Seria: ELEKTRYKA z. 109

Władysław PASŻEK Jan STASZAK

ANALIZA ROZKŁADU POLA MAGNETYCZNEGO W TURBOGENERATORZE PRZY HARMONICZNYM WYMUSZENIU PRĄDU – ZASTOSOWANIE METODY ELEMENTÓW SKOŃCZONYCH

> Streszczenie. Rozkład składowej promieniowej indukcji magnotycznej na przyszczelinowej wewnetrznej powierzchni stojana przy wymuszeniu harmonicznym przepływu uzwojenia twornika bądź uzwojenia wzbudzenia zależy od częstotliwości prądu. Z rodziny takich rozkiadów można wyprowadzić charakterystyki częstotliwości transmitancji opisujących podstawowe własności elektromagnetyczne maszyny. Do wyznaczenia rozkładu pola elektromagnetycznego w trubogeneratorze z uwzględnieniem struktury wirnika zbliżonej do rzeczywistej zastosowano metode elementów skończonych. Analizę numeryczną dwuwymiarowego rozkładu pola elektromagnetycznego przeprowadzono w walcowym układzie współrzędnych przy podziale badanego przekroju poprzecznago maezyny na elementy segmentowe. Obliczenia numeryczne wykonano dla turbogeneratora o mocy 200 MW przy wymuszeniu harmonicznym prądu w zastępczym uzwojeniu twornika nieruchomym względem wirnika badź w uzwojeniu wzbudzenia. Dla szczególnego przypadku modelu maszyny o wirniku gładkim dokonano porównania wyników obliczeń numerycznych przy zastosowaniu metody elementów skończonych z wynikami uzyskanymi analitycznie otrzymując dobrą zgodność.

## 1. Wprowadzenie

Podstawą analizy stanów nieustalonych w maszynie synchronicznej jest znajomość jej parametrów elektromagnetycznych. Wzrastające wymagania w zakresie dokładności obliczania parametrów maszyn elektrycznych zmuszają do poszukiwania coraz efektywnieszych metod analizy obwodów elektromagnetycznych. Dokładne wyznaczenie parametrów elektromagnetycznych turbogeneratora dużej mocy jest możliwe na podstawie wyników analizy pola elektrcmagnetycznego metodami numerycznymi [1, 4, 6, 7]. Motody te są szczególnie przydatne do analizy pól elektromagnetycznych o obszarach niejednorodnych i anizotropowych o skomplikowanych kształtach.

W niniejszej pracy przedstawiono zastosowanie metody elementów skończonych do wyznaczania rozkładu pola elektromagnetycznego turbogeneratora (z uwzględnieniem klinów duraluminiowych i żłobków wirnika)w układzie współrzędnych walcowych.

1989

Nr kol. 956

#### 2. Model obliczeniowy

W modelu maszyny przedstawionym na rys. 1 rdzeń stojana jest gładkim cylindrem wykonanym z materiału o nieskończenie dużej przenikalności



Rys. 1. Model turbogeneratora,  $\mu_{Fe} = 100 \ \mu_0$ ,  $\gamma_{Fe} = 4.65 \ .10^6 \ S/m$ Fig. 1. Model of the turbo-generator,  $\mu_{Fe} = 100 \ \mu_0$ ,  $\gamma_{Fe} = 4.65 \ .10^6 \ S/m$ 

magnetycznej i konduktywności równej zeru. Trójfazowe uzwojenie twornika ma postać nieskończenie cienkiej warstwy prądowej o sinusoidalnym rozłożoniu zwojowym. Uzwojenie to zastępuje się uzwojeniem dwufazowym nieruchomym względem magneśnicy o prostopadłych osiach d i q. Uzwojenie wzbudzenia o rozłożeniu prętowym umieszczone jest w żłobkach wirnika, przy czym pominięto wypieranie prądu w prętach uzwojenia. Pomija się efekty brzegowe związane ze skończoną długością wirnika. Przenikalność magnetyczna i konduktywność materiału wirnika są stałe. Zmienność w czasie wszystkich wielkości elektromagnetycznych jest sinuosidalna.

# 3. Równania pola elektromagnetycznego

Pole elektromagnetyczne w poszczególnych obszarach modelu maszyny przy pominięciu prądu przesunięcia wyznacza się z równań Maxwella [7]

rot	H = J	$div \vec{B} = 0$	B = µH
rot		div E = 0	す. 雅.

(1)

Wielkości wektorowe B, E poszukuje się za pośrednictwem potencjału wektorowego A zdefiniowanego równaniami

$$\vec{B} = rot \vec{A}$$
 div  $\vec{A} = 0$ . (2)

Z równań (1) i (2) wynika zależność

$$\operatorname{rot}(\frac{1}{4}\operatorname{rot}\overline{A}) = -\Im \frac{\partial \overline{A}}{\partial t} = \overline{J}.$$
 (3)

Potencjał wektorowy A oraz gęstość prądu J są wektorami skierowanymi w osi z

$$A_{\gamma}(r,\varphi,t) = A(r,\varphi,t)$$
 or  $Z = J_{\gamma}(r,\varphi,t) = J(r,\varphi,t).$ 

Zakładając, że potencjał wektorowy A oraz gęstość prądu J w równaniu (3) mają czasową zmienność harmoniczną

$$A(r, \varphi, t) = \operatorname{Re} \left\{ \underline{A}_{m}(r, \varphi) \exp(j\omega t) \right\}, \qquad (4)$$
$$J(r, \varphi, t) = \operatorname{Re} \left\{ \underline{J}_{m}(r, \varphi) \exp(j\omega t) \right\}, \qquad (4)$$

równanie (3) po przekształceniach algebraicznych w walcowym układzie współrzędnych przyjmie postać [5]

$$\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left[ \frac{1}{\mu} r \frac{\partial A_m}{\partial r} \right] + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial}{\partial \varphi} \left[ \frac{1}{\mu} \frac{A_m}{\partial \varphi} \right] = -J_m.$$
(5)

Gęstość prądu J<sub>m</sub> w równaniu (5) przyjmuje następujące wartości: a) w obszarze z wymuszonym prądem wzbudzenia J<sub>m</sub> = J<sub>fm</sub>, b) w obszarze o konduktywności 🍞 = 0 J<sub>m</sub> = 0, c) w obszarze o konduktywności 🍸 J<sub>m</sub> = -July

Zaletą równania (5) jest to, że nie występuje w nim czas t, a wektory zespolone charakteryzujące harmoniczne pole elektromagnetyczne są tylko funkcjami współrzędnych punktu pola.

W celu uproszczenia zapisu pominięto w dalszej części pracy indeks m, pamiętając, że przekształcenia dotyczyć będą amplitud wielkości wektorowych.

# 4. Warunki brzegowe

Analizę pola elektromagnetycznego przeprowadzono przy wymuszeniu harmonicznym prędu w uzwojeniach twornika i wzbudzenia.

9

Zastępcze dwufazowe uzwojenie twornika wytwarza okład prędowy w osi d

$$J_{d}^{B}(\varphi,t) = \operatorname{Re}\left\{J_{dm}^{B}\cos(\rho_{b}\varphi)\exp(j\omega t)\right\}$$

oraz w osi q

$$J_q^{\mathfrak{g}}(\boldsymbol{\varphi},t) = \operatorname{Re}\left\{-j \ J_{qm}^{\mathfrak{g}} \sin(p_b \boldsymbol{\varphi}) \exp(j\omega t)\right\}.$$

Amplitudy okładów prądowych w równaniach (6) stosowanie do ortogonalnej transformacji dwuosiowej mają postać [3]:

$$J_{dm}^{S} = \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{\frac{2z_{1}\xi_{1}}{\pi R_{1}}}{\pi R_{1}} I_{d}$$

$$J_{qm}^{s} = \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{2z_{1}\xi_{1}}{3cR_{1}} I_{q}$$

gdzie:

z<sub>1</sub>, L<sub>1</sub> - liczba zwojów jednej fazy trójfazowego uzwojenia twornika i współczynnik uzwojenia twornika,

R. - promień wewnętrzny stojana,

I<sub>d</sub>,I<sub>o</sub> - składowa wzdłużna i poprzeczna prądu twornika, przy czym

$$I_d = I_q = \sqrt{\frac{3}{2}} I_{km}$$

gdzie:

I<sub>km</sub> - wartość maksymalna prądu fazowego twornika.

W celu rozpatrzenia zjawisk zachodzących w osi d zakłada się, że pole elektromagnetyczne jest wytwarzane jednostronnie przez uzwojenie zastępcze twornika w osi d nieruchome względem wirnika bądź przez uzwojenie wzbudzenia o gęstości prądowej

$$J_{f}(t) = \operatorname{Re}\left\{J_{fm}\exp(j\omega t)\right\}.$$
(9)

Przy analizie zjawisk elektromagnetycznych w osi q zakłada się, że pole jest wytwarzane przez zastępcze dwufazowe uzwojenie twornika umieszczone w osi q, nieruchome względem magneśnicy.

Do analizy przyjmuje się obszar modelu maszyny synchronicznej ograniczony krzywą zamkniętą ABCDA (rys. 2).

(6)

(7)

(8)

#### Analiza rozkładu pola magnetycznego...



Rys. 2. Obszar przekroju w badanym modelu maszyny

1 – wirnik, 2 – szczelina powietrzna, 3 – stojan

Fig. 2. Investigated cross section area of the machine model

1 - rotor, 2 - air gap, 3 - stator Modelowi maszyny w osi d odpowiadają warunki brzegowe:

a) przy wzbudzeniu pola od strony twornika

- na brzegu AB  $\frac{\partial A}{\partial n} = 0$
- na brzegu BC  $\frac{1}{H_0} \cdot \frac{\partial A}{\partial n} = q(\varphi)$  (10)
- na brzegu CD i DA A = O,

b) przy wzbudzeniu pola od strony wzbudzenia

- na brzegu AB i BD  $\frac{\partial A}{\partial n} = 0$ - na brzegu CD i DA A = 0. (11)

Natomiast modelowi maszyny w osi ( odpowiadają warunki brzegowe:

-	na	brzegu	AB	1	DA	A	*	0	
	na	brzegu	вс			$\frac{1}{\mu_0} \cdot \frac{\partial A}{\partial n}$	-	q(%)	(12)
-	na	brzegu	CD			an an	-	0.	

Funkcję  $q(\varphi)$  w równaniach (10) i (12) otrzymuje się z warunku, że składowa styczna natężenia pola magnetycznego na powierzchni wewnętrznej stojana jest równa okładowi prądowemu (przy założeniu nieskończenie dużej przenikalności magnetycznej rdzenia stojana).

# 5. Rozwiązanie zagadnienia metodą elementów skończonych

Zadanie rozwiązania równania (5) wewnątrz rozpatrywanego obszaru przy uwzględnieniu warunków brzegowych jest równoważne minimalizacji funkcjonału o postaci [5]

$$\mathcal{F}(\underline{A}) = \iint_{\mathbf{Q}} \left\{ \frac{1}{\mu} \left( \frac{\partial A}{\partial r} \right)^2 + \frac{1}{\mu} \cdot \frac{1}{r} \left( \frac{\partial A}{\partial \varphi} \right)^2 - 2 \Im_{\underline{A}} \right\} r d\varphi dr + \int_{\Gamma} 2q A d\Gamma, \qquad (13)$$

gdzie:

Ω - oznacza obszar płaski ograniczony krzywą zamkniętą,

F - brzeg, na którym obowiązuje warunek brzegowy Neumana.

Minimalizację funkcjonału przeprowadza się metodą elementów skończonych [7, 8]. W tym celu badany obszar dzieli się na elementy segmentowe (rys. 3) o węzłach 1, j, k, l.

11



Rys. 3. Element segmentowy o węzłach i, j, k, l Fig. 3. Segmental element with nodes i, j, k, l

(14)

(18)

Rozkład badanej funkcji <u>A</u> wewnątrz elementu e jest określony poprzez wartości funkcji <u>A</u> w węzłach elementu

$$\underline{A} = N_1\underline{A}_1 + N_1\underline{A}_1 + N_k\underline{A}_k + N_1\underline{A}_1,$$

gdzie funkcje kształtu N mają postać

$$N_{1} = \frac{(r-b)(\mathcal{P}-\beta)}{(b-a)(\beta-\alpha)}, \qquad N_{1} = \frac{(r-b)(\mathcal{P}-\alpha)}{-(b-a)(\beta-\alpha)}, \qquad (15)$$
$$N_{k} = \frac{(r-a)(\mathcal{P}-\beta)}{-(b-a)(\beta-\alpha)}, \qquad N_{1} = \frac{(r-a)(\mathcal{P}-\alpha)}{(b-a)(\beta-\alpha)},$$

gdzie: b, a, c. β pokazano na rys. 3.

Minimalizując funkcjonał (13) względem wartości potencjału wektorowego w węzłach zdyskretyzowanego obszaru  $\Omega$ , zagadnienie wariancyjne sprowadza się do układu równań algebraicznych liniowych:

$$\frac{\partial \mathcal{T}}{\partial [\underline{A}]} = [\underline{H}] [\underline{A}] + [\underline{R}] = 0, \qquad (16)$$

gdzie:

$$\underline{H}_{ij} = \sum_{k=1}^{m} \left\{ \iint \left[ \frac{1}{\mu} \cdot \frac{\partial N_{i}}{\partial r} \cdot \frac{\partial N_{j}}{\partial r} + \frac{1}{\mu} \cdot \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial N_{i}}{\partial \varphi} \cdot \frac{\partial N_{j}}{\partial \varphi} + j \omega \mathcal{J} N_{i} N_{j} \right] r d\varphi dr \right\}$$
(17)

oraz

$$\underline{R}_{i} = \sum_{k=1}^{m} \left\{ \iint_{Q^{0}} \underline{J}_{f} N_{i} r d\varphi dr + \int_{\Gamma} \underline{q} N_{i} d\Gamma \right\},$$

$$\Gamma^{0}$$

przy czym:

- m liczba elementów zdyskretyzowanego obszaru,
- Ω<sup>θ</sup> pole powierzchni e-tego elementu,
- F<sup>e</sup> brzeg elementu e, na którym obowiązuje warunek brzegowy Neumana,
- N<sub>1</sub>, N<sub>1</sub> funkcje kształtu elementów.

Macierze [H], [A] i [R] są zespolone, wobec czego można napisać:

$$\left[\left[\overline{H}\right] + j\left[\overline{\overline{H}}\right]\right] \left[\left[\overline{A}\right] + j\left[\overline{\overline{A}}\right]\right] = -\left[\left[\overline{R}\right] + j\left[\overline{R}\right]\right].$$

Otrzymuje się wtedy układ dwóch równań macierzowych rzeczywistych równocześnie spełnionych zapisanych w postaci macierzowej:

[ [Ħ]	-[=]	[]	
-[Ħ]	-[Ħ]	[[ā]] "	-[ <del>¯</del> ¯]]

Układ równań pozostaje nadal symetryczny, jednak nie jest dodatnio określony [2], co może mieć znaczenie przy obliczeniach na EMC.

## 6. Obliczenia numeryczne

Obliczenia numeryczne wykonano dla turbogeneratora typu TWW-200-2 o danych:  $P_n = 200 \text{ MW}$ ,  $U_n = 15,75 \text{ kV}$ ,  $I_n = 8625 \text{ A}$ ,  $n_n = 3000 \text{ obr/min}$ ,  $f_n = 50 \text{ Hz}$ .



Rys. 4. Dyskretyzacja obszaru modelu

Fig. 4. Discretization of the model area

Zadanie wyznaczenia potancjału wektorowego  $[A] = \begin{bmatrix} A_1, A_2, \dots, A_n, A_{n+1}, \dots, A_{2n} \end{bmatrix}^T$ , przy czym n oznacza liczbę węzłów podziału sprowadza się do rozwiązania układu równań algebraicznych liniowych o niewiadomych w węzłach poszczególnych elementów segmentowych. Badany obszar (rys. 4) podzielono na 378 elementów o 420 węzłach. Otrzymany układ równań o 840 niewiadonych rozwiązano na EMC ODRA-1305 metodą eliminacji Gaussa [2], wykorzystując pasmowy rozkład macierzy współczynników.

Na podstawie wyznaczonego w ten sposób rozkładu potencjału wektorowego obliczono rozkłady indukcji magnetycznej.

(19)

Wykorzystując zależności (14) oraz (15), składową promieniową indukcji

$$r = \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial A}{\partial \varphi'}$$
(21)

określa równanie

B

$$\underline{B}_{r} = \frac{1}{r} \cdot \frac{1}{(b-a)(p-a)} \left\{ (r-b)(\underline{A}_{1}-\underline{A}_{1}) - (r-a)(\underline{A}_{k}-\underline{A}_{1}) \right\}$$
(22)

Rozkład składowej promieniowej indukcji B<sub>r</sub> w danym elemencie segmentowym (rys. 3) jest określony z dokładnością do promienia r. Stanowi to zaletę stosowania tego typu elementów w porównaniu z elementami trójkątnymi, gdzie indukcja magnetyczna w danym elemencie ma wartość stałą. Rzeczywisty rozkład indukcji magnetycznej wyznacza się z zależności:

$$B_{r}(r,\varphi,t) = \operatorname{Re}\left\{\underline{B}_{r}\exp(j\omega t)\right\} = \operatorname{Re}\left\{\left(\overline{B}_{r}+j\overline{B}_{r}\right)\exp(j\omega t)\right\}.$$
(23)

Rozkład pola elektromagnetycznego wytworzony przez trójfazowa uzwojenie twornika, przy założeniu liniowości obwodu magnetycznego, oblicza się metodą superpozycji jako wynik działania zastępczego dwufazowego uzwojenia twornika w osi d i w osi q.



Rys. 5. Rozkład składowej promieniowej indunkcji na przyszczelinowej powierzchni wirnika dla modelu maszyny o wirniku gładkim przy wymuszeniu harmonicznym prądu w uzwojeniu twornika

Fig. 5. Radial component distribution of the .lux density on the air gap sided rotor surface in the machine model with a smooth rotor - at harmonic constraint of armature current Na rys. 5 przedstawiono rozkład składowej promieniowej indukcji na powierzchni gładkiego wirnika turbogeneratora wyznaczony przy zastosowaniu metody elementów skończonych i obliczony metodą analityczną [3] przy wymuszeniu prądu o częstotliwości f = 0,5 Hz w uzwojeniu twornika. Rozbieżność między wynikami uzyskanymi obu tymi metodami przy tych samych założeniach upraszczających jest znikoma.

Na rys. 6 i 7 przedstawiono rozkład składowej promieniowej indukcji na powierzchni zewnętrznej wirnika dla modelu maszyny o wirniku z klinami duraluminiowymi umieszczonymi w żłobkach wirnika. Oblicze-

#### Analiza rozkładu pola magnetycznego...

nia wykonano przy wymuszeniu prędu o częstotliwości f = 0 w uzwojeniu twornika, przy wzdłużnym (rys. 6a) i poprzecznym (rys. 6b) ustawieniu osi magneśnicy względem przepływu twornika oraz przy wymuszeniu prędu o częstotliwości f = 0 i f = 0,05 Hz w uzwojeniu wzbudzenia (rys. 7).





Rys. 6. Rozkład składowej promieniowej indukcji na przyszczelinowej powierzchni wirnika dla modelu maszyny o wirniku z klinami żłobkowymi przy wymuszeniu harmonicznym prądu w uzwojeniu twornika

a) przy wzdłużnym ustawieniu osi magneśnicy względem przepływu twornika, b) przy ustawieniu poprzecznym

Fig. 5. Radial component distribution of the flux density on the air gap sided rotor surface in the machine model with slotted rotor - at harmonic impressing of armature current

a) with armature total current acting correspondingly in the direct axis of the rotor, b) in the quadrature axis



Rys. 7. Rozkład składowej promieniowej indukcji na przyszczelinowej powierzchni wirnika dla modelu maszyny o wirniku z klinami żłobkowymi przy wymuszeniu harmonicznym prądu w uzwojeniu wzbudzenia

Fig. 7. Redial component distribution of the flux density on the air gap sided rotor surface in the machine model with slotted rotor - at harmonic impressing of excitation winding current

#### 7. Wnioski

Metoda elementów ekończonych przedstawiona w pracy pozwala wyznaczyć rozkład pola elektromagnetycznego w trubogeneratorze dużej mocy z uwzględnieniem etruktury wirnika bardzo zbliżonej do rzeczywistości.

Wyznaczony rozkład potencjału wektorowego oraz indukcji magnetycznej w obszarze zajętym przez uzwojenie twornika i wzbudzenia stanowi podstawę do obliczeń strumieni sprzężonych z tymi uzwojeniami, a w konsekwencji do wyznaczenia podstawowych parametrów elektromagnetycznych turbogeneratora.

Otrzymano dużą zbieżność wyników uzyskanych metodę analitycznę i przy zastosowaniu metody elementów skończonych.

### LITERATURA

- Adamiak K.: Zastosowanie równań źle uwarunkowanych do rozwiązywania zagadnień analizy i syntezy pola elektromagnetycznego. Zeszyty Naukowe Pol. Świętokrzyskiej, Elektryka, No 11, 1933.
- [2] Dahlquist G., Björek A.: Metody numeryczne. PWN, Warszawa 1983.
- Paszek W.: Stany nieustalone maszyn elektrycznych prądu przemiennego. WNT, Warszawa 1986.
- [4] Silvester P., Chari M.V.K.: Finite element solution of saturable magnetic field problems. IEEE Transactions on PAS, Vol. PAS-89, No 7, 1970, ss. 1642-1651.

16

- [5] Staszak J.: Analiza rozkładu pola magnetycznego w szczelinie maszyny synchronicznej metodą numeryczną. Zeszyty Naukowe Politechniki Świętokrzyskiej, Elektryka, No 13, 1983, ss. 111-117.
- [6] Staszewski P.: Numeryczna metoda rozwiązywania nieliniowego obwodu magnetycznego maszyny elektrycznej. Rozpr. Elektrot. t. XXV, No 2, 1979, ss. 369-384.
- [7] Turowski J.: Obliczenia elektromagnetyczne maszyn i urządzeń elektrycznych. WNT, Warszawa 1982.
- 8 Zienkiewicz O.C.: Metoda elementów skończonych. Arkady, Warszawa 1972.

Recenzent: prof. dr hab, inż. Kazimierz Zakrzewski

Wpłynęło do redakcji dnia 10 września 1987 r.

# АНАЛИЗ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ В ТУРВОГЕНЕРАТОРЕ ПРИ ГАРМОНИЧЕСКОМ ВЫНУЖДЕННОМ ТЕЧЕНИИ ТОКА -ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

#### Резрые

Распределение радиальной составляющей магнитной индукции на внутренной поверхности статора вблизи воздушного зазора при гармоническом вынужденном течении полного тока обмотки якоря либо обмотки возбуждения зависит от частоты тока. Из семейства этих распределений поля можно вывести частотние характеристики основных трансмитансов малины описывицих её электромагнитные свойства. Для определения распределения злектромагнитного поля в турбогенераторе с учётом реальной структуры ротора применен метод конечных элементов. Численный анализ двухмерного электромагнитного поля проведен в цялиндрической системе координат при разделении на сегментные элементы испытываемой области поперечного сечения модели малины. Расчёты проведены для турбогенератора молностью в 200 МВТ при гармоническом вынужденном течении тока в замещаемой обмотке якоря неподвижной относительно ротора или в обмотке возбуждения. Для особенного случая модели малины с гладким ротором сравнены распределения поля полученные методом конечных элементов с аналитическим релением и получено королое совпадение. ANALYSIS OF MAGNETIC FIELD DISTRIBUTION IN A TURBO-GENERATOR AT HARMONIC CURRENT IMPRESSING - APPLICATION OF THE FINITE ELEMENT METHOD

#### Summary

The distribution of the radial component of the magnetic flux density on the gir gap sided internal stator surface at harmonic impressing of the current either in armature or in excitation winding depends on the current frequency. From the distribution series the frequency characteristics of the transmittances describing the basic electromagnetic properties of the machine can be derived. For computation of the electromagnetic field distribution with regard to the rotor structure close to the real one the finite element method has been applied.

Numerical analysis of the field two - dimensional distribution has been carried out in cylindrical coordinates by dividing the investigated machine cross section into segmental elements. The field calculations has been carried out for a 200 MW turbogenerator at harmonic impressing of the current either in the equivalent armature winding stationary in relation to the rotor or in the excitation winding. For the special case of a smooth rotor machine the comparison of results calculated numerically by the finite element method with the results obtained analytically has been made having achieved a good conformity.