

Krzysztof KLUSZCZYŃSKI

PASOŻYTNICZE MOMENTY SYNCHRONICZNE  
W JEDNOFAZOWYCH SILNIKACH INDUKCYJNYCH  
Z KONDENSATOREM PRACY

**Streszczenie.** Pokazano, że jednofazowy silnik indukcyjny z kondensatorem pracy o układzie połączeń uzwojeń stojana typu L można analizować jako symetryczną maszynę 2-fazową, przyłączoną do sieci jednofazowej poprzez niesymetryczny układ zasilający. Przedstawiono model, odpowiadający równaniom różniczkowym maszyny 2-fazowej w 2-osiowym układzie współrzędnych w postaci tzw. schematu rozkładu maszyny 2-fazowej na maszyny elementarne oraz podano zasady graficznego wyszukiwania pasożytniczych momentów synchronicznych na schematach rozkładu.

Przeanalizowano pasożytnicze momenty synchroniczne I rzędu powstające w jednofazowych silnikach indukcyjnych przy eliptycznym polu magnetycznym w szczelinie maszyny. Wskazano, jakie nowe pasożytnicze momenty synchroniczne i o jakich prędkościach synchronicznych pojawiają się w wyniku odkształcenia pola kołowego przez składową przeciwbieżną.

## 1. Wstęp

Analiza pasożytniczych momentów synchronicznych w jednofazowych silnikach indukcyjnych napotyka - w porównaniu z trójfazowymi silnikami indukcyjnymi, zasilanymi symetrycznym trójfazowym układem napięć sinusoidalnych - na szereg nowych trudności, związanych przede wszystkim z występowaniem eliptycznego pola magnetycznego w szczelinie powietrznej. Celem niniejszej pracy jest wskazanie na ogólne prawidłowości, dotyczące generowania pasożytniczych momentów synchronicznych w jednofazowych silnikach indukcyjnych z kondensatorem pracy, wynikające z obecności w prądach stojana i wirnika - oprócz składowej symetrycznej zgodnej - składowej przeciwnej. Rozważania zostaną przeprowadzone na podstawie schematu rozkładu maszyny na maszyny elementarne. Powyższa metoda badania momentów pasożytniczych dla maszyn asynchronicznych o dowolnej liczbie faz stojana i wirnika została szczegółowo omówiona w monografii [2].

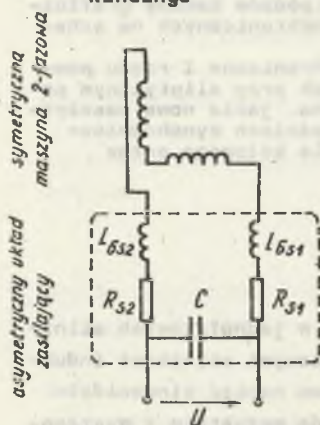
## 2. Schemat rozkładu jednofazowego silnika indukcyjnego na maszyny elementarne

Jednofazowy silnik indukcyjny z kondensatorem pracy o układzie połączeń uzwojeń stojana typu L jest niesymetryczną maszyną dwufazową (rys. 1). Wyodrębnienie rezystancji i indukcyjności rozproszonych stojana oraz przetransformowanie prądów, napięć i parametrów fazy pomocniczej na liczbę zwojów fazy głównej pozwala analizować niesymetryczną maszynę dwufazową tak, jak symetryczną maszynę dwufazową, przyłączoną do sieci jednofazowej poprzez niesymetryczny układ zasilający (rys. 2) [3].



