ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1989

Seria: ELEKTRYKA z.108 Nr kol. 947

Maria BOJARSKA-KOWALIK

WPŁYW SZEROKOŚCI PASMA PRZENOSZENIA PRZETWORNIKA POMIAROWEGO NA ZNIEKSZTAŁCENIA PRZENOSZONEGO SYGNAŁU STOCHASTYCZNEGO

Streszczenie. W artykule dokonano analizy jakości przenoszenia sygnałów stochastycznych przez liniowe przetworniki pomiarowe. Analizę tę przeprowadzono dla następujących sygnałów stochastycznych: losowego, asynchronicznego sygnału binarnego, szumu białego o ograniczonym paśmie częstotliwości i binarnego sygnału pseudoprzypadkowego o maksymalnej długości.

Jakość przenoszenia sygnałów stochastycznych przez przetworniki pomiarowe została oceniona za pomocą następujących wskaźników: normowanego błędu średniego kwadratowego, błędu przetworzenia wariancji i korelacyjnej dobroci przenoszenia sygnałów. Podano matematyczne związki opisujące zależność wskaźników jakości od częstotliwości granicznej przetwornika i częstotliwości granicznej sygnału stochastycznego dla szumu białego. Związki te przedstawiono również graficznie.

Opierając się na powyższych rozważaniach, sformułowano warunek nieniekształcającego przenoszenia sygnałów stochastycznych przez liniowe przetworniki pomiarowe.

Najbardziej rozpowszechnionym parametrem stosowanym do charakteryzowania właściwości dynamicznych przetworników pomiarowych w dziedzinie częstotliwości jest pulsacja graniczna. Wyznacza się ją na podstawie oceny błędu amplitudowego za pomocą kryterium tolerancji [4]. Pulsacja graniczna określa pasmo przenoszenia przetwornika, czyli pasmo niezmienności (z pewnym założonym, dopuszczalnym błędem) modułu transmitancji przetwornika. A więc zniekształcenia wprowadzone przez przetworniki pomiarowe zależą od szerokości pasma przenoszenia.

Przy przenoszeniu sygnałów zdeterminowanych przez przetworniki założenie minimalizacji zniekształceń tych sygnałów sprowadza się do wymagania [4]:

$$\omega_{gA} \geqslant \omega_{gs},$$

przy czym:

ω_{gA} - pulsacja graniczna przetwornika (najczęściej $A=1/\sqrt{2}$),

ω_{gs} - pulsacja graniczna sygnału; określa ona przedział widma częstotliwości, które praktycznie powinno być przenoszone przez przetwornik bez zniekształceń.

Czy spełnienie tego warunku zapewni również adekwatne odtworzenie sygnału stochastycznego?

W celu udzielenia odpowiedzi na to pytanie zostaną poddane analizie wskaźniki jakości przenoszenia sygnałów stochastycznych przez przetworniki pomiarowe, przy uzależnieniu tych wskaźników od pulsacji granicznej przetwornika i sygnału stochastycznego.

Rozpatrzono następujące wskaźniki jakości [1, 2, 3]:

- normowany błąd średni kwadratowy zdefiniowany równaniem

$$\overline{\varepsilon^2(t)}_n = \frac{\lim\limits_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int\limits_0^T \left[y(t) - x(t)\right]^2 dt}{\lim\limits_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int\limits_0^T x^2(t)\, dt}, \tag{1}$$

przy czym:

$y(t)$ - sygnał wyjściowy przetwornika pomiarowego,
$x(t)$ - sygnał wejściowy przetwornika;

- błąd przetworzenia wariancji opisany równaniem:

$$\Delta_D = 1 - \frac{\lim\limits_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int\limits_0^T x^2(t)dt}{\lim\limits_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int\limits_0^T y^2(t)dt}, \tag{2}$$

- korelacyjna dobroć przenoszenia sygnałów wyrażoną zależnością

$$\rho_{xy}(0) = \frac{\left|\lim\limits_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int\limits_0^T x(t)\, y(t)dt\right|}{\sqrt{\lim\limits_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int\limits_0^T x^2(t)dt}\ \sqrt{\lim\limits_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int\limits_0^T y^2(t)dt}}. \tag{3}$$

W przypadku zależności (1) i (2) sygnały muszą być odpowiednio unormowane, tak aby w przypadku przenoszenia niezniekształcającego zachodziła równość $x(t) = y(t)$.

Przyjęto następujące założenia upraszczające:

- przedmiotem analizy są liniowe przetworniki pomiarowe o parametrach skupionych,
- rozpatrywane sygnały stochastyczne są stacjonarne w szerokim sensie i ergodyczne względem funkcji statystycznych stosowanych do ich opisu,
- wartości średnie tych sygnałów są równe zeru.

Pulsacja graniczna sygnału stochastycznego jest zdefiniowana zgodnie z zależnością [2]:

$$\int_0^{\omega_{gs}} P_x(\omega)\, d\omega = 0{,}9 \int_0^{\infty} P_x(\omega) d\omega , \tag{4}$$

przy czym:

$P_x(\omega)$ - funkcja widmowej gęstości mocy sygnału $x(t)$.

W pracy [3] podano zależności opisujące przebieg wskaźników jakości zdefiniowanych związkami (1), (2) i (3) w funkcji pulsacji granicznych przetwornika i sygnału stochastycznego. Analizę tę przeprowadzono dla następujących sygnałów stochastycznych:

- losowego, asynchronicznego sygnału binarnego,
- szumu białego o ograniczonym paśmie częstotliwości,
- binarnego sygnału pseudoprzypadkowego o maksymalnej długości.

Przykładowo: przy przenoszeniu sygnału szumu białego o ograniczonym paśmie częstotliwości, którego funkcja widmowej gęstości mocy (jednostronna) ma postać:

$$P_x(f) = \begin{cases} a & \text{dla} \quad 0 \leq f \leq B \\ 0 & \text{poza tym przedziałem} \end{cases} \tag{5}$$

przez przetworniki pomiarowe I rzędu błąd przetworzenia wariancji i błąd średni kwadratowy opisane są równaniem [3]:

$$\Delta_D = \overline{\varepsilon^2(t)}_n = 1 - \frac{\operatorname{arc\,tg} \frac{\omega_{gs}}{\omega_{gA}} \sqrt{\frac{1}{A^2} - 1}}{\frac{\omega_{gs}}{\omega_{gA}} \sqrt{\frac{1}{A^2} - 1}} , \tag{6}$$

przy czym:

$\omega_{gs} = 2\pi B$ - pulsacja graniczna sygnału szumu,

B - szerokość pasma częstotliwości białego szumu dolnopasmowego,

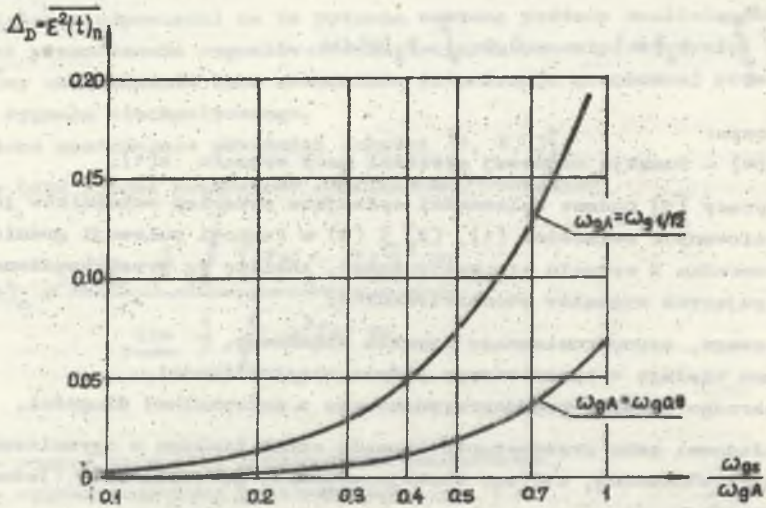
a - wartość widmowej gęstości mocy w paśmie $(0,B)$,

ω_{gA} - pulsacja graniczna przetwornika I rzędu.

Korelacyjna dobroć przenoszenia sygnałów wyraża się związkiem:

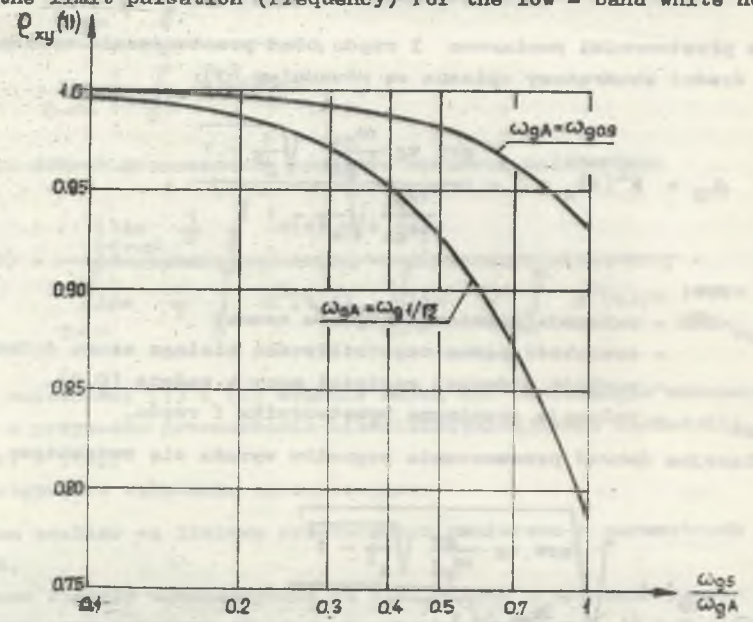
$$\varrho_{xy}(0) = \sqrt{\frac{\operatorname{arc\,tg} \frac{\omega_{gs}}{\omega_{gA}} \sqrt{\frac{1}{A^2} - 1}}{\frac{\omega_{gs}}{\omega_{gA}} \sqrt{\frac{1}{A^2} - 1}}} . \tag{7}$$

Przebiegi wskaźników jakości dla $\omega_{gA} = \omega_{g1/\sqrt{2}}$ i $\omega_{gA} = \omega_{g0,9}$ w funkcji stosunku pulsacji granicznej sygnału do pulsacji granicznej przetwornika przedstawione na rys. 1 i 2.



Rys. 1. Błąd średni kwadratowy przetwornika I rzędu jako funkcja pulsacji granicznej dla szumu białego dolnopasmowego

Fig. 1. Root - mean - square error of the first order transducer as a function of the limit pulsation (frequency) for the low - band white noise



Rys. 2. Korelacyjna dobroć przenoszenia sygnałów przetwornika I rzędu jako funkcja pulsacji granicznej (dla szumu białego dolnopasmowego)

Fig. 2. Correlation quality factor for the signal transmission of the first order transducer as a function of the limit pulsation (for the low- - band white noise)

Dla przetworników oscylacyjnych II rzędu otrzymano zależności:

$$\Delta_D = 1 - \frac{1}{4A_2\eta_g}\left[\frac{1}{2\sqrt{1-\xi^2}}\ln\frac{A_2^2\eta_g^2 + 2A_2\eta_g\sqrt{1-\xi^2}+1}{A_2^2\eta_g^2 - 2A_2\eta_g\sqrt{1-\xi^2}+1} + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{\xi}\left(\operatorname{arc\,tg}\frac{A_2\eta_g + \sqrt{1-\xi^2}}{\xi} + \operatorname{arc\,tg}\frac{A_2\eta_g - \sqrt{1-\xi^2}}{\xi}\right)\right] \tag{8}$$

$$\overline{\varepsilon^2(t)}_n = 1 - \frac{3}{8A_2\eta_g\sqrt{1-\xi^2}}\ln\frac{A_2^2\eta_g^2 + 2A_2\eta_g\sqrt{1-\xi^2}+1}{A_2^2\eta_g^2 - 2A_2\eta_g\sqrt{1-\xi^2}+1} +$$

$$+ \frac{1}{4\xi A_2\eta_g}\left(\operatorname{arc\,tg}\frac{A_2\eta_g + \sqrt{1-\xi^2}}{\xi} + \operatorname{arc\,tg}\frac{A_2\eta_g - \sqrt{1-\xi^2}}{\xi}\right) \tag{9}$$

$$\rho_{xy}(0) = \frac{\ln\dfrac{A_2^2\eta_g^2 + 2A_2\eta_g\sqrt{1-\xi^2}+1}{A_2^2\eta_g^2 - 2A_2\eta_g\sqrt{1-\xi^2}+1}}{4A_2\eta(1-\xi^2)\left[\dfrac{1}{2\sqrt{1-\xi^2}}\ln\dfrac{A_2^2\eta_g^2 + 2A_2\eta_g\sqrt{1-\xi^2}+1}{A_2^2\eta_g^2 - 2A_2\eta_g\sqrt{1-\xi^2}+1} + \dfrac{1}{\xi}\left(\operatorname{arc\,tg}\dfrac{A_2\eta_g + \sqrt{1-\xi^2}}{\xi} + \operatorname{arc\,tg}\dfrac{A_2\eta_g - \sqrt{1-\xi^2}}{\xi}\right)\right]} \tag{10}$$

przy czym:

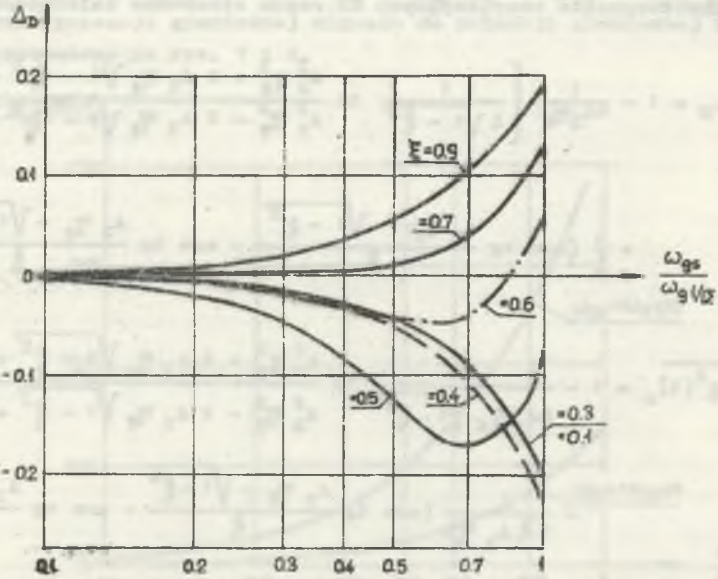
$$\eta_g = \frac{\omega_{gs}}{\omega_{gA}} = \frac{2\pi_B}{\omega_{gA}},$$

$A_2 = \dfrac{\omega_{gA}}{\omega_o}$ - zredukowana pulsacja graniczna przetwornika II rzędu,

ω_o - pulsacja drgań swobodnych nietłumionych przetwornika,

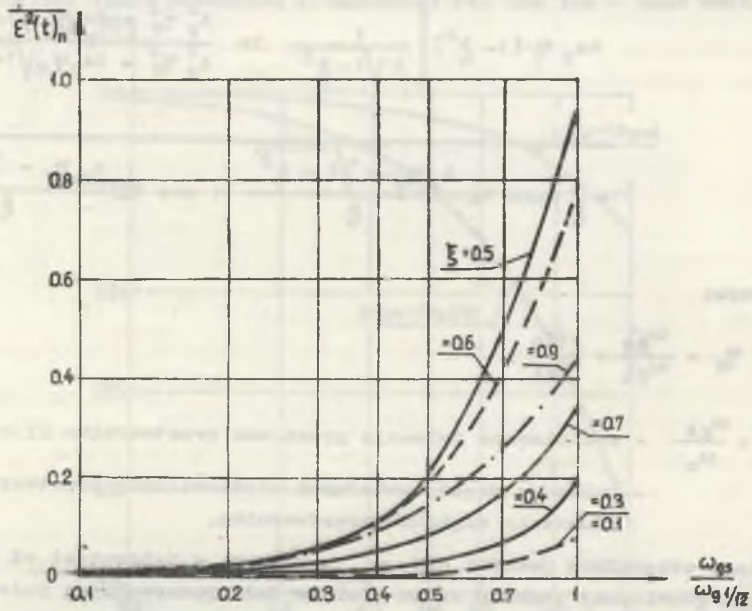
ξ tłumienie względne przetwornika.

Przebiegi wskaźników jakości dla $\omega_{gA} = \omega_{g1}/\sqrt{2}$ w zależności od stosunku pulsacji granicznej sygnału szumu białego dolnopasmowego do pulsacji granicznej przetwornika oscylacyjnego II rzędu przedstawione są na rys.3, 4 i 5.



