

Leszek S. CZARNECKI

ORTOGONALNY ROZKŁAD PRĄDU ŹRÓDŁA NAPIĘCIA ODKSZTAŁCONEGO  
ZASILAJĄCEGO ASYMETRYCZNY, NIELINIOWY ODBIORNIK TRÓJFAZOWY

**Streszczenie.** Ortogonalny rozkład prądu źródła w obwodzie jednofazowym z przebiegami odkształconymi na prąd czynny, bierny, rozrzutu i prąd generowany, będący podstawą nowej teorii mocy takich obwodów, jest rozszerzony w tym artykule na prądy źródła o napięciu odkształconym w asymetrycznym i nieliniowym obwodzie trójfazowym. Pokazano, że w obwodzie takim prąd źródła, traktowany jako wektor, którego składowymi są prądy fazowe, można rozłożyć na wzajemnie ortogonalne prądy: czynny, bierny, rozrzutu i prąd generowany, zachowujące dotychczasową interpretację fizyczną. Rozkład ten ujawnia nowy, ortogonalny do pozostałych składników prądu, nazwany prądem asymetrii, którego wartość skuteczna jest miarą wpływu asymetrii impedancyjnej odbiornika na wartość skuteczną prądu źródła. W ten sposób znaleziony rozkład separuje poszczególne zjawiska i przyczyny determinujące wartość skuteczną prądu źródła, a także dostarcza, poprzez wartości skuteczne wyodrębnionych składowych miar dla ilościowego badania wpływu tych zjawisk na prąd źródła.

### 1. Wstęp

W artykule [1] pokazano, że prąd w obwodzie jednofazowym ze źródłem napięcia odkształconego i nieliniowym odbiornikiem może być rozłożony na cztery ortogonalne składniki związane z odrębnymi zjawiskami odpowiedzialnymi za wartość skuteczną prądu źródła. Są to: (i) przenoszenie mocy czynnej, (ii) zmiana konduktancji odbiornika z częstotliwością, (iii) dwukierunkowy przepływ energii między źródłem a reaktancyjnymi elementami odbiornika, (iv) generacja harmonicznych prądu spowodowana nieliniowością odbiornika. Trzy ostatnie zjawiska powodują wzrost wartości skutecznej prądu źródła ponad jej wartość niezbędną dla przenoszenia mocy czynnej, zmniejszając w ten sposób współczynnik mocy źródła. Ponieważ wartości skuteczne poszczególnych składowych prądu są ilościowymi miarami wpływu tych zjawisk na wartość skuteczną prądu źródła, rozkład ten nie tylko jakościowo wyjaśnia energetyczne właściwości obwodu z przebiegami odkształconymi, lecz tworzy także podstawę dla ilościowego opisu tych właściwości oraz badań nad syntezą równoległych kompensatorów reaktancyjnych, poprawiających współczynnik mocy źródeł o napięciu odkształconym.

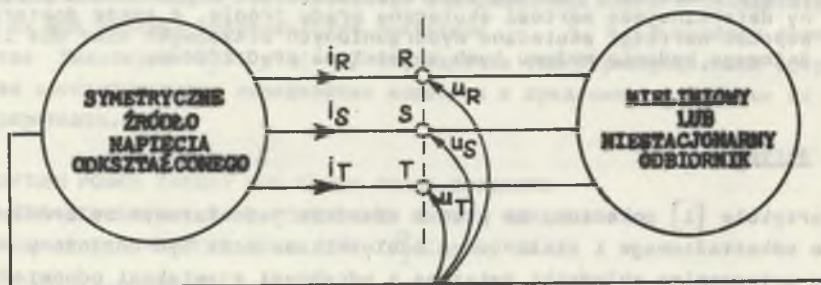
Obwody służące do przesyłania energii mają jednak najczęściej strukturę trójfazową. Dlatego jednym z czynników decydujących o praktycznej war-

tości tego rozkładu jest możliwość jego rozszerzenia na układy trójfazowe w ten sposób, aby, zachowując cechy jakie ma on w obwodach jednofazowych, uwzględniał przyczyny wzrostu wartości skutecznej prądu źródła, wynikające z trójfazowej struktury obwodu. Ponieważ w obwodach takich również asymetria impedancyjna odbiornika obniża współczynnik mocy źródła, dlatego w niniejszym artykule poszukuje się takiego ortogonalnego rozkładu prądów źródła trójfazowego, w którym poprzednio zdefiniowane składowe zachowałyby swoje znane już właściwości, lecz ujawniłyby się jednocześnie nowa składowa, której wartość skuteczna byłaby wyłączną miarą wpływu asymetrii na prąd źródła.

