ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1988
Seria: AUTOMATYKA z.96 Nr kol.972

Tadeusz Sawik
Akademia Górniczo-Hutnicza

# HARMONOGRAMOWANIE PRODUKCJI W ELASTYCZNYM SYSTEMIE PRODUKCYJNYM *)

Streszczenie. Przedstawiono model matematyczny zadania harmonogramowania produkcji w elastycznym systemie produkcyjnym i zaproponowano hierarchiczną strukturę decyzyjną dla jego rozwiązania. Wyróżniono następujące zadania: (i) obciążenia maszyn - wstępnego rozdziału operacji i narzędzi pomiędzy maszyny, (ii) szeregowania części - wyznaczania harmonogramu wprowadzania części do systemu, (iii) szeregowania operacji - wyznaczania harmonogramu obróbki części wprowadzonych do systemu. Opisano 3-poziomową procedurę optymalizacji harmonogramu produkcji dla rozważanego systemu.

## 1. Wprowadzenie

Elastyczne systemy produkcyjne należą do klasy zautomatyzowanych systemów wytwórczych związanych głównie z procesami obróbki mechanicznej części maszyn. Można przyjąć następującą definicję:
Elastycznym systemem produkcyjnym, w skrócie FMS (ang. Flexible Manufacturing System), nazywa się zespół sterowanych numerycznie obrabiarek CNC (ang. Computer Numerically Controlled) zintegrowanych poprzez zautomatyzowany transport i magazynowanie oraz wspólne sterowanie komputerowe.

Do najważniejszych cech FMS należy:
- sterowanie komputerowe,
- wysoki stopień automatyzacji i integracji elementów systemu,
- różnorodność jednocześnie produkowanych części, w krótkich seriach (np. jednostkowo) i z wysoką wydajnością.

Elastyczny system produkcyjny w swej ogólnej konfiguracji zawiera następujące elementy:

1) Maszyny i urządzenia produkcyjne
- obrabiarki numerycznie sterowane, uniwersalne lub specjalistyczne z automatyczną wymianą narzędzi i stałym lub wymienialnym magazynkiem narzędzi, np. centra obróbkowe CNC,
- maszyny pomiarowe CNC.

2) Urządzenia transportowe
- roboty przemysłowe,
- transportery, przenośniki karuzelowe, wymienniki palet,

*) Praca była częściowo finansowana przez RP.I.02 "Teoria sterowania i optymalizacja ciągłych układów dynamicznych i procesów dyskretnych"

- wózki automatycznie kierowane radiowo, przewodowo, szynowo, itp. (ang. AGV - Automated Guided Vehicle),
- suwnice.

3) Magazyny
- zautomatyzowany magazyn centralny (ang. AS/RS - Automated Storage/Retrieval System),
- magazyny lokalne,
- bufory międzyoperacyjne przy obrabiarkach.

4) Sieć nadzorujących komputerów i mikroprocesorów realizujących między innymi następujące funkcje:
- kierowanie marszrutami przepływu części przez system,
- śledzenie stanu wykonania wytwarzanych części tak, aby w każdej chwili wiadomo było, gdzie daną część należy skierować dla wykonania następnej operacji,
- przekazywanie instrukcji wykonywania poszczególnych operacji do maszyn z jednoczesnym zabezpieczeniem dostępności niezbędnych narzędzi,
- nadzorowanie prawidłowości wykonywania operacji i sygnalizowanie zdarzeń wymagających interwencji.

W FMS części przeważnie zamocowywane są do palet lub uchwytów, których liczby i rodzaje są ograniczone. Prowadzi to do dodatkowych ograniczeń na liczby i rodzaje części, które mogą być jednocześnie wytwarzane w systemie.

Olbrzymie potencjalne korzyści, do których prowadzi zastosowanie FMS takie, jak wysoki stopień wykorzystania maszyn, niskie koszty jednostkowe, wysoka jakość wyrobów wbrew pozorom nie są łatwe do osiągnięcia. FMS jest bardzo złożonym systemem składającym się z wielu wzajemnie powiązanych elementów sprzętu i oprogramowania oraz wielu dodatkowych zasobów takich, jak: palety, uchwyty mocujące, narzędzia, magazyny, itp. Efektywne wykorzystanie możliwości takiego systemu w olbrzymim stopniu zależy od właściwego doboru strategii planowania i harmonogramowania produkcji. Związane z tym problemy decyzyjne są jednak o wiele bardziej skomplikowane niż ich odpowiedniki w systemach konwencjonalnych, co między innymi wynika z:
- uniwersalności maszyn, z których każda może wykonywać wiele różnych operacji,
- jednoczesnego wytwarzania w systemie różnych typów części,
- możliwości wytwarzania każdej części przy zastosowaniu różnych marszrut przepływu przez system,
- niewielkich "luzów" w systemie wynikających z wzajemnych powiązań jego elementów i wymagań sterowania w czasie rzeczywistym.