Rys. 1. Układ połączeń uzwojeń stojana typu L

Fig. 1. L-connection system of stator windings



Rys. 2. Symetryczna maszyna 2-fazowa i niesymetryczny układ zasilający

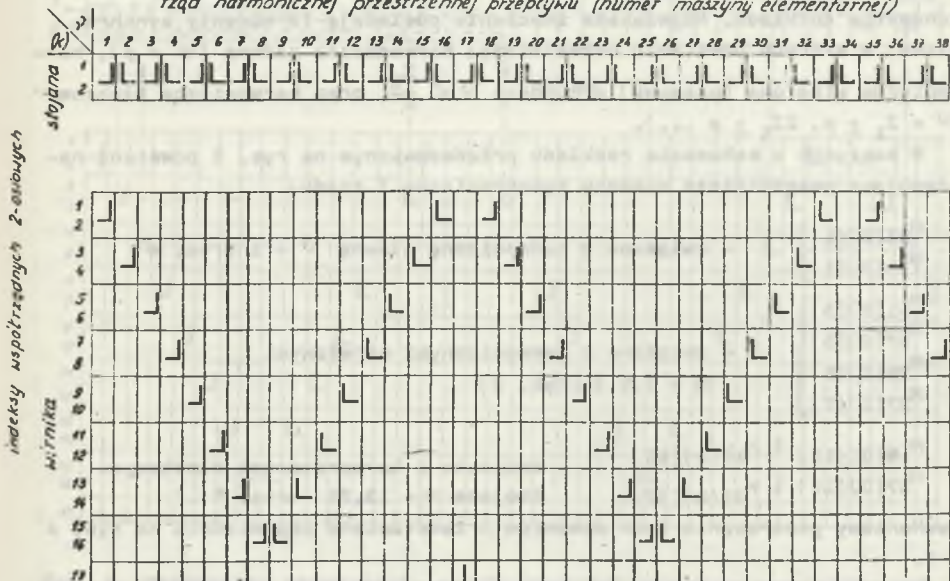
Fig. 2. Symmetrical 2-phase machine and asymmetrical supply system

Równaniom różniczkowym symetrycznej maszyny 2-fazowej we współrzędnych 2-osiowych (nowe współrzędne oznaczamy górnym wskaźnikiem ( $k$ )) odpowiada model fizyczny, który - przy wstępnym założeniu, że uwzględniamy kolejne wyższe harmoniczne przestrzenne przepływu (aż do harmonicznej  $\Omega$ -tego rzędu) - można sformułować mnemotechnicznie bez znajomości równań stransformowanych. Model ten, ujęty w uproszczonej graficznej formie tablicy, nazywamy schematem rozkładu maszyny dwufazowej na maszyny elementarne.

Rozważmy dla przykładu dwufazową maszynę klatkową 2-biegunową o liczbie żłobków stojana 16 i liczbie żłobków wirnika 17 ( $2p = 2$ ,  $Z_1 = 16$ ,  $Z_2 = 17$ ). Schemat rozkładu powyższej maszyny na maszyny elementarne przedstawia rys. 3. ( $\Omega = 38$ ). Poszczególne kolumny odpowiadają harmonicznym przestrzennym przepływu, zaś wiersze - kolejnym współrzędnym 2-osiowym stojana i wirnika. Znak  $\perp$  reprezentuje symetryczne uzwojenie 2-fazowe o prostopadłych i lewostronnie

zorientowanych osiach faz, znak  $\lfloor$  - uzwojenie 2-fazowe o prawostronnej orientacji osi faz, zaś znak  $|$  - uzwojenie jednofazowe. Każde z tych 2- lub 1-fazowych uzwojeń posiada sinusoidalny rozkład krzywej okładu prądowego i może wytwarzać tylko jedną harmoniczną przestrzenną przepływu o rzędzie równym numerowi kolumny. Odpowiadające sobie fazy uzwojeń elementarnych, zajmujących ten sam wiersz, są galwanicznie szeregowo połączone i zasilane kolejnymi współrzędnymi 2-osioowymi napięcia. Stojany i wirniki elementarne, zajmujące tę samą kolumnę, są elektromagnetycznie sprzężone.

rzęd harmonicznej przestrzennej przepływu (numer maszyny elementarnej)



Rys. 3. Schemat rozkładu maszyny 2-fazowej na maszyny elementarne ( $2p = 2, Z_2 = 17, \Omega = 38$ )

Fig. 3. Diagram of decomposition of 2-phase machine into elementary machines ( $2p = 2, Z_2 = 17, \Omega = 18$ )

Składają się one na ciąg elementarnych maszyn o 2-fazowych stojanach i 2- lub 1-fazowych wirnikach o różnych orientacjach osi faz.