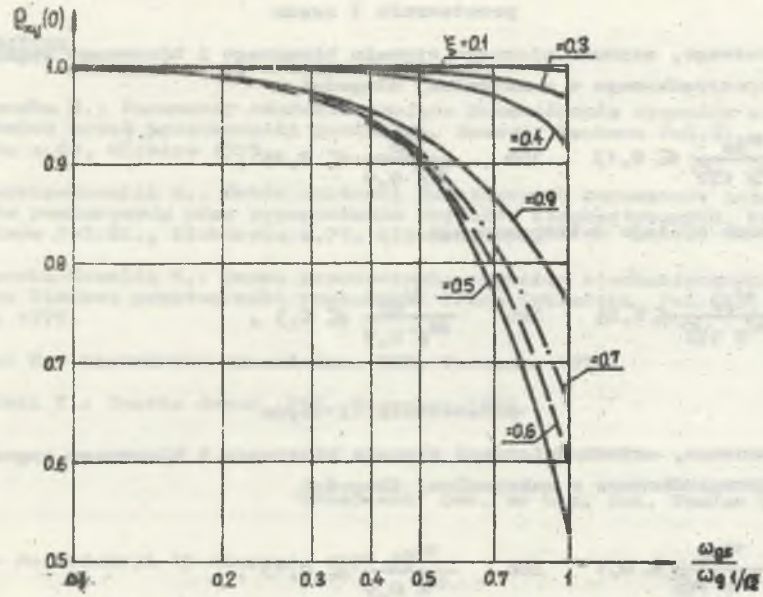
Rys. 3. Błąd przetworzenia wariancji przetwornika II rzędu jako funkcja graniczna (dla szumu białego dolnopasmowego)

Fig. 3. Variance processing error of the second order transducer as a function of the limit pulsation (for the low - band white noise)



Rys. 4. Błąd średni kwadratowy przetwornika II rzędu jako funkcja pulsacji granicznej (dla szumu białego dolnopasmowego)

Fig. 4. Root - mean - square error of the second order transducer as a function of the limit pulsation (for the low - band whit noise)



Rys. 5. Korelacyjna dobroć przenoszenia sygnałów przetwornika II rzędu jajako funkcja pulsacji granicznej

Fig. 5. Correlation quality factor of the second order transducer signals transmission as a function of the limit pulsation

Rozważania dotyczące przetworników pomiarowych III rzędu można sprowadzić do rozważań dla przetworników I lub II rzędu przy następujących założeniach:

- dla przetworników III rzędu klasy 1B ($\xi > \frac{1}{\omega_0 T}$) równania opisujące wskaźniki jakości można aproksymować zależnościami dla przetworników I rzędu,
- dla przetworników III rzędu klasy 0 można wykorzystać zależności wyprowadzone dla przetworników inercyjnych II rzędu,
- dla przetworników III rzędu klasy 1A, przy spełnieniu warunku $\omega_0 T \ll 1$, wskaźniki jakości przenoszenia sygnałów stochastycznych przez te przetworniki mają postać analogiczną do przetworników oscylacyjnych II rzędu.

Przyjęto, że przetwornik pomiarowy przenosi sygnał stochastyczny z minimalnymi zniekształceniami, jeżeli zachodzi [2,3]:

$$\Delta_D \leqslant 0{,}02; \qquad \overline{\varepsilon^2(t)}_n \leqslant 0{,}04; \qquad \varrho_{xy}(0) \geqslant 0{,}98. \tag{11}$$

Spełnienie przez wskaźniki jakości nierówności (11) prowadzi do wymagań dotyczących stosunku pulsacji granicznej sygnału stochastycznego do pulsacji granicznej przetwornika [3]:

przetwornik I rzędu

- dla losowego, asynchronicznego sygnału binarnego i binarnego sygnału pseudoprzypadkowego o maksymalnej długości

$$\frac{\omega_{gs}}{\omega_g\ 1\sqrt{2}} \leq 0{,}13 \quad \text{lub} \quad \frac{\omega_{gs}}{\omega_g\ 0{,}9} \leq 0{,}25\ ,$$

- dla szumu białego dolnopasmowego

$$\frac{\omega_{gs}}{\omega_g\ 1\sqrt{2}} \leq 0{,}25 \quad \text{lub} \quad \frac{\omega_{gs}}{\omega_g\ 0{,}9} \leq 0{,}5\ ,$$

przetwornik II rzędu

- dla losowego, asynchronicznego sygnału binarnego i binarnego sygnału pseudoprzypadkowego o maksymalnej długości

$$\frac{\omega_{gs}}{\omega_g\ 1\sqrt{2}} \leq 0{,}1 \quad \text{lub} \quad \frac{\omega_{gs}}{\omega_g\ 0{,}9} \leq 0{,}13\ ,$$

- dla szumu białego dolnopasmowego

$$\frac{\omega_{gs}}{\omega_g\ 1\sqrt{2}} \leq 0{,}2 \quad \text{lub} \quad \frac{\omega_{gs}}{\omega_g\ 0{,}9} \leq 0{,}3\ .$$

Z powyższych nierówności wynika, że dla niezniekształcającego przeniesienia sygnału szumu białego dolnopasmowego przez przetwornik pomiarowy wymagana jest niższa pulsacja graniczna przetwornika niż w przypadku pozostałych sygnałów stochastycznych. Spowodowane to jest przebiegiem gęstości widmowej mocy tego sygnału, która dla $\omega > 2\pi B$ równa jest zeru, podczas gdy dla pozostałych sygnałów funkcje widmowej gęstości mocy rozciągają się w przedzaale $(0,\infty)$. W praktyce o wiele częściej występują sygnały stochastyczne o gęstości widmowej mocy malejącej ze wzrostem częstotliwości [5]. Dlatego też jako ogólny warunek niezniekształcającego przenoszenia sygnałów stochastycznych przez przetworniki pomiarowe można przyjąć nierówność

$$\frac{\omega_{gs}}{\omega_{gA}} \leq 0{,}1 \qquad \text{dla} \qquad A = 0{,}9 - 1/\sqrt{2} \tag{12}$$

Warunek ten jest słuszny dla przetworników I, II i III rzędu przy założeniu, że oceny przenoszenia sygnałów stochastycznych przez przetworniki pomiarowe dokonuje się za pomocą wskaźników jakości zdefiniowanych według równań (1) - (3), a spełnienie nierówności (11) zapewnia minimalne zniekształcenia przenoszonego sygnału stochastycznego.

LITERATURA

[1] Bojarska M.: Parametry charakteryzujące przenoszenie sygnałów stochastycznych przez przetworniki pomiarowe. Zeszyty Naukowe Pol.Śl., Elektryka z.62, Gliwice 1979.

[2] Bojarska-Kowalik M.: Dobór wartości podstawowych parametrów przetworników pomiarowych przy przenoszeniu sygnałów stochastycznych. Zeszyty Naukowe Pol.Śl., Elektryka z.71, Gliwice 1981.

[3] Bojarska-Kowalik M.: Ocena przenoszenia sygnałów stochastycznych przez liniowe przetworniki pomiarowe. Praca doktorska, Pol.Śl., Gliwice 1979.

[4] Hagel R.: Miernictwo dynamiczne. WNT, Warszawa 1975.

[5] Osiński Z.: Teoria drgań. PWN, Warszawa 1978.

Recenzent: Doc. dr hab. inż. Stefan Kubisa

Wpłynęło do Redakcji 15 sierpnia 1987 r.

ВЛИЯНИЕ ШИРИНЫ ПОЛОСЫ ПЕРЕДАЧИ ИЗМЕРИТЕЛЬНОГО ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ НА ДЕФОРМАЦИЮ ПЕРЕДАВАЕМОГО СТОХАСТИЧЕСКОГО СИГНАЛА

Р е з ю м е

В статье сделан анализ качества передачи стохастических сигналов через линейные измерительные преобразователи. Этот анализ преведен для следующих стохатических сигналов: случайного, асинхронного бинарного сигнала, белого шума с ограниченной полосой частоты и бинарного псевдослучайного сигнала с максимальной длиной.

Оценка качества переноса стохастических сигналов через измерительные преобразователи дана при помощи следующих показателей: нормированной средней квадратической погрешности, погрешности преобразования дисперсии и кореляционной доброкачественности переноса сигналов.

Приведены математические соотношения описующие зависимости показателя качества от предельной частоты преобразователя и предельной частоты стохастического сигнала для белого шума. Эти соотношения представлены тоже графически.

Опираясь на вышеуказанные рассуждения сформулировано условие недеформированности переноса стохастических сигналов через линейные измерительные преобразователи.

INFLUENCE OF THE TRANSMISSION BAND WIDTH
OF MEASURING TRANSDUCER ON THE DISTORTION
OF TRANSMITTED STOCHASTIC SIGNAL

S u m m a r y

An analysis of the transmission quality of stochastic signals by the linear measuring transducer has been accomplished in the paper. The analysis has been done for the following stochastic signals: the random signal, asynchronous binary signal, white noise of limited frequency band and pseudorandom binary signal of maximum length.

Transmission quality of stochastic signals by the measuring transducers has been estimated by means of the following coefficients: the standarded root - mean square error, variance processing error and correlation quality factor of signal transmission. Mathematical equations describing dependencies of the quality coefficients on the limit frequency of the transducer and on the stochastic signal limit frequency for white noise have been given.

These equations have also been presented graphically. Leaning upon the above considerations the condition of non - distorting transmission of the stochastic signals by linear measuring transducers has been formulated.