Z punktu widzenia harmonogramowania FMS w ogólnej konfiguracji jest systemem typu gniazdowego (job-shop) z maszynami równoległymi w poszczególnych gniazdach i dodatkowymi, ograniczonymi zasobami. Same zaś problemy harmonogramowania formułowane są w sposób bardzo ogólny, co dodatkowo utrudnia ich rozwiązywanie.

Sztywne sterowanie komputerowe, któremu podlega elastyczny system produkcyjny, powoduje, że w zadaniach harmonogramowania czasy wykonywania operacji można traktować jako deterministyczne. Wynikałoby stąd, że harmonogram obróbki części w FMS można by z góry ustalać w trybie off-line wykorzystując znane metody teorii harmonogramów. Jednak w praktyce FMS poddawany bywa wielu przypadkowym zakłóceniom, takim jak uszkodzenia narzędzi, awarie maszyn, wózków, itp., które utrudniają realizację z góry ustalonego harmonogramu produkcji. W rezultacie harmonogramowanie w FMS w praktyce często sprowadza się do stosowania prostych reguł dyspozytorskich sterowania w czasie rzeczywistym (por. np. [10,12]). Spośród części oczekujących na obróbkę wybiera się taką, której najbliższa operacja może być wykonywana na aktualnie wolnej maszynie. Jeżeli wolnych jest jednocześnie kilka maszyn, najpierw wybieramy następną część do obróbki dla maszyny o największym obciążeniu. Z listy operacji przydzielonych do tej maszyny wybieramy operację o najwyższym priorytecie. Jeżeli w systemie znajduje się część oczekująca na wykonanie takiej operacji, to przesyłamy ją do wybranej maszyny itd. Właściwy dobór reguł priorytetu dla powyższego podejścia zależy od konkretnego systemu, przyjętych kryteriów optymalności i wymaga praktycznej weryfikacji [10].

Innym podejściem jest dekompozycja zadania harmonogramowania i zastosowanie wielopoziomowej procedury optymalizacyjnej (por. np. [1,2,3,4,9]). Propozycja takiego właśnie podejścia przedstawiona zostanie w dalszym ciągu.

## 2. Opis elastycznego systemu produkcyjnego

Rozważmy elastyczny system produkcyjny obejmujący m różnych maszyn (obrabiarek) $i \in \{1,\dots,m\}$ oraz po jednej stacji załadunkowej (i=0) i wyładunkowej (i=m+1). W systemie wytwarzanych jest n różnych części, przy czym wyprodukowanie części j (j=1,...,n) wymaga kolejnego wykonania $n_j$ operacji $k = 1,\dots,n_j$ oraz operacji początkowej k=0 załadunku części do systemu i końcowej $k=n_j+1$ wyładunku z systemu. Czas wykonywania na maszynie i operacji k dla części j wynosi $p_{ijk}$, i=1,...,m j=1,...,n $k=1,\dots,n_j$. Czasy załadunku i wyładunku są jednakowe i takie same dla wszystkich części, tzn. $p_{0j0} = p_{m+1jn_j+1} = p_0 \ \forall j$. Dla każdej maszyny zadany jest ponadto łączny czas maszynowy $T_i$ (i=1,...,m) jej dostępności w rozważanym okresie harmonogramowania. Każda maszyna posiada własny magazynek narzędzi o pojemności $S_i$ sztuk. Przyjmiemy, że w systemie może jednocześnie znajdować się P palet, w tym co najwyżej $P_j$ palet dla części typu j.

Zadane jest zlecenie produkcyjne $(b_j,d_j)$, j=1,...,n, gdzie $b_j$ oznacza liczbę sztuk części j, którą należy wyprodukować najpóźniej do chwili $d_j$. Przekroczenie terminu $d_j$ wiązać będzie się z dodatkowymi kosztami karnymi.

Celem harmonogramowania jest przydział operacji do maszyn oraz wyzna-

czenie dla każdej maszyny kolejności wykonywania przydzielonych operacji i ich rozmieszczenia w czasie w taki sposób, aby zlecenie produkcyjne wykonać przy możliwie najmniejszym opóźnieniu od zadanych terminów.

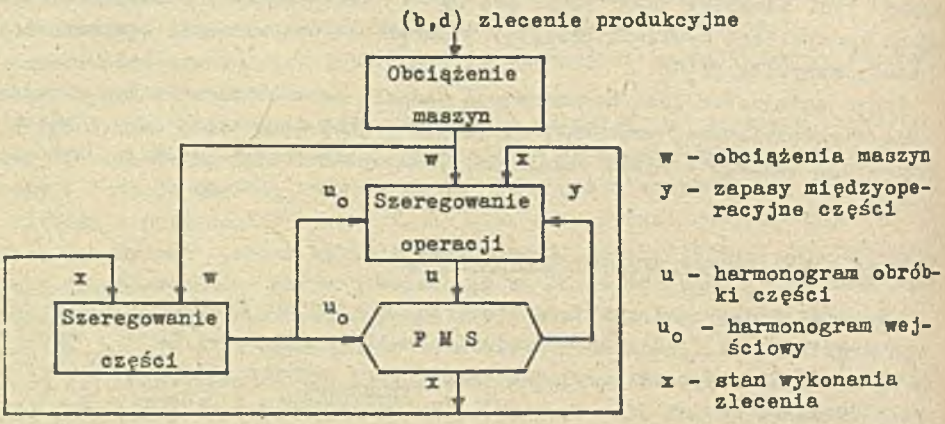
## 3. Harmonogramowanie w FMS

Przedstawiony problem harmonogramowania w elastycznym systemie produkcyjnym rozwiązywać będziemy za pomocą hierarchicznej struktury decyzyjnej (por. Rys.1) obejmującej następujące zadania:

