ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1982
Seria: AUTOMATYKA z.96 Nr kol.972

Jan Magott, Kamil Skudlarski
Politechnika Wrocławska

PROJEKTOWANIE STRUKTURY ELASTYCZNYCH SYSTEMÓW PRODUKCYJNYCH Z ZASTOSOWANIEM STOCHASTYCZNYCH SIECI PETRIEGO

Streszczenie. W artykule porównano modele kolejkowe ze stochastycznymi sieciami Petriego ze względu na przydatność w ocenie wydajności elastycznych systemów produkcyjnych. Przedstawiono przykład zastosowania stochastycznych sieci Petriego w projektowaniu systemu do produkcji samochodów.

1. Wstęp

W pracy zajmujemy się doborem struktury elastycznych systemów produkcyjnych (ESP) przy zadanych ograniczeniach nałożonych na przepustowość ESP. Przepustowość rozumiemy jako liczbę detali poszczególnych kategorii produkowanych w jednostce czasu.

W projektowaniu struktury ESP dobieramy takie jego charakterystyki, jak:

1. typy maszyn wieloczynnościowych, liczba maszyn poszczególnych typów, ich charakterystyki wydajnościowe,
2. typy, liczba środków kontrolnych,
3. typy, liczba, charakterystyki wydajnościowe środków transportowych,
4. proporcje wielkości produkcji detali poszczególnych kategorii.

Złożone ESP charakteryzują się dużym stopniem współbieżności. Formalizmem najbardziej przydatnym w opisie dyskretnych systemów współbieżnych są sieci Petriego. Stąd ranga tych sieci w projektowaniu ESP.

Projektowanie ESP wymaga oceny jego wydajności.

Aparatem matematycznym wykorzystywanym w ocenie wydajności ESP jest teoria masowej obsługi (teoria kolejek). W tym przypadku takie elementy ESP, jak maszyny wieloczynnościowe, środki kontrolne i transportowe traktowane są jako stanowiska obsługi.

Wzbogacenie sieci Petriego o czynnik czasu umożliwia ocenę wydajności dyskretnych systemów współbieżnych.

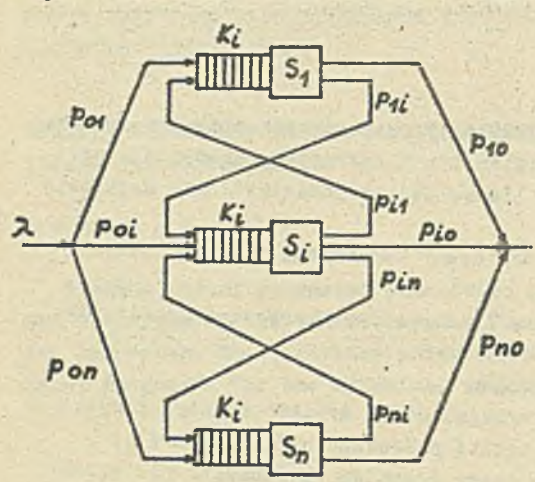
Założenia modeli kolejkowych nie umożliwiają wyrażania wielu cech ESP. Możliwości opisowe sieci Petriego są większe. Stąd oceny wydajności otrzymane z wykorzystaniem sieci Petriego są dokładniejsze niż oceny oparte na modelach kolejkowych. Większa dokładność oceny uzyskanej dzięki sieciom Petriego opłacona jest kosztem większej złożoności obliczeniowej metod roz-

wiązywania problemów dla sieci Petriego.

W rozdziale drugim przedstawiamy podstawowe założenia modeli kolejkowych, natomiast w trzecim - czasowe sieci Petriego. W rozdziale czwartym przeprowadzone jest porównanie możliwości opisowych sieci kolejkowych i sieci Petriego w zakresie wyrażania cech ESP. Rozdział piąty zawiera przykład zastosowania sieci Petriego do projektowania struktury ESP produkującego samochody.

2. Modele kolejkowe

Rys. 1 ilustruje sieć stanowisk obsługi.



Rys. 1

Symbol K_i oznacza kolejkę do stanowiska obsługi S_i. λ jest intensywnością strumienia wejściowego, z którego część określona prawdopodobieństwem p_{oi} jest kierowana na stanowisko S_i. Po zakończeniu obsługi na stanowisku S_i, klient z prawdopodobieństwem p_{io} opuszcza ESP, a z prawdopodobieństwem p_{ij} jest kierowany na stanowisko S_j.

