

Adam NOWAKOWSKI

Barbara TUMIDAJEWICZ

O PEWNYM ALGORYTMIE WYZNACZANIA POZIOMYCH PRZEMIESZCZEŃ
I ODKSZTAŁCENŃ LINIOWYCH OBIEKTÓW NA TERENACH GÓRNICZYCH

Streszczenie. W pracy przedstawiono opis algorytmu obliczeń odkształceń głównych i przemieszczeń na kierunkach głównych zdeformowanej powierzchni terenu nad narożem górniczego wyrobiska, z uwzględnieniem opisu niecki obniżeniowej wg teorii Budryka-Knothego. Wyniki obliczeń, przedstawione w sposób graficzny, mogą być wykorzystane przy analizie pracy statycznej dowolnego liniowego obiektu w zróżnicowanych warunkach górniczej deformacji.

1. WSTĘP

Przy analizie obiektów inżynierskich o charakterze liniowym, zlokalizowanych na terenach górniczych, korzysta się często z opisu matematycznego stacjonarnej względnie dynamicznej (czołowej i bocznej w stosunku do kierunku eksploatacji) niecki obniżeniowej. Przypadki te określić można jako podstawowe. Bardziej złożony jest natomiast opis deformacji powierzchni rozpatrywanego terenu nad narożem górniczego wyrobiska. W obszarze tym występuje bowiem dwukierunkowy stan odkształceń i krzywizn. W niniejszej pracy przyjęto model naroża niecki będący superpozycją wpływów trzech elementarnych zbczo stożkowych zsuniętych bocznymi krawędziami (rys. 1). Składowe zbczo stożkowe dla uproszczonego opisu niecki obniżeniowej omówiono w pracach [2], [3], [4]. W niniejszym opracowaniu korzysta się natomiast z założeń teorii Budryka-Knothego [1], wprowadzając do obliczeń funkcje wyrażające wskaźniki deformacji, wynikające z bardziej dokładnego opisu niecki obniżeniowej (założenie nieograniczoności zasięgu wpływów górniczych). Zatem funkcje opisujące dwa wprowadzone do algorytmu wskaźniki deformacji mają postać [1]:

- odkształcenia poziome

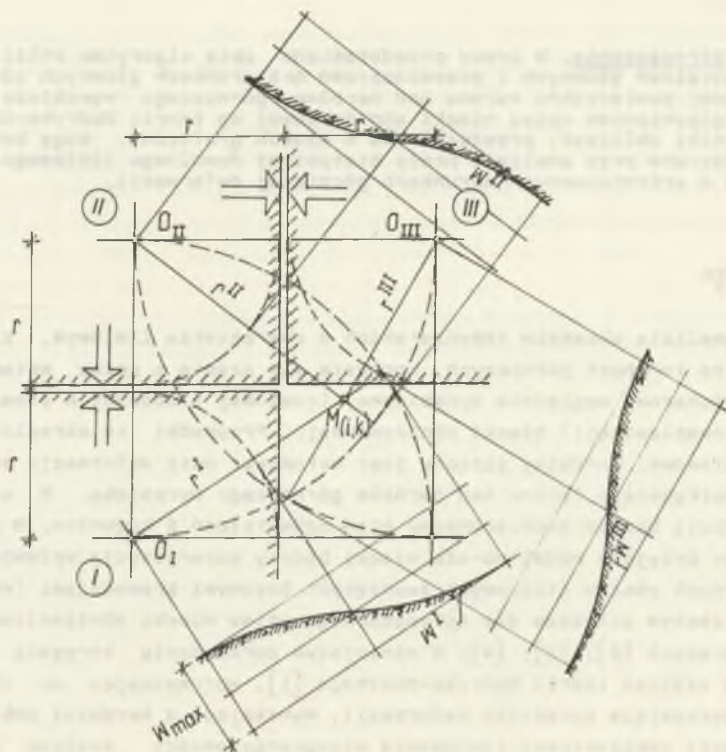
$$\delta = \frac{\sqrt{2 \cdot \pi \cdot w_{\max}}}{r^2} \cdot x \cdot e^{-\frac{x}{r^2} \cdot y^2} \quad (1)$$

- przemieszczenia poziome

$$u = \frac{w_{\max}}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{x}{r^2} \cdot \lambda^2} \quad (2)$$

gdzie:

- w_{\max} - maksymalne osiadanie terenu,
 r - promień zasięgu wpływów górniczych.