Uzwojenia stojana generują wyłącznie harmoniczne nieparzyste  $\nu = 1, 3, 5, 7, \dots$ , zaś współczynnik skrótu dla 17 i 34 harmonicznej wirnika równa się zero. Pozwala to na zredukowanie schematu rozkładu, który przyjmuje postać przedstawioną na rys. 4. Dodatkowo czarnymi kropkami wyróżniono harmoniczne żłobkowe stojana  $Z_1 \pm p$  ( $\nu = 15$  i 17) oraz  $2Z_1 \pm p$  ( $\nu = 31$  i 33).

### 3. Wyszukiwanie pasożytniczych momentów synchronicznych I rzędu

Pasożytnicze momenty synchroniczne I rzędu, odgrywające dominującą rolę wśród momentów pasożytniczych, powstają w wyniku elektrodynamicznego współdziałania prądu reakcji pierwotnej stojana  $i_s^{(k)}(0)$  z prądami reakcji pierwotnej poszczególnych wirników elementarnych  $i_r^{(k)}(\nu)$ , gdzie:  $\nu$  - numer wirnika elementarnego,  $\lambda$  - numer wiersza schematu wirnika. Momenty te oznaczamy  $M_p^{(0)}(\nu)$ , gdzie wskaźnik  $p$  jest numerem elementarnej maszyny



synchronicznej, zaś wskaźnik  $\nu$  - numerem elementarnej maszyny wzbudzającej. Momenty pasożytnicze można łatwo wyszukiwać graficznie na podstawie schematów rozkładu. Największe znaczenie posiadają te momenty synchroniczne, w których powstaniu uczestniczą: harmoniczna główna ( $\nu = p$ ), harmoniczne strefowe (pasmowe) o rzędach  $\nu \leq \frac{Z_2}{2}$  oraz harmoniczne zębokowe ( $\nu = 2z_1 \pm p, 2z_2 \pm p \dots$ ).

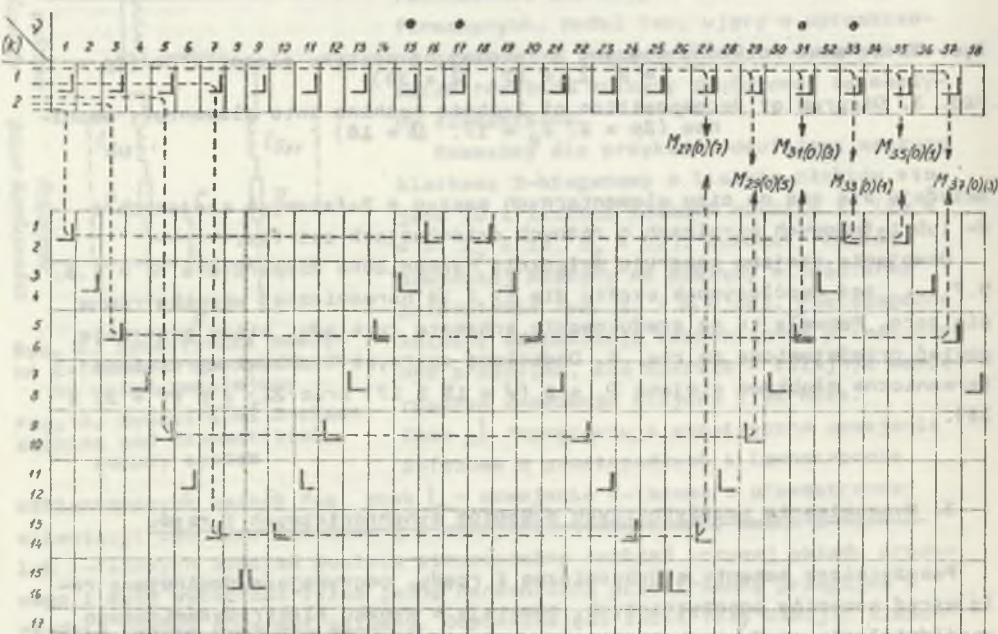
W maszynie o schemacie rozkładu przedstawionym na rys. 3 powstaną następujące pasożytnicze momenty synchroniczne I rzędu:

$$\left. \begin{array}{l} M_{33(0)}(1) \\ M_{35(0)}(1) \end{array} \right\} - \text{związane z harmoniczną główną } \nu = 1 \text{ (rys. 4)}$$

$$\left. \begin{array}{l} M_{31(0)}(3) \\ M_{37(0)}(3) \\ M_{29(0)}(5) \\ M_{27(0)}(7) \end{array} \right\} - \text{związane z harmonicznymi strefowymi} \\ \nu = 3, 5, 7 \text{ (rys. 4)}$$

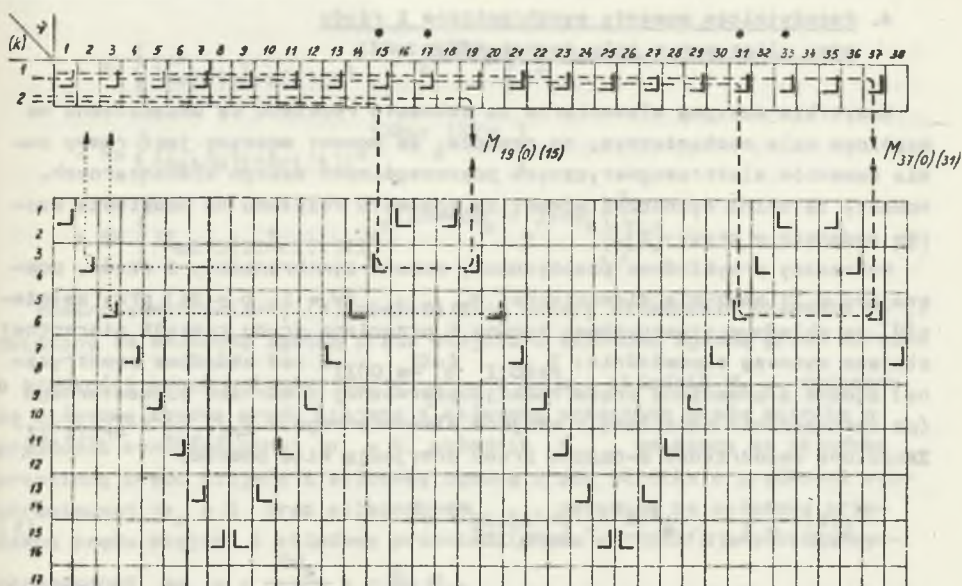
$$\begin{array}{l} M_{19(0)}(15) \text{ i } M_{15(0)}(19) \\ M_{37(0)}(31) \text{ i } M_{31(0)}(37) \end{array} - \text{związane z harmonicznymi zębokowymi} \\ \text{stojana } \nu = 15, 31 \text{ (rys. 5).}$$

Mechanizmy generowania tych momentów przedstawiono odpowiednio na rys. 4 i 5.



Rys. 4. Mechanizmy generowania synchronicznych momentów pasożytniczych, związanych z harmoniczną główną i harmonicznymi strefowymi  $\nu = 3, 4, 7$

Fig. 4. Generation mechanisms of synchronous parasitic torques related to working harmonic and to step harmonics: 3, 5 and 7



Rys. 5. Mechanizmy generowania synchronicznych momentów pasożytniczych, związanych z harmonicznymi żłobkowymi stojana

Fig. 5. Generation mechanisms of synchronous parasitic torques related to stator step harmonic

Na pasożytnicze momenty synchroniczne związane z harmonicznymi żłobkowymi stojana w istotny sposób wpływają indukcyjności rozproszenia różnicowego wirnika. W przypadku momentów  $M_{19(0)(15)}$  i  $M_{15(0)(19)}$  o wartości impedancji rozproszenia różnicowego decyduje wartość impedancji widziana z zacisków 2 wirnika elementarnego, zaś w przypadku momentów  $M_{37(0)(31)}$  i  $M_{31(0)(37)}$  - impedancja widziana z zacisków 3 wirnika elementarnego (linie kropkowane na rys. 5). W pierwszym przypadku impedancja widziana z zacisków 2 wirnika elementarnego jest równa reaktancji głównej 2 wirnika (naprzeciwko wirnika nie ma uzwojenia elementarnego stojana), w drugim zaś przypadku - reaktancja 3 wirnika elementarnego jest w znaczący sposób pomniejszona przez tłumiące oddziaływanie 3 stojana elementarnego (wpływ ten ujmuje się przy pomocy współczynnika tłumienia). Jest to przyczyną, dla której momenty  $M_{37(0)(31)}$  i  $M_{31(0)(37)}$ , mimo że związane z harmonicznymi wysokich rzędów, mogą przyjmować wartości porównywalne z momentami  $M_{19(0)(15)}$  i  $M_{15(0)(19)}$ .

#### 4. Pasożytnicze momenty synchroniczne I rzędu przy eliptycznym polu magnetycznym

Wszystkie maszyny elementarne ze schematu rozkładu są umieszczone na wspólnym wale mechanicznym, co oznacza, że moment maszyny jest równy sumie momentów elektromagnetycznych poszczególnych maszyn elementarnych. Momenty te można wyznaczać wprost ze schematu rozkładu na podstawie wzorów podanych w pracy [2].

Wyznamy przykładowo pasożytniczy moment synchroniczny I rzędu, powstający w 31 maszynie elementarnej  $M_{31(0)(1)}$  ( $\nu = 1$ ,  $\rho = 31$ ) przy założeniu, że składowe symetryczne: zgodna i przeciwna prądu reakcji pierwotnej stojana wynoszą odpowiednio:  $\underline{I}_0(0)I$  i  $\underline{I}_0(0)II$ , zaś składowe symetryczne: zgodna i przeciwna prądu reakcji pierwotnej i wirnika elementarnego (po sprowadzeniu na stronę 1 stojana elementarnego):  $\underline{I}_{r1(1)}I$  i  $\underline{I}_{r1(1)}II$ . Zespólone współrzędne 2-osiove prądu przyjmują więc postać:

$$\underline{i}_0^{(k)} = \underline{I}_0(0)I e^{j\omega_0 t} + \underline{I}_0(0)II e^{-j\omega_0 t} \quad (1)$$

$$\underline{i}_{r1(1)}^{(k)} = \sqrt{\frac{2}{Z_2}} \frac{Z_{s1} \xi_{s1}}{Z_r \xi_{r1} \xi_{x1}} e^{-j(\omega t + \varphi_0)} (\underline{I}_{r1(1)}I e^{j\omega_0 t} + \underline{I}_{r1(1)}II e^{-j\omega_0 t}), \quad (2)$$

z zaś pasożytniczy moment synchroniczny I rzędu w 31 maszynie elementarnej ma postać:

$$M_{31(0)(1)} = 31 L_{sv} \operatorname{Re} \left\{ j \underline{i}_0^{(k)} \underline{i}_{r1(1)}^{(k)*} e^{j31(\omega t + \varphi_0)} \right\}, \quad (3)$$

gdzie:

- $\xi_{sv}, \xi_{rv}, \xi_{xv}$  - współczynnik uzwojenia stojana i wirnika oraz współczynnik skosu dla  $\nu$ -tej harmonicznej przestrzennej,
- $\omega$  - prędkość kątowna wirnika,
- $\varphi_0$  - kąt początkowego położenia wirnika.

