy środków geometrycznych grubości ogniw jest to odległość między środkami geometrycznymi torusów tylnich ogniwa poziomego stykającego się z bokiem roboczym zęba koła oraz następującego po nim ogniwa oozionego, znajdującego się na napędowym kole gniazdowym. Podziałka koła gniazdowego jest to odległość między środkami geometrycznymi grubości jednoimiennych torusów dwóch kolejnych ogniw poziomych stykających się z bokami roboczymi zębów koła gniazdowego. W zapisie matematycznym liczba zazębienia łańcuchowego jest równa:

$$Ł = \frac{p_V^2 + p_H^2 + 2p_V p_H \cos(\alpha w_o - \varepsilon)}{a^2 - 4w_o(a-w_o)\sin^2\frac{\pi}{z}} \tag{1}$$

Po wprowadzeniu pewnych uproszczeń ($\frac{S_H \Delta p_H}{E_o} = 0$, $\frac{S_H \Delta p}{E_o} = 0$, $\frac{S_V \Delta p_V}{E_o} = 0$, $\frac{S_V \Delta p}{E_o} = 0$), wielkości występujące we wzorze (1) wyznacza się z zależności:

$$p_H = (1 + \frac{S_H}{E_o})p_n \pm \Delta p + 0{,}5\Delta p_H + d_n \pm \Delta d \tag{2}$$

$$p_V = (1 + \frac{S_V}{E_o})p_n \pm \Delta p + \Delta p_V + 0{,}5\Delta p_H +$$

$$- \frac{d_n}{m}\left[1 - (1 - m)\cos\operatorname{arctg}\mu\right] \mp \Delta d \tag{3}$$

$$\alpha w_o = \arcsin(\frac{w_o}{p_V}\sin\frac{2\pi}{z}) \tag{4}$$

$$\varepsilon = \arcsin\left[\frac{1}{p_H}\sqrt{p_H^2 - (a - u_1 - w_o)^2\sin^2\beta}\,\sin\beta +\right.$$

$$\left. - \frac{1}{2p_H}(a - u_1 - w_o)\sin 2\beta\right] \tag{5}$$

$$u_1 = \sqrt{p_V^2 - \left(w_o \sin \frac{2\pi}{z}\right)^2} - w_o \cos \frac{2\pi}{z} \tag{6}$$

gdzie:

- $Ł$ - liczba zazębienia łańcuchowego,
- p_H - podziałka obliczeniowa ogniwa poziomego,
- p_V - podziałka obliczeniowa ogniwa pionowego,
- S_H - obciążenie rozciągające ogniwo poziome,
- S_V - obciążenie rozciągające ogniwo pionowe,
- p_n - nominalna podziałka technologiczna łańcucha ogniwowego,
- d_n - nominalna grubość ogniwa,
- Δp - tolerancja podziałki technologicznej łańcucha ogniwowego,
- Δp_H - miara zużycia ogniwa poziomego,
- Δp_V - miara zużycia ogniwa pionowego,
- Δd - tolerancja grubości ogniw,
- m - moduł przegubu łańcucha ogniwowego,
- δ - kąt pochylenia ogniwa poziomego względem dna gniazda,
- μ - współczynnik tarcia w przegubie górniczego łańcucha ogniwowego.

Wprowadzenie wielkości liczby zazębienia łańcuchowego umożliwia określenie w sposób wymierny rodzaju zazębienia łańcuchowego przy współdziałaniu napędowego koła gniazdowego o dowolnej liczbie zębów z łańcuchem ogniwowym dowolnej wielkości. Zawsze dla $Ł = 1$ wystąpi zazębienie nominalne, dla $Ł > 1$ - zazębienie normalne, natomiast dla $Ł < 1$ - zazębienie specjalne.

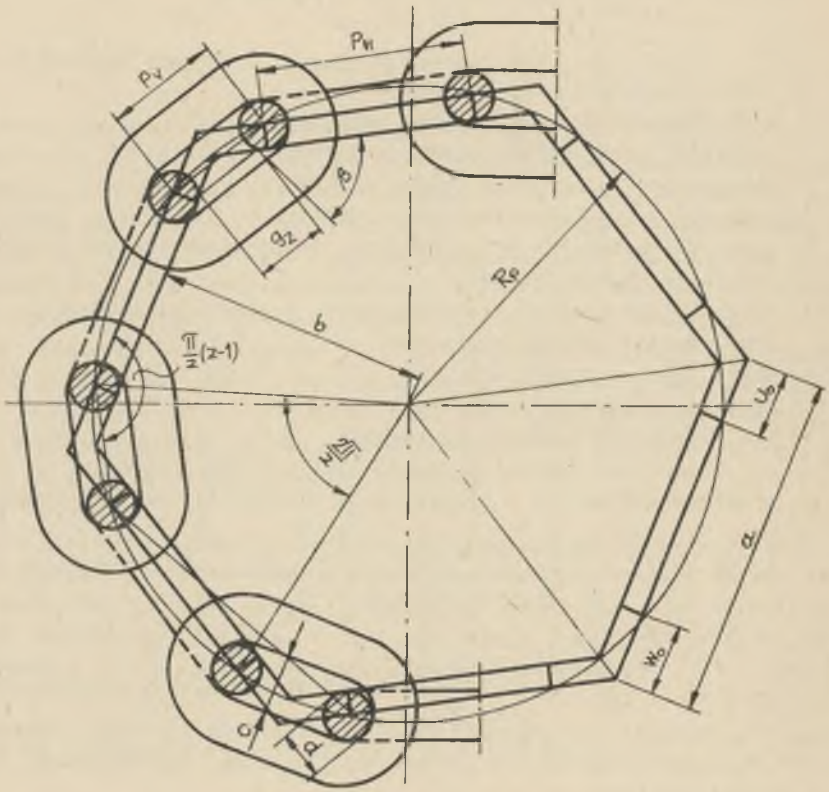
Należy tu zauważyć, że nie ma potrzeby każdorazowo obliczać wartości kąta δ. Konieczne staje się to dopiero po uprzednim sprawdzeniu, czy spełniony jest warunek:

$$p_H > a - u_1 - w_o \tag{7}$$

W przypadku gdy warunek (7) nie jest spełniony, we wzorze (1) należy podstawić $\delta = 0$, co z góry eliminuje możliwość wystąpienia zazębienia normalnego.

3. ZAZĘBIENIE NOMINALNE

Zazębienie nominalne to taki rodzaj zazębienia łańcuchowego, przy którym kąty względnego pochylenia sąsiednich ogniw na napędowym kole gniazdowym (rys. 1) są sobie równe i wynoszą $\frac{\pi(z-1)}{z}$. Środki geometryczne grubości ogniw poziomych zajmują wówczas położenie na okręgu podziałowym, którego promień jest równy:



Rys. 1. Położenie ogniw łańcucha na napędowym kole gniazdowym przy zazębieniu nominalnym

$$R_p = \frac{1}{2}\sqrt{p_H^2 + \left(\frac{p_V}{\sin\frac{\pi}{z}} + \frac{p_H}{tg\frac{\pi}{z}}\right)^2} \tag{8}$$

W ten sposób zdeterminowane jest położenie wszystkich ogniw łańcucha na napędowym kole gniazdowym.

Dla potrzeb matematycznego opisu położenia ogniw łańcucha na napędowym kole gniazdowym przy wszystkich rodzajach zazębienia łańcuchowego skonstruowano podwójny (główny i pomocniczy) wielobok foremny. Wielobok główny utworzony jest z osi symetrii ogniw poziomych, natomiast wielobok pomocniczy utworzony jest z den gniazd (rys. 1). Boki obu wieloboków związane są ze sobą prostopadłymi do nich odcinkami, obrazującymi skrajne położenia środków geometrycznych grubości ogniwa u_o i w_o. Celowo wyróżniono wielkości u_o i w_o, ponieważ umożliwiają one matematyczny opis położenia ogniw łańcucha na napędowym kole gniazdowym, zawierającym zęby

asymetryczne. W przypadku zębów symetrycznych (są one najczęściej spotykane) wielkości te są sobie równe i wynoszą:

$$u_o = w_o = \frac{d}{2}\left(\mathrm{tg}\,\frac{\pi}{z} + \mathrm{tg}\,\frac{\beta}{2}\right) + \frac{g_z}{2\cos\frac{\pi}{z}} \tag{9}$$

gdzie:

β - jest kątem pochylenia boku zęba względem dna gniazda,

g_z - grubością zęba u jego podstawy.

4. ZAZĘBIENIE NORMALNE

Matematyczny opis położenia ogniw łańcucha na napędowym kole gniazdowym przy zazębieniu normalnym i specjalnym staje się już bardziej złożony. Wygodnie jest posługiwać się tutaj dwoma układami współrzędnych - układem kartezjańskim związanym z bokiem wieloboku głównego (fizykalnie układ ten związany jest z gniazdem) oraz układem biegunowym z biegunem umiejscowionym w środku obrotu napędowego koła gniazdowego.

Przy zazębieniu normalnym ogniwo poziome w gnieździe H1 jest nachylone względem dna gniazda pod kątem ε (wzór 5), wobec czego styka się ono swym tylnym torusem tylko z bokiem roboczym zęba. Położenie środka geometrycznego grubości torusa tylnego ogniwa w gnieździe H1 określone jest w układzie kartezjańskim za pomocą współrzędnych (rys. 2)

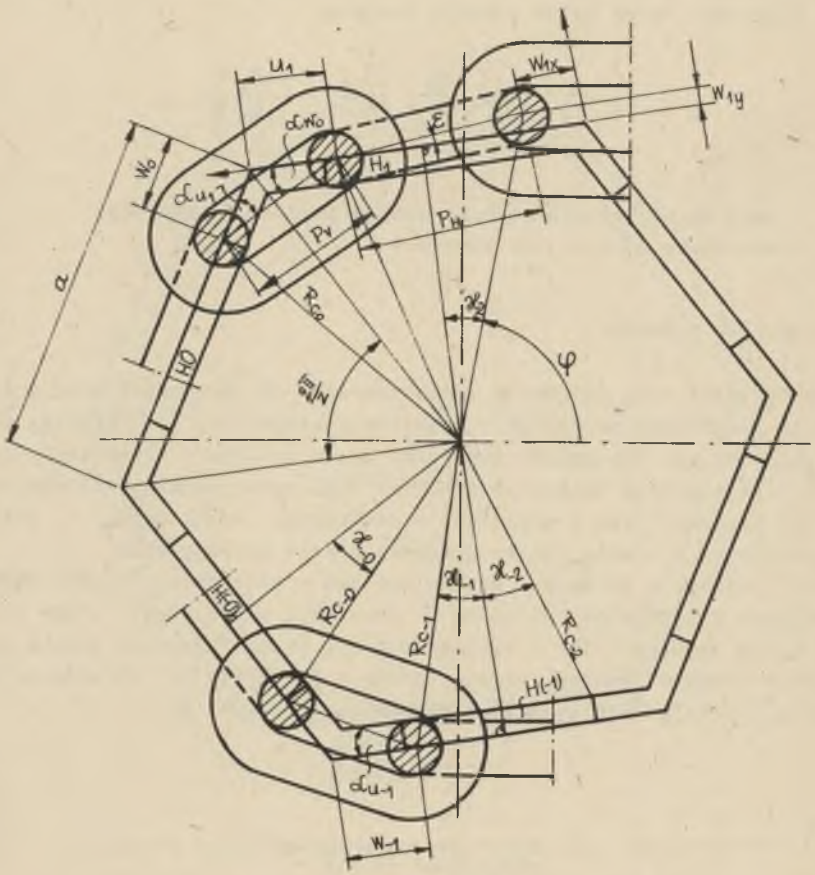
$$w_{1y} = p_H \sin\varepsilon \tag{10}$$

$$w_{1x} = a - u_1 - p_H \cos\varepsilon \tag{11}$$

Gdy napięcie łańcucha w miejscu zbiegania z napędowego koła gniazdowego jest równe zero, wówczas wystarczająca jest znajomość położenia ogniwa w gnieździe H1. Natomiast, gdy napięcie to jest większe od zera, wtedy konieczna jest również znajomość położenia ogniwa w gnieździe H(-1). Ogniwo poziome w gnieździe H(-1) styka się swym przednim torusem z bokiem nieroboczym zęba [5, 6, 7]. Zatem położenie środka geometrycznego grubości torusa przedniego określone jest przez współrzędną u_o.

Dla potrzeb określenia argumentów w biegunowym układzie współrzędnych konieczna jest znajomość kątów $\varkappa$, które oblicza się odpowiednio z zależności:

$$\varkappa_2 = \mathrm{arctg}\,\frac{a - 2w_{1x}}{2(b + w_{1y}) + d} \tag{12}$$



Rys. 2. Położenie ogniw łańcucha na napędowym kole gniazdowym przy zazębieniu normalnym

$$\varkappa_3 = \mathrm{arctg}\left(\frac{a - 2u_2}{2b + d}\right) \tag{13}$$

$$\varkappa_{-2} = \varkappa_{-0} = \mathrm{arctg}\left(\frac{a - 2u_0}{2b + d}\right) \tag{14}$$

$$\varkappa_{-1} = \mathrm{arctg}\left(\frac{a - 2w_{-1}}{2b + d}\right) \tag{15}$$

Natomiast ramiona środków geometrycznych grubości ogniw poziomych wyznacza się z zależności:

$$R_{c_2} = \frac{1}{2}\sqrt{[2(b + w_{1y}) + d]^2 + (a - 2w_{1x})^2} \tag{16}$$

$$R_{c_3} = \frac{1}{2}\sqrt{(2b + d)^2 + (a - 2u_2)^2} \tag{17}$$

$$R_{c_{-2}} = R_{c_{-0}} = \frac{1}{2}\sqrt{(a - 2u_o)^2 + (2b + d)^2} \tag{18}$$

$$R_{c_{-1}} = \frac{1}{2}\sqrt{(2b + d)^2 + (a - 2w_{-1})^2}, \tag{19}$$

przy czym:

$$w_{-1} = \sqrt{p_V^2 - (u_o \sin\frac{2\pi}{z})^2} - u_o \cos\frac{2\pi}{z} \tag{20}$$

$$u_2 = p_V \frac{\sin\alpha u_2}{\sin\frac{2\pi}{z}} \tag{21}$$

5. ZAZĘBIENIE SPECJALNE

Matematyczny opis położenia poszczególnych ogniw na napędowym kole gniazdowym w kartezjańskim układzie współrzędnych rozpoczęto również od miejsca sprzężenia kształtowego. Położenie ogniwa w Hi-tym gniaździe określają następujące współrzędne (rys. 3):

$$u_i = \sqrt{p_V^2 - (w_{(i-1)} \sin\frac{2\pi}{z})^2} - w_{(i-1)} \cos\frac{2\pi}{z} \tag{22}$$

$$w_i = a - p_H - u_i, \tag{23}$$

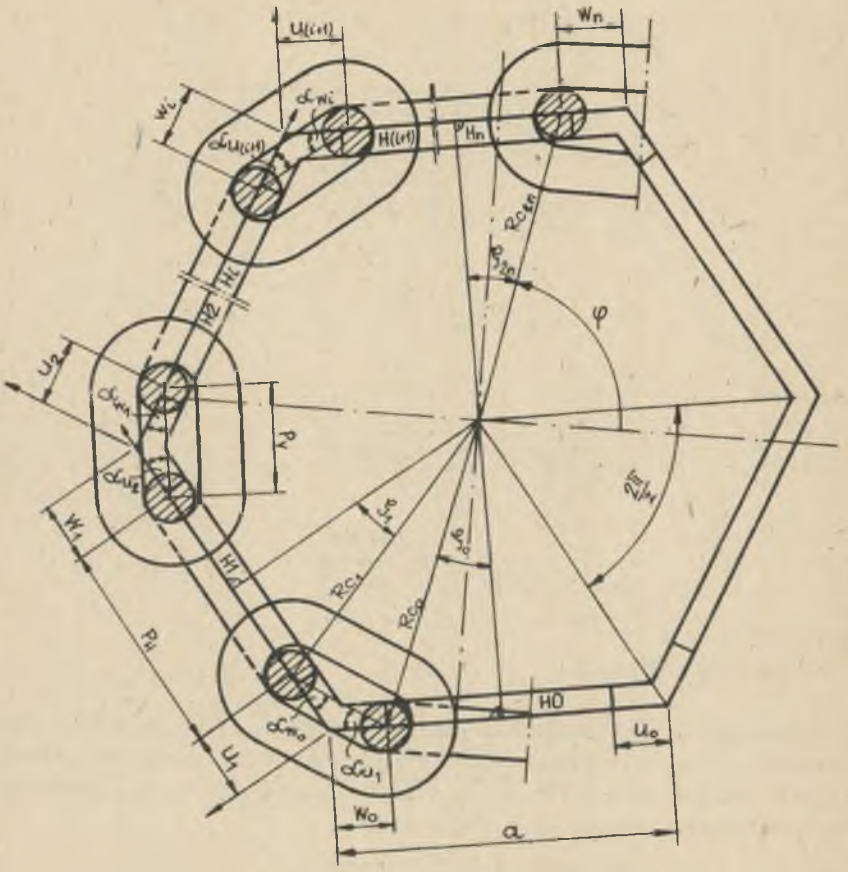
gdzie:

$i = 1,2,3,\ldots,n$

n - jest liczbą gniazd w zakresie kąta obejmowania napędowego koła gniazdowego przez łańcuch ogniwowy.

Dla potrzeb określenia argumentów w biegunowym układzie współrzędnych, podczas współdziałania napędowego koła gniazdowego z łańcuchem ogniwowym przy zazębieniu specjalnym, konieczna jest znajomość kątów ξ, które wyznacza się z zależności:

$$\xi_o = \operatorname{arctg}\left(\frac{a - 2w_o}{2b + d}\right) \tag{24}$$



Rys. 3. Położenie ogniw łańcucha na napędowym kole gniazdowym przy zazębieniu specjalnym

$$\xi_1 = \mathrm{arctg}\left(\frac{a - 2u_1}{2b + d}\right) \tag{25}$$

$$\xi_{2n} = \mathrm{arctg}\left(\frac{a - 2w_n}{2b + d}\right) \tag{26}$$

Z kolei ramiona środków geometrycznych grubości ogniw poziomych przy zazębieniu specjalnym wyznacza się z zależności:

$$R_{c_0} = \frac{1}{2}\sqrt{(a - 2w_0)^2 + (2b + d)^2} \tag{27}$$

$$R_{c_1} = \frac{1}{2}\sqrt{(a - 2u_1)^2 + (2b + d)^2} \tag{28}$$

$$R_{c_{2n}} = \frac{1}{2}\sqrt{(a - 2w_n)^2 + (2b + d)^2} \tag{29}$$

6. UWAGI KOŃCOWE

Wprowadzona wielkość liczby zazębienia łańcuchowego umożliwia miarodajne matematyczne odróżnianie rodzajów zazębienia łańcuchowego przy współdziałaniu napędowego koła gniazdowego o dowolnej liczbie zębów z łańcuchem ogniwowym dowolnej wielkości z uwzględnieniem: tolerancji wykonania ogniw łańcucha i gniazd kół napędowych, zużycia ściernego ogniw i gniazd, wydłużenia sprężystego i plastycznego ogniw, modułu przegubu łańcucha ogniwowego oraz współczynnika tarcia w przegubach górniczego łańcucha ogniwowego.

Jednolity sposób matematycznego opisu położenia ogniw łańcucha na napędowym kole gniazdowym przy zazębieniu nominalnym, normalnym i specjalnym polega na wykorzystaniu geometrycznego modelu współdziałania w postaci podwójnego wieloboku foremnego. Wygodnie jest przy tym posługiwać się dwoma układami współrzędnych - kartezjańskim, związanym z gniazdem i biegunowym, z biegunem umiejscowionym w środku obrotu koła napędowego. Opracowany matematyczny sposób opisu położenia ogniw na napędowym kole gniazdowym umożliwia prowadzenie analitycznych badań przy wszystkich rodzajach zazębienia łańcuchowego w zakresie: rozkładu obciążenia ogniw na napędowym kole gniazdowym, obciążenia zębów i gniazd koła napędowego, przebiegu zmian momentu sił obciążenia napędowego koła gniazdowego, zużycia ściernego ogniw i gniazd w czasie ich współdziałania.

Przykłady obliczeń z wykorzystaniem opracowanego sposobu matematycznego opisu położenia ogniw łańcucha na napędowym kole gniazdowym podane są w łatwo dostępnej pozycji literatury [3].

LITERATURA

[1] Cugreev L.I.: Dviżenie kolcevoj cepi konveera. Gornyje Masiny i Avtomatika, nr 1/1970.

[2] Dolipski M.: Analiza ruchu łańcucha ogniwowego. Przegląd Mechaniczny, nr 21/1978.

[3] Dolipski M.: Obciążenie zębów napędowych kół gniazdowych. Mechanizacja i Automatyzacja Górnictwa, nr 3/1981.

[4] Ogłoblin V.D.: K teorij cepnogo zaceplenija gornych mašin pri kontaktie zviena cepi s zubom i graniu privodnoj zviezdočki. Izviestija Vysšich Učebnych Zavedenij - Gornyj Žurnał, nr 7/1967.

[5] Pechalat F., Ćwikliński C., Dhollander R.: Theorie eg experimentations sur l'engrenement des chaines les tourteaux et roues a empreintes. Industrie Minerale - Mine, nr 2/1975.

[6] Rynik J.: Zjawiska dynamiczne na napędowych kołach gniazdowych. Mechanizacja i Automatyzacja Górnictwa, nr 10/1976.

[7] Rynik J.: Charakter i przebieg współpracy kół gniazdowych i łańcuchów ogniwowych. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, z. Górnictwo nr 68/1976.

[8] Rynik J., Dolipski M.: Nadwyżki obciążeń w napędowych układach łańcuchowych. Przegląd Mechaniczny, nr 18/1977.

[9] Rynik J., Dolipski M.: Wpływ względnego położenia kół w układach łańcuchowych na powstawanie napięć konturowych w łańcuchu. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, z. Górnictwo, nr 78/1977.

[10] Schaefer W.: Das Zusammenarbeiten von Kette und Kettenstern. Glückauf Forschungshefte, nr 6/1975.

[11] Schaefer W.: Lage und Beanspruchung kurzer Kettenglieder im Kettenstern. Glückauf Forschungshefte, nr 4/1978.

[12] Schaefer W.: Die Lage langer Kettenglieder im Kettenstern. Glückauf Forschungshefte, nr 4/1979.

[13] Werbicky P.: Berechnung und Gestaltung von Rundstahlkettennüssen. Fördern und Heben, nr 7/1971.

[14] Werbicky P.: Haspelrader für Störungsfreien Kettenumlauf. Fördern und Heben, nr 4/1973.

Recenzent: Doc. dr inż. Karol Reich

Wpłynęło do Redakcji 14.12.1981 r.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ РАСПОЛОЖЕНИЯ ЗВЕНЬЕВ ГОРНЫХ ЦЕПЕЙ НА ГНЕЗДОВОЙ ВЕДУЩЕЙ ЗВЕЗДОЧКЕ

Р е з ю м е

В статье определяется число цепочного зацепления как математическую величину отличающую номинальное нормальное зацепление от специального, а также разрабатывается метод математического опосания расположения звеньев цепи на гнездовой ведущей звездочке в случае всех типов цепочного зацепления.

A MATHEMATICAL DESCRIPTION OF POSITIONING OF LEADING CHAIN LINKS ON A DRIVE NEST WHEEL

S u m m a r y

The paper defines a number of chain mesh as a mathematical magnitude to differentiate between normal and special nominal mesh, as well as works out a method of mathematical description of positioning of leading chain links on a drive nest wheel et all manners of chain mesh.