ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1985

Seria: BUDOWNICTWO z. 61 Nr kol. 842

Maciej GRYCZMAŃSKI

Wyższa Szkoła Inżynierska w Opolu

PROBLEM MODUŁU ODKSZTAŁCENIA W MECHANICE GRUNTÓW

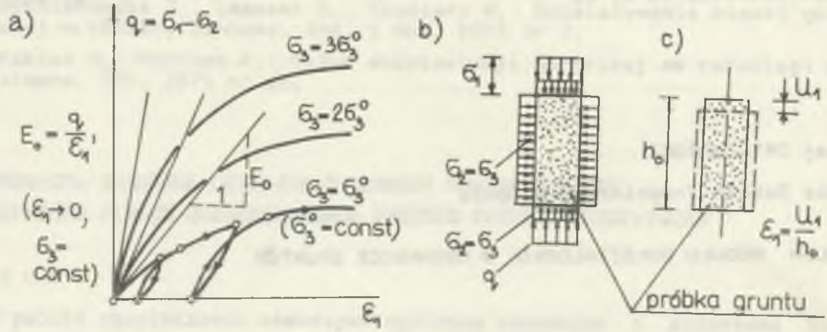
Streszczenie. Bezkrytyczne stosowanie prawa Hooke'a jest często przyczyną nierealistycznej prognozy deformacji gruntów pod obciążeniem. Wprowadzanie różnych modeli nieliniowych implikuje uogólnienia modułu odkształcenia i konieczność ich specyfikacji. Przybliżona analiza liniowo-sprężysta wymaga wyznaczenia modułu z respektowaniem realnych historii naprężenia. Problemami tymi zajmuje się przedstawiona praca.

1. ROZWAŻANIA WSTĘPNE

Moduł Younga E, występujący w obliczeniach deformacji konstrukcji, traktowany jest zwykle jako stała określająca odkształcalność użytego do budowy materiału. Często umyka uwadze fakt, że nie jest to w istocie charakterystyka samego materiału, lecz parametr liczbowy, identyfikujący jego liniowo sprężysty, izotropowy, a więc najprostszy model konstytutywny. Świadomość ta staje się niezbędna w przypadku gruntów, które ze względu na swe cechy strukturalne (porowatość, trójfazowość, brak silniejszych więzi) zasadniczo odbiegają od metali, tworzyw sztucznych, a nawet betonu. W skali makroskopowej odmienność ta manifestuje się występowaniem deformacji niesprężystych już przy bardzo małych obciążeniach (ze wszystkimi konsekwencjami tego zjawiska), a także zależnością odkształceń od dysypacji ciśnienia wody w porach itp. Typowe trójosiowe charakterystyki "naprężenie - odkształcenie" (rys. 1) wykazują silną nieliniowość i zależność od mniejszego naprężenia głównego, a także inną niesprężystą reakcję gruntu na odciążanie i powtórne obciążanie.

Postępując tak jak w przypadku innych materiałów, trzeba by zdefiniować moduł jako nachylenie stycznej do charakterystyki "$q - \varepsilon_1$", odpowiadającej σ_3 = const, w punkcie $(q, \varepsilon_1) = (0,0)$, czyli $E_o \overset{df}{=} q/\varepsilon_1$, przy $\varepsilon_1 \to 0$ (rys. 1a). Wobec częściowej nieodwracalności ε_1 jest on określany mianem modułu odkształcenia (zamiast "sprężystości") i oznaczany symbolem E_o.

Łatwo zauważyć, że tak określony parametr umożliwia realistyczną prognozę tylko małych deformacji gruntu, towarzyszących naprężeniom ścinającym, bardzo niewielkim w porównaniu z naprężeniem granicznym, a przy tym nie jest stałą, zależy bowiem wydatnie od σ_3. Współczesne badania doświad-



Rys. 1. Trójosiowe charakterystyki "naprężenie-odkształcenie" dla gruntu a) krzywe "$q - \varepsilon_1$", b) schemat obciążeń, c) schemat odkształceń

czalne pokazują, że moduł E_o jest zależny także od stopnia prekonsolidacji, czyli od historii obciążenia gruntu w przeszłości, jak również od ścieżki w przestrzeni naprężeń, po której przebiega obciążenie danego punktu podłoża gruntowego budowlę, w trakcie jej wznoszenia i eksploatacji (por. np. [1], [2], [3], [4]). Dodać do tego należy zmienność w czasie, związaną z procesami konsolidacji i pełzania.