Podstawiając wzory (1), (2) do wzoru (3) otrzymujemy:

$$\begin{aligned} M_{31(0)(1)} &= M_{I,I} + M_{I,II} + M_{II,I} + M_{II,II} = \\ &= L_{\mu 33} \frac{\xi_{s1} \xi_{r31} \xi_{x31}}{\xi_{r1} \xi_{s31} \xi_{x1}} \left[ \operatorname{Re} \left\{ j \underline{I}_0(0)I \underline{I}_{r1(1)}II e^{j(32\omega - 2\omega_0)t} e^{j32\varphi_0} \right\} + \right. \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 & + \operatorname{Re} \left\{ j I_{\omega_0}^*(0) I_{-r1}(1) I_{II}^{\circ} \cdot j^{32\omega t} \cdot j^{32\varphi_0} \right\} + \\
 & + \operatorname{Re} \left\{ j I_{\omega_0}^*(0) I_{II}^* I_{-r1}(1) I^{\circ} \cdot j^{32\omega t} \cdot j^{32\varphi_0} \right\} + \\
 & + \operatorname{Re} \left\{ j I_{\omega_0}^*(0) I_{II}^* I_{-r1}(1) I_{II}^{\circ} \cdot j^{(32\omega + 2\omega_0)t} \cdot j^{32\varphi_0} \right\} \Big] . \quad (4)
 \end{aligned}$$

Moment synchroniczny (4) posiada więc cztery składniki: składnik  $M_{I,I}$ , związany ze składową zgodną prądu stojana i składową zgodną prądu wirnika o prędkości synchronicznej  $\omega_0 = \frac{2\omega}{p+\nu} = \frac{2}{32} \omega_0$ , składnik  $M_{I,II}$  związany ze składową zgodną prądu stojana i składową przeciwną prądu wirnika o prędkości synchronicznej  $\omega_0 = 0$ , składnik  $M_{II,I}$  związany ze składową przeciwną prądu stojana i składową zgodną prądu wirnika o prędkości synchronicznej  $\omega_0 = 0$  oraz składnik  $M_{II,II}$ , związany ze składową przeciwną prądu stojana i składową przeciwną prądu wirnika o prędkości synchronicznej  $\omega_0 = -\frac{2\omega}{p+\nu} = -\frac{2}{32} \omega_0$ .

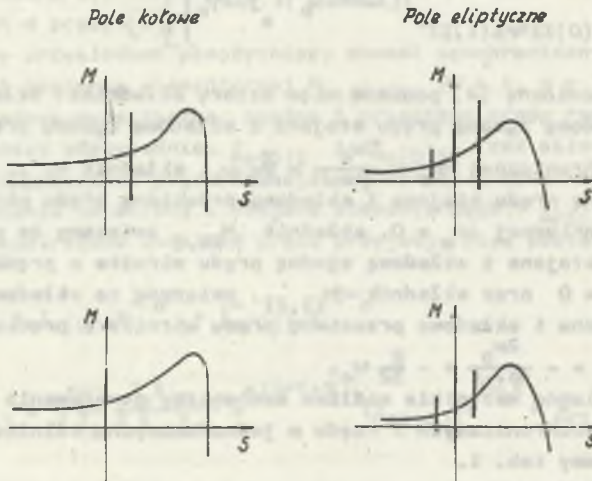
Rozważając kolejno wszystkie możliwe mechanizmy generowania pasożytniczych momentów synchronicznych I rzędu w jednofazowych silnikach indukcyjnych otrzymujemy tab. 1.