1) Obciążenie maszyn - rozdział operacji objętych zleceniem produkcyjnym i narzędzi koniecznych do ich wykonywania pomiędzy odpowiednie maszyny przy uwzględnieniu ograniczonych pojemności magazynków narzędzi.

2) Szeregowanie części - wyznaczanie kolejności i momentów wprowadzania części do systemu,

3) Szeregowanie operacji - wyznaczanie harmonogramu obróbki dla każdej części wprowadzonej do systemu, a dla każdej maszyny kolejności wykonywania przydzielonych operacji.




Rys.1. Hierarchiczne harmonogramowanie w FMS
Fig.1. Hierarchical approach to FMS scheduling

### 3.1. Obciążenie maszyn

Zadanie obciążenia maszyn polega na rozdzieleniu pomiędzy maszyny operacji i narzędzi koniecznych do wyprodukowania objętego zleceniem zestawu części przy uwzględnieniu ograniczonych pojemności magazynków narzędzi. Rozwiązaniem zadania obciążenia maszyn jest zbiór liczb $z_{ijk}$ ($i=1,\dots,m$ $j=1,\dots,n$ $k=1,\dots,n_j$), gdzie $z_{ijk}$ oznacza liczbę sztuk części j przydzielonych do maszyny i dla wykonania operacji k.

Obciążenie $w_i$ maszyny i oznaczające łączny czas wykonywania operacji

przydzielonych do tej maszyny dane jest wyrażeniem

$$w_i = \sum_{j=1}^{n} \sum_{k=1}^{n_j} p_{ijk} z_{ijk} \tag{1}$$

Klasyczne podejście do zadania obciążenia maszyn zarówno w konwencjonalnym, jak i elastycznym systemie produkcyjnym zmierza do zrównoważenia obciążeń wszystkich maszyn. Własności FMS powodują jednak, że podejście takie nie zawsze jest najlepsze. Korzystniejsze jest czasem przeciążenie jednych maszyn kosztem innych, jeżeli jednocześnie prowadzi to do wykonywania kolejnych operacji dla danej części na tej samej maszynie. W FMS czasy przezbrojeń są bowiem znacznie krótsze aniżeli czasy transportu pomiędzy maszynami powiększone o ewentualne czasy oczekiwania na ich zwalnianie przez wcześniej obrabiane części. Ponadto w FMS przydziały operacji do maszyn często dubluje się przydzielając daną operację jednocześnie do kilku maszyn, co prowadzi do wzrostu liczby marszrut dla danej części, a tym samym elastyczności systemu.

Powyższe kryteria optymalności obciążenia maszyn można na przykład sformułować następująco:

1) Dla kryterium zrównoważenia obciążeń maszyn

$$\min z = \max_i (w_i) \tag{2}$$

gdzie funkcja celu z jest miarą nierównowierności obciążeń.

2) Dla kryterium maksymalizacji liczby kolejnych operacji wykonywanych na każdej maszynie lub równoważnie minimalizacji liczby przejść detali pomiędzy maszynami

$$\min z = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} \sum_{k=1}^{n_j-1} |z_{ijk} - z_{ijk+1}| \tag{3}$$

gdzie funkcja celu z reprezentuje liczbę dodatkowych przejść detali pomiędzy maszynami.

Zauważmy, że

$$z_{ijk} - z_{ijk+1} \begin{cases} = 0, & \text{jeżeli do maszyny i przydzielono taką samą liczbę operacji k oraz k+1 dla części j} \\ \neq 0 & \text{inaczej} \end{cases}$$

Zadanie obciążenia maszyn można teraz sformułować następująco:

$$\text{zminimalizować} \quad z \tag{4}$$

przy ograniczeniach

$$\sum_{i=1}^{m} z_{ijk} = b_j, \quad j=1,\dots,n \quad k=1,\dots,n_j \tag{5}$$

$$z_{ijk} \geqslant 0, \text{ całkowite}, \quad i=1,\dots,m \quad j=1,\dots,n \quad k=1,\dots,n_j \tag{6}$$

$$\sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{n_j} p_{ijk} z_{ijk} \leq T_i, \quad i=1,\dots,m \tag{7}$$

$$\sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{n_j} r_{jk}\delta(z_{ijk}) \leq S_i, \quad i=1,\dots,m \tag{8}$$

$$\delta(z_{ijk}) = \begin{cases} 1, \text{jeżeli } z_{ijk} \geq 1 \\ 0, \text{jeżeli } z_{ijk} = 0 \end{cases} \tag{9}$$

W powyższym sformułowaniu w zależności od przyjętego kryterium optymalności za funkcję celu (4) należy podstawić wyrażenie (2) lub (3). Współczynnik $r_{jk}$ oznacza pojemność magazynku narzędzi (liczbę rowków narzędziowych) zajętą przez narzędzia konieczne do wykonania operacji k dla części j.

### 3.2. Szeregowanie operacji

Problem szeregowania operacji w elastycznym systemie produkcyjnym sformułujemy przy następujących założeniach:

1) Wykonywanie pojedynczych operacji nie może być przerywane.
2) Każda maszyna może wykonywać jednocześnie co najwyżej jedną operację dla jednej części.
3) Każda maszyna i musi wykonać przydzielone jej zadania produkcyjne $z_{ijk}$ ($j=1,\dots,n$ $k=1,\dots,n_j$) wyznaczone na etapie obciążania maszyn.
4) Poziom zapasów międzyoperacyjnych w systemie dla każdej części j nie może przekraczać liczby $P_j$ palet odpowiedniego rodzaju ani też spaść poniżej zera.
5) W systemie jednocześnie może przebywać łącznie co najwyżej P części.

Ponadto przyjmiemy, że horyzont harmonogramowania zbudowany jest z T (T-niewiadoma liczba całkowita) okresów produkcyjnych, z których w każdym rozdział operacji pomiędzy maszyny jest stały.

Wprowadzimy dwie grupy zmiennych decyzyjnych:

1) Zmienne binarne $u_{ijkt} \in \{0,1\}$, $i=0,1,\dots,m+1$ $j=1,\dots,n$ $k=0,1,\dots,n_j+1$ $t=1,\dots,T$, gdzie $u_{ijkt} = 1$ oznacza, że w okresie t na maszynie i wykonywana jest operacja k dla części j. W pozostałych przypadkach $u_{ijkt} = 0$.
2) Zmienne całkowitoliczbowe $h_t \geq 1$, $t=1,\dots,T$, gdzie $h_t$ oznacza długość t-tego okresu produkcyjnego.

Prezentację modelu matematycznego i konstrukcję algorytmu szeregowania ułatwi wprowadzenie zmiennych stanu i wyjść procesu produkcyjnego. Przyjmiemy, że zmienna stanu $x_{ijkt}$ ($i=0,1,\dots,m+1$ $j=1,\dots,n$ $k=0,1,\dots,n_j+1$ $t=1,\dots,T$) oznaczać będzie kumulowany czas maszynowy wykonywania na maszy-

nie i operacji k dla części j w ciągu t pierwszych okresów, tj. w przedziale czasu $\left[0, \sum_{k=1}^{t} h_k\right]$.

Natomiast zmienna wyjściowa $y_{jkt}$ $(j=1,\dots,n\ k=0,1,\dots,n_j\ t=1,\dots,T)$ oznaczać będzie liczbę części j gotowych do wykonywania operacji k+1 na początku okresu t+1.

Równania stanu wraz z odpowiednimi warunkami brzegowymi oraz równania wyjść mają następującą postać:

$$x_{ijkt} = x_{ijkt-1} + h_t u_{ijkt}, \quad i=0,1,\dots,m+1\ j=1,\dots,n\ k=0,1,\dots,n_j+1\ t=1,\dots,T \tag{10}$$

$$x_{ijk0} = 0\ \forall i,j,k$$

$$x_{ijkT} = p_{ijk} z_{ijk}\ \forall i,j,k$$

oraz

$$y_{jkt} = y_{jk0} + \sum_{i=1}^{m} \lfloor x_{ijkt}/p_{ijk} \rfloor - \sum_{i=1}^{m} \lceil x_{ijk+1t}/p_{ijk+1} \rceil, \quad j=1,\dots,n\ k=0,1,\dots,n_j\ t=1,\dots,T \tag{11}$$

gdzie $\lfloor a \rfloor, \lceil a \rceil$ – odpowiednio największa liczba całkowita nie większa niż a, najmniejsza liczba całkowita nie mniejsza niż a.

### 3.2.1. Ograniczenia długości okresów produkcyjnych

Z przedstawionych wcześniej założeń 1,3,4,5 wynikają następujące ograniczenia długości $h_t$ okresów produkcyjnych

$$h_t \geqslant h_{t0} = \min_{\{(i,j,k):u_{ijkt}=1\}} \left\{h_t > 0 : (x_{ijkt-1}+h_t)/p_{ijk}\text{-całkowite}\right\}, \tag{12}$$

gdzie $h_{t0}$ oznacza minimalną długość okresu t konieczną do ukończenia lub wykonania w całości przynajmniej jednej spośród operacji wykonywanych w tym okresie.

$$h_t \leqslant h_{t1} = \min_{\{(i,j,k):u_{ijkt}=1\}} \left\{p_{ijk} z_{ijk} - x_{ijkt-1}\right\}, \tag{13}$$

gdzie $h_{t1}$ oznacza czas konieczny do ukończenia najkrótszego spośród zadań wykonywanych w okresie t.

$$h_t \leqslant h_{t2} = \min_{\{(j,k):q_{jkt}-r_{jkt}>0\}} \left\{h_t : y_{jkt} < 0\right\} - 1, \tag{14}$$

gdzie $h_{t2}$ oznacza najkrótszy czas wyczerpania zapasów międzyoperacyjnych jednej spośród tych części j, dla których w okresie t prędkość zużycia $q_{jkt} = \sum_{i=1}^{m} u_{ijk+1t}/p_{ijk+1}$ jest większa niż prędkość produkowania $r_{jkt} = \sum_{i=1}^{m} u_{ijkt}/p_{ijk}$.

$$h_t \leqslant h_{t3} = \min\left\{\min_{\{j:s_{jt}>0\}}\left\{h_t: \sum_{k=0}^{n_j} y_{jkt} > P_j\right\}, \min\left\{h_t: \sum_{j=1}^{n}\sum_{k=0}^{n_j} y_{jkt} > P\right\}\right\}-1, \quad (15)$$

gdzie $h_{t3}$ oznacza najkrótszy czas, w którym zapasy międzyoperacyjne w systemie osiągną maksymalny dopuszczalny poziom wynikający z liczby i rodzajów dostępnych palet. Prędkość przyrostu w okresie t zapasów międzyoperacyjnych części j oznaczono przez $s_{jt} = \sum_{k=0}^{n_j} \max\{0, r_{jkt} - q_{jkt}\}$.

Rozdział operacji pomiędzy maszyny $\{u_{ijkt}\}$, który jest stały w każdym okresie produkcyjnym, może ulegać zmianom w momentach wprowadzania z zewnątrz nowych części do systemu. Momenty te oraz rodzaje wprowadzanych części zależą od harmonogramu wejściowego, który otrzymujemy jako rozwiązanie zadania szeregowania części (por. rozdział 3.3). Harmonogram wejściowy oznaczać będziemy przez

$$u^0 = \{u_{0j0t}: j=1,\dots,n \quad t=1,\dots,T\}, \quad (16)$$

gdzie $u_{0j0t} = 1$ oznacza, że w chwili $\sum_{k=1}^{t-1} h_k + p_0$ w systemie pojawi się nowa część j gotowa do poddania się pierwszej operacji.

Zatem długość $h_t$ każdego okresu t stałości rozdziału operacji pomiędzy maszyny $\{u_{ijkt}\}$ ograniczona jest od góry momentem najbliższego załadunku nowej części do systemu. Stąd jeszcze jedno ograniczenie maksymalnej długości $h_t$ okresu t

$$h_t \leqslant h_{t4} = \min_{\{j:u_{0j0t}=1\}}\left\{h_t > 0: (x_{0j0t-1} + h_t)/p_0 \text{-całkowite}\right\}, \quad (17)$$

gdzie $h_{t4}$ oznacza długość czasu, po którym w systemie pojawi się nowa część oczekująca na rozpoczęcie obróbki.

Zauważmy, że $h_{t4}$ jest szczególnym przypadkiem $h_{t0}$, (12) dla $i = k = 0$.

### 3.2.2. Sformułowanie zadania szeregowania operacji

Zadanie szeregowania operacji można obecnie sformułować następująco:

zminimalizować $$L_{max} = \max_j\left\{\sum_{t=1}^{t_j} h_t - d_j, 0\right\} \quad (18)$$

przy ograniczeniach

$$\sum_{j=1}^{n}\sum_{k=0}^{n_j+1} u_{ijkt} \leqslant 1, \quad u_{ijkt} \in \{0,1\}, \quad i=0,1,\dots,m+1 \quad j=1,\dots,n \quad k=0,1,\dots,n_j+1 \quad t=1,\dots,T \quad (19)$$

$$\sum_{i=1}^{m+1} u_{ijkt} \leqslant y_{jk-1t-1} + \sum_{i=1}^{m+1}\lceil f_{ijkt-1}\rceil, \quad j=1,\dots,n \quad k=1,\dots,n_j+1 \quad t=1,\dots,T \quad (20)$$

$$u_{ijkt-1} - u_{ijkt} \leqslant 1 - f_{ijkt-1}, \quad i=0,1,\ldots,m+1 \quad j=1,\ldots,n \quad k=0,1,\ldots,n_j+1 \quad t=1,\ldots,T \tag{21}$$

$$h_{t0} \leqslant h_t \leqslant \min_{s=1,2,3,4} \{h_{ts}\} \text{ i } h_t \text{ - całkowite } \quad t=1,\ldots,T \tag{22}$$

$$t_j = \min\left\{k: \sum_{t=1}^{k} h_t u_{m+1jn_j+1t} = p_0 b_j\right\}, \quad j=1,\ldots,n \tag{23}$$

gdzie $f_{ijkt}$ oznacza część operacji k dla detalu j wykonaną na maszynie i w okresie t,

$$f_{ijkt} = x_{ijkt}/p_{ijk} - \lfloor x_{ijkt}/p_{ijk} \rfloor \tag{24}$$

$t_j$ jest numerem okresu, w którym ukończono produkcję części j.

W powyższym sformułowaniu funkcja celu (18), $L_{max}$ oznacza maksymalne opóźnienie wykonania zlecenia produkcyjnego. Ograniczenia (19) zapewniają, że w każdym okresie na każdej maszynie wykonywana będzie co najwyżej jedna operacja dla jednej części. Nierówności (20) są ograniczeniami na dopuszczalny rozdział pomiędzy maszyny półwyrobów oczekujących w systemie na początku każdego okresu t na dalszą obróbkę. Ograniczenia (21) zapewniają nieprzerywalność wykonywania pojedynczych operacji. Warunki (22) zapewniają wybór dopuszczalnej długości każdego okresu t, a (23) wykonanie zlecenia produkcyjnego.

### 3.3. Szeregowanie części

Zadanie wyznaczenia harmonogramu wejściowego $u^0$, (16), na ogół rozwiązywane jest przy założeniu, że FMS jest zamkniętym systemem kolejkowym [6]. Oznacza to, że w systemie zawsze znajduje się stała liczba części (palet), którą oznaczyliśmy przez P. Założenie to nie musi być spełnione jedynie w początkowym okresie załadunku pierwszych części do systemu i w końcowym okresie wykonywania zlecenia. W pozostałych okresach założenie to jest równoważne przyjęciu, że moment wyjścia gotowej części z systemu jest jednocześnie momentem wejścia do systemu nowej części. Aby warunek taki mógł zostać spełniony, załadunek nowej części do systemu musi rozpocząć się najpóźniej w chwili rozpoczęcia wyładunku z systemu gotowej części (przypomnijmy, że czas załadunku i wyładunku dla wszystkich części jest taki sam). To zaś wymaga dodatkowo, aby łączna liczba dysponowanych palet wszystkich typów była większa od liczby P palet, które mogą jednocześnie przebywać w systemie, tzn., aby $\sum_j P_j > P$. Nowa część wprowadzana do systemu nie musi więc być tego samego typu jak część właśnie wyładowana.

Zanim przejdziemy do omówienia sposobu wyznaczania harmonogramu wejściowego, zauważmy, że rozdział operacji pomiędzy maszyny otrzymany w wyniku rozwiązania zadania obciążenia maszyn ustala jednocześnie dla każdej czę-

ści marszruty przejścia przez system. Analiza liczb $z_{ijk}$ $(i=1,\ldots,m$ $k=1,\ldots,n_j)$ pozwala dla każdej części j wyznaczyć wszystkie marszruty, a dla każdej marszruty , liczbę sztuk części j wykonywanych według tej marszruty. Ponadto, sumując czasy $p_{ijk}$ wykonywania kolejnych operacji $k=1,\ldots,n_j$ odpowiadające danej marszrucie można dla każdej części j i marszruty r wyznaczyć łączny czas maszynowy $p_{jr}$. Jest on dolnym oszacowaniem czasu przebywania w systemie części j wykonywanej według marszruty r.
Przyjmiemy, że wszystkie części objęte zleceniem produkcyjnym $(b_1,\ldots,b_n)$ i odpowiadające im marszruty uporządkowano według nierosnących wartości liczb $p_{jr}/d_j$. Na pierwszym miejscu tak przygotowanej listy wystąpi więc taka część i marszruta, dla których zachodzi $\max_{j,r}\{p_{jr}/d_j\}$, na końcu zaś część i marszruta odpowiadające $\min_{j,r}\{p_{jr}/d_j\}$.

Harmonogram wejściowy $u^o$ wyznaczać będziemy w następujący sposób:

1) Z listy części uporządkowanych według nierosnących wartości $p_{jr}/d_j$ wybieramy P pierwszych sztuk części do początkowego załadunku, uwzględniając ograniczone zasoby $P_j$ palet każdego typu;
2) Każdorazowo w momencie rozpoczęcia wyładunku z systemu gotowej części, do systemu załadowujemy nową część wybraną z początku listy taką, dla której posiadamy wolną paletę odpowiedniego typu.

Powyższe podejście preferuje wprowadzanie do systemu w pierwszej kolejności takich części, których wykonanie przed upływem żądanego terminu wymaga największego obciążenia maszyn reprezentowanego przez $p_{jr}/d_j$. Prowadzi to do minimalizacji opóźnienia wykonania zlecenia. Jednak w przypadku innego kryterium kolejność wprowadzania części może być inna. Przykładowo, aby zminimalizować średni czas przepływu przez system, części należałoby wprowadzać w kolejności niemalejących $p_{jr}$, preferując części o najkrótszym czasie wykonywania.
Rozwiązując zadanie szeregowania części i wyznaczając wynikający stąd harmonogram wejściowy, należy jednak przede wszystkim zapewnić taką różnorodność części jednocześnie przebywających w systemie, która zabezpieczy najlepsze wykorzystanie jego potencjalnych zdolności wytwórczych. W tym celu część j oraz marszrutę r można by wybierać na przykład tak, aby uzyskane obciążenia maszyn były możliwie najbliższe zadanym wartościom $w_i$, tzn. rozwiązując zadanie

$$\min_{j,r}\ \max_{i}\left\{w_i - \sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{n_j} x_{ijkt-1} - \sum_{k\in K_{ijr}} p_{ijk}\right\}, \tag{25}$$

gdzie $K_{ijr}$ - zbiór operacji na maszynie i dla części j wykonywanej według marszruty r.

## 4. Algorytm szeregowania operacji

Przedstawimy poniżej algorytm wyznaczania harmonogramu wykonywania kolejnych operacji dla części, które zostały wprowadzone do systemu. Harmonogram wyznaczać będziemy w oparciu o model matematyczny (18) - (23) i przy założeniach 1 - 5 przedstawionych w rozdziale 3.2.

Przyjmiemy, że dla każdej maszyny i wszystkie operacje przydzielone w fazie obciążania uporządkowano w kolejności nierosnących wartości $P_{ijk}/d_j$, gdzie $P_{ijk} = p_{ijk} + \sum_{r=k+1}^{n_j} \max_i \{p_{ijr}\}$ - najdłuższy czas wykonywania pozostałych operacji dla części j włącznie z $p_{ijk}$.
W algorytmie każdy okres rozpatrywany jest tylko raz, a przydział operacji do maszyn w każdym okresie przeprowadza się w kolejności nierosnących $P_{ijk}/d_j$. Jeżeli w okresie t operacje wykonywane są na wszystkich maszynach, to jego długość $h_t$ przyjmuje się równą maksymalnej wartości dopuszczalnej. Jeżeli zaś występują maszyny bezczynne na skutek braku zapasów odpowiednich półwyrobów, to $h_t$ przyjmuje minimalną wartość dopuszczalną $h_{t0}$.

A l g o r y t m

Krok 0. Podstaw $x_{ijk0} = 0 \; \forall i,j,k$

$t = 1$

Krok 1. Wyznaczanie przydziału operacji do maszyn $\{u_{ijkt}\}$ w okresie t

Dla nieukończonych zadań $(p_{ijk}z_{ijk} - x_{ijkt-1} > 0)$, operacje do maszyn przydzielaj w kolejności nierosnących $P_{ijk}/d_j$, uwzględniając ograniczenia (19),(20),(21).

Krok 2. Wyznaczanie długości $h_t$ okresu t

Jeżeli w systemie występuje bezczynna maszyna, na której nie wykonano dotąd wszystkich przydzielonych jej zadań, to podstaw

$$h_t = h_{t0}.$$

Inaczej podstaw $h_t = \max\left\{h_{t0}, \min_{s=1,2,3,4}\{h_{ts}\}\right\}$

Krok 3. Wyznacz stan procesu produkcji $x_{ijkt}$, (10) na końcu okresu t.
Jeżeli $x_{ijkt} = p_{ijk}z_{ijk} \; \forall i,k$, to podstaw $t_j = t$.
Jeżeli $t_j \leqslant t \; \forall j$, to podstaw

$$L_{max} = \max_j \left\{\sum_{t=1}^{t_j} h_t - d_j, 0\right\}, \; T = t$$

i zakończ obliczenia.
Inaczej wyznacz zapasy półwyrobów $y_{jkt}$, (11) na końcu okresu t, podstaw $t = t+1$ i wróć do kroku 1.

Przedstawiony algorytm oparty jest na metodzie drogi krytycznej. Najwyższy priorytet przypisuje się operacjom dla części, które wymagają najdłuższego czasu wykonywania, lub terminy realizacji związanych z nimi zadań są najwcześniejsze. W algorytmie tym stan procesu produkcji $\{x_{ijkt-1}\}$ na początku każdego okresu t wykorzystuje się jako sygnał sprzężenia zwrotnego dla wyznaczania harmonogramu. Rozdział operacji pomiędzy maszyny $\{u_{ijkt}\}$ w okresie t oraz długość $h_t$ tego okresu są funkcjami $\{x_{ijkt-1}\}$.

Złożoność obliczeniowa algorytmu jest rzędu O(Nlog N), gdzie $N = \sum_{j=1}^{n} b_j n_j$ oznacza liczbę wszystkich operacji objętych zleceniem produkcyjnym $(b_1,\ldots,b_n)$. Złożoność taka wynika z konieczności wyznaczenia najdłuższych czasów wykonywania części oraz uporządkowania według nich operacji podlegających ograniczeniom kolejnościowym typu łańcucha.

Algorytm drogi krytycznej wybrano między innymi dlatego, że daje on najlepsze rezultaty dla podobnego problemu szeregowania operacji na jednakowych maszynach równoległych, przy ograniczeniach w postaci łańcucha i kryterium optymalności $C_{max}$, (por. [5]). Natomiast przypadek niejednakowych maszyn pracujących równolegle, a więc taki jak rozważany obecnie oraz ograniczeń kolejnościowych ogólniejszego typu przedstawiono w [8] . Podane w [8] oszacowanie dla najgorszego przypadku może stanowić podstawę podobnych oszacowań dla rozważanego problemu szeregowania.

W pracy nie przedstawiono wyników eksperymentów obliczeniowych, które mogłyby być podstawą oceny zachowania algorytmu w praktyce. Eksperymenty takie są aktualnie przeprowadzane.

## 5. Wnioski

Elastyczny system produkcyjny jest złożonym systemem obejmującym wiele wzajemnie powiązanych elementów sprzętu i oprogramowania. Harmonogramowanie produkcji w FMS jest więc na ogół zadaniem trudniejszym, niż jego odpowiedniki w konwencjonalnych systemach produkcyjnych. Przedstawiona w pracy dekompozycja problemu na wzajemnie powiązane zadania: obciążenia maszyn, szeregowania części oraz szeregowania operacji i zaproponowana hierarchiczna struktura decyzyjna mogą ułatwić optymalizację podejmowanych decyzji w praktyce. Każdy z otrzymanych problemów należy jednak do klasy zadań NP-trudnych. Stąd konieczność poszukiwania dobrych algorytmów heurystycznych takich, jak zaproponowane w pracy, których jakość należy oceniać zarówno na drodze teoretycznej, jak i przede wszystkim poprzez weryfikację w praktyce produkcyjnej.

LITERATURA

[1] Akella R., Choong Y., Gershwin S.B.: Performance of Hierarchical Production Scheduling Policy. IEEE Trans.on Compon., Hybr., and Manuf. Techn., CHMT-7 (1984), 225-240.

[2] Buzacott J.A., Yao D.D.: Flexible Manufacturing Systems- A Review of Analytical Models. Management Science, vol.32 (1986), 890-905.

[3] Gershwin S.B., Akella R., Choong Y.F.: Short-Term Production Scheduling of an Automated Manufacturing Facility. IBM J.Res.Develop., vol.29, 1985, 392-400.

[4] Kimemia J.G., Gershwin S.B.: An Algorithm for the Computer Control of a Flexible Manufacturing System. IIE Trans., vol.15 (1983), 353-362.

[5] Kunde M.: Nonpreemptive LP-Scheduling on Homogenous Multiprocessor Systems. SIAM J.Comput., vol.10 (1981), 151-173.

[6] Sawik T.: Problemy badań operacyjnych w elastycznych systemach produkcyjnych. Zeszyty Naukowe AGH, Automatyka, z.39, 1985, 197-212.

[7] Sawik T.: Projektowanie i eksploatacja zrobotyzowanych systemów produkcyjnych. Mat. III Szkoły Inżynierii Systemów, ITWL, Kiekrz 1987, 213-224.

[8] Sawik T.: A Critical Path Algorithm for Scheduling a Batch-Type Production on Nonidentical Machines. Found.Control Engrg., vol.12 (1987), 31-44.

[9] Sawik T.: Planowanie i harmonogramowanie produkcji w elastycznych systemach produkcyjnych. Zeszyty Naukowe AGH, Automatyka, z.42, 1987, 130-152.

[10] Stecke K.E., Solberg J.J.: Loading and Control Policies for a Flexible Manufacturing System. Int.J. Production Research, vol.19 (1981), 481-490.

[11] Stecke K.E.: Formulation and Solution of.Nonlinear Integer Production Planning Problems for Flexible Manufacturing Systems. Management Science, vol.29 (1983), 273-288.

[12] Suri R., Whitney C.K.: Decision Support Requirements in Flexible Manufacturing. J.Manuf.Systems, vol.3 (1984), 61-69.

Recenzent: Prof.dr inż.H.Kowalowski

Wpłynęło do Redakcji do 1988-04-30.

## КАЛЕНДАРНОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ ПРОИЗВОДСТВА В ГИБКОЙ АВТОМАТИЗИРОВАННОЙ ПРОИЗВОДСТВЕННОЙ СИСТЕМЕ

Р е з ю м е

В статье представлена математическая модель задачи календарного планирования производства в ГАП и межуровневая процедура для его решения.

## PRODUCTION SCHEDULING IN A FLEXIBLE MANUFACTURING SYSTEM

S u m m a r y

A mathematical model of production scheduling in a flexible manufacturing system is presented and a hierarchical decision structure for its solution is proposed.
The FMS scheduling problems include: (i) machine loading - allocation of operations and required tools among the machines, (ii) parts sequencing-determining the sequence and timing of release of parts to the system, (iii) operations scheduling - ensuring movement between machines and deciding which part is to be processed next by a machine. A three-level procedure for the optimization of production schedule in the FMS is described.