W ESP detale mogą być montowane na paletach. Liczba palet wyznacza liczbę detali, które mogą być jednocześnie na nich zamontowane. Jeśli zakończona zostanie produkcja detalu zamontowanego na danej palecie, to w ESP produkcyjnym pracującym z maksymalną wydajnością na palecie tej zostanie zamontowany kolejny detal. Zatem liczba detali na paletach jest stała, a więc w tym przypadku modelem kolejkowym ESP jest zamknięta sieć stanowisk (w sieci zamkniętej liczba klientów jest stała).

W przypadku, gdy detale nie są montowane na paletach, liczba detali w ESP nie jest limitowana liczbą palet. W tym przypadku modelem kolejkowym jest otwarta sieć stanowisk obsługi (w sieci otwartej liczba klientów jest zmienna).

Kolejkę K_i wraz ze stanowiskiem S_i charakteryzuje:

1. regulamin wyboru klientów z kolejki K_i,
2. rozkład czasów obsługi klientów na stanowisku S_i.

Jeśli detale montowane są na paletach, to elementami czekającymi w kolejkach na obsługę są palety z detalami.

Wyniki teorii masowej obsługi użyteczne w projektowaniu ESP prezentują prace [3],[4],[5].

Parametrami sieci kolejek istotnymi w projektowaniu ESP są:

1. rozkład lub wartość średnia liczby detali na stanowisku S_i,
2. współczynnik wykorzystania stanowiska S_i,
3. średni czas przebywania detalu w ESP,
4. przepustowość ESP.

Możliwość losowego wyboru kolejnego stanowiska obsługi po zakończeniu obsługi detalu umożliwia wyrażanie następujących własności ESP. Często dany detal może być poddawany operacjom jednej z wielu marszrut technologicznych. Wybór danej marszruty realizowany poprzez wybór stanowiska może być dokonywany w oparciu o dyskretny rozkład prawdopodobieństwa. Z drugiej strony tylko pewna część detali jest poddana kontroli na danym etapie ich wytwarzania. Wybór detali do kontroli możemy zadać dyskretnym rozkładem prawdopodobieństwa.

3. Czasowe sieci Petriego

Sieć Petriego jest czwórką $\mathcal{N} = \langle P,T,F,M_0 \rangle$, gdzie P jest zbiorem miejsc, T jest zbiorem przejść, $F \subset (P \times T) \cup (T \times P)$ jest zbiorem łuków, $M_0 : P \longrightarrow N$ ($N = \{0,1,2,\ldots\}$ jest zbiorem liczb naturalnych) jest znakowaniem początkowym.

Dodanie czynnika czasu do sieci Petriego umożliwia ocenę wydajności systemów opisywalnych tymi sieciami. Czas wykonywania operacji może być wyrażony zmienną losową [1],[9], lub zdeterminowaną [2],[6],[7],[8], [10],[11]. W pracy rozważać będziemy pierwszy przypadek.

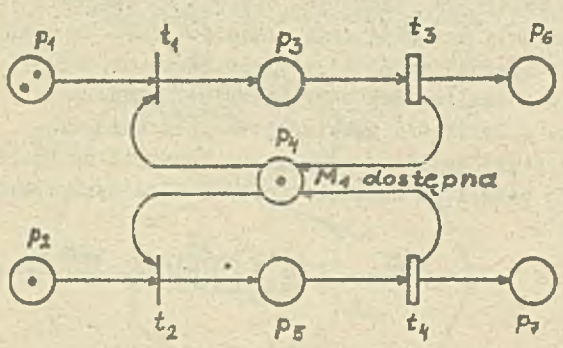
Obecnie przedstawimy uogólnione stochastyczne sieci Petriego [1] (USSP), które będą wykorzystane w przykładzie.

Przejścia USSP należą do dwu klas: przejść bezzwłocznych i przejść czasowych. Przejścia bezzwłoczne oznaczone są cienką kreską, natomiast przejścia czasowe - grubą. Przejście bezzwłoczne pali się w zerowym czasie, natomiast czas palenia przejścia czasowego wyrażony jest zmienną losową o rozkładzie wykładniczym. Niech liczba λ_i będzie parametrem rozkładu wykładniczego czasu palenia przejścia t_i. Jeśli zbiór H przejść przygotowanych do palenia zawiera jedynie przejścia czasowe, to przejście $t_i \in H$ pali się z prawdopodobieństwem

$$\frac{\lambda_i}{\sum\limits_{t_k \in H} \lambda_k}.$$

Jeśli zbiór H zawiera przejścia bezzwłoczne i czasowe, to mogą palić się jedynie przejścia bezzwłoczne. Jeśli zbiór H zawiera więcej niż jedno przejście bezzwłoczne, to palone przejście jest wybierane zgodnie z rozkładem prawdopodobieństwa określonym na zbiorze przygotowanych do palenia przejść bezzwłocznych.

Obecnie przedstawimy przykład ilustrujący pojęcie USSP. Niech detal klasy K_1 wymaga na pewnym etapie jego produkcji maszyny M_1, której to maszyny na pewnym etapie produkcji wymaga również detal klasy K_2. Sytuację taką obrazuje rys. 2.



Rys. 2.

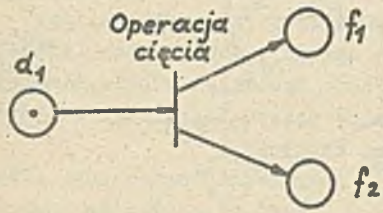
Dwie kropki w miejscu p_1 oznaczają, że na maszynę M_1 czekają dwa detale klasy K_1. Kropka w miejscu p_2 symbolizuje detal klasy K_2 oczekujący na maszynę M_1. Kropka w miejscu p_3 (p_5) oznacza, że na detalu klasy $K_1(K_2)$ wykonywana jest operacja na maszynie M_1. Przejście bezzwłoczne $t_1(t_2)$ opisuje przydział maszyny M_1 - detalom klasy $K_1(K_2)$. Czas palenia przejścia $t_3(t_4)$ wyraża czas operacji wykonywanej na maszynie M_1 dla detalu klasy $K_1(K_2)$.

Jeśli w każdym z miejsc p_1, p_2 znajduje się co najmniej jedna kropka oraz dostępna jest maszyna M_1, to musi być rozwiązany konflikt w zakresie dostępu do tej maszyny. Konflikt ten może być rozwiązany wieloma sposobami. Jeśli przyjmiemy, że detale obu klas mają identyczne prawa w zakresie dostępu do maszyny M_1, to dla znakowania $M(p_1) \geqslant 1$, $M(p_2) \geqslant 1$, $M(p_4) = 1$, prawdopodobieństwa palenia przejść t_1, t_2 są równe $p(t_1) = p(t_2) = 0,5$. Rozważmy inny przypadek, dla którego detale klasy K_1 mają priorytet nad detalami klasy K_2 w zakresie dostępu do maszyny M_1. Dla znakowania spełniającego podane wyżej ograniczenia, prawdopodobieństwa palenia przejść t_1, t_2 są następujące $p(t_1) = 1$, $p(t_2) = 0$.

4. Porównanie modeli kolejkowych ze stochastycznymi sieciami Petriego

Obecnie przeanalizujemy wybrane aspekty ESP, które trudno jest wyrazić w modelu kolejkowym, a które można opisać za pomocą sieci Petriego.

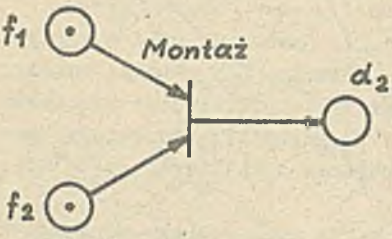
Rozważmy operację cięcia detalu d_1 na dwa fragmenty f_1, f_2, z których każdy będzie wykorzystywany w dalszej fazie produkcji. Oznacza to w języku teorii masowej obsługi generację dodatkowego klienta, co nie jest dopuszczalne w klasycznych modelach kolejkowych. Natomiast opis powyższego przypadku za pomocą sieci Petriego ma postać przedstawioną na rys. 3.



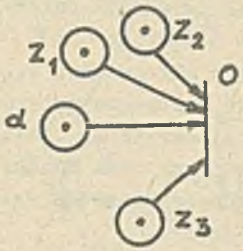
Rys. 3.