Tabela 1

Prędkości synchroniczne pasożytniczych momentów synchronicznych, związanych ze składowymi symetrycznymi; zgodnymi i przeciwnymi prądów stojana i wirnika

Mechanizm generowania momentu		$M_{I,I}$	$M_{I,II}$	$M_{II,I}$	$M_{II,II}$
$\gamma$	$\varphi$				
		0	$\frac{2\omega_0}{p+\nu}$	$-\frac{2\omega_0}{p+\nu}$	0
		$\frac{2\omega_0}{p+\nu}$	0	0	$-\frac{2\omega_0}{p+\nu}$

Z tabeli 1 wynika, że pojawianie się składowej przeciwnej prądu powoduje powstanie nowych momentów pasożytniczych o nowych prędkościach synchronicznych. Zasadę opisującą generowanie się nowych pasożytniczych momentów synchronicznych przy przejściu od kołowego pola magnetycznego do pola eliptycznego zilustrowano na rys. 6.



Rys. 6. Synchroniczne momenty pasożytnicze przy polu kołowym i eliptycznym

Fig. 6. Synchronous parasitic torques in presence of circular and elliptical magnetic field

#### LITERATURA

- [1] Heller V., Hamata V.: Harmonic Field Effects in Induction Machines. Academia Publishing House of the Czechoslovak Academy of Sciences, Prague 1977.
- [2] Kluszczyński K.: Momenty pasożytnicze w maszynach asynchronicznych. ZN Pol. Śl., s. "Elektryka", z. 102. Gliwice 1986 (monografia).
- [3] Kluszczyński K., Mikołajewicz R.: Projektowanie indukcyjnych silników jednofazowych z kondensatorem pracy za pomocą maszyny cyfrowej. Rozprawy Elektrotechniczne 1983, 29, z. 1, ss. 133-143.

Recenzent: doc. dr hab. inż. Piotr Wach

Wpłynęło do redakcji dnia 25 października 1987 r.



ПАРАЗИТНЫЕ СИНХРОННЫЕ МОМЕНТЫ  
В ОДНОФАЗНЫХ АСИНХРОННЫХ ДВИГАТЕЛЯХ

Р е з ю м е

Показано, что однофазный асинхронный двигатель с постоянно включенным конденсатором с L - образной схемой соединения обмоток статора, можно анализировать как симметричную двухфазную машину присоединенную к однофазной сети через несимметричную питающую систему. Представлена модель соответствующая дифференциальным уравнениям двухфазной машины в двухосевой системе координат в виде т.н. схемы разложения двухфазной машины на элементарные машины. Даны примеры графического поиска паразитных синхронных моментов на схемах разложения.

Проанализированы паразитные синхронные моменты I порядка, возникающие в однофазных асинхронных двигателях при эллиптическом магнитном поле в зазоре машины.

Указано, какие новые паразитные синхронные моменты и с какими синхронными скоростями появились бы в результате искажения кругового поля через противорадающую составляющую.

PARASITIC SYNCHRONOUS TORQUES IN SINGLE-  
PHASE INDUCTION CAPACITOR MOTORS

С и ж е н и е

It has been shown that a single - phase induction capacitor motor with L - connection of stator windings can be treated as a symmetrical 2-phase machine connected to a single - phase network through an asymmetrical supply system. The model corresponding to differential equations of a 2-phase machine in 2 - axis coordinate system has been presented; it has a form of so-called diagram of decomposition of a 2-phase machine into elementary machines.

The rules of graphical searching of the parasitic synchronous torques on decomposition diagrams have been given. Parasitic synchronous torques of I order generated in single - phase induction motors in presence of elliptical magnetic field in the machine gap have been analysed.

It has been pointed, which new parasitic synchronous torques and of what synchronous speed appear as a result of circular field distortion by backward - rotating quantity.