

Jan MERTAS

PROBLEM WYBORU METODY PROGNOZOWANIA WPŁYWÓW EKSPLOATACJI GÓRNICZEJ W ŚWIETLE TEORII GIER

Streszczenie. Często specjalista w zakresie wpływów eksploatacji górniczej stoi przed problemem wybozu teorii ruchów górotworu do opracowania odpowiednich prognoz. W pracy zaproponowano, aby wybór ten dokonać metodami teorii gier. Podano zasady teorii gier, wywody poparto przykładami.

1. WPROWADZENIE

Prognozowanie wpływów eksploatacji górniczej na powierzchnię ziemi jest zagadnieniem niezmiernie ważnym i istotnym zarówno pod względem ochrony obiektów znajdujących się nad eksploatacją górniczą, jak i ze względu na ochronę naturalnego środowiska życia człowieka.

W najogólniejszym pojęciu "prognozami" nazywamy oparte na naukowych podstawach i z reguły mające charakter kompleksowy przewidywania najbardziej prawdopodobnego biegu lub obrazu zjawisk i procesów rozwojowych [3].

Do prognozowania wpływów eksploatacji górniczej nauka posiada cały szereg teorii, wśród których na czołowych miejscach należy wymienić teorie polskich uczonych profesorów: Salustowicza, Litwiniszyna, Budryka, Knothe-go, Kochmańskiego, Kowalczyka, Gila. We wszystkich tych teoriach operuje się parametrami zależnymi od własności fizykomechanicznych nadległego nad eksploatacją górotworu. Do podstawowych własności fizykomechanicznych skal należy zaliczyć wytrzymałość na ściskanie, rozciąganie, zginanie i ścinanie, kąt tarcia wewnętrznego, moduły sprężystości podłużnej i poprzecznej.

Niewątpliwym wpływem na kształtowanie się wielkości parametrów teorii ruchów górotworu mają również czynniki geologiczno-górnicze. Za najistotniejsze należy uznać głębokość eksploatacji, nachylenie warstw karbońskich, miąższość warstw nadkładu, sposób wypełniania pustki poeksploatacyjnej, powierzchnię wybrania. Spośród czynników górniczych szczególnego znaczenia nabiera stopień naruszenia górotworu wcześniejszymi eksploatacjami, jak stwierdzają to obecnie prowadzone badania ma on zasadniczy wpływ na własności fizykomechaniczne górotworu.

Odrębnym zagadnieniem jest podanie ilościowych zależności pomiędzy własnościami fizykomechanicznymi górotworu i czynnikami geologiczno-górniczymi a parametrami występującymi w teoriach ruchów górotworu. Pomimo wielu prac prowadzonych w tej dziedzinie nie podano związków, które w pełni zadowalająby naukowców i praktyków górniczych.

Reasumując - wybór teorii prognozowania wpływów eksploatacji górniczej należy uzależnić od możliwości określania najbardziej prawdopodobnych wartości parametrów teorii ruchów górotworu wywołanych eksploatacją górnictwem.

Narzędziem ułatwiającym podjęcie optymalnej decyzji mogą być metody matematyczne o wspólnej nazwie "badania operacyjne", z których w niniejszej pracy posłużono się teorią gier. Gry statystyczne są podstawowymi modelami podejmowania decyzji w warunkach częściowej niepewności.

Graczami w tej grze są człowiek i natura. Człowiek dysponuje teoriami prognozowania wpływów eksploatacji górniczej, natura wszystkimi możliwymi stanami opisanymi własnościami fizykomechanicznymi skał budujących górotwór i czynnikami geologiczno-górnictwem.

W pracy przedstawiono przykłady podejmowania decyzji wyboru teorii prognozowania wpływów eksploatacji górniczej w oparciu o teorię gier z naturą i gier statystycznych, nie znając wcześniej dokładnych wartości parametrów teorii, a tylko ich przedziały występowania na danym obzarze. Ze względu na to, że praca ograniczyła się tylko do przedstawienia problemu podejmowania decyzji w oparciu o teorię gier nie rozpatrzone gry rozszerzonej o wpływ własności fizykomechanicznych górotworu i czynniki geologiczno-górnictwem na parametry teorii ruchów górotworu. Rozegranie takiej gry jest możliwe stosując EMC.

2. GRY Z NATURĄ

Grę z naturą określamy wzorem:

$$G = (A, \Omega, S),$$

gdzie:

- A - zbiór decyzji projektanta,
- Ω - zbiór hipotez dotyczących stanów natury,
- S - macierz gry.

Graczem I jest człowiek - projektant. Jego strategiami są różne teorie prognozowania wpływów eksploatacji górniczej. Wielkość zbioru decyzji projektanta określona jest możliwościami jego koncepcji (istniejącymi teoriami prognozowania wpływów eksploatacji górniczej).

Graczem II jest natura, której strategiami są wszystkie możliwe stany natury opisane wektorem Θ . Określenie składowych wektora Θ stanów natury jest problemem niezmiernie skomplikowanym, jako że wiąże się z koniecznością kwantyfikacji i wywartościowania jakościowych czynników geologiczno-górnictwem, oszacowania i przebadania szeregu zjawisk, które określają przebieg procesu osiadania górotworu i powierzchni wywołanego eksploatacją górnictwem.

Celem sformułowania przedstawionej sytuacji decyzyjnej należy określić zbiór strategii projektanta A, zbiór możliwych stanów natury Ω oraz funkcję wypłat $a_i \in A$.

Najpowszechniej stosowanym kryterium do rozwiązania gry jest zasada maksymalnej użyteczności lub minimalnego żalu (tzw. kryterium Walda):

$$\max_{a_i} \min_{\theta_j} V(a_i, \theta_j)$$

lub

$$\min_{a_i} \max_{\theta_j} V(a_i, \theta_j)$$

Pewną kompromisową propozycją między skrajnie pesymistyczną a skrajnie optymistyczną jest zasada (kryterium) Hurwitsza:

$$\max_{a_i \in A} \left[\alpha \max_{\theta_j \in \Omega} V(a_i, \theta_j) + (1 - \alpha) \min_{\theta_j \in \Omega} V(a_i, \theta_j) \right],$$

gdzie:

α - wskaźnik optymizmu zawarty od 0-1 (ustalany z góry).

Kryterium (zasada) Bayesa-Laplace'a wykracza poza sytuację oalkowej niepewności i zakłada możliwym stanom natury θ_j określone prawdopodobieństwo P_{θ_j} i przyjmuje jako decyzję optymalną taką decyzję ze zbioru $a_i \in A$, dla której zachodzi:

$$\max E [W(d_i, \theta_j)],$$

gdzie:

E - oznacza wartość oczekiwaną użyteczności.

PRZYKŁAD GRY Z NATURĄ

Do rozwiązania zagadnienia wyboru teorii do obliczania wskaźników deformacji powierzchni zastosowano teorię gier z naturą w warunkach niepewności. Obliczenia oparto na wynikach pomiarów linii obserwacyjnej "Goczałkowice", usytuowanej nad pokładem 318/2 eksploatowanym w latach 1960/61.

Pokład eksploatowano systemem ścianowym na zawał, średnie nachylenie 19° , miąższość 2,0 m, głębokość eksploatacji 400 m.

Określenie obszaru decyzji dopuszczalnych $A = \{a_1 \dots a_N\}$. Zdecydowano się na następujące decyzje:

- a_1 - teoria T. Kochmańskiego za pomocą nomogramów W. Batkiewicza [1],
- a_2 - teoria S. Knothego metodą podaną dla pokładów nachylonych przez B. Skinderowicza [5],
- a_3 - teoria S. Knothego za pomocą nomogramów A. Kota [7],

a_4 - teoria Z. Kowalozyka dostosowana do pokładów nachylonych przez Sian Czaun-dzi [4].

Określenie zbioru hipotez stanu natury $\Omega = [\theta_1 \dots \theta_N]$. Przyjęto następujące parametry charakteryzujące stan natury:

- a - współczynnik eksploatacyjny,
 $\text{tg } \beta$ - tangens kąta zasięgu wpływów głównych (teoria S. Knothego),
 r_0 - parametr teorii T. Koczańskiego, zależny od własności górotworu,
 λ_w, λ_u - parametry teorii Z. Kowalozyka charakteryzujące krzywą osiadań od strony wzniosu i upadu pokładu.

Na podstawie pomiarów stwierdzono, że w rozpatrywanym rejonie wielkości wyżej wymienionych parametrów przyjmują wartości:

$$\begin{aligned}
 \text{tg } \beta &= 1,3 - 1,9 \\
 a &= 0,43 - 0,47 \\
 r_0 &= 25 - 35 \text{ m} \\
 \lambda_w &= 6,1 \times 10^{-4} - 1,0 \times 10^{-3} \\
 \lambda_u &= 3,4 \times 10^{-5} - 6,0 \times 10^{-5}
 \end{aligned}$$

Określono następujące stany natury $\theta_j = \{ \text{tg } \beta, a, r_0, \lambda_w, \lambda_u \}$.

$$\begin{aligned}
 \theta_1 &= \{ 1,3 \cdot 0,43 \cdot 25 \cdot 6,4 \times 10^{-4} \cdot 4,3 \times 10^{-5} \} \\
 \theta_2 &= \{ 1,6 \cdot 0,45 \cdot 30 \cdot 1,4 \times 10^{-3} \cdot 3,4 \times 10^{-5} \} \\
 \theta_3 &= \{ 1,9 \cdot 0,47 \cdot 35 \cdot 6,1 \times 10^{-4} \cdot 6,0 \times 10^{-5} \}
 \end{aligned}$$

BUDOWA MACIERZY WYPŁAT

W przyjętym uproszczonym modelu górotworu wypłaty obliczono jako różnice pomiędzy wskaźnikami deformacji obliczonymi teoretycznie różnymi teoriami (metodami) dla różnych parametrów teorii ruchów górotworu a rzeczywistymi uzyskanymi z wyników obserwacji geodezyjnych i różnice te zsumowano. Macierz gry wygląda następująco:

Tabela 1

$\Lambda \backslash \Omega$	θ_1	θ_2	θ_3	min. max pesym. Walda	kryt, optym. Hurwitza
a_1	787	469	343	787	343
a_2	648	548	472	648	472
a_3	1173	903	1406	1406	903
a_4	1141	1148	821	1148	821

Stosując kryterium pesymizmu Walda wybieramy podjęcie tej decyzji, która z maksymalnych wielkości jest najmniejsza.

Kryterium Hurwitza zakłada, że "natura" nie jest zła i zapewni minimalną wypłatę, stąd należy podjąć decyzję a_1 .

Zastosowanie kryterium Bayesa-Laplace'a wymaga ustalenia prawdopodobieństwa zaistnienia poszczególnych stanów natury. Po dokładnym przeanalizowaniu warunków geologiczno-górnictwowych ustalono:

$$P(\theta_1) = 0,2$$

$$P(\theta_2) = 0,5$$

$$P(\theta_3) = 0,3$$

Obliczone oczekiwane wartości wynoszą:

$$E_1 = \sum_{j=1}^{N\theta} W(a_1, \theta_j) P(\theta_j)$$

$$E_{a1} = 494,8$$

$$E_{a2} = 540,7$$

$$E_{a3} = 1107,9$$

$$E_{a4} = 1048,5$$

Jeżeli będziemy się kierować tym kryterium, to najmniejszą oczekiwaną wartość ma decyzja a_1 .

PODSUMOWANIE

Kryterium	Decyzja
Walda pesym.	a_2 - teoria S. Knothe go wg B. Skinderowicza
Hurwitza optymist.	a_1 - teoria T. Kochmańskiego wg W. Batkiewicza
Najniższej oczekiwanej wartości	a_1 - teoria T. Kochmańskiego wg W. Batkiewicza

3. TEORIA GIER STATYSTYCZNYCH

Proponuję rozważenie gry, w której graczem II jest człowiek zwany statystykiem a graczem I natura. Cechą odróżniającą grę statystyczną od strategicznej jest to, że natura choć nie wybiera swoich strategii, by wygrać grę może posiadać pewien mechanizm losowy, który łącznie z ustalonymi praw-

dopodobieństwami realizuje określone strategie (stany) natury. Statystyk może zatem zdobyć pewne informacje o rozkładzie prawdopodobieństwa stanów natury.

Na strukturę gry statystycznej składają się następujące elementy:

- przestrzeń stanów natury,
- przestrzeń decyzji statystyka,
- funkcja straty statystyka,
- funkcja decyzji.

Gry $\Gamma = (\Omega, D, R)$ nazywamy statystyczną, jeżeli:

- Ω - jest przestrzenią stanów natury,
- D - jest zbiorem funkcji decyzji,
- R - jest funkcją ryzyka.

Rozwiązanie gry statystycznej polega na określeniu optymalnej strategii statystyka (gracza II), czyli na podaniu najlepszej funkcji decyzyjnej, gdyż jedynie statystyk dąży świadomie do wygranej.