W artykule tym pokazano, że w trójprzewodowym układzie trójfazowym bez sprzężeń międzyprzewodowych i z napięciowo-symetrycznym źródłem jest to możliwe.

## 2. Założenia i symbole

Rozważania w artykule ograniczone są do obwodu trójfazowego bez sprzężeń międzyprzewodowych, o strukturze przedstawionej na rys. 1 z odbiornikiem



Rys. 1. Struktura obwodów

Fig. 1. Network structure

kiem nieliniowym lub o parametrach okresowo zmiennych lecz takich, że okres zmienności prądu  $T$  jest równy okresowi zmienności napięcia, przy czym zarówno prądy, jak i napięcia są w okresie  $T$  całkowalne z kwadratem. Przyjmuje się ponadto, że średnia wartość napięć i prądów jest równa zero, zaś źródło jest napięciowo-symetryczne, zgodnej kolejności, tj.:

$$u_S = u_R(t-T/3), \quad u_T = u_R(t+T/3). \quad (1)$$

Wielkości na zaciskach RST, takie jak napięcia  $u_R, u_S, u_T$ , prądy  $i_R, i_S, i_T$  lub ich części będą oznaczone przez  $f_R, f_S, f_T$ . Ich szereg Fouriera jest przedstawiony w postaci:

$$f \triangleq \sqrt{2} \operatorname{Re} \sum_{n \in N} F_n e^{jn\omega_1 t}, \quad (2)$$

gdzie  $\omega_1 \triangleq \frac{2\pi}{T}$ ,  $N$  jest zbiorem indeksów harmoniczych  $n$ , zaś

$$F_n \triangleq F_n e^{j\alpha_n} \triangleq \frac{\sqrt{2}}{T} \int_0^T f e^{-jn\omega_1 t} dt \quad (3)$$

jest zespoloną wartością skuteczną  $n$ -tej harmoniczej.

Wielkości o okresie  $T$  na zaciągach RST, uporządkowane w wektory  $f \triangleq [f_R, f_S, f_T]^t$ , gdzie  $[.]^t$  oznacza macierz transponowaną, tworzą przestrzeń wektorową  $L_T^2$  z iloczynem skalarnym  $(f_1, f_2)$  zdefiniowanym jako:

$$\begin{aligned} (f_1, f_2) &\triangleq \frac{1}{T} \int_0^T f_1^t f_2 dt = \frac{1}{T} \int_0^T [f_{1R}, f_{1S}, f_{1T}] \begin{bmatrix} f_{2R} \\ f_{2S} \\ f_{2T} \end{bmatrix} dt = \\ &= \frac{1}{T} \int_0^T (f_{1R} f_{2R} + f_{1S} f_{2S} + f_{1T} f_{2T}) dt = \\ &= \operatorname{Re} \sum_{n \in N} (F_{1nR} F_{2nR}^* + F_{1nS} F_{2nS}^* + F_{1nT} F_{2nT}^*), \end{aligned} \quad (4)$$

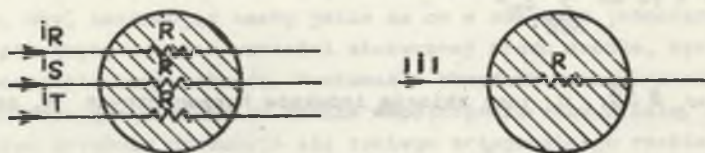
gdzie gwiazdka oznacza liczbę zespoloną sprzężoną i normę

$$\begin{aligned} \|f\| &\triangleq \sqrt{(f, f)} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T (f_R^2 + f_S^2 + f_T^2) dt} = \\ &= \sqrt{\sum_{n \in N} (F_{nR}^2 + F_{nS}^2 + F_{nT}^2)}. \end{aligned} \quad (5)$$

Norma  $\|f\|$  wektora  $f$  może być traktowana jako pewne uogólnienie pojęcia wartości skutecznej prądu lub napięcia w obwodzie jednofazowym.

Gdy skutki cieplne trzech prądów lub napięć fazowych reprezentowanych wektorem  $f$  symetrycznego urządzenia trójfazowego nie zależą od częstotliwości, wówczas norma  $\|f\|$  może być interpretowana jako wartość prądu lub napięcia stałego, który działając na jedną fazę tego urządzenia wywołuje równoważne skutki cieplne takie jak trójka wielkości  $f_R, f_S, f_T$  (rys. 2).



Rys. 2. Interpretacja wartości skutecznej  $\|i\|$ Fig. 2. Interpretation of  $\|i\|$  r m s value

Wektory  $f_1, f_j$  są wzajemnie ortogonalne, gdy ich iloczyn skalarny  $(f_1, f_j)$  jest równy zero i wówczas

$$\begin{aligned} \|f_1 + f_j\|^2 &= \frac{1}{T} \int_0^T (f_1^t + f_j^t)(f_1 + f_j) dt = \\ &= \|f_1\|^2 + 2(f_1, f_j) + \|f_j\|^2 = \|f_1\|^2 + \|f_j\|^2. \end{aligned} \quad (6)$$

Moc czynna przenoszona przez przekrój RST może być wyrażona alternatywnie jako:

$$\begin{aligned} P = (u, i) &= \frac{1}{T} \int_0^T u^t i dt = \frac{1}{T} \int_0^T (u_R i_R + u_S i_S + u_T i_T) dt = \\ &= \operatorname{Re} \sum_{n \in \mathbb{N}} (U_{nR} I_{nR}^* + U_{nS} I_{nS}^* + U_{nT} I_{nT}^*). \end{aligned} \quad (7)$$

Moc pozorna  $S$  źródła trójfazowego jest wielkością umowną. W niniejszym artykule przyjmuje się umowę najbliższą tej powszechnie używanej w obwodach jednofazowych. Mianowicie, przyjmuje się, że moc pozorna  $S$  jest iloczynem uogólnionych wartości skutecznych prądu i napięcia źródła, tj.

$$S \triangleq \|u\| \|i\|. \quad (8)$$

### 3. Ortogonalny rozkład prądu w asymetrycznym obwodzie trójfazowym z przebiegami sinusoidalnymi

Zdefiniujemy konduktancję równoważną  $G_0$  i susceptancję równoważną  $B_0$  odbiornika asymetrycznego jako konduktancję i susceptancję odbiornika symetrycznego, który przy takim samym napięciu ma moc czynną i moc bierną taką jak odbiornik asymetryczny, a więc

$$G_e \hat{=} \frac{P}{\|u\|^2} \quad B_e \hat{=} -\frac{Q}{\|u\|^2}, \quad (9)$$

gdzie

$$P \hat{=} \operatorname{Re} \{ \underline{U}_R \underline{I}_R^* + \underline{U}_S \underline{I}_S^* + \underline{U}_T \underline{I}_T^* \}, \quad (10)$$

$$Q \hat{=} \operatorname{Im} \{ \underline{U}_R \underline{I}_R^* + \underline{U}_S \underline{I}_S^* + \underline{U}_T \underline{I}_T^* \}. \quad (11)$$

Z pomocą parametrów równoważnych odbiornika prąd  $i$  można rozłożyć w sposób następujący:

$$i = i_a + i_r + i_u, \quad (12)$$

gdzie

$$i_a \hat{=} G_e u = \sqrt{2} \operatorname{Re} \begin{bmatrix} G_e \underline{U}_R \\ G_e \underline{U}_S \\ G_e \underline{U}_T \end{bmatrix} [e^{j\omega_1 t}], \quad (13)$$

$$i_r \hat{=} B_e \frac{d}{d(\omega_1 t)} u = \sqrt{2} \operatorname{Re} \begin{bmatrix} jB_e \underline{U}_R \\ jB_e \underline{U}_S \\ jB_e \underline{U}_T \end{bmatrix} [e^{j\omega_1 t}], \quad (14)$$

$$i_u \hat{=} i - i_a - i_r. \quad (15)$$

Obliczmy wartość iloczynów skalarnych tak zdefiniowanych prądów

$$(i_r, i_a) = \operatorname{Re} \{ jB_e \underline{U}_R G_e \underline{U}_R^* + jB_e \underline{U}_S G_e \underline{U}_S^* + jB_e \underline{U}_T G_e \underline{U}_T^* \} = 0, \quad (16)$$

$$\begin{aligned} (i_u, i_r) &= ((i - i_a - i_r), i_r) = (i, i_r) - (i_a, i_r) - (i_r, i_r) = \\ &= (i, i_r) - \|i_r\|^2 = \\ &= \operatorname{Re} \{ jB_e \underline{U}_R \underline{I}_R^* + jB_e \underline{U}_S \underline{I}_S^* + jB_e \underline{U}_T \underline{I}_T^* \} - B_e^2 \|u\|^2 = \\ &= B_e \operatorname{Re} \{ j(P + jQ) \} + B_e Q = -B_e Q + B_e Q = 0, \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} (i_u, i_a) &= (i, i_a) - (i_a, i_a) - (i_r, i_a) = \\ &= G_e (i, u) - G_e^2 \|u\|^2 = G_e (P - P) = 0. \end{aligned} \quad (18)$$

Ponieważ iloczyny skalarne (16), (17), (18) są równe zero, prądy  $i_a$ ,  $i_r$ ,  $i_u$  są wzajemnie ortogonalne i ich wartości skuteczne spełniają relację

$$\|i\|^2 = \|i_a\|^2 + \|i_r\|^2 + \|i_u\|^2, \quad (19)$$

gdzie:

$$\|i_a\| = G_e \|u\|, \quad (20)$$

$$\|i_r\| = B_e \|u\|, \quad (21)$$

$$\|i_u\| = \sqrt{\|i\|^2 - (G_e^2 + B_e^2) \|u\|^2}. \quad (22)$$

Zauważmy, że w obwodzie impedancyjnie symetrycznym

$$Y_R = Y_S = Y_T = G_e + jB_e, \quad (23)$$

$$\|i\| = \|u\| \sqrt{G_e^2 + B_e^2}, \quad (24)$$

a więc  $\|i_u\| = 0$ , tj. prąd źródła nie zawiera prądu  $i_u$ . Pojawia się on tylko wtedy, gdy warunek (23) nie jest spełniony. Jego wartość skuteczna  $\|i_u\|$  może być więc użyta jako ilościowa miara oddziaływania impedancyjnej asymetrii obwodu na wartość skuteczną prądu źródła.

#### 4. Ortogonalny rozkład prądu w asymetrycznym obwodzie trójfazowym o napięciu odkształconym z nieliniowym lub okresowo zmiennym obciążeniem

Założmy, że napięcie źródła  $u$  ma harmoniczne o numerach  $n$  ze zbioru liczb naturalnych  $N_u$  a prąd  $i$  ma harmoniczne o numerach ze zbioru liczb naturalnych  $N_i$ . Wskutek generowania harmonicznych przez nieliniowy lub okresowo zmienny odbiornik zbiór  $N_i$  może być liczniejszy od zbioru  $N_u$ .

Rozłóżmy prąd źródła  $i$  na dwie składowe,  $i_o$ , złożoną z harmonicznych o numerach ze zbioru  $N_u$  oraz  $i_g$ , złożoną z harmonicznych o pozostałych numerach,  $N_g \hat{=} N_i \ominus N_u$ , tj.

$$i = i_o + i_g. \quad (25)$$

Ponieważ prądy  $i_o$ ,  $i_g$  nie mają harmoniczných o takich samych częstotliwościach, zatem są one wzajemnie ortogonalne, a więc

$$\|i\|^2 = \|i_o\|^2 + \|i_g\|^2. \quad (26)$$

Oznaczmy przez  $i_n$  pojedynczą harmoniczną prądu  $i_o$ , wówczas

$$i_o = \sum_{n \in N_u} i_n. \quad (27)$$

Jeżeli przez przekrój RST obwodu asymetrycznego przenoszona jest przy częstotliwości  $n\omega_1$  moc czynna  $P_n$  i moc bierna  $Q_n$ , gdzie

$$P_n = \operatorname{Re}\{U_{nR}I_{nR}^* + U_{nS}I_{nS}^* + U_{nT}I_{nT}^*\}, \quad (28)$$

$$Q_n = \operatorname{Im}\{U_{nR}I_{nR}^* + U_{nS}I_{nS}^* + U_{nT}I_{nT}^*\}, \quad (29)$$

to takie same moce przenoszone są przy tej samej częstotliwości  $n\omega_1$  w symetrycznym obwodzie trójfazowym, którego odbiornik ma dla częstotliwości  $n\omega_1$  konduktancję  $G_{ne}$  i susceptancję  $B_{ne}$ , równe odpowiednio:

$$G_{ne} \hat{=} \frac{P_n}{\|u_n\|^2}, \quad B_{ne} \hat{=} -\frac{Q_n}{\|u_n\|^2}, \quad (30)$$

gdzie:

$$\|u_n\| = \sqrt{U_{nR}^2 + U_{nS}^2 + U_{nT}^2}. \quad (31)$$

Z pomocą tych parametrów każda harmoniczna  $i_n$  prądu  $i_o$  może być rozłożona w taki sam sposób jak prąd  $i$  w obwodzie z przebiegami sinusoidalnymi. Mianowicie

$$i_o = \sum_{n \in N_u} (i_{na} + i_{nr} + i_{nu}), \quad (32)$$

gdzie:

$$i_{na} \hat{=} G_{ne} u_n, \quad (33)$$

$$i_{nr} \hat{=} B_{ne} \frac{d}{d(n\omega_1 t)} u_n, \quad (34)$$

$$i_{nu} \hat{=} i_n - (i_{na} + i_{nr}). \quad (35)$$



Niech  $G_\theta$  oznacza konduktancję liniowego, symetrycznego odbiornika trójfazowego, który przy napięciu  $u$  ma taką samą moc czynną jak rozpa- trywany odbiornik asymetryczny, tj.:

$$G_\theta \hat{=} \frac{P}{|u|^2}. \quad (36)$$

Ponadto zdefiniujmy

$$i_a \hat{=} G_\theta u, \quad (37)$$

$$i_b \hat{=} \left( \sum_{n \in N_U} i_{na} \right) - i_a, \quad (38)$$

$$i_r \hat{=} \sum_{n \in N_U} i_{nr}, \quad (39)$$

$$i_u \hat{=} \sum_{n \in N_U} i_{nu}. \quad (40)$$

Prądy  $i_r$ ,  $i_u$ ,  $i_b + i_a$ , złożone wyłącznie ze wzajemnie ortogonalnych składowych  $i_{na}$ ,  $i_{nr}$ ,  $i_{nu}$ , są wzajemnie ortogonalne. Sprawdźmy, czy są ortogonalne prądy  $i_a$ ,  $i_b$ . Ich iloczyn skalarny

$$\begin{aligned} (i_a, i_b) &= \frac{1}{T} \int_0^T i_a^t i_b dt = \frac{1}{T} \int_0^T G_\theta [u_R, u_S, u_T] \left[ \sum_{n \in N_U} G_{ne} u_n - G_\theta u \right] dt = \\ &= \frac{1}{T} \int_0^T G_\theta [u_R, u_S, u_T] \begin{bmatrix} \sum_{n \in N_U} G_{ne} u_{nR} - G_\theta u_R \\ \sum_{n \in N_U} G_{ne} u_{nS} - G_\theta u_S \\ \sum_{n \in N_U} G_{ne} u_{nT} - G_\theta u_T \end{bmatrix} dt = \\ &= G_\theta \frac{1}{T} \int_0^T \left[ \sum_{n \in N_U} G_{ne} (u_R u_{nR} + u_S u_{nS} + u_T u_{nT}) - G_\theta (u_R^2 + u_S^2 + u_T^2) \right] dt = \\ &= G_\theta \left[ \sum_{n \in N_U} G_{ne} (|u_{nR}|^2 + |u_{nS}|^2 + |u_{nT}|^2) - G_\theta |u|^2 \right] = \\ &= G_\theta \left[ \sum_{n \in N_U} G_{ne} |u_n|^2 - G_\theta |u|^2 \right] = G_\theta \left[ \sum_{n \in N_U} P_n - P \right] = 0, \quad (41) \end{aligned}$$

a więc te prądy są także wzajemnie ortogonalne.



W ten sposób prąd w asymetrycznym obwodzie trójfazowym ze źródłem niesinusoidalnego napięcia i nieliniowym lub okresowo zmiennym odbiornikiem został rozłożony na pięć wzajemnie ortogonalnych składowych

$$\mathbf{i} = \mathbf{i}_a + \mathbf{i}_s + \mathbf{i}_r + \mathbf{i}_u + \mathbf{i}_g, \quad (42)$$

których wartości skuteczne spełniają relacje:

$$|\mathbf{i}|^2 = |\mathbf{i}_a|^2 + |\mathbf{i}_s|^2 + |\mathbf{i}_r|^2 + |\mathbf{i}_u|^2 + |\mathbf{i}_g|^2. \quad (43)$$

Szczególnie ważną cechą tego rozkładu jest to, że separuje on poszczególne zjawiska i przyczyny determinujące wartość prądu źródła i poprzez wartości skuteczne każdego z pięciu składowych prądu dostarcza ilościowych miar określających wpływ tych zjawisk na wartość skuteczną prądu źródła.

Spośród tych pięciu składowych tylko prąd  $\mathbf{i}_a$  o wartości skutecznej

$$|\mathbf{i}_a| = G_e |u| \quad (44)$$

jest niezbędny dla przenoszenia do odbiornika mocy czynnej. Cztery pozostałe jedynie bezużytecznie powiększają prąd i moc pozorną źródła, obniżając jego współczynnik mocy P/S.

Prąd  $\mathbf{i}_a$  jest bezpośrednim uogólnieniem prądu czynnego  $i_a$ , który dla obwodu jednofazowego został zdefiniowany przez Fryzego [2] i mógłby być tak samo nazywany.

Prąd  $\mathbf{i}_s$  o wartości skutecznej

$$|\mathbf{i}_s| = \sqrt{\sum_{n \in N_u} (G_{ne} - G_e)^2 |u_n|^2} \quad (45)$$

pojawia się w prądzie źródła wtedy, gdy konduktancja równoważna odbiornika  $G_{ne}$  dla częstotliwości harmonicznych zmienia się z częstotliwością wokół konduktancji równoważnej  $G_e$ .

Jest on uogólnieniem prądu  $i_s$  wprowadzonego przez autora dla obwodu jednofazowego w pracy [1], przy czym jego szczegółowa interpretacja fizyczna podana jest w pracy [3].

Ponieważ wartość skuteczną prądu  $\mathbf{i}_s$  jest miarą wpływu rozrzutu konduktancji  $G_{ne}$  dla częstotliwości harmonicznych wokół konduktancji równoważnej  $G_e$  na wartość skuteczną prądu źródła, autor zaproponował dla niego nazwę "prądu rozrzutu" (ang. "scattered current").

Zwrotny przepływ energii między polami magnetycznymi i elektrycznymi odbiornika a źródłem, co uwidacznia się przesunięciem fazowym prądu względem napięcia dla częstotliwości harmonicznych, a więc niezerową suscep-

tancją równoważną  $B_{ne}$ , powoduje pojawienie się w prądzie źródła składowej  $i_r$  o wartości skutecznej

$$|i_r| = \sqrt{\sum_{n \in N_U} B_{ne}^2 |u_n|^2} = \sqrt{\sum_{n \in N_U} Q_n^2 / |u_n|^2}. \quad (46)$$

Ponieważ jest ona miarą wpływu tego zwrotnego przepływu energii, tj. niezerowych mocy biernych  $Q_n$  harmonicznych, na wartość skuteczną prądu źródła, prąd  $i_r$ , będący bezpośrednim uogólnieniem prądu  $i_r$  w obwodzie jednofazowym, mógłby być nazywany "prądem biernym". Należy tu zwrócić uwagę na to, że prąd  $i_r$  i jego wartość skuteczna  $\|i_r\|$  nie są związane z mocą bierną w sensie Budeanu [4]

$$Q_B \hat{=} \sum_{n \in N_U} Q_n. \quad (47)$$

a prąd bierny  $i_r$  i jego wartość skuteczna  $\|i_r\|$  nie są związane z mocą bierną w sensie Budeanu obwodu trójfazowego.

Prąd  $i_u$ , o wartości skutecznej

$$|i_u| = \sqrt{\sum_{n \in N_U} [ |i_n|^2 - (G_{ne}^2 + B_{ne}^2) |u_n|^2 ]}, \quad (48)$$

pojawia się w prądzie źródła wtedy, gdy admitancje poszczególnych faz dla częstotliwości harmonicznych nie są wzajemnie równe. Jego wartość skuteczna jest miarą wzrostu wartości skutecznej prądu źródła wskutek impedancyjnej asymetrii odbiornika, dlatego można by go nazywać "prądem asymetrii".

Ostatnia składowa  $i_g$ , o wartości skutecznej

$$|i_g| = \sqrt{\sum_{n \in N_g} |i_n|^2}, \quad (49)$$

jest złożona z harmonicznych pojawiających się w prądzie źródła wskutek nieliniowości odbiornika lub okresowej zmiany jego parametrów. Można by go nazywać "prądem generowanym".

Chociaż wydaje się, że fizyczna interpretacja zjawisk energetycznych w obwodzie oraz modyfikacja jego właściwości może być oparta tylko na równaniu prądów (42), właściwościach jego składowych oraz równaniu wartości skutecznych (43), to jednak ze względów tradycyjnych można wprowadzić równanie mocy źródła. Mianowicie, mnożąc równanie (43) przez  $|u|^2$ , otrzymujemy:

$$S^2 = P^2 + D_S^2 + Q_R^2 + D_U^2 + D_G^2, \quad (50)$$

gdzie:

$$D_S \hat{=} \|u\| \|i_S\|, \quad Q_R \hat{=} \|u\| \|i_R\|, \quad D_U \hat{=} \|u\| \|i_U\|, \quad D_G \hat{=} \|u\| \|i_G\|, \quad (51)$$

lecz poza mocą czynną wielkości te nie mają interpretacji fizycznej; są jedynie formalnymi iloczynami. Mimo to równanie mocy unaocznia wpływ poszczególnych zjawisk na moc pozorną źródła.

Przedstawiony rozkład ma jednak zasadnicze ograniczenie. Mianowicie, nie można go przeprowadzić wtedy, gdy napięcie źródła ma harmoniczne o numerach harmonicznych generowanych w odbiorniku, a także wtedy, gdy wskutek impedancji wewnętrznej źródła w napięciu na jego zaciskach ujawniają się harmoniczne o numerach wszystkich harmonicznych prądu. W sytuacji takiej znika bowiem kryterium rozkładu prądu  $i$  na składowe  $i_0$  oraz  $i_g$ , a składowe te są ortogonalne tylko wtedy, gdy nie mają harmonicznych o tych samych numerach.

Rozkład można przeprowadzić z zachowaniem jego ortogonalności (choćby adekwatność otrzymanego modelu będzie zmniejszona) na podstawie następującego rozumowania. Gdy przyczyną istnienia w prądzie harmonicznej  $i_n$  jest tylko napięcie źródła, wówczas moc czynna tej harmonicznej  $P_n$  w przekroju RST jest dodatnia. Gdy zaś przyczyną istnienia w prądzie tej harmonicznej jest wyłącznie nieliniowość bądź niestacjonarność odbiornika, wówczas moc czynna  $P_n$  w tym przekroju jest ujemna.

Harmoniczną  $i_n$  może być jednak wypadkowym efektem działania napięcie źródła i jej generacji w odbiorniku, lecz aby prądy  $i_0$  i  $i_g$  były ortogonalne, harmoniczną tą może być składową tylko jednego z nich.

Ortogonalność prądów  $i_0$  i  $i_g$  zostaje zachowana kosztem zmniejszenia adekwatności modelu, jeśli harmoniczną  $i_n$  przyporządkowana jest tylko jednemu z nich. O tym, któremu jest ona przyporządkowana, może decydować znak mocy  $P_n$ , gdyż on właśnie wskazuje na dominującą przyczynę przepływu tej harmonicznej prądu. Mianowicie wtedy, gdy  $P_n > 0$ , harmoniczną  $i_n$  przyporządkowujemy prądowi  $i_0$ , zaś wtedy, gdy  $P_n < 0$ , przyporządkowujemy ją prądowi  $i_g$ .

## 5. Wnioski

Przedstawiony w tym artykule ortogonalny rozkład prądu tworzy wygodny model matematyczny dla interpretacji właściwości energetycznych asymetrycznego obwodu trójfazowego z przebiegami odkształconymi gdyż separuje poszczególne zjawiska i przyczyny decydujące o wartości prądu źródła oraz pozwala badać wpływ na prąd źródła każdego z nich z osobna. Dlatego też model ten może być bardzo przydatny w badaniach nad metodami modyfikacji



właściwości energetycznych obwodów trójfazowych z przebiegami odkształconymi, mającymi na celu poprawę współczynnika mocy i redukcję odkształceń.