Podobnie w języku klasycznych modeli kolejkowych nie możemy wyrazić montażu detalu d_2 z dwu fragmentów f_1, f_2, natomiast sieć Petriego z rys. 4 daje taką możliwość.

W klasycznych modelach kolejkowych zakłada się, że klient w danej chwili może korzystać z co najwyżej jednego stanowiska. Sieci Petriego dają możliwość wyrażania jednoczesnego użytkowania więcej niż jednego zasobu. Na rys. 5 operacja O wykonywana na detalu d wymaga trzech zasobów Z_1, Z_2, Z_3.



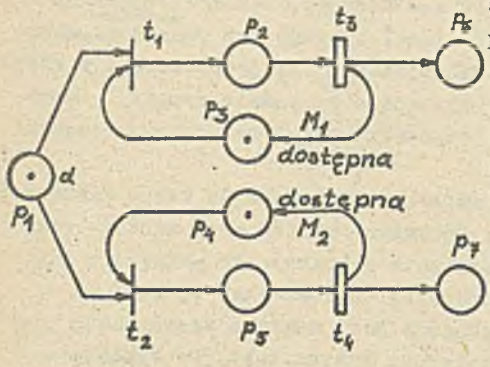
Rys. 4.



Rys. 5.

W klasycznych modelach kolejkowych priorytety przypisane są klientom. W pewnych przypadkach istnieje potrzeba przyporządkowania priorytetów maszynom. Niech detal d na pewnym etapie produkcji poddawany będzie operacji, która może być wykonywana na jednej z dwu maszyn M_1 lub M_2. Jeśli obydwie maszyny są wolne, to operacja wykonywana jest na maszynie M_1. Sieć z rys. 6 wyraża ten przypadek.

Dla znakowania przedstawionego na tym rys. prawdopodobieństwa palenia przejść t_1, t_2 zadane są zależnościami $p(t_1) = 1$, $p(t_2) = 0$.



Rys. 6.

5. Przykład

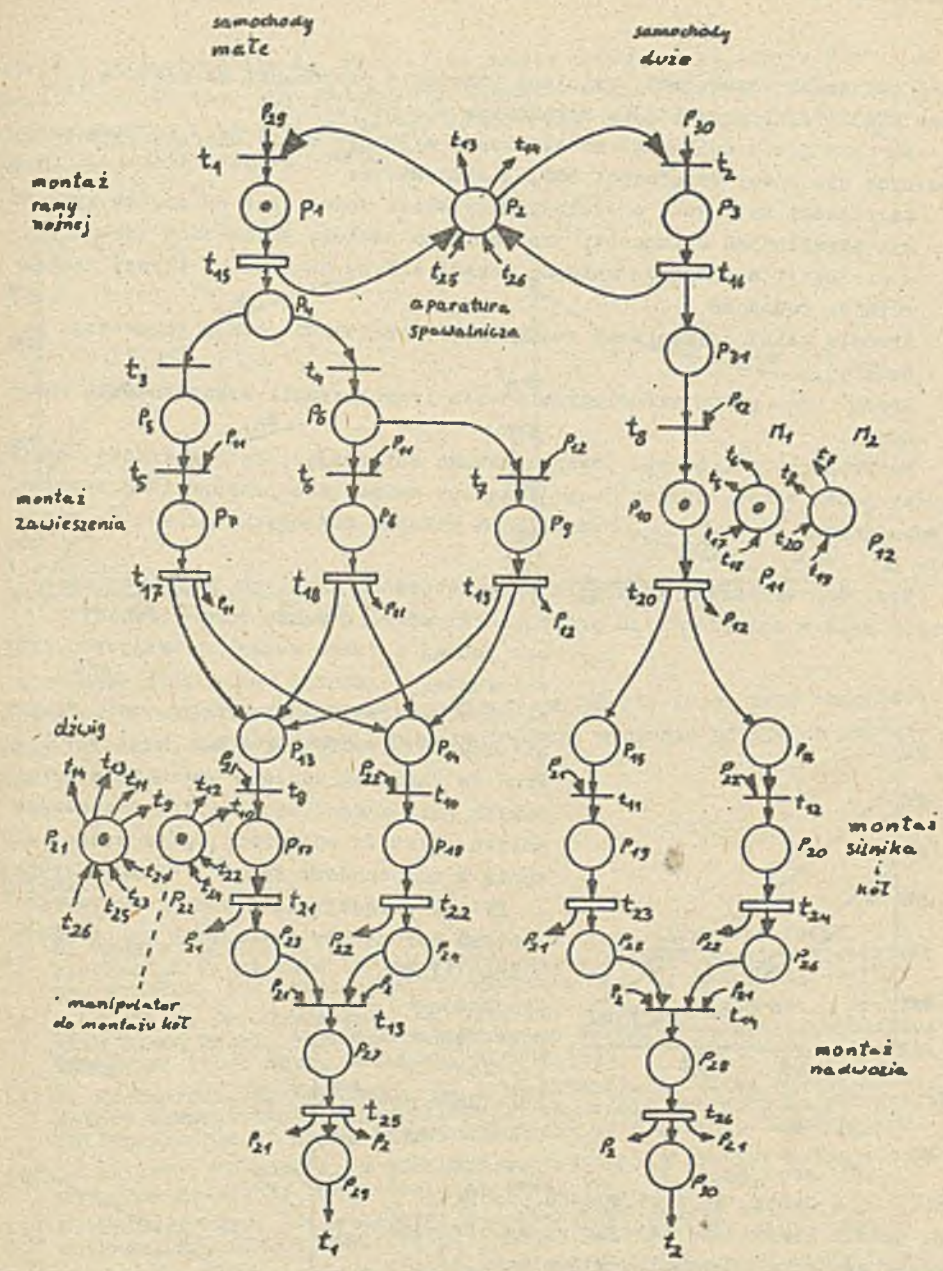
Rysunek 7 przedstawia sieć Petriego modelującą pracę fabryki wytwarzającej samochody. Na dwóch taśmach montażowych wytwarzane są dwa typy samochodów (mały i duży). Przesuwają się one wzdłuż taśmy na wózkach. Przyjęto założenie, że czas przesunięcia wózka pomiędzy stanowiskami jest krótki w porównaniu z czasami wykonywanych operacji montażowych (przesunięciom nie przyporządkowano żadnych przejść). Znaczniki odzwierciedlają położenie samochodu na taśmie i stan aktualny maszyn (znaczniki w miejscach p_2, p_{11}, p_{12}, p_{21}, p_{22} oznaczają wolne maszyny).

Pierwszym etapem produkcji jest spawanie ramy nośnej samochodu. (Czynności tej odpowiada palenie przejść t_1 i t_2). Przed rozpoczęciem spawania odpowiednia maszyna musi być wolna (niezbędna jest kropka w miejscu p_2). Zakończenie pracy (palenie przejścia t_{15} lub t_{16}) powoduje zwolnienie maszyny (łuki od przejść t_{15} i t_{16} do miejsca p_2).

Następnym etapem jest montaż zawieszenia. Samochód mały montowany jest w wersjach: zwykła i terenowa. Do wykonania montażu zawieszenia służą dwie maszyny : M_1 - przeznaczona do obsługi samochodów małych w wersji zwykłej i terenowej, M_2 - do samochodów dużych, mogąca jednak obsłużyć również auto małe w wersji zwykłej. Średni czas montażu zawieszenia w aucie terenowym jest dłuższy niż w pozostałych (parametr λ przejście t_{17} jest mniejszy niż przejść t_{18}, t_{19}, t_{20}). Samochody małe w wersji zwykłej mogą być montowane przy użyciu dwu maszyn. Gdy obie są wolne, to pracę rozpoczyna maszyna M_2. Jest to rozwiązanie preferujące samochody terenowe (dla których czas montażu jest i tak dłuższy). Odpowiada temu ustawienie prawdopodobieństwa palenia przejścia t_6 na zero, gdy w miejscu p_{12} istnieje znacznik.

Na każdej taśmie znajduje się stanowisko do niezależnego montowania kół i silnika. Czynności te mogą być wykonywane jednocześnie. Silnik montowany jest przez dźwig, a koła przez specjalny manipulator. Znaczniki w miejscach p_{13}, p_{14}, p_{15}, p_{16} oznaczają oczekiwanie na przydział jednego z tych urządzeń. Po zakończeniu montażu zawieszenia samochód czeka na zwolnienie zarówno dźwigu, jak i manipulatora. Dlatego też po paleniu każdego z przejść t_{17}, t_{18}, t_{19}, znaczniki pojawiają się jednocześnie w miejscach p_{13} i p_{14}. Analogiczna sytuacja występuje na taśmie drugiej. Samochód może się przesunąć do następnego stanowiska dopiero po zamontowaniu kół i silnika.