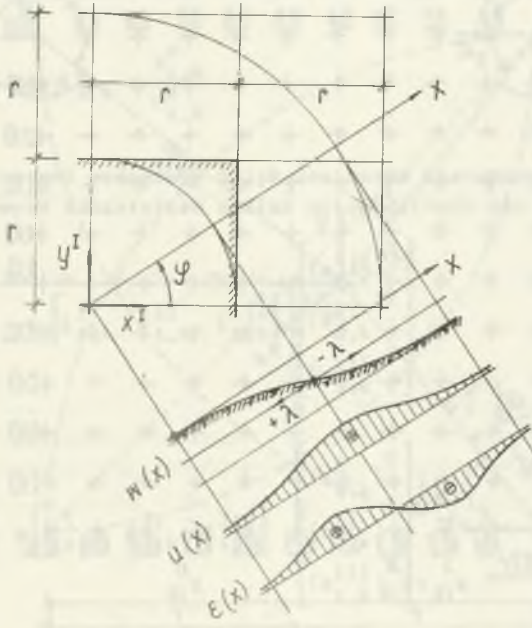
Rys. 1

Aby wykorzystać model naroża górniczego wyrobiska przedstawiony w pracach [3] i [4], konieczne było dokonanie przesunięcia o odcinek r i obrotu o kąt 180° układu współrzędnych (ξ, λ) do układu (ξ, x) oraz odpowiednio w przypadku przemieszczeń, układu (u, λ) do układu (u, x) rys. 2.

Funkcje odkształceń i przemieszczeń poziomych wyrażone w postaci (1), (2) w obrębie elementarnego zbocza stożkowego w nowym układzie współrzędnych wyrażać się zatem będą następująco:

$$t = \frac{\sqrt{2 \cdot \pi} \cdot w_{\max}}{r^2} \left(\frac{-x+r}{r} \right) e^{-\pi \left(\frac{-x+r}{r} \right)^2} \quad (3)$$

$$u = \frac{w_{\max}}{\sqrt{2\pi}} e^{-\pi \left(\frac{-x+r}{r} \right)^2} \quad (4)$$



Rys. 2

2. ODKSZTAŁCENIA I PRZEMIESZCZENIA POZIOME PUNKTÓW TERENU NAD NAROŻEM GÓRNICZEGO WYROBISKA

Korzystając z założeń przedstawionych we wstępie podaje się opis algorytmu prowadzącego do obliczenia odkształceń głównych i przemieszczeń na kierunkach głównych dla punktów siatki obejmującej powierzchnię terenu nad narożem górniczego wyrobiska. Omawiana siatka punktów, przedstawiona na rys. 3 znajduje się wewnątrz kwadratu o bokach \$2r \times 2r\$.

Dla dowolnego punktu siatki \$M(i,k)\$ oblicza się, w początkowym etapie, odkształcenia poziome względem każdego z trzech elementarnych zbczy stożkowych (\$n = I, II, III\$), korzystając ze wzoru (3) przekształconego tutaj do następującej postaci:

Cosinusy kątów kierunkowych promieni wodzących odkładanych od osi x oblicza się ze wzoru:

$$a_{1,k}^n = \cos \alpha_{1,k}^n = \frac{x_{1,k}^n}{r_{1,k}^n}, \quad (8)$$

natomiast cosinusy kątów kierunkowych odkładanych od osi y , odpowiednio:

$$b_{1,k}^n = \cos \beta_{1,k}^n = \frac{y_{1,k}^n}{r_{1,k}^n} \quad (9)$$

Obliczenie promieni wodzących i ich cosinusów kierunkowych umożliwia używanie składowych odkształceń wzdłuż ortogonalnych osi x, y :

$$\varepsilon_{1,k,x} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{1,k}^I & \varepsilon_{1,k}^{II} & \varepsilon_{1,k}^{III} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (a_{1,k}^I)^2 \\ (a_{1,k}^{II})^2 \\ (a_{1,k}^{III})^2 \end{bmatrix}. \quad (10)$$

$$\varepsilon_{1,k,y} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{1,k}^I & \varepsilon_{1,k}^{II} & \varepsilon_{1,k}^{III} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (b_{1,k}^I)^2 \\ (b_{1,k}^{II})^2 \\ (b_{1,k}^{III})^2 \end{bmatrix}. \quad (11)$$

Wyrazy macierzy (10) i (11) zawierają składowe odkształcenia uzyskane ze wzoru (6).

Dla obliczenia składowych odkształceń głównych (wzdłuż osi X, Y) niewystarczające jest dysponowanie odkształceniami na kierunkach x, y . Należy obliczyć jeszcze trzecią składową odkształcenia $\varepsilon_{x\omega}$ dla dowolnej osi x_ω przy czym kąt odchylenia osi x_ω od osi x jest $\omega \neq n \cdot \frac{\pi}{4}$.

Składową $\varepsilon_{1,k,\omega}$ uzyskuje się ze wzoru:

$$\varepsilon_{1,k,\omega} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{1,k}^I & \varepsilon_{1,k}^{II} & \varepsilon_{1,k}^{III} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (\bar{a}_{1,k}^I)^2 \\ (\bar{a}_{1,k}^{II})^2 \\ (\bar{a}_{1,k}^{III})^2 \end{bmatrix}. \quad (12)$$

gdzie:

$$\bar{a}_{1,k}^n = \cos(\alpha_{1,k}^n + \omega). \quad (13)$$

Znając już obliczone ze wzorów (10), (11) i (12) składowe odkształceń $\varepsilon_{i,kx}$, $\varepsilon_{i,ky}$ oraz $\varepsilon_{i,k\omega}$, można wyznaczyć odkształcenia główne $\varepsilon_{i,kX}$ i $\varepsilon_{i,kY}$ oraz kąt odchylenia osi głównych $\alpha_{i,k}$.
Odkształcenia główne uzyskano więc z relacji:

$$\varepsilon_{i,kX} = \frac{\varepsilon_{i,kx} - \varepsilon_{i,ky} \operatorname{tg}^2 \alpha_{i,k}}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha_{i,k}}, \quad (14)$$

$$\varepsilon_{i,kY} = \frac{\varepsilon_{i,ky} - \varepsilon_{i,kx} \operatorname{tg}^2 \alpha_{i,k}}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha_{i,k}}, \quad (15)$$

zaś kąt $\alpha_{i,k}$ określający położenie osi głównych obliczono ze wzoru:

$$\operatorname{tg}^2 \alpha_{i,k} = \frac{\varepsilon_{i,k\omega} - (\varepsilon_{i,kx} \cdot a_\omega^2 + \varepsilon_{i,ky} b_\omega^2)}{(\varepsilon_{i,ky} - \varepsilon_{i,kx}) \cdot \frac{a}{b}} \quad (16)$$

gdzie: $a_\omega = \cos \omega$, $b_\omega = \sin \omega$.

Obliczenia odkształceń głównych $\varepsilon_{i,kX}$ i $\varepsilon_{i,kY}$ oraz kąta odchylenia osi głównych ze wzorów (14), (15) i (16) można przeprowadzić dla wszystkich punktów siatki, z wyjątkiem punktów leżących na przekątnej kwadratu, czyli dla $i = k$. W punktach tych, znając z góry przebieg kierunków głównych, korzystano ze wzorów:

$$\varepsilon_{i,kX} = \varepsilon_{i,k}^I + \varepsilon_{i,k}^{II} \sin^2 \vartheta_{i,k} + \varepsilon_{i,k}^{III} \sin^2 \vartheta_{i,k}, \quad (17)$$

$$\varepsilon_{i,kY} = \varepsilon_{i,k}^I \cos^2 \vartheta_{i,k} + \varepsilon_{i,k}^{III} \cos^2 \vartheta_{i,k}.$$

przy czym kąt $\vartheta_{i,k}$ oblicza się:

$$\vartheta_{i,k} = \alpha_{i,k} - \beta_{i,k}^I. \quad (18)$$

gdzie: $\alpha_{i,k} = -45^\circ$.

Dla przedstawionej na rys. 3 siatki punktów wykonać także można obliczenia przemieszczeń poziomych na kierunkach głównych u_X i u_Y . Podobnie jak w przypadku odkształceń wprowadzono i tutaj czynnik $p = w_{\max} (\sqrt{2\pi})^{-1}$, przyjmując $p = 1$. Przekształcony wzór (4) na przemieszczenia składowe przyjmie zatem postać:

$$u_{i,k}^n = p \cdot e^{-\mathcal{X} \left[\frac{-r_{i,k}^n + r}{r} \right]^2} \quad (19)$$

Korzystając bezpośrednio z wartości składowych przemieszczeń względem trzech naroży I, II i III uzyskano przemieszczenia na kierunkach głównych

$$u_{i,kX} = \begin{bmatrix} u_{i,k}^I & u_{i,k}^{II} & u_{i,k}^{III} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{a}_{i,k}^I \\ \bar{a}_{i,k}^{II} \\ \bar{a}_{i,k}^{III} \end{bmatrix} \quad (20)$$

oraz

$$u_{i,kY} = \begin{bmatrix} u_{i,k}^I & u_{i,k}^{II} & u_{i,k}^{III} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{b}_{i,k}^I \\ \bar{b}_{i,k}^{II} \\ \bar{b}_{i,k}^{III} \end{bmatrix} \quad (21)$$

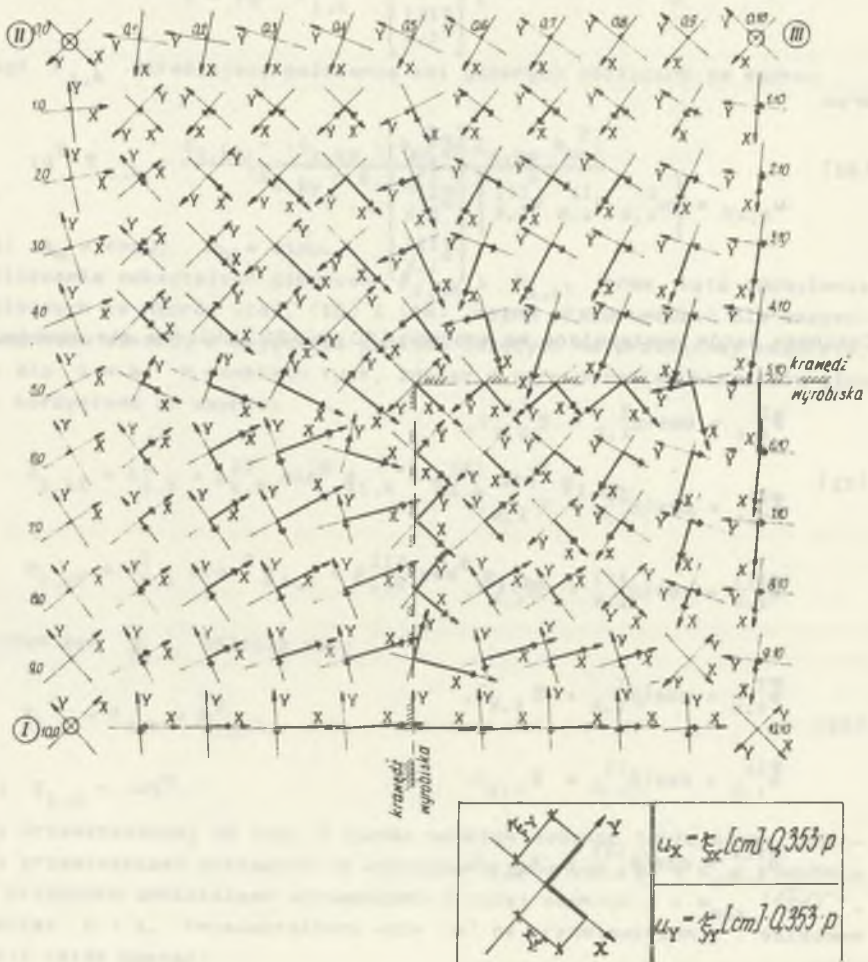
Cosinusy kątów występujące we wzorach (20) i (21) oblicza się następująco