Matematyczne cechy przedstawionego modelu są też dobrze dostosowane do obecnego stanu techniki cyfrowego przetwarzania sygnałów. Za pomocą nowoczesnych przetworników analogowo-cyfrowych, współpracujących z procesorami FFT, wyposażonymi w pewne dodatkowe procedury numeryczne, można obecnie wyznaczyć poszczególne składowe prądu i mocy niemal w czasie rzeczywistym.

Wydaje się, że przedstawiony tu ortogonalny rozkład prądów tworzy podstawy nowej teorii mocy obwodów trójfazowych na tyle obiecującej, że warta jest ona dalszych prac nad jej rozwojem.

#### LITERATURA

- [1] Czarnecki L.S.: An orthogonal decomposition of the current of non-sinusoidal voltage source applied to non-linear loads, Int. Journal on Circuit Theory and Appl., Vol. II, pp. 235-239, 1983.
- [2] Fryze S.: Active, reactive and apparent power in circuits with non-sinusoidal voltage and current, Przegląd Elektrot., nr 7, ss. 193-203, nr 8, ss. 225-234, 1931.
- [3] Czarnecki L.S.: Consideration on the reactive power in nonsinusoidal situations, IEEE Trans. on Instr. Meas., Vol. IM-34, No 3, pp. 399-404, Sept. 1985.
- [4] Budeanu C.I.: Puissances reactivés et fictives, Inst., Romain de l'Energie, Bucharest, Romania 1927.
- [5] Czarnecki L.S.: Power theories of periodic nonsinusoidal systems, Rozprawy Elektrotechniczne 1985, nr 31, z. 3-4, pp. 659-689.

Recenzent: doc. dr hab. inż. Kazimierz Mikołajuk

Wpłynęło do redakcji 15 maja 1987 r.

#### ОРТОГОНАЛЬНОЕ РАЗЛОЖЕНИЕ ТОКА ИСТОЧНИКА ДЕФОРМИРОВАННОГО НАПРЯЖЕНИЯ, ПИТАЮЩЕГО АСИММЕТРИЧЕСКИЙ НЕЛИНЕЙНЫЙ ТРЕХФАЗНЫЙ ПРИЁМНИК

#### Р е з ю м е

Ортогональное разложение тока источника в однофазной электрической цепи с деформациями на ток: активный, реактивный, рассеивания и генерированный, основной в новой теории мощности таких электрических цепей, расширено в настоящей работе о токи источника с деформированным напряжением, в асимметричной нелинейной трёхфазной цепи. Показано, что в такой электрической цепи ток источника, рассматриваемый как вектор, составляющими которого являются трёхфазные токи, можно разложить на взаимно ортогональные токи!



активный, реактивный, рассеивания и генерированный, сохраняющие прежнюю физическую интерпретацию. Такое разложение выявляет новый, ортогональный относительно остальных, оставляющий элемент тока, названный током асимметрии, действующее значение которого является мерой влияния асимметрии приёмника на действующее значение тока источника. Таким образом, найденное разложение разделяет отдельные явления и причины, предопределяющие действующее значение тока источника, а также поставяет через действующие значения выделенных составляющих элементов, меры для количественного исследования влияния этих явлений на ток источника.

ORTHOGONAL CURRENT DECOMPOSITION OF NON-SINUSOIDAL VOLTAGE SOURCE SUPPLYING AN ASYMMETRICAL NON-LINEAR THREE-PHASE RECEIVER

S u m m a r y

Orthogonal current decomposition of the non-sinusoidal voltage source, into the active, reactive, scatter and generated currents in a single - phase circuit being a new power theory basis of such circuits, is widened over the currents of the source of non-sinusoidal voltage in asymmetrical and non-linear three-phase circuit. It has been shown that the source current in such a circuit, treated as a vector of the phase current components, can be decomposed into the mutually orthogonal currents: active, reactive, scatter and generated currents, preserving previous physical interpretation. This decomposition reveals a new current component, orthogonal to the other ones, called current of asymmetry; its root - mean - square current is a measure of the influence of receiver's impedance asymmetry on the root - mean - square current of the source.

The decomposition found in this way, separates particular phenomena and reasons that determine the rms value of the source current and also provides, by rms values of separated components, with measures for quantitative testing of these phenomena influence on the source current.