Ostatnim etapem produkcji jest zamontowanie nadwozia, do czego niezbędne są dwie maszyny: maszyna spawająca (używana również przy montażu ramy nośnej) i dźwig (stosowany też do wstawiania silnika). Do przejścia t_{13} (oznaczającego rozpoczęcie montażu nadwozia) doprowadzone są łuki od miejsc p_{21} (niezbędny dźwig), p_2 (niezbędna jest maszyna spawająca), p_{23} (zakończony montaż silnika), p_{24} (zakończony montaż kół). Po wykonaniu


samochody małe
samochody duże
montaż ramy nośnej
aparatura spawalnicza
montaż zawieszenia
montaż silnika i kół
montaż nadwozia
dźwig
manipulator do montażu kół

Rys. 7.

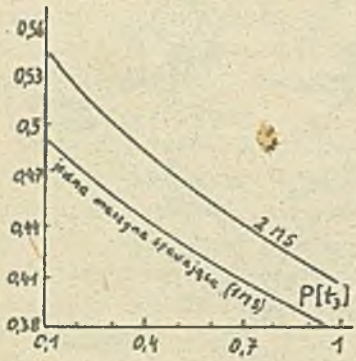
tej czynności wózek jest zwalniany (znacznik przechodzi do miejsca p_{29} lub p_{30}) i cykl produkcyjny rozpoczyna się od początku.

Korzystając z opisanego modelu można wyliczyć wiele charakterystyk istotnych dla oceny wydajności ESP, a mianowicie:

- zależności szybkości produkcji wszystkich modeli aut od czasów wykonania określonych czynności, procentowego udziału samochodów terenowych w produkcji samochodów małych, ilości wózków na taśmie, ilości maszyn różnych rodzajów,
- średnie czasy czekania na zwolnienie określonych maszyn (przestoje na taśmie),
- średni czas pracy określonych maszyn (współczynnik wykorzystania maszyn).

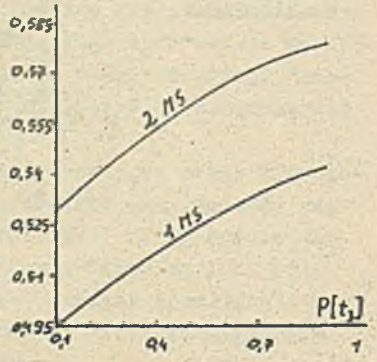
Przykładowe obliczenia przeprowadzono zakładając, że: na każdej taśmie krąży jeden wózek, dysponujemy jedną lub dwoma (dwa przypadki) maszynami spawającymi, parametry λ wszystkich przejść czasowych oprócz t_{17} wynoszą 3.

Rys. 8 przedstawia zależność przepustowości linii produkującej samochody małe w zależności od procentowego udziału samochodów terenowych, dla jednej i dwóch maszyn spawających, przy założeniu, że montaż zawieszenia samochodu terenowego trwa średnio trzykrotnie dłużej niż innych (parametr λ dla t_{17} wynosi 1). Wraz ze wzrostem udziału samochodów terenowych maleje produkcja łączna samochodów małych. Jest to oczywiste, gdyż montaż podwozia w samochodach terenowych trwa dłużej.



Rys. 8.

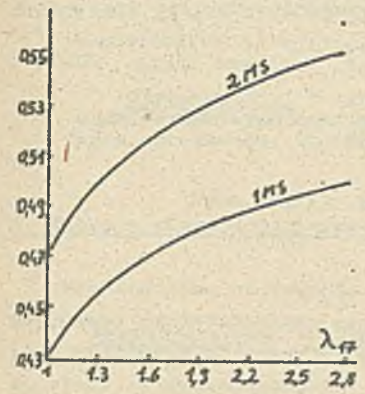
Rys. 9 przedstawia wpływ procentowego udziału samochodów terenowych na przepustowość linii produkującej duże samochody. Jest to zależność monotonicznie rosnąca. Wynika to z faktu, że przy spadku produkcji na taśmie pierwszej, maleje jej zapotrzebowanie na pracę maszyny M_2, która może montować zawieszenie na obu liniach.



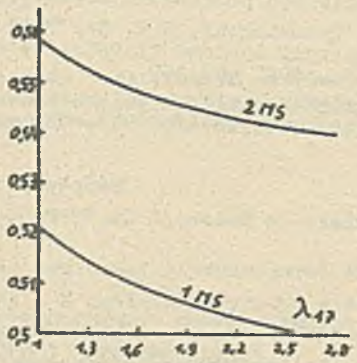
Rys. 9.

Na rys. 10 i 11 zamieszczono zależności przepustowości taśm - odpowiednio pierwszej i drugiej od średniego czasu montażu zawieszenia samochodu terenowego. Gdy czas ten

maleje (parametr λ dla t_{17} rośnie), to rośnie produkcja na taśmie pierwszej. Skutkiem tego jest zwiększone zapotrzebowanie taśmy pierwszej na wspólne maszyny i utrudniony dostęp do nich dla taśmy drugiej. Zatem produkcja na taśmie drugiej spada.



Rys. 10.



Rys. 11.

Na wszystkich rysunkach przedstawiono wyniki otrzymane przy obecności jednej i dwóch maszyn spawających. Oczywiście w drugim przypadku produkcja jest większa.

LITERATURA

[1] M. Ajmone Marsan, G. Balbo, G. Conte: A class of generalized stochastic Petri nets for the performance evaluation of multiprocessor systems, ACM Trans. Comput. Systems, Vol. 2, May 1984, 93-122.

[2] J. Carlier, Ph. Chretienne, C. Girault: Modelling sequencing problems with timed Petri nets, in: 4th European Workshop on Applications and Theory of Petri Nets, Toulouse, France 1983.

[3] T. Czachórski, M. Kowalówka, Z. Szczerbiński, A. Wilk: Analityczne metody rozwiązywania probabilistycznych modeli systemów komputerowych, Pakiet programowy AMOK, Skrypt Politechniki Śląskiej, Gliwice 1987.

[4] Y. Dallery: On modelling flexible manufacturing systems using closed queueing networks, Large Scale Systems, Vol. 11, 1986, 109-119.

[5] P. Heidelberger, S. Lavenberg: Computer performance evaluation methodology, IEEE Trans. Comput., C-33, No. 12, 1984, 1195-1220.

[6] J. Magott: Performance evaluation of concurrent systems using Petri nets, Inform. Processing Lett., Vol. 18, Jan., 1984, 7-13.

[7] J. Magott: New NP-complete problems in performance evaluation of concurrent systems using Petri nets, IEEE Trans. Software Engrg., SE-13, No. 5, 1987, 578-581.

[8] J. Magott: Performance evaluation of systems of cyclic sequential processes with mutual exclusion and communication by buffers using Petri nets, in: Proc. Int. Workshop Petri Nets and Performance Models, Madison, USA, August 1987, 146-153.

[9] M.K. Molloy: On the integration of delay and throughput measures in distributed processing models, Ph.D., UCLA, 1981.

[10] C.V. Ramamoorthy, G.S. Ho: Performance evaluation of asynchronous concurrent systems by Petri nets, IEEE Trans. Software Engrg., SE-6, No. 5, 1980, 440-449.

[11] C. Ramchandani: Analysis of asynchronous systems by Petri nets, Project MAC, TR-120, MIT, Cambridge, MA, 1974.

Recenzent: Prof.dr inż.H.Kowalowski

Wpłynęło do Redakcji do 1988-04-30.

ПРОЕКТИРОВАНИЕ ГИБКИХ ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ СИСТЕМ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ СТОХАСТИЧЕСКИХ СЕТЕЙ ПЕТРИ

Р е з ю м е

В работе дано сравнение моделей обслуживания с очередями со стохастическими сетями Петри относительно пригодности для оценки производительности гибких производственных систем. Представлен пример использования стохастических сетей Петри в проектировании системы производства автомобилей.

DESIGN OF THE FLEXIBLE MANUFACTURING SYSTEM STRUCTURE USING STOCHASTIC PETRI NETS

S u m m a r y

Queueing models and stochastic Petri nets are compared with regard to their usefulness for performance evaluation of flexible manufacturing systems. An example of application of the stochastic Petri nets to design a car production system is given.