W świetle przytoczonych faktów fizycznych bezkrytyczne stosowanie do gruntów modelu liniowo sprężystego może prowadzić do istotnych, niekiedy drastycznych, odchyleń obliczonych wartości ich deformacji od wyników pomiarów. Niestosowne wydaje się zwłaszcza prognozowanie na podstawie średnich wartości modułów odkształcenia, wyznaczonych dla poszczególnych warstw podłoża, zgodnie z podaną poprzednio definicją. Konieczne są nowe podejścia uogólniające pojęcie modułu, a przynajmniej zbliżające jego określanie do realnych warunków naprężeniowych w podłożu.

2. MODUŁ ODKSZTAŁCENIA W NIELINIOWYCH MODELACH GRUNTU

Najwłaściwszą drogą do realistycznego przewidywania wartości odkształceń gruntów, a co za tym idzie - osiadań podłoża budowli, jest stosowanie bardziej wyrafinowanych modeli konstytutywnych niż wspomniany izotropowy ośrodek liniowo sprężysty. Mają one ujmować obok nieliniowości fizycznej, także inne, wymienione wyżej, cechy mechaniczne gruntów.

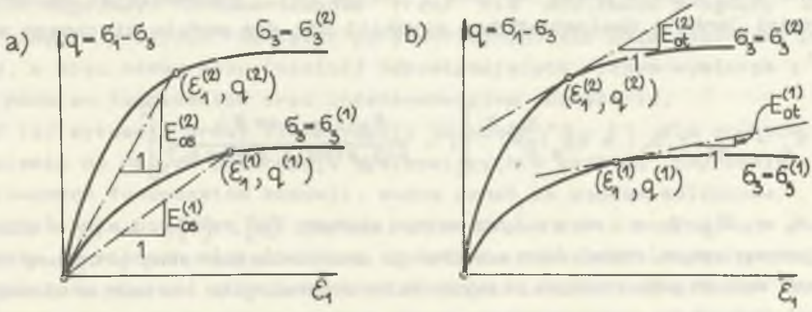
Do najprostszych zaliczają się modele deformacyjne rozwijane w ramach teorii Iliuszyna-Nadaia-Hencky'ego, które dostarczają związków fizycznych o strukturze prawa Hooke'a dla ośrodków izotropowych:

$$\varepsilon_{jl} = \frac{1}{E_o}\left[(1+\nu)\sigma_{jl} - \nu\sigma_{kk}\delta_{jl}\right], \quad (j,l = 1,2,3) \qquad (1)$$

gdzie δ_{jl} jest deltą Kroneckera, a $\sigma_{kk} = \sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33}$ oznacza pierwszy niezmiennik tensora naprężenia. Innowacja w stosunku do prawa Hooke'a tkwi w definicji modułu odkształcenia i współczynnika Poissona, będących tu funkcjami materiałowymi. Interesujący nas moduł odkształcenia jest w tym przypadku określony jako tzw. moduł sieczny:

$$E_o = E_{os}(q, \sigma_3) = \frac{q}{\varepsilon_1}\bigg|_{\sigma_3 = \text{const}}, \qquad \varepsilon_1 = \varepsilon_1(q, \sigma_3) \tag{2}$$

czyli nachylenie dowolnej siecznej charakterystyki "$q - \varepsilon_1$" dla dowolnego ε_3 = const (rys. 2a).



Rys. 2. Moduły odkształcenia w modelach nieliniowo sprężystych
a) moduł sieczny E_{os}, b) moduł styczny E_{ot}

Przykładem deformacyjnego modelu gruntu jest hiperboliczny model Kondnera [5], w którym moduł sieczny opisany jest wyrażeniem:

$$E_o = E_{os}(q, \sigma_3)\, E_{oi} \cdot \left(1 - \frac{R_f\, q}{q_f}\right), \tag{3}$$

Zależność modułu początkowego E_{oi} od σ_3 opisana została przez Janbu, a związek między σ_3 a granicznym oporem ścinania q_f może być określony za pomocą warunku Coulomba-Mohra. R_f jest stałą materiałową modelu, podobnie jak ϑ. Model hiperboliczny umożliwia poprawną ocenę ostatecznych małych deformacji luźnych piasków oraz glin normalnie skonsolidowanych lub słabo przekonsolidowanych, w przypadku monotonicznego obciążenia prostego.

Dla uwzględnienia wpływu ścieżek naprężenia konieczna jest przyrostowa analiza deformacji gruntu, wymagająca przyrostowych związków "naprężenie--odkształcenie". Najwygodniejsze są odpowiedniki równań (1):

$$d\varepsilon_{jl} = \frac{1}{E_o}\left[(1+\vartheta)d\sigma_{jl} - \vartheta\delta_{jl}\, d\sigma_{kk}\right], \quad (j,l=1,2,3) \tag{4}$$

reprezentujące izotropowe modele hiposprężyste. W odróżnieniu od (2) moduł odkształcenia jest w tym przypadku zdefiniowany jako tzw moduł stycz-ny:

$$E_o = E_{ot}(q, \sigma_3) = \left.\frac{dq}{d\varepsilon_1}\right|_{\sigma_3=const}, \quad \varepsilon_1 = \varepsilon_1(q, \sigma_3), \tag{5}$$

czyli nachylenie dowolnej stycznej do charakterystyki "$q - \varepsilon_1$" dla dowolnego σ_3 = const (rys. 2b).

Przykładem tego rodzaju modelu jest dobrze znane rozwinięcie propozycji Kondnera, podane przez Duncana i Changa [6]. Wprowadzając wspomniane zależności Janbu i Coulomba-Mohra uzyskali oni dla modułu stycznego wyrażenie:

$$E_o = E_{ot}(q,\sigma_3) = Kp_a\left(\frac{\sigma_3}{p_a}\right)^n \left[1 - \frac{R_f(1 - \sin\Phi)}{2(\sigma_3 \sin\Phi + c\cos\Phi)}q\right]^2, \tag{6}$$

gdzie K, n, R_f, Φ, c są stałymi materiałowymi [6], [4], a p_a - ciśnieniem jednostkowym. Model Duncana-Changa umożliwia poprawną prognozę ostatecznych małych odkształceń piasków luźnych oraz glin normalnie skonsolidowanych lub słabo przekonsolidowanych, jeśli obciążenie(w ogólności złożone) jest dostatecznie odległe od granicznego, a proces nie ma charakteru cyklicznego.

Kiedy obciążenie zmienia się w szerszych granicach, lepiej stosować przyrostowe modele sprężysto-plastyczne ze wzmocnieniem izotropowym bądź kinematycznym [7] (to ostatnie w przypadku silnej prekonsolidacji gruntu, a także dla obciążeń cyklicznych). Jeśli chce się uwzględnić narastanie odkształceń w późnym stadium procesu, należy wprowadzić odpowiadające modele sprężysto-lepkoplastyczne [7]. Aby obliczyć odkształcenia początkowe, trzeba ponadto uwzględnić redukcję naprężenia o nieznaną nadwyżkę ciśnienia wody w porach i skorzystać z dodatkowego warunku braku jej filtracji. Wreszcie analiza wczesnego stadium deformacji wymaga rozbudowy wymienionych wyżej modeli do ośrodków dwu- lub trójfazowych i stosowania teorii konsolidacji. We wszystkich tych rozwiązaniach pojęcie modułu odkształcenia traci jednoznaczność. Z jednej strony specyfikuje się moduł Younga E (w ogólności styczny), który ma identyfikować tylko sprężysty składnik $d\varepsilon^e_{i1}$ przyrostu odkształcenia, opisany równaniami typu (4). Z drugiej, wprowadza się tzw. styczny moduł sprężysto-plastyczny E^{ep} Mówiąc ściślej, w związku z anizotropią wtórną formuje się macierz D^{ep} określającą zależność między przyrostami naprężenia $d\underline{\sigma}$ i odkształcenia $d\underline{\varepsilon}$($d\underline{\varepsilon}$ = $d\underline{\varepsilon}^e + d\underline{\varepsilon}^{pl}$), która zawiera styczne moduły sprężysto plastyczne. Wyrażenia opisujące elementy $\underline{D}^{ep}$ są skomplikowane. Wyznacza się ją z reguły jako produkt pewnych operacji macierzowych (por. np. [4]).

3. MODUŁ ODKSZTAŁCENIA W PRZYPADKU LINEARYZACJI ZWIĄZKÓW "NAPRĘŻENIE - ODKSZTAŁCENIE"

Stosowanie coraz bardziej złożonych modeli konstytutywnych zwiększa adekwatność obliczeniowych prognoz deformacji obciążonego masywu gruntowego dla szerokiej klasy warunków początkowo-brzegowych. Odejście od modelu liniowo sprężystego oznacza jednak potrzebę estymacji większej liczby stałych materiałowych, a co nie mniej ważne - konieczność indywidualnej analizy numerycznej każdego zadania geomechaniki z zastosowaniem iteracyjnych albo przyrostowo-iteracyjnych procedur MES lub MEB. W przypadku typowych zagadnień fundamentowania traci się możliwość prognozy osiadań przy użyciu prostych rozwiązań parametrycznych dla półprzestrzeni lub warstwy, a więc nomogramów (tablic) odpowiadających różnym wymiarom i kształtom podstaw fundamentów oraz intensywnościom obciążenia.

W tej sytuacji próby linearyzacji związków "$\sigma - \varepsilon$" dla gruntów, w odniesieniu do małych deformacji występujących w podłożu poprawnie zaprojektowanych fundamentów budowli, można uznać za usprawiedliwione. Moduł odkształcenia powinien być jednak wyznaczony w takim przypadku, w punktach podłoża, w których zlokalizowane są badania odkształcalności gruntu, jako przybliżona wartość skomplikowanej funkcji historii naprężenia w tych punktach, od najdalszej przeszłości, aż po zakończenie obciążania budowlą (por. p. 1).

To alternatywne dla tworzenia wyrafinowanych modeli konstytutywnych podejście jest dynamicznie rozwijane od lat kilkunastu w USA, Australii, Japonii i w krajach Europy Zachodniej [1], [2], [3]. Jego istotą jest wymaganie, by w testach doświadczalnych prowadzących do wyznaczenia modułu były możliwie wiernie odtworzone:

1^o konsolidacja pierwotna, wywołana w interesujących punktach przez czynniki geologiczne w przeszłości,

2^o ścieżki naprężeń wywołanych przez nacisk budowlą w tych punktach,

3^o warunki konsolidacji i prędkość obciążania.

Pierwsze z wymagań spełnione jest w sposób naturalny w badaniach in situ, zwłaszcza w testach presjometrem typu "self-boring", w których nie dochodzi do odprężenia gruntu. W przypadku badań laboratoryjnych (w aparacie trójosiowego ściskania lub w edometrze) konieczna jest, wobec całkowitego odprężenia próbek, ich wstępna rekonsolidacja obciążeniami typu K_o, występującymi w danych miejscach podłoża przed pobraniem gruntów do cylindra NNS [1], [3].

Znacznie trudniejsze jest spełnienie drugiego wymagania. Przede wszystkim dokładne wyznaczenie ścieżek naprężeń w podłożu budowli wymagałoby analizy numerycznej z zastosowaniem złożonego modelu nieliniowego. Aktualnie określa się je jako ścieżki proste wychodząc ze znanych rozkładów przyrostów naprężeń głównych $\Delta\sigma_1, \Delta\sigma_2, \Delta\sigma_3$ wywołanych w klasycznej półprzestrzeni lub warstwie przez obciążenie fundamentami budowli. Motywuje się to uproszczenie nieznacznym wpływem niesprężystości na rozkład naprężenia, gdy dystans do stanu granicznego jest odpowiednio duży. Dokonując w danym badaniu pomiaru $\Delta\varepsilon_1$ i $\Delta\varepsilon_3$, odpowiadających ścieżce ($\Delta\sigma_1$, $\Delta\sigma_2$, $\Delta\sigma_3$) można wyznaczyć moduł ze wzoru:

$$E_o = \frac{1}{\Delta\varepsilon_1}\left[\Delta\sigma_1 - \frac{(\Delta\sigma_1 - \Theta\Delta\sigma_3)(\Delta\sigma_2 + \Delta\sigma_3)}{-\Theta\Delta\sigma_1 + (1-\Theta)\Delta\sigma_2 + \Delta\sigma_3}\right] \tag{7}$$

gdzie $\Theta = \Delta\varepsilon_1/\Delta\varepsilon_3$.

Nawet ta "wyprostowana" ścieżka może być ściśle zrealizowana tylko w aparacie tzw. prawdziwego trójosiowego ściskania. Zadowalające przybliżenie, zwłaszcza w przypadku fundamentów o kształcie zbliżonym do kwadratu, można uzyskać w konwencjonalnych badaniach trójosiowych. Przy założeniu $\Delta\sigma_2 = \Delta\sigma_3$, $q = \Delta\sigma_1 - \Delta\sigma_3$ otrzymuje się:

$$E_o = \frac{\Delta_q}{\Delta\varepsilon_1}\left[1 - \frac{3\Delta\sigma_3}{2(1-\Theta)\Delta\sigma_3 - \Theta\Delta_q}\right]. \tag{8}$$

Ścieżki naprężenia możliwe do zrealizowania w edometrze, a także w badaniach presjometrycznych i podczas próbnych obciążeń stemplem wyraźnie odbiegają od dróg występujących w podłożu fundamentów. Dlatego przyjmowanie modułu odkształcenia obliczonego na podstawie pomiaru parametrów "roboczych", takich jak edometryczny moduł ściśliwości, moduł presjometryczny, czy nawet moduł próbnego obciążenia, może prowadzić do mniej lub bardziej istotnych odchyleń prognozowanych osiadań od wyników pomiaru. Najlepsze rezultaty osiąga się w badaniach trójosiowych. Pewne problemy pozostają oczywiście jeszcze do rozwiązania, choćby wspomniana sprawa warunków konsolidacji i prędkości obciążenia.

LITERATURA

[1] Davis E.H., Poulos H.F.: The use of elastic theory for settlement prediction under three-dimensional conditions. Geotechnique, 18,1968, 64-91.

[2] Lambe T.W., Whitman R.V.: Mechanika gruntów. T. I, II, Arkady, Warszawa 1978 (tł. z ang.).

[3] Poulos H.F.: Limited deformation problems with static loading. Workshop on experimental research in soil engineering, Virginia State Univ., Blacksburg 1983.

[4] Gryczmański M.: O konstytutywnych modelach gruntów, Inżynieria i Budownictwo, 1985, 2.

[5] Kondner R.L.: Hyperbolic stress-strain response: cohesive soils. J. Soil Mech. Found. Div. ASCE, 89, 1963, 1, 115-143.

[6] Duncan J.M., Chang C.Y.: Nonlinear analysis of stress and strain in soil. J. Soil Mech. Found. Div. ASCE, 96, 1970, 5, 1629-1653.

[7] Gryczmański M.: Sprężysto-lepkoplastyczne modele szkieletu gruntowego. Wyd. WSI Opole, Studia i monografie, 2, Opole 1983.

ПРОБЛЕМА МОДУЛЯ ДЕФОРМАЦИИ В МЕХАНИКЕ ГРУНТОВ

Р е з ю м е

Некритические применение закона Гука является часто причиной нереалистического прогноза деформации грунтов при нагружении. Осуществление разнообразных нелинейных моделей влечёт за собой обобщения понятия модуля деформации и необходимость его специфирования. Приближенный линейноупругий анализ требует определения модуля с учётом действительных историй напряжения. Представленая статья занимается этими проблемами.

THE DEFORMATION MODULUS PROBLEM IN SOIL MECHANICS

S u m m a r y

Uncritical application of the Hooke's law is often a cause of unrealistic predictions of soil deformations under loading. Introduction of various nonlinear constitutive models implies deformation modulus generalizations and their specification necessity. The modulus evaluation with accounting for real stress histories is required when using the approximate linear elastic approach. The paper deals with those problems.