Najlepszą funkcją decyzyjną byłaby taka funkcja, dla której ryzyko jest najmniejsze przy każdym możliwym stanie natury. Jedną z metod znalezienia optymalnej funkcji decyzyjnej jest porządkowanie zbioru funkcji decyzyjnych według określonego kryterium.

Stosuje się dwie metody porządkowania funkcji:

- tzw. bayesowska,
- tzw. minmaksowa funkcja decyzyjna.

Za lepsze uważane jest tzw. bayesowskie kryterium wyboru funkcji decyzyjnej [2].

PRZYKŁAD GRY STATYSTYCZNEJ

Dla problemu decyzyjnego, doboru najlepszej teorii opisującej osiadań górotworu wywołane eksploatacją górniozą, określono zbiór decyzji statystyka oraz opisano stany natury, czyli określony został zbiór hipotez stanów natury. Macierz gry, stany natury i decyzje statystyka określono podobnie jak w przykładzie gry z naturą.

Na podstawie rozpoznania geologicznego określono prawdopodobieństwo $P(\theta)$ "a priori" wystąpienia poszczególnych stanów natury.

Zdefiniowano zbiór możliwych wyników eksperymentu Y , czyli dodatkowych badań, które zostaną wykonane przed podjęciem decyzji oraz oszacowano prawdopodobieństwo warunkowe $P[Y(\theta)]$, tzn. że dodatkowe badania dadzą wynik y_1 , jeżeli faktyczny stan natury jest określony przez θ_j . Określając optymalną funkcję bayesowską $r(\xi, d)$ wskazano decyzję a_1 , którą należy wybrać, kiedy wynik badań dodatkowych będzie Y_1 .

Zbiór wszystkich badań dodatkowych, które zostaną przeprowadzone przed podjęciem decyzji, przyjęto jako dwuelementowy:

$$Y = \{y_1, y_2\}$$

gdzie:

y_1 - oznacza, że przeprowadzone badania wykazały, że warunki geologiczne nie odpowiadają przyjętym parametrom górotworu,

y_2 - oznacza, że przeprowadzone badania wykazały, że warunki geologiczne odpowiadają przyjętym parametrom górotworu.

Oszacowane prawdopodobieństwo rzetelności otrzymanych wyników badań dodatkowych będzie wynosić:

$$P(y_1/\theta_1) = 0,7 \quad P(y_1/\theta_2) = 0,2 \quad P(y_1/\theta_3) = 0,6$$

$$P(y_2/\theta_1) = 0,3 \quad P(y_2/\theta_2) = 0,8 \quad P(y_2/\theta_3) = 0,4$$

Macierz gry określono tak jak w przykładzie gry z naturą rezygnując z decyzji a_4 . Dzięki dodatkowym informacjom $P(y/\theta)$ możemy przekształcić problem gry strategicznej w warunkach niepewności na problem gry statystycznej w warunkach ryzyka.

Ponieważ zbiór wyników eksperymentu Y jest dwuelementowy a zbiór decyzji A trzejelementowy, to nierandomizowanych funkcji decyzyjnych $d \in D$ będzie $3^2 = 9$.

Będą to następujące funkcje (tabela 2):

Tabela 2

Y \ D	d_1	d_2	d_3	d_4	d_5	d_6	d_7	d_8	d_9
y_1	a_1	a_1	a_1	a_2	a_2	a_2	a_3	a_3	a_3
y_2	a_1	a_2	a_3	a_1	a_2	a_3	a_1	a_2	a_3

Po uwzględnieniu podanego prawdopodobieństwa $P(y/\theta)$ wyników $y \in Y$ dla poszczególnych stanów natury można względem nich obliczyć dla poszczególnych funkcji decyzyjnych $d \in D$ przeciętne wartości funkcji straty $E(\theta, a)$, tj. wartości funkcji ryzyka $R(\theta, a)$. Przyjmując takie jak w przykładzie gry z naturą prawdopodobieństwa wystąpienia stanów natury obliczono ryzyko bayesowskie $r(\xi, d)$. Wyniki obliczeń podano w tabeli 3.

Tabela 3

$\theta \backslash D$	d_1	d_2	d_3	d_4	d_5	d_6	d_7	d_8	d_9
θ_1 0,2	630	596	722	477	518	645	846	813	938
θ_2 0,3	234	226	406	242	274	416	278	309	452
θ_3 0,3	240	276	538	294	330	592	687	722	948
$r(\xi, d)$	1104	1138	1136	1013	1122	1656	1802	1844	2374

Optymalną funkcją bayesowska będzie funkcja minimalizująca bayesowskie ryzyko. Dla naszych warunków:

- jeżeli w wyniku badań dodatkowych stwierdzi się niezgodność parametrów teorii ruchów górotworu z przyjętymi, należy wybrać decyzję a_2 , tzn. teorię S. Knothe'go wg Br. Skinderowicza,
- jeżeli w wyniku badań dodatkowych stwierdzi się zgodność parametrów teorii ruchów górotworu z przyjętymi, to należy wybrać decyzję a_1 , tzn. teorię T. Kochmańskiego wg W. Batkiewicza.

4. PODSUMOWANIE

Zastosowanie teorii gier jako metody doboru optymalnej teorii ruchów górotworu jest możliwe przy znajomości funkcji decyzji i występujących stanach natury. O trafności wyboru teorii w dużej mierze decyduje dokładność określenia parametrów występujących w poszczególnych teoriach. Winny one zatem do tego celu być wyznaczone empirycznie na podstawie wyników pomiarów geodezyjnych.

Teoria gier statystycznych pozwala podjąć taką decyzję, która w warunkach "niepewności" jest najtęmniejsza, tzn. taką teorię prognozowania wpływów eksploatacji górniozej, która pozwoli na opracowanie najdokładniejszych prognoz. Jest to szczególnie ważne przy prognozach wpływów eksploatacji pokładów nachylonych, ponieważ nie ma teorii w pełni słusznej dla tych warunków.

Dokładność metody uzależniona jest od możliwości określenia takich wielkości, jak prawdopodobieństwa wystąpienia poszczególnych stanów natury, parametrów charakteryzujących górotwórn i innych. Przez zwiększenie ilości stanów natury, ilości badań dodatkowych i ilości decyzji można znacznie lepiej określać, która z istniejących teorii prognozowania wpływów eksploatacji górniczych nadaje się do prognoz w warunkach częściowej niepewności.

LITERATURA

- [1] Batkiewicz W.: Obliczanie wskaźników poeksploatacyjnych deformacji terenu. Śląsk, Katowice 1968.
- [2] Greń J.: Gry statystyczne i ich zastosowanie. PWE, Warszawa 1972.
- [3] Secomski K.: Prognozyka. WP, Warszawa 1971.
- [4] Sian Czaun-dzi: Rozwiązanie zagadnienia niepełnej i określenie wpływu eksploatacji pokładu nachylonego w oparciu o teorię Z. Kowalczyka. Geodezja i Kartografia nr 3 i 4, 1962.
- [5] Skinderowicz Br.: Określenie na podstawie pomiarów geodezyjnych kształtowania się niecek osiadań w przypadku pokładów nachylonych. AGH Kraków 1966 (praca doktorska nie publikowana).

- [6] Śmiałowska-Uberman Z.: Podejmowanie decyzji w produkcji geodezyjnej w oparciu o teorię gier. Praca Komisji Górniczo-Geodezyjnej, Geodezja 28 1980.
- [7] Kot A.: Nomogramy do obliczania obniżek powierzchni terenu powodowanych eksploatacją pokładów nachylonych, Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, Górniczo z. 106, 1980.

Recenzent: Prof. dr hab. inż. Bronisław Skinderowicz

Wpłynęło do Redakcji 18.05.82 r.

ПРОБЛЕМА ВЫБОРА МЕТОДА ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ВЛИЯНИЙ
РУДНИЧНОЙ ЭКСПЛУАТАЦИИ С ТОЧКИ ЗРЕНИЯ ТЕОРИИ ИГР

Р е з ю м е

Часто специалист по влияниям рудничной эксплуатации находится перед проблемой выбора теории движений горного массива для разработки соответственных прогнозов. В настоящей работе предлагается, чтобы этот выбор провести методами теории игр. В работе представлены правила теории игр, выводы обоснованы примерами.

THE PROBLEM OF CHOOSING A METHOD OF FORECASTING THE INFLUENCE
OF MINING IN THE LIGHT OF THE GAME THEORY

S u m m a r y

A specialist in results of mining is very often faced with the problem of choosing a theory of rock mass movements in order to work out an appropriate forecast. The paper proposes to use methods of the game theory for this choice. The principles of the game theory are given. The arguments are illustrated by examples.