$$\begin{aligned} \bar{a}_{i,k}^I &= \cos(\alpha_{i,k}^I - \mathcal{X}_{i,k}), \\ \bar{a}_{i,k}^{II} &= \cos(\alpha_{i,k}^{II} - \mathcal{X}_{i,k}), \\ \bar{a}_{i,k}^{III} &= \cos(\alpha_{i,k}^{III} - \mathcal{X}_{i,k}). \end{aligned} \quad (22)$$

$$\begin{aligned} \bar{b}_{i,k}^I &= \cos(\beta_{i,k}^I + \mathcal{X}_{i,k}), \\ \bar{b}_{i,k}^{II} &= \cos(\beta_{i,k}^{II} + \mathcal{X}_{i,k}), \\ \bar{b}_{i,k}^{III} &= \cos(\beta_{i,k}^{III} + \mathcal{X}_{i,k}). \end{aligned} \quad (23)$$

3. WYKRESY DO WYZNACZANIA ODKSZTAŁCEŃ GŁÓWNYCH I PRZESUNIĘĆ NA KIERUNKACH GŁÓWNYCH

Przedstawiony w poprzednim punkcie opis algorytmu stanowił podstawę dla opracowania i wykonania programu na EMC. Wydruk programu, zrealizowanego przez Mgr inż. Henryka Biesiadę na maszynie cyfrowej Mera 60, zawiera wartości liczbowe, umożliwiające wykonanie wykresów odkształceń głównych i przemieszczeń na kierunkach głównych dla wszystkich punktów przyjętej siatki. Uzyskane w wyniku obliczeń wartości odkształceń głównych przedstawione zostały więc na rys. 4, natomiast wartości przemieszczeń na kierunkach głównych na rys. 5.



Rys. 4. Przesunięcia na kierunkach głównych nad narożem górniczego wyrobiska



Rys. 5. Odształcenia główne nad narożem górniczego wyrobiska

Dla otrzymania wartości rzeczywistych odształceń i przemieszczeń należy zmierzyć na rysunkach 4 i 5 odcinek (w cm) naniesiony dla dowolnego rozpatrywanego punktu siatki linią pogrubioną i przemnożyć tę wartość przez odpowiedni współczynnik:

- dla odształceń głównych

$$\eta = \frac{\sqrt{2\pi} w_{max}}{r^2}$$

- dla przemieszczeń na kierunkach głównych

$$p = \frac{w_{\max}}{\sqrt{2\pi}}$$

Z rysunków 4 i 5 odczytać można również kąt $\alpha_{i,k}$ określający położenie kierunku głównych X Y.

Przedstawione pola odkształceń głównych i przemieszczeń na kierunkach głównych pozwalają na wyznaczenie tych wielkości dla punktów trasy liniowego obiektu, przebiegającej w dowolnym kierunku względem naroża górniczego wyrobiska.

Algorytm, zakończony siatkowymi wykresami (rys. 4 i 5) umożliwia już - co było celem opracowania - proste, geometryczne wyznaczanie przesunięć i odkształceń powierzchni terenu wzdłuż osi głównych liniowego ustroju, dowolnie przebiegającego na terenie w rejonie górniczego wyrobiska. Wartości tych odkształceń stanowią wielkości wyjściowe dla ocen stanów przemieszczenia, odkształcenia i naprężenia konstrukcji analizowanego ustroju liniowego.

LITERATURA

- [1] Ochrona powierzchni przed szkodami górniczymi. Praca zbiorowa. Wydawnictwo Śląsk, Katowice 1980.
- [2] Budzianowski Z., Lessaer S.: O krzywiznach odkształconej powierzchni terenu podlegającego wpływowi eksploatacji górniczej w zakresie potrzeb budownictwa. Archiwum Inżynierii Łódzkiej 3/1968.
- [3] Lessaer S., Nowakowski A., Tumidajewicz B.: Graficzna interpretacja uproszczonego sposobu wyznaczania poziomych odkształceń i przemieszczeń tras komunikacyjnych nad narożem górniczego wyrobiska. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, Budownictwo (w druku).
- [4] Lessaer S., Nowakowski A.: Przemieszczania i odkształcenia poziome obiektu liniowego nad narożem górniczego wyrobiska. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, Budownictwo, z. 57.

О НЕКОТОРОМ АЛГОРИТМЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ГОРИЗОНТАЛЬНЫХ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ И ЛИНЕЙНЫХ ДЕФОРМАЦИИ ОБЪЕКТОВ НА ГОРНОДОБЫВАЮЩИХ ТЕРРИТОРИЯХ

Резюме

В работе представлено описание алгоритма расчёта главных деформаций и перемещений в главном направлении деформируемой поверхности территории над углом горной выработки с учётом описания выемки следуя теории Будрика-Кнота. Результаты расчётов представлены графически, могут быть использованы для анализа работы в статических условиях производного синтеза объекта в различных условиях горной деформации.

ON AN ALGORITHM OF ASSIGNMENT OF HORIZONTAL DISPLACEMENTS AND LINEAR OBJECTS DEFORMATIONS IN MINING REGIONS

Summary

An algorithm for main displacements and deformations in main directions of deformed surfaces in the heading corner is presented. The description of coal basin via Budryk-Knothe theory has been taken into account. Calculation results are presented graphically and may be used in the analysis of static work of an arbitrary linear building in the mining deformations conditions.

W artykule przedstawiono algorytm wyznaczania przemieszczeń i deformacji w kierunku głównym powierzchni zdeformowanych w kącie prowadzenia. Opis kolumny węglowej według teorii Budryka-Knothe został uwzględniony. Wyniki obliczeń przedstawiono graficznie i mogą być użyte do analizy pracy statycznej dowolnego obiektu liniowego w warunkach deformacji kolumny.

В статье описан алгоритм определения главных смещений и деформаций в направлении главных осей деформированных поверхностей в углу забоя. Описание угольного бассейна по теории Будрыка-Кноте учтено. Результаты вычислений представлены графически и могут быть использованы для анализа статической работы произвольного линейного объекта в условиях деформации кolumnы.

В статье описан алгоритм определения главных смещений и деформаций в направлении главных осей деформированных поверхностей в углу забоя. Описание угольного бассейна по теории Будрыка-Кноте учтено. Результаты вычислений представлены графически и могут быть использованы для анализа статической работы произвольного линейного объекта в условиях деформации кolumnы.

В статье описан алгоритм определения главных смещений и деформаций в направлении главных осей деформированных поверхностей в углу забоя. Описание угольного бассейна по теории Будрыка-Кноте учтено. Результаты вычислений представлены графически и могут быть использованы для анализа статической работы произвольного линейного объекта в условиях деформации кolumnы.

$$F_x = F_1 \cdot \cos \alpha + F_2 \cdot \sin \alpha$$

W artykule przedstawiono algorytm wyznaczania przemieszczeń i deformacji w kierunku głównym powierzchni zdeformowanych w kącie prowadzenia. Opis kolumny węglowej według teorii Budryka-Knothe został uwzględniony. Wyniki obliczeń przedstawiono graficznie i mogą być użyte do analizy pracy statycznej dowolnego obiektu liniowego w warunkach deformacji kolumny.

В статье описан алгоритм определения главных смещений и деформаций в направлении главных осей деформированных поверхностей в углу забоя. Описание угольного бассейна по теории Будрыка-Кноте учтено. Результаты вычислений представлены графически и могут быть использованы для анализа статической работы произвольного линейного объекта в условиях деформации кolumnы.

В статье описан алгоритм определения главных смещений и деформаций в направлении главных осей деформированных поверхностей в углу забоя. Описание угольного бассейна по теории Будрыка-Кноте учтено. Результаты вычислений представлены графически и могут быть использованы для анализа статической работы произвольного линейного объекта в условиях деформации кolumnы.