

Stefan GOSZCZYŃSKI
POLITECHNIKA ŚWIĘTOKRZYSKA
KIELCE

ZARYSOWANIE BELEK ŻELBETOWYCH

Streszczenie. W raporcie przedstawiono syntezę cytowanych publikacji i materiałów źródłowych poświęconych problematyce rys w zginanych belkach żelbetowych. Porównanie modeli teoretycznych z wy-cinkowymi rezultatami badań doświadczalnych ilustrującymi rzeczywisty przebieg zjawiska, pozwoliło sformułować szereg wniosków mogących mieć znaczenie w ukierunkowywaniu prac badawczych. Znaczący wkład nauki polskiej zaznacza się szczególnie w zakresie opracowań teoretycznych obejmujących zarówno opisy deterministyczne, jak i probabilistyczne stanu zarysowania.

1. WSTĘP

Występowanie rys jest nierozzerwalnie związane z pracą konstrukcji żelbetowych, gdyż jest naturalną odpowiedzią materiału na wywołany w nim stan odkształcenia. Tak długo, jak stosowano stal zbrojeniową o niskiej granicy plastyczności, rysy pojawiające się w prawidłowo wykonanych konstrukcjach nie stanowiły dla nich zagrożenia: występowały sporadycznie i miały niewielkie rozwarcie. Daleko posunięty proces zarysowania występował jedynie w tych przypadkach, gdy praca konstrukcji znacznie odbiegała od przewidywanej i był sygnałem o zagrożeniu konstrukcji. Specyficzny dla każdej sytuacji rozkład rys stanowił informację o przyczynach, które do niej doprowadzały. Również i dzisiaj jest on doskonałym źródłem informacji o pracy konstrukcji.

Nic też dziwnego, że zagadnieniu morfologii rys poświęca się ciągle dużo uwagi [5], [9], [15], [18], [19], [21], [22]. Prace poświęcone temu zagadnieniu zawierają najczęściej opisy związków przyczynowo-skutkowych.

Stosowanie w konstrukcjach żelbetowych stali o wyższych granicach plastyczności pociągnęło za sobą uwypuklenie problematyki związanej ze stanami granicznymi użytkowania - zarysowaniem konstrukcji i jej przemieszczeniami. Stan zarysowania jest szczególnie ważny, gdyż w znacznej mierze od niego zależy trwałość konstrukcji. Skomplikowany stan naprężeń i odkształceń, niejednorodność materiałów, zjawiska reologiczne i zmęczeniowe, jakie towarzyszą procesowi tworzenia się rys, powodują, że dotychczasowe

opisy tych zjawisk nie są zadowalające, szczególnie z praktycznego punktu widzenia i pozostają nadal w sferze zainteresowań badaczy żelbetu.

Stan zarysowania konstrukcji jest najczęściej charakteryzowany trzema wielkościami: momentem rysującym, odległością między rysami i ich rozwarciem. Czwarta wielkość - długość (wysokość) rysy ma mniejsze znaczenie praktyczne i zagadnieniu temu poświęcono mało uwagi [20], [48].

Przebieg procesu i stan zarysowania zależy od wielu czynników: momentu zginającego, historii dotychczasowych obciążeń i oddziaływań, pełzania i skurczu betonu, zmian temperatury, geometrii przekroju, dyspersji i rodzaju zbrojenia, jakości i wytrzymałości betonu, jego składu, pielęgnacji i dojrzałości itp. Czynnikiem najsilniej wpływającym jest moment zginający w badanym przekroju przez rysę. Można to zapisać symbolicznie:

$$r = fr(M, \dots) \quad (1)$$

$$x = fx(M, \dots) \quad (2)$$

gdzie:

r - rozwarcie rysy,

x - odległość między rysami,

M - moment zginający w przekroju przez rysę,

fr, fx - odpowiednie wieloparametrowe funkcje wielu zmiennych.

Moment rysujący M_r jest definiowany jako moment zginający, przy którym w elemencie powstaje pierwsza rysa. Łatwo można stwierdzić, że jest on szczególną własnością zarówno funkcji (1), jak i (2), gdyż mamy:

$$M < M_r \Rightarrow \begin{cases} r = fr(M, \dots) = 0 \\ x = fx(M, \dots) \geq L. \end{cases} \quad (3)$$

gdzie:

L - oznacza długość elementu.

Istnieje również powiązanie odległości między rysami z ich rozwarciem, co jest prostą konsekwencją zależności obu tych funkcji od tych samych czynników. W drodze rugowania jakiegoś czynnika z równania (1) przez odpowiednią zależność uzyskaną z równania (2) otrzymamy:

$$r = fr(M, x, \dots) \quad (4)$$

Równania o tej postaci są najczęściej spotykane w literaturze.

Większość autorów traktuje procesy powyższe w sposób deterministyczny, używając do ich opisu wartości średnich lub bliżej niesprecyzowanych w

sensie poziomu ufności, wielkości ekstremalnych: rozwarcia rys, ich odległości i momentu rysującego. Po wprowadzeniu metod wymiarowania, opartych na stanach granicznych, ta forma opisu stała się niewystarczająca. Wymóg uzyskania charakterystyk probabilistycznych wielkości określających stan zarysowania, zmusza do przedstawienia funkcji (1) i (2) w postaci funkcji losowych:

$$g_r(r) = \bar{\Phi}_r(M, \dots), \quad (5)$$

$$g_x(x) = \bar{\Phi}_x(M, \dots). \quad (6)$$

a momentu rysującego jako zmiennej losowej:

$$g_M(M_r) \quad (7)$$

gdzie:

g - funkcja gęstości,

$\bar{\Phi}$ - funkcje losowe.

Wielkość dopuszczalnego rozwarcia rys r_{\max} , w tym także $r_{\max} = 0$, wynika albo z warunków zagrożenia korozyjnego, albo z innych wymogów stawianych konstrukcji, np. estetyki powierzchni, podatności warstw izolacyjnych układanych na konstrukcji itp. Panuje pogląd, że rozwarcie rys do 0,1 mm nie zagraża przyspieszoną korozją ze względu na praktyczny brak wymiany gazowej w szczelinie. W normalnych warunkach pracy konstrukcji nie narażonej na opady atmosferyczne nawet rozwarcia rzędu 0,3 mm są uznawane za bezpieczne [58]. Niektóre zalecenia zagraniczne są jeszcze bardziej tolerancyjne, dopuszczają rozwarcia rys do 0,5 mm. Stopień zagrożenia korozyjnego, od którego zależy dopuszczalne rozwarcie rysy, jest związany ze stopniem i rodzajami zanieczyszczenia atmosfery, a tym samym będzie zależał od lokalizacji obiektu. Brak jest szerszych badań w tym zakresie, a przydatność wyników badań obcych jest w tej sytuacji problematyczna.

Rozwarcie rys jest wielkością losową i w ujęciu stanów granicznych dopuszczalne rozwarcie rysy jest kwantylem na poziomie β :

$$P(r > r_{\max}) = \beta \quad (8)$$

gdzie prawdopodobieństwo β tego zdarzenia jest ustalone arbitralnie a priori i powinno być funkcją przeznaczenia i trwałości obiektu. Zalecana przez ISO i akceptowana przez polską normalizację wielkość prawdopodobieństwa wynosi 5%.

Charakterystyka probabilistyczna rozwarcia rys wywołanego ustalonym momentem jest zbliżona do rozkładu normalnego [39] lub logarytmnormalnego

[29] , [31] , [32] , [36] . Uzyskane z wycinkowych badań statystycznych parametry tych rozkładów nie mogą być uogólnione, a tym samym istnieje potrzeba przeprowadzenia tego typu analiz. Badania belek i płyt żelbetowych prowadzone były w wielu ośrodkach naukowych. Istnieje więc bardzo obszerny zbiór wyników badań doświadczalnych, dostatecznych, jak sądzę, do rozwiązania tego zagadnienia. Znajomość charakterystyki probabilistycznej rozwarcia rys, empirycznej lub teoretycznej funkcji losowej, ma bowiem zasadnicze znaczenie dla precyzyjnego oszacowania bezpieczeństwa stanu granicznego sarysowania i może stać się źródłem efektów ekonomicznych.

2. RYSY W BETONIE

W betonie od początku istnieją pory i mikrorysy rozłożone chaotycznie w całej objętości elementu. Mikrorysy przebiegają albo po powierzchni kruszywa lub stali, albo przez stwardniały zaczyn cementowy między ziarnami kruszywa. Są one efektem zmian objętościowych zaczynu wywołanych hydratacją cementu. Pory natomiast pochodzą przede wszystkim z usunięcia nadmiaru wody zarobowej. Koncentrację mikrorys przy powierzchniach wypełniaczy wyjaśnia Bascoul [2] innym przebiegiem krystalizacji w tym otoczeniu dającym efekt tzw. aureoli (warstwa stykowa). Oddziaływania zewnętrzne na element (naprężenia, odkształcenia, zmiany wilgotności) wpływają aktywnie na ten stan, tak że poszczególne mikrorysy mogą się zmieniać co do wielkości, łączyć się lub zamykać. Mechanizm ten jako podstawowy w teorii betonu jest przedmiotem zainteresowania wielu badaczy zarówno od strony eksperymentalnej, jak i teoretycznej.

Technika badań doświadczalnych jest bardzo różnorodna i ciągle udoskonalana. Stosuje się tu metody radiologiczne (Robinson, Slate-Olsofski), mikroskopię optyczną (Dhir, Sengha), ultradźwięki (Bamberger, Canard, Marigo, Hoła i Moczko) [40] , pomiary emisji akustycznej (Kelly, Schlamp, Mazars, Mielnik) [54] .

W analizie teoretycznej używa się teorii mikroszczelin (defektów) i to zarówno w sensie rozwiązań analitycznych, jak i numerycznych [52] , [53] , przy wykorzystaniu różnorodnych modeli opisu zjawiska (Griffith, Lino, Bamberger, Mazars [53] i inni). Dokładność tego typu opisu zależy z jednej strony od samego modelu, a z drugiej od wartości parametrów determinujących dany model wyznaczanych na drodze eksperymentalnej.

Wyniki tych badań nie dają jeszcze rezultatów przydatnych do praktyki inżynierskiej, ale umożliwiają wyciągnięcie pewnych wniosków jakościowych, które mogą być wykorzystane przy budowie modeli fenomenologicznych. Jednym z ważniejszych wniosków jest stwierdzenie, że rysy tworzą się prostopadle do kierunku naprężeń (odkształceń) głównych. Zostało to potwierdzone w badaniach eksperymentalnych Goto [38] .

Drugim wnioskiem jest istnienie warunku wyrażonego w naprężeniach lub odkształceniach średnich, przy których następuje utrata równowagi w przekroju i rysa w elemencie betonowym staje się rysą niszczącą [23]. Znany fakt raptownego powstawania rys w strefie rozciąganej belek żelbetowych uzasadniali na innej drodze Łempicki i Kotłęga [51]. Przez pojęcie rysy rozumie się więc szczelinę sięgającą powierzchni elementu i przecinającą całkowicie lub w znacznej części strefę rozciąganą elementów żelbetowych.

3. MODELE FENOMENOLOGICZNE

Równoległe do badań podstawowych biegły poszukiwania najwłaściwszego ujęcia fenomenologicznego. Opisy tego typu wykorzystują modele pracy przekroju żelbetowego konstruowane na bazie uproszczonych zależności $\sigma - \epsilon$ dla betonu i stali w jednoosiowym stanie naprężenia oraz warunki równowagi i określone hipotezy dotyczące stanu odkształcenia.

Modele takie zawierają parametry bądź nawet funkcje wyznaczane na drodze eksperymentalnej. Poszczególne ujęcia problemu różnią się wprowadzonymi uproszczeniami i ilością parametrów uznawanych za istotne. Odzwierciedlają one na ogół prawidłowości stwierdzone doświadczalnie, które według np. Wrześniowskiego [68], [69] są następujące:

- odstęp rys są tym większe, im większa jest średnica wkładek, grubsza otulina, niższy procent zbrojenia i mniejsza przyczepność stali do betonu,
- rozwarcie rys jest tym większe, im większy jest odstęp rys i większe naprężenia w stali,
- naprężenia rysujące są tym większe, im większa jest wytrzymałość betonu,
- strzemiona i wkładki rozdzielcze wprowadzają zaburzenia w prawidłowości rozstawu rys.

Powszechnie przyjmowane jest prawo płaskich przekrojów Bernoullie'go i to zarówno w przekroju z rysą, jak i w przekroju niezarysowanym. Prawo to, chociaż kwestionowane, zdaniem Bukowskiego nie zostało dotychczas poważniej podważone [10], [42].

4. MOMENT RYSUJĄCY

Moment rysujący wyznacza się wykorzystując tradycyjny model fazy I^b przy założeniu zgodności odkształceń betonu i stali na styku tych materiałów. Wykorzystując równania równowagi mamy:

$$\int_{-v'}^v b \sigma_b(\epsilon) dz + \sum_1^n F_{ai} \sigma_{ai}(\epsilon_{ai}) = 0, \quad (9)$$

$$M_r = \int_{-v}^v bz \sigma_b(\varepsilon) dz + \sum_1 z_{a1} P_{a1} \sigma_{a1}(\varepsilon_{a1}) \quad (10)$$

przy czym zgodnie z prawem płaskich przekrojów przyjmuje się:

$$\varepsilon = z \cdot \rho . \quad (11)$$

Przy wyznaczaniu momentu rysującego korzysta się z odkształceniowego warunku zniszczenia:

$$\varepsilon_d = v' \rho_v = \varepsilon_{brn} \quad (12)$$

przy którym zachodzi:

$$\sigma(-\varepsilon_{brn}) = R_{br} \quad (13)$$

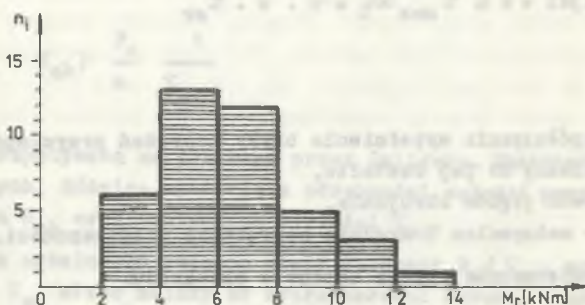
Wzory podane przez autorów [47], [50], [51], [56], [62] różnią się

- Wzory podane przez autorów [47], [50], [51], [56], [62] różnią się przede wszystkim kształtem funkcji przyjmowanych dla strefy ściskanej i rozciąganej betonu. Mamy tu szeroki wachlarz modeli, od sprężystego, poprzez sprężysto-plastyczny, nieliniowy, aż do sztywno-plastycznego. Również wartość ε_{brn} jest przyjmowana różnie. Odkształcenia niszczące $\varepsilon_{brn} = (1,0 + 1,5) \cdot 10^{-4}$ traktowane są jako bezpieczne. Tym niemniej, w badaniach [11], [17], [27], [28] stwierdzono, że mogą one być kilkakrotnie większe i zależą w sposób wyraźny od dyspersji zbrojenia. Zjawisko to uwzględniane jest między innymi przez Muraszewa i PN.
- Stany dystorsyjne wywołane skurczem betonu ε_s analizowane przez Ulickiego [67], Kamyno i Piątka [44], Szulczyńskiego [62], Dąbrowskiego [12] dają wstępne wydłużenie betonu, które w ujęciu PN prowadzi do następującego warunku powstania rysy:

$$\varepsilon_d = \varepsilon_{brn} - \varepsilon_s \quad (14)$$

Wielkościami na najsilniej wpływającymi na losowy rozrzut momentu rysującego są oczywiście wytrzymałość betonu na rozciąganie i wielkość wydłużenia niszczonego ϵ_{brn} . Nie bez znaczenia są także: rodzaj kruszywa [17], [25], [29], [30], warunki dojrzewania [21], [25], [29], [30] i pełzania betonu [6], [24], które wywierają pewien wpływ na obserwowane wielkości momentów rysujących.

Rys. 1 przedstawia histogram momentów rysujących zaobserwowanych na jednodetrowych odcinkach działania stałego momentu w trakcie badań dwudziestu technicznie takich samych belek żelbetowych. Rozkład ten charakteryzuje się wartością przeciętną $M_r = 6,45$ kNm i współczynnikiem zmienności $\nu = 0,380$.



Rys. 1. Histogram momentów rysujących

Fig. 1. Histogram of Cracking Moments

Analizowane belki różniły się tylko rodzajem kruszywa i cementu oraz sposobem dojrzewania, a więc wpływami drugorzędnymi, pomijanymi w opracowaniach teoretycznych.

Z danych zaczerpniętych z [29] otrzymano dla tego zbioru: średnią wytrzymałość betonu na rozciąganie $\bar{R}_{br} = 3,327$ MPa i współczynnik zmienności $\nu = 0,182$.

Przedstawione dane liczbowe, chociaż tylko wycinkowe, pozwalają zorientować się, co kryje się pod pojęciem momentu rysującego i na ile przydatne jest deterministyczne oszacowanie tej wielkości.

5. ROZSTĘP RYS

Odległość między rysami zależy przede wszystkim od przyczepności betonu do stali. Wyznaczana jest jako minimalna odległość miejsca potencjalnego utworzenia się nowej rysy od istniejącego przekroju zarysowanego.

Jako kryterium powstania rysy przyjmuje się wystąpienie w betonie naprężeń równych jego wytrzymałości na rozciąganie, rozłożonych na dosta-

tecnie dużej powierzchni. Odpowiada to wystąpieniu w strefie rozciąganej siły krytycznej Z_b powodującej powstanie rysy. Rozkład naprężeń przyczepności $\tau(l)$ jest funkcją odległości l od rysy. Warunek równowagi dla wy-cinka strefy rozciąganej (rys. 2) wyraża się równaniem:

$$Z_b = \sigma_a F_a - \sigma_{ab}(x) F_a = \int_0^x u \tau(l) dl = F_{br}^* R_{br} \quad (15)$$

Całkę z tego wzoru można zapisać w następujący sposób:

$$\int_0^x u \tau(l) dl = x u \tau_{\max} \omega_{\tau} = x \cdot u \cdot \tau_{sr} \quad (16)$$

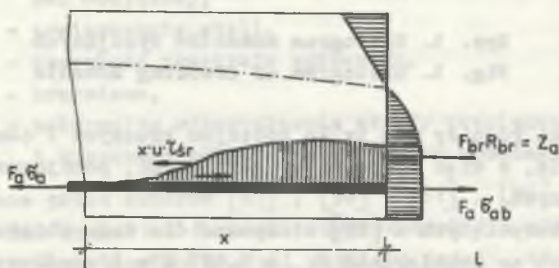
gdzie:

$\omega_{\tau} \leq 1$ - współczynnik wypełnienia bryły naprężeń przyczepności zależny od jej kształtu,

u - obwód prętów zbrojenia,

τ_{\max}, τ_{sr} - maksymalne i średnie naprężenia przyczepności,

F_{br}^* - powierzchnia czynna betonu w przekroju.



Rys. 2. Rozkład sił w otoczeniu rysy

Fig. 2. Distribution of forces in crack surroundings

Badania dotyczące rozkładu naprężeń przyczepności [28], [56], [61], [63], [64], [65], [66], [41], były prowadzone przede wszystkim na prętach rozciąganych [4], [45], [46], a rzadziej na elementach zginanych. Rozkład naprężeń przyczepności wzdłuż pręta wyznaczono wykorzystując pomiar jego odkształceń wzdłuż długości. Badania te, między innymi, wykazały występowanie poślizgu stali w otoczeniu przyłożonej siły już przy bardzo małych naprężeniach. Po zerwaniu przyczepności na całej długości pręta występuje jeszcze oddziaływanie tarcia [27], które także może być uważane za siłę przyczepności.

Trudności wymodelowania w próbkach rzeczywistej pracy wkładek doprowadziły do różnorodnych funkcji opisujących rozkład przyczepności. Przykładowo podano niektóre z nich:

Saliger [60] - sinusoida,
 Godycki - Ćwirko [28] - parabola,
 Bohmer, Waslund [43] - liniowy,
 Saillard [59] - prostokątny.

Dlatego też najczęściej spotykamy się z uproszczonym zapisem wykorzystującym naprężenia średnie τ_{sr} wyznaczone na drodze doświadczalnej.

Uzależniając odległość między rysami od naprężeń w stali otrzymamy ze wzoru (15):

$$x = (\sigma_a - \sigma_{ab}) \frac{P_a}{u} \frac{1}{\tau_{sr}} \quad (17)$$

zależność wykorzystywaną na przykład przez Saligera, Muraszewa, Gaillarda, Rychnera i innych. Różnice wynikają z odrębności założeń przyjmowanych dla wyznaczenia σ_{ab} oraz odmiennych wartości τ_{sr} .

Ponieważ dla ustalonego rodzaju stali stosunek R_b / τ_{sr} , czy też jak u Muraszewa R_{br} / τ_{sr} słabo zależy od wytrzymałości betonu, część badaczy szukała odległości między rysami na drodze empirycznej, jako funkcji korelacyjnej między x i d/μ . Między innymi Borges i Lima podali zależność:

$$x = 5 + K_1 d/\mu \quad (18)$$

przekształconą później przez Beeby, Welch, Janju wg [28] do postaci:

$$x = K_2 a_r + K_1 d/\mu \quad (19)$$

gdzie:

a_r - grubość otuliny zbrojenia.

Wpływ przyczepności uwzględniany jest w wartościach K_1 zależnych od rodzaju stali.

Bazując na stanie naprężenia w betonie sformułowali swoje teorie Brice [8] i Dessay [13] :

$$x = \frac{F_{br}}{u} \frac{R_{br}}{\tau_{sr}} = K_3 \frac{F_{br}^*}{u} \quad (20)$$

a uwzględniając, że na odcinku x istnieje obszar o długości K_4 , gdzie naprężenia przyczepności są pomijalnie małe i rzeczywista odległość między rysami będzie większa o tę wielkość, otrzymali ostatecznie:

$$x = K_4 + K_3 \frac{R_{br}^*}{u} \quad (21)$$

Wielkość powierzchni czynnej betonu F_{br}^* uzależniona została od kształtu strefy rozciąganej i rozkładu zbrojenia w przekroju.

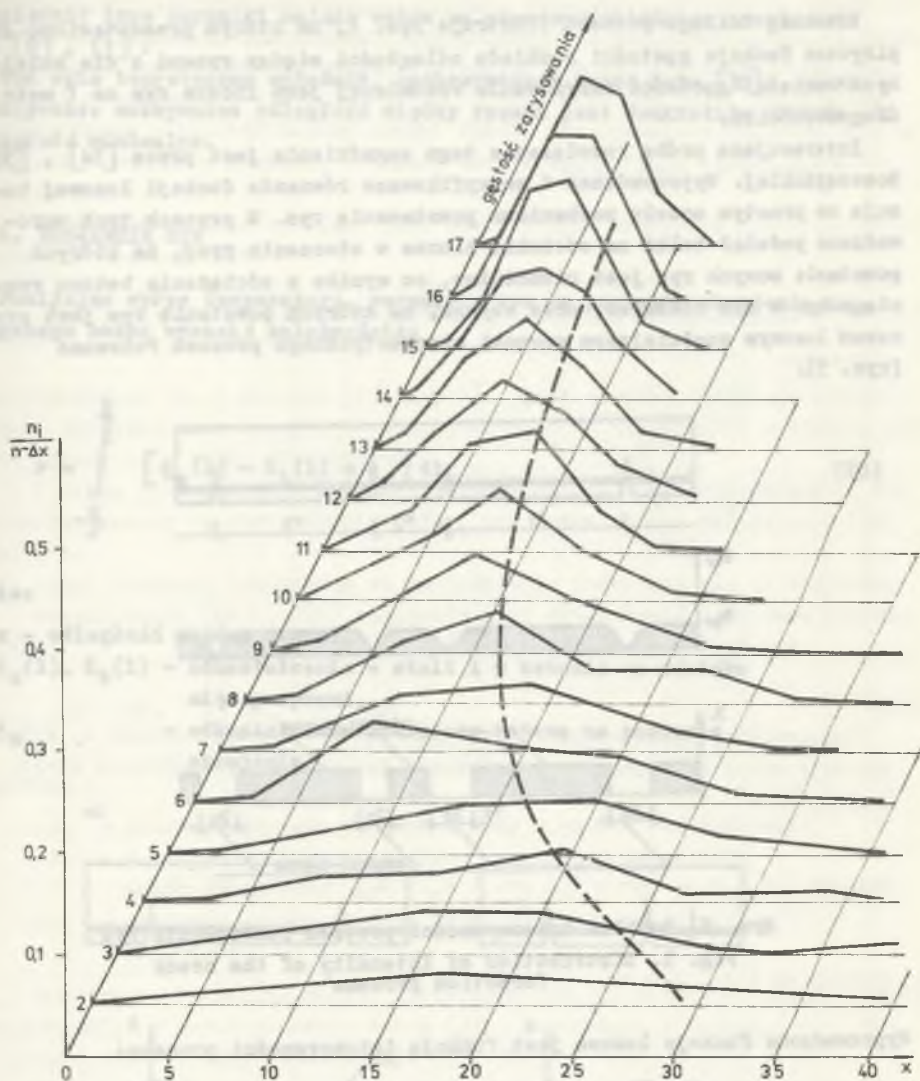
Deterministycznie określone kryteria powstawania rys prowadzą do takiego opisu zarysowania, w którym wszystkie rysy powstają jednocześnie na całym odcinku belki, gdzie moment osiągnął wielkość momentu rysującego. Stoi to w sprzeczności z doświadczeniem, gdyż proces zarysowania przebiega stopniowo wraz ze wzrostem obciążenia czy upływu czasu [29] - jak pokazuje to rys. 3 - zdarza się, że nowe rysy powstają jeszcze przy obciążeniach bliskich niszczącym.

	38										13	
	34		4,7	8,4		7,8	7,1			3	11,9	13
	30	6,1										10
	26											9
	22											9
	18											9
	300											9
	180											9
	120											9
	60											9
	28											9
	14					6,8	14,3					9
	3											8
	1		10,8	13,1	8	14,9			14,9	9,4		8
	14	6,3		46,8				21,1		25,8	1,5	3
	12											0
	10											0
	8											0
	6											0
	4					100,0						0

Rys. 3. Rysy w belce

Fig. 3. Cracks in a beam

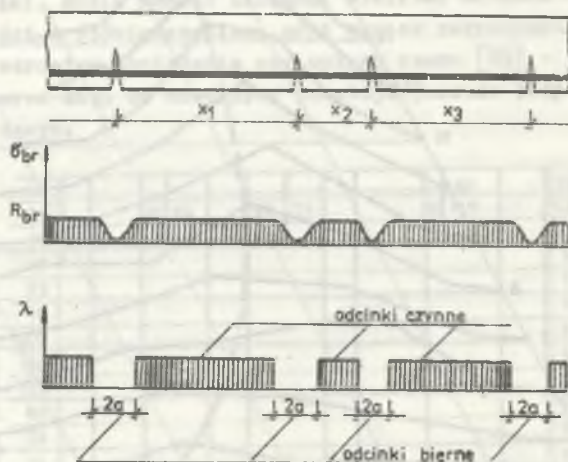
Na fakt ten zwrócił uwagę Eimer [16]: "Uwzględniając, że wytrzymałość R_{br} jest funkcją przypadkową położenia przekroju, z drugiej strony - iż obciążenie betonu jest funkcją odległości od rysy, a więc powstanie rysy w danym przekroju zależy od usytuowania rysy poprzednich, widzimy, że zjawisko to stanowi proces stochastyczny o skomplikowanym równaniu funkcyjnym ...".



Rys. 4. Empiryczny proces powstawania rys
Fig. 4. Empirical process of crack formation

Przebieg takiego procesu ilustruje rys. 4, na którym przedstawiono empiryczne funkcje gęstości rozkładu odległości między rysami x dla kolejnych wartości gęstości zarysowania rozumianej jako liczba rys na 1 metr długości belki.

Interesującą próbą rozwiązania tego zagadnienia jest praca [34], [35] Goszczyńskiej. Wyprowadzone i zweryfikowane równania funkcji losowej bazują na prostym modelu mechanizmu powstawania rys. W pracach tych wprowadzono podział belki na odcinki: bierne w otoczeniu rysy, na których powstanie nowych rys jest niemożliwe, co wynika z odciążenia betonu rozciąganego w tym obszarze, oraz czynne, na których powstanie rys jest procesem losowym spełniającym warunki stochastycznego procesu Poissona (rys. 5).



Rys. 5. Rozkład intensywności procesu powstawania rys

Fig. 5. Distribution of intensity of the crack formation process

Wprowadzona funkcja losowa jest funkcją intensywności procesu:

$$\lambda = \lim_{\Delta l \rightarrow 0} \frac{P_1}{\Delta l} \quad (22)$$

gdzie:

P_1 - prawdopodobieństwo powstania rysy w określonym przekroju belki.

Intensywność procesu, określona w kategoriach probalistycznych, jest zależna przede wszystkim od wielkości momentu zginającego, ale może również

uwzględnić inne czynniki mające wpływ na prawdopodobieństwo powstawania rys [9], [1].

Ten opis teoretyczny wyjaśnił, zaobserwowane przez Goto [38], prawo empiryczne: maksymalna odległość między rysami jest dwukrotnie większa niż odległość minimalna.

6. ROZWARCIE RYS

Pomijając wpływ temperatury, rozwarcie rys na poziomie zbrojenia rozciąganego można wyrazić zależnością:

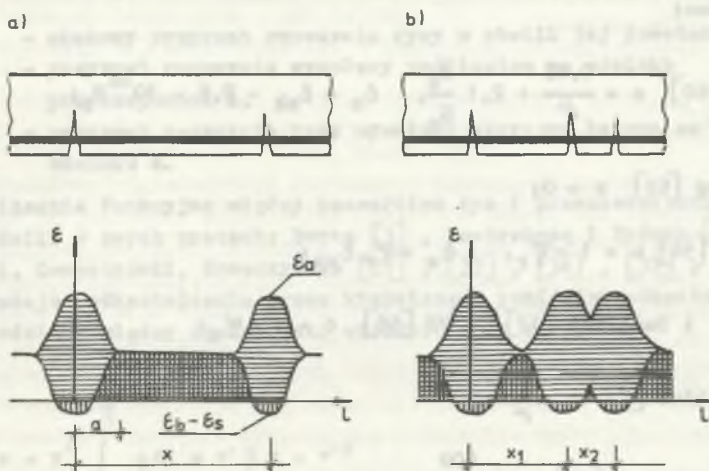
$$r = \int_{-\frac{x}{2}}^{\frac{x}{2}} [\varepsilon_a(l) - \varepsilon_b(l) + \varepsilon_s] dl \quad (23)$$

gdzie:

x - odległość między rysami,

$\varepsilon_a(l), \varepsilon_b(l)$ - odkształcenie w stali i w betonie na odcinku między rysami,

ε_s - odkształcenie skurczowe betonu na poziomie zbrojenia.



Rys. 6. Rozkład odkształceń betonu i stali w otoczeniu rys w a) początkowym i b) końcowym stadium procesu

Fig. 6. Distribution of concrete and steel strains in the surroundings of cracks in the initial (a) and final (b) stage of the process

Można wyróżnić dwa kierunki w poszukiwaniach rozwiązania tego problemu przez badaczy. Pierwszy, to próby uzależnienia stanu odkształcenia od wielkości naprężeń w stali w przekroju z rysą.

Przyjmując:

$$\varepsilon_a(x) = \varepsilon_a - \Delta \varepsilon_a(\eta x), \quad (24)$$

gdzie:

ε_a - odkształcenia w stali w przekroju z rysą,

otrzymamy:

$$\begin{aligned} r = x \varepsilon_a \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \left[1 - \frac{\Delta \varepsilon_a(\eta x) + \varepsilon_b(\eta x)}{x} \right] d\eta + x \varepsilon_a = \\ = x \varepsilon_a (1 - c) + x \varepsilon_a = \frac{\sigma_a}{E_a} x(1 - c) + x \varepsilon_a. \end{aligned} \quad (25)$$

Poszczególne opracowania różnią się między sobą wartościami c , które wyrażają wpływ hamującego oddziaływania betonu na odkształcenia stali. Przykładowo:

$$\text{Saliger [60]} \quad c = \frac{0,05}{\mu} + 2,1 \frac{R_B}{\sigma_a}, \quad \varepsilon_s = \varepsilon_{sk} - 0,5 \cdot 10^{-6} R_B;$$

$$\text{Rychner wg [69]} \quad c = 0;$$

$$\text{Muraszew [56]} \quad c = 1 - \Psi_r, \quad \varepsilon_s = \Psi_r \varepsilon_{sk};$$

$$\text{Dąbrowski i Sadowski [12], PN [58]} \quad c = 1 - \Psi_a;$$

$$\text{Borges i Lima [7]} \quad c = \frac{4}{\mu};$$

$$\text{Efsen i Krenchal [15]} \quad c = \frac{600}{\sigma_a};$$

$$\text{Brice wg [68]} \quad c = \frac{\tau \cdot x}{d \cdot \sigma_a};$$

Różnice te częściowo wynikają ze sposobu określania odległości między rysami. Jeśli przez tę odległość rozumie się wielkość rzeczywistą, to wpływ hamującego oddziaływania betonu w początku procesu powstawania rys jest duży i stopniowo maleje w miarę, jak tworzą się nowe rysy. Jeśli natomiast przez odległość między rysami będzie się rozumiało wielkości występujące w końcowym stadium, to wpływ ten we wzorze (25) będzie się słabo uwidaczniał.

Odmiernym ujęciem problemu jest uzależnienie rozwarcia rys od długości odcinka biernego "a":

$$r = 2a\omega\varepsilon_g \quad (26)$$

prezentowane np. w pracach [31], [36], gdyż w ogóle eliminuje konieczność uwzględniania hamującego wpływu betonu. We wzorze (26) ω oznacza miarę wypełnienia bryły odkształceń.

W pracy [57] Pędziwiatr uwzględnił występowanie rys wewnętrznych, ale uzyskane wzory są zbyt skomplikowane, aby można prosto przedstawić funkcję c .

Drugi kierunek poszukiwań to uzależnienie rozwarcia rys od krzywizny.

Wrześniowski [68], [69] rozwarcie rysy przedstawił jako sumę przyrostów:

$$r = \Delta r_\varphi + \Delta r_\zeta + \Delta r_g \quad (27)$$

gdzie:

- Δr_φ - skokowy przyrost rozwarcia rysy w chwili jej powstania
- Δr_ζ - przyrost rozwarcia wywołany poślizgiem na odcinku przyczepności a ,
- Δr_g - przyrost rozwarcia rysy wywołany skurczem betonu na odcinku a .

Powiązanie funkcyjne między rozwarciem rys i przemieszczeniami elementu wprowadzili w swych pracach: Borcz [3], Destrebecq i Dyduch [14], Kuczyński, Goszczyński, Goszczyńska [31], [33], [36], [37], [47].

Wyrażając odkształcenia przez krzywiznę i pomijając odkształcenia betonu na odcinku między rysami jako wielkość małą otrzymamy:

$$r = v' \int_{-\frac{x}{2}}^{\frac{x}{2}} \rho dl = v' \bar{\rho} x = v'^2 \quad (28)$$

gdzie:

$\bar{\varphi}$ - średnia krzywizna w otoczeniu rysy,

φ - kąt obrotu skoncentrowany w przekroju przez rysę.

W tym ujęciu można albo uzależniać przemieszczenia od rozwarcia rysy i odległości między rysami (Borcz, Destrebecq i Dyduch), albo też poszukiwać rozwarcia rysy wykorzystując znajomość przemieszczeń i odległości między rysami (Kuczyński) lub odległości odcinka utraty przyczepności (Goszczyńska).

Wpływ obciążeń zmiennych i długotrwałych jest stosunkowo mało zbadany i rzadko uwzględniany przez badaczy. Najczęściej spotkać można podział rozwarcia rysy na składniki związane ze specyfiką reakcji przekroju żelbetowego na obciążenia.

Obciążenia doraźne, zmienne wyodrębniają odwracalną część rozwarcia rysy (sprężystą) i nieodwracalną (niesprężystą, resztkową). Długotrwałość działania obciążenia powoduje wzrost rozwarcia rysy. Analogiczna sytuacja występuje w przemieszczeniach, co umożliwia przedstawienie równania (28) jako sumy składników uwzględniających poszczególne wpływy [3], [6], [31], [36], [48].

Na ogół przyjmuje się, że odkształcenia reologiczne powodