

Brunon SZADKOWSKI

POMIAR SKŁADOWYCH IMMITANCJI

METODĄ DETEKCJI STANU $\operatorname{Re}(W_1/W_2) = 0$

Streszczenie. W pracy opisano zmiennoprądową metodę pomiaru immitancji, polegającą na przetworzeniu napięcia i prądu płynącego przez mierzoną immitancję na sygnały wyjściowe tego samego rodzaju W_1 i W_2 , a następnie na detekcji stanu $\operatorname{Re}(W_1/W_2) = 0$. Przedstawiono ogólny opis matematyczny metody oraz sformułowano warunki jej realizacji. Podano przykłady odpowiednich układów pomiarowych, przeznaczonych do pomiaru składowych impedancji $Z_X = \operatorname{Re} Z_X + j \operatorname{Im} Z_X$ oraz admitancji $Y_X = \operatorname{Re} Y_X + j \operatorname{Im} Y_X$. Przeanalizowano warunki bezpośredniego odczytu, zbieżność oraz czułość metody. Wykazano, że układy zrealizowane według omawianej metody charakteryzują się maksymalną zbieżnością i zapewniają bezpośredni odczyt mierzonych składowych. Wykazano również możliwość łatwiejszego uzyskania zadowalającej czułości niż w innych metodach do pomiaru immitancji. Sformułowano wnioski praktyczne oraz równania przydatne do projektowania omawianych układów.

Pomiary impedancji Z lub admitancji $Y = 1/Z$, nazywane w dalszym ciągu pomiarami immitancji X , realizowane są w sposób pośredni, wynikający z definicji:

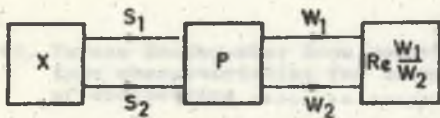
$$X = \frac{S_1}{S_2}, \quad (1)$$

gdzie:

S_1, S_2 - sygnały reprezentujące zamiennie napięcie oraz prąd płynący przez immitancję X .

Sygnały S_1 i S_2 w najprostszym przypadku mogą być mierzone np. woltomierzem i amperomierzem, jednak w większości układów pomiarowych są to sygnały podlegające dalszemu przetwarzaniu na sygnały wyjściowe W_1 i W_2 , które następnie podlegają przetwarzaniu końcowemu w odpowiednich miernikach wyjściowych lub detektorach [2]. Przedmiotem niniejszego opracowania są układy zmiennoprądowe, w których końcowym ogniwem przetwarzania jest detekcja stanu $\operatorname{Re}(W_1/W_2) = 0$ (gdzie $\operatorname{Re} W_1/W_2$ - część rzeczywista ilorazu sygnałów W_1 i W_2) - według schematu przedstawionego na rys. 1.

Na podanym schemacie oznaczono: X - blok, w którym wytwarzane są sygnały pomiarowe S_1 i S_2 , zawierający mierzoną immitancję X; P - blok przetwarzania sygnałów S_1 i S_2 na sygnały wyjściowe W_1 i W_2 ; $\operatorname{Re} \frac{W_1}{W_2} = 0$ - blok detektora stanu $\operatorname{Re}(W_1/W_2) = 0$.



Rys. 1. Schemat blokowy układów do pomiaru immitancji metodą detekcji stanu $\operatorname{Re}(W_1/W_2) = 0$

Fig. 1. Block diagram of the circuits for immittance measurement by means of the state detection method $\operatorname{Re}(W_1/W_2) = 0$

Pomiar składowych immitancji $X = \operatorname{Re} X + j \operatorname{Im} X$ polega na sprowadzeniu układu, za pomocą nastawnych parametrów przetwornika P, do stanu $\operatorname{Re}(W_1/W_2) = 0$. Jeśli dobierzemy transmitancję przetwornika P tak, aby jego równanie przetwarzania miało postać:

$$\frac{W_1}{W_2} = a X - b \quad (2)$$

lub:

$$\frac{W_1}{W_2} = j a X - b, \quad (3)$$

gdzie:

a, b - nastawne parametry przetwornika P (liczby rzeczywiste);

wówczas w stanie $\operatorname{Re}(W_1/W_2) = 0$, równania (2) i (3) sprowadzają się do relacji:

$$0 = a \operatorname{Re} X - b, \quad (4)$$

lub:

$$0 = j a \operatorname{Im} X - b, \quad (5)$$

gdzie:

$b_{1,2}$ - wartości nastawione dla osiągnięcia stanów $\operatorname{Re}(W_1/W_2) = 0$ w kolejnych przypadkach określonych równaniami (2) lub (3); regulacja $a_{1,2}$ nie jest konieczna.

Z równań (4) i (5) możemy wyznaczyć składowe mierzonej immitancji X:

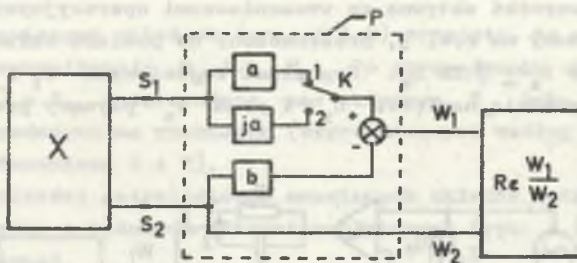
$$\operatorname{Re} X = \frac{b_1}{a} \quad (6)$$

lub:

$$\mp \operatorname{Im} X = \frac{b_2}{a} . \quad (7)$$

Procedura pomiarowa w przedstawionej metodzie jest taka sama jak w metodzie zerowej, z tym że układ sprowadzany jest do innego stanu niż zerowy. Jedynymi, znanymi w literaturze układami z detekcją stanu $\operatorname{Re}(W_1/W_2) = 0$ są tzw. mostki quasi-zrównoważone [1], zawierające wyłącznie elementy pasywne. Proponowane układy (wg rys. 1) różnią się od struktury mostkowej i mogą być zrealizowane przy użyciu elementów aktywnych. Ogólne podstawy teoretyczne quasi-zrównoważonych metod pomiaru impedancji ze wskazaniem możliwości nowych rozwiązań autor przedstawił w pracy [3]; niniejsze opracowanie jest rozwinięciem jednego z nowych rozwiązań.

Zasadniczym blokiem w rozważanym układzie z rys. 1 jest przetwornik P, którego równanie przetwarzania powinno mieć postać określoną wzorem (2) lub (3). Na rys. 2 przedstawiono szczegółowy schemat blokowy odpowiedniego przetwornika P (zaznaczony linią przerywaną), który złożony jest z przetworników o nastawnych transmitancjach a , ja , b - gdzie a i b są liczbami rzeczywistymi.



Rys. 2. Szczegółowy schemat blokowy przetwornika P w układzie z rys. 1

Fig. 2. Detailed block diagram of the P transducer according to fig. 1

Z rys. 2 wynika, że sygnał wyjściowy W_1 przy przełączniku K w pozycji 1 opisuje równanie:

$$W_1 = a S_1 - b S_2 , \quad (8)$$

natomiast gdy przełącznik K będzie w pozycji 2 - odpowiednie równanie będzie miało postać:

$$W_1 = ja S_1 - b S_2 . \quad (9)$$

Drugi sygnał wyjściowy W_2 , niezależnie od położenia przełącznika K , równy jest sygnałowi wejściowemu S_2 :

$$W_2 = S_2 \quad (10)$$

Z równań (8) i (10) lub (9) i (10), po uwzględnieniu definicyjnego równania (1) mierzonej immitancji $X = S_1/S_2$, otrzymujemy:

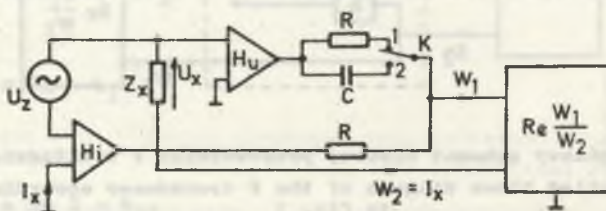
$$\frac{W_1}{W_2} = a \frac{S_1}{S_2} - b = aX - b \quad (11)$$

lub:

$$\frac{W_1}{W_2} = j a \frac{S_1}{S_2} - b = j a X - b, \quad (12)$$

co oznacza, że układ z rys. 2 spełnia wymagania określone wzorami (2) lub (3).

Praktyczna realizacja układów pomiarowych według koncepcji przedstawionej na rys. 2 wymaga zastosowania przetworników napięcie-napięcie (U/U) oraz prąd-napięcie (I/U) i odpowiedniego ich połączenia. Stosując na przykład przetworniki aktywne ze wzmacniaczami operacyjnymi można zrealizować układ podany na rys. 3, przeznaczony do pomiaru składowych impedancji $Z_x = \text{Re } Z_x \pm j \text{ Im } Z_x$. Sygnałami wejściowymi S_1 i S_2 są w tym przypadku odpowiednio napięcie U_x i prąd I_x płynący przez impedancję Z_x .



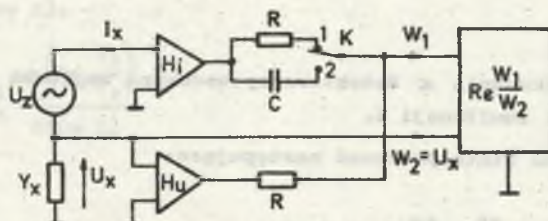
$$\text{Kw poz.1: } W_1 = \frac{1}{R} (H_u U_x - H_i I_x) \rightarrow \text{Re } Z_x = H_i / H_u$$

$$\text{Kw poz.2: } W_1 = j\omega C H_u U_x - \frac{1}{R} H_i I_x \rightarrow \text{Im } Z_x = H_i / H_u \omega R C$$

Rys. 3. Schemat ideowy układu do pomiaru składowych impedancji Z_x (H_u, H_i - transmitancje przetworników U_x/U i I_x/U)

Fig. 3. Schematic diagram of the circuit for impedance Z_x components measurement (H_u, H_i - transducer transmittances U_x/U i I_x/U)

Do pomiaru składowych admittance $Y_x = \operatorname{Re} Y_x + j \operatorname{Im} Y_x$ (odpowiedni układ przedstawiono na rys. 4); należy zwrócić uwagę, że S_1 reprezentuje tutaj prąd I_x , natomiast S_2 - napięcie U_x na admittance Y_x .



$$K \text{ w poz.1: } W_1 = \frac{1}{R} (H_i I_x - H_u U_x) \rightarrow \operatorname{Re} Y_x = H_u / H_i$$

$$K \text{ w poz.2: } W_1 = j\omega C H_i I_x - \frac{1}{R} H_u U_x \rightarrow \operatorname{Im} Y_x = H_u / H_i \omega R C$$

Rys. 4. Schemat ideowy układu do pomiaru składowych admittance Y_x (H_i , H_u - transmitancje przetworników I_x/U i U_x/U)

Fig. 4. Schematic diagram of the circuit for admittance Y_x components measurement (H_i , H_u - transducer transmittances I_x/U i U_x/U)

W obu przedstawionych układach (rys. 3 i 4) przyjęto, że nastawnymi parametrami są transmitancje H_i lub H_u . Po sprowadzeniu układów do stanu $\operatorname{Re} (W_1/W_2) = 0$, interesujące nas składowe Z_x lub Y_x wyznaczamy z zależności podanych na rysunkach (wyprowadzonych według ogólnego wywodu opisanego równaniami 2 ÷ 7).

Niektóre właściwości metrologiczne omawianych układów można łatwiej określić korzystając z podanych schematów blokowych (rys. 1 i 2) oraz opisujących je równań.

Proces sprowadzania układów do stanu $\operatorname{Re} (W_1/W_2) = 0$ jest bardzo prosty, gdyż wystarczy regulacja tylko jednym parametrem nastawnym - a lub b (por. równania 2 ÷ 5).

W klasycznych układach zerowych, zmiennoprądowych - proces równoważenia wymagał wielokrotnych regulacji dwoma parametrami na przemian, co powodowało znane trudności w uzyskaniu zadowalającej zbieżności czy też bezpośredniego odczytu [1]. W rozważanych układach zbieżność jest maksymalna, bowiem nie trzeba wykonywać wielokrotnych regulacji dwoma parametrami; stan $\operatorname{Re} (W_1/W_2) = 0$ można osiągnąć zmieniając jeden parametr, np. parametr b (por. równania 4 i 5). Również realizacja bezpośredniego odczytu jest łatwa, jak wynika z równania (6) lub (7) przy zachowaniu $a = \text{const}$, nastawione wartości b_1 lub b_2 bezpośrednio odwzorowują wartości mierzonych składowych $\operatorname{Re} X$ lub $\operatorname{Im} X$.

Rozważmy w dalszym ciągu czułość omawianych układów. Zgodnie z ogólną definicją czułość względną S_w układu z rys. 1 opisuje równanie:

$$S_w = X \frac{d\alpha}{dX}, \quad (13)$$

gdzie:

$d\alpha$ - zmiana wskazania α detektora spowodowana względną zmianą dX/X mierzonej immitancji X .

Równanie (13) można zinterpretować następująco:

$$S_w = X \frac{d\alpha}{dX} = X \frac{dF}{dX} \cdot \frac{d\alpha}{dF} = X S_F S_d, \quad (14)$$

gdzie:

F - sygnał podlegający detekcji,

$S_d = d\alpha/dF$ - bezwzględna czułość detektora,

$S_F = dF/dX$ - bezwzględna czułość układu (bez detektora).

Sygnałem podlegającym detekcji jest kombinacja sygnałów W_1 i W_2 określona relacją $\text{Re}(W_1/W_2)$. Na taki sygnał powinien reagować detektor. Jednak w praktyce najczęściej stosowane układy detekcyjne (fazoczule) reagują na sygnał F określony relacją:

$$F = W_1 W_2 \cos(W_1; W_2) = W_2 \text{Re}(W_1) = W_2^2 \text{Re}(W_1/W_2). \quad (15)$$

Czułość detektora $S_d = d\alpha/dF$ jest wielkością zależną wyłącznie od typu zastosowanego detektora i jego parametrów konstrukcyjnych. Czułość $S_F = dF/dX$ zależy od parametrów bloków X i P zastosowanych w układzie (rys. 1 lub 2). Dalszą analizę czułości S_w (równanie 14) można zatem ograniczyć do analizy czułości S_F , przyjmując, że w układzie zastosowano detektor sygnału F (według równania 15) o danej czułości S_d .

W celu wyznaczenia S_F obliczamy pochodną z równania (15), zakładając, że w ogólnym przypadku sygnały W_1 i W_2 są funkcjami X :

$$S_F = \frac{dF}{dX} = \frac{d(W_2^2)}{dX} \text{Re}\left(\frac{W_1}{W_2}\right) + W_2^2 \frac{d\left(\text{Re}\frac{W_1}{W_2}\right)}{dX}. \quad (16)$$

W interesującym nas stanie, w którym dokonywany jest pomiar, obowiązuje zależność $\text{Re}(W_1/W_2) = 0$; wówczas równanie (15) przyjmuje postać:

$$S_{F0} = W_2^2 \frac{d\left(\text{Re}\frac{W_1}{W_2}\right)}{dX}. \quad (17)$$

Zmiana dX mierzonej immitancji $X = \text{Re } X + j \text{Im } X$ może być spowodowana zmianą składowej $\text{Re } X$ lub składowej $\text{Im } X$. Czulość na zmiany poszczególnych składowych (S_{FoR} lub S_{FoI}) wyznaczamy z równania (17) następująco:

- dla $dX = d(\text{Re } X)$:

$$S_{\text{FoR}} = W_2^2 \frac{d\left(\text{Re} \frac{W_1}{W_2}\right)}{d(\text{Re } X)} \quad (18)$$

lub:

- dla $dX = d(\text{Im} X)$:

$$S_{\text{FoI}} = W_2^2 \frac{d\left(\text{Re} \frac{W_1}{W_2}\right)}{d(\text{Im} X)} \quad (19)$$

Zauważmy, że z równań przetwarzania (2) lub (3) otrzymujemy następujące zależności:

$$\text{Re} \frac{W_1}{W_2} = a \text{Re } X - b \quad (20)$$

lub:

$$\text{Re} \frac{W_1}{W_2} = \mp a \text{Im } X - b \quad (21)$$

W równaniach (18) i (19) występują pochodne, które możemy obliczyć z zależności (20) i (21). Po odpowiednich podstawieniach otrzymujemy:

$$S_{\text{FoR}} = W_2^2 a \quad (22)$$

lub:

$$S_{\text{FoI}} = \mp W_2^2 a \quad (23)$$

Podstawiając następnie zależności (22) lub (23) do równania (14) możemy wyznaczyć czulości względne (S_{WR} lub S_{WI}) rozpatrywanych układów przy zmianach poszczególnych składowych:

- dla $dX = d(\text{Re } X)$:

$$S_{\text{WR}} = X S_{\text{FoR}} S_d = X a W_2^2 S_d \quad (24)$$

- dla $dX = d(\operatorname{Im} X)$:

$$S_{WI} = X S_{\operatorname{PoI}} S_d = \mp X a W_2^2 S_d. \quad (25)$$

Z przedstawionych równań (22 - 25) wynika, że zarówno czułości bezwzględne S_{PoR} i S_{PoI} , jak i względne S_{WR} i S_{WI} obliczone dla zmian składowych mierzonej immitancji X mają wartości jednakowe lub różniące się tylko znakiem. Przedstawiony wniosek wymaga jednak pewnego dodatkowego wyjaśnienia. W rozważaniach korzystano z definicji czułości S_W (równania 13 i 14) określającej odpowiedź układu $d\alpha$ na wymuszenie, jakim jest względna zmiana mierzonej immitancji: dX/X , przy czym tę zmianę uzyskiwano przez zmianę składowej rzeczywistej $d(\operatorname{Re} X)/X$ lub składowej urojonej $d(\operatorname{Im} X)/X$. W praktyce pomiarowej bardziej miarodajna byłaby odpowiedź $d\alpha$ układu na względne zmiany składowych zdefiniowane inaczej, a mianowicie: $d(\operatorname{Re} X)/\operatorname{Re} X$ oraz $d(\operatorname{Im} X)/\operatorname{Im} X$. W takim przypadku należałoby korzystać ze zmodyfikowanych równań czułości względnej (w porównaniu z równaniem 13) sformułowanych następująco:

$$S_R = \operatorname{Re} X \frac{d\alpha}{d(\operatorname{Re} X)}, \quad (26)$$

gdzie:

$d\alpha$ - zmiana wskazania α detektora, spowodowana względną zmianą składowej rzeczywistej $d(\operatorname{Re} X)/\operatorname{Re} X$;

S_R - względna czułość układu pomiarowego odniesiona do składowej rzeczywistej

lub:

$$S_I = \operatorname{Im} X \frac{d\alpha}{d(\operatorname{Im} X)}, \quad (27)$$

gdzie:

$d\alpha$ - zmiana wskazania α detektora, spowodowana względną zmianą składowej urojonej $d(\operatorname{Im} X)/\operatorname{Im} X$;

S_I - względna czułość układu pomiarowego odniesiona do składowej urojonej.

Stosując podobne przekształcenia jak w równaniu (14), a następnie wprowadzając wielkości określone równaniami (15 - 19) i (22 - 23), można wykazać, że:

$$S_R = \operatorname{Re} X a W_2^2 S_d \quad (28)$$

oraz:

$$S_I = \mp \operatorname{Im} X a W_2^2 S_d. \quad (29)$$

Z zależności (28 - 29) wynika, że czułości S_R i S_I nie mają jednakowych wartości, tak jak to było w przypadku czułości S_{WR} i S_{WI} zdefiniowanych równaniami (13 - 14). Stosunek S_R/S_I zależy wyłącznie od stosunku $Re X/Im X$ (por. równania 28 - 29). Należy więc spodziewać się pewnych trudności przy pomiarach immitancji o małych współczynnikach strat; wówczas czułość układu na zmiany jednej ze składowych $Re X$ lub $Im X$ może być znacznie mniejsza. Analogiczne trudności występują w innych niż opisywana metodach pomiaru immitancji. Jednak korzystną cechą rozważanych układów jest możliwość łatwiejszego uzyskania zadowalających czułości S_R i S_I , zwłaszcza przez odpowiedni dobór transmitancji przetworników (a) i sygnału wyjściowego W_2 (por. równania 28 - 29). Zauważmy, że czułość zależy od kwadratów sygnału W_2 , przy czym w realizowanych układach (np. rys. 3 i 4) $W_2 = I_x$ lub $W_2 = U_x$. W innych metodach czułość też zależy od prądu lub napięcia na badanej immitancji, lecz nie jest to zależność kwadratowa.

Przedstawiona metoda oraz niektóre jej właściwości pozwalają przypuszczać, że realizacja odpowiednich układów pomiarowych może być korzystna pod wieloma względami. Bardzo prosty proces osiągania stanu $Re (W_1/W_2) = 0$ (tylko jednym elementem nastawnym), maksymalna zbieżność, niezależny i bezpośredni odczyt mierzonych składowych, możliwość uzyskania zadowalającej czułości - to główne zalety opisanych układów.

Dokładność pomiarów w przykładowo podanych układach (rys. 3 i 4) zależy w głównej mierze od właściwości przetworników I/U i U/U oraz właściwości fazoczułego detektora. Mogą być tutaj zastosowane typowe rozwiązania, wykorzystywane w innych układach i odznaczające się wystarczająco małymi błędami przetwarzania.

Biorąc pod uwagę nieskomplikowany proces osiągania stanu $Re (W_1/W_2) = 0$, maksymalną zbieżność oraz zastosowanie aktywnych przetworników - można sądzić, że zautomatyzowanie opisanych układów będzie znacznie łatwiejsze niż np. mostków czy komparatorów prądu zmiennego.

Przedstawiony ogólny opis matematyczny rozważanej metody pozwolił na ujawnienie metodyki tworzenia różnych rozwiązań układowych. Wyprowadzone równania mogą być również przydatne przy projektowaniu odpowiednich układów.

LITERATURA

- [1] Karandziejew K.B.: Pomiarы elektryczne metodami mostkowymi i kompensacyjnymi. WNT, Warszawa 1969.
- [2] Szadkowski B.: Synteza metod pomiaru immitancji. Zeszyty Naukowe Pol. Śl., Elektryka z. 93, Gliwice 1984.
- [3] Szadkowski B.: Quasi-zrównoważone metody pomiaru impedancji. Rozpr. Elektrotechn., nr 31, z. 2, 1985.

Recenzent: doc. dr hab. inż. Zygmunt Kuśmierk

ИЗМЕРЕНИЕ СОСТАВЛЯЮЩИХ ИММИТАНСА
МЕТОДОМ ДЕТЕКЦИИ СОСТОЯНИЯ $\operatorname{Re}(W_1/W_2) = 0$

Резюме

В статье приводится метод измерения иммитанса переменным током, в котором преобразуется напряжение и ток протекающий через измеряемый иммитанс на выходные сигналы того самого рода W_1 и W_2 а в конце детектируется состояние $\operatorname{Re}(W_1/W_2) = 0$. Приведено общее математическое описание метода и условий его реализации. Представлены примеры измерительных схем предназначенных для измерения составляющих импеданса и адмитанса $Z_x = \operatorname{Re} Z_x + j \operatorname{Im} Z_x$. Сделан анализ условий непосредственного отсчета сходимости и чувствительности метода. Доказано, что все рассматриваемые схемы характеризуются максимальной сходимостью и гарантируют непосредственный отсчет измеряемых составляющих. Доказано также, что хорошую чувствительность можно получить легче чем в других методах. Сформулированы практические выводы и уравнения пригодные для проектирования рассматриваемых схем.

MEASUREMENT OF IMMITTANCE COMPONENTS
BY MEANS OF STATE DETECTION METHOD $\operatorname{Re}(W_1/W_2) = 0$

Summary

An A.C. method of imittance measurement consisting in conversion of measured imittance voltage and current into the output signals of the same kind W_1 and W_2 and then in the state detection $\operatorname{Re}(W_1/W_2) = 0$, has been described in the paper.

General mathematical description of the method has been given and conditions of its realization have been formulated. Examples of appropriate measurement circuits designed for measurement of impedance components $Z_x = \operatorname{Re} Z_x + j \operatorname{Im} Z_x$ and admittance components $y_x = \operatorname{Re} Y_x + j \operatorname{Im} Y_x$. The conditions of direct read - out, convergence and sensitivity of the method have been analysed.

It has been shown that circuits realized according to the discussed method are characterized by maximum convergence and provide direct read - out of measured components.

A possibility of obtaining satisfactory sensitivity more easily than in other imittance measurement methods has been proved too. Practical conclusions and equations helpful in designing the considered circuits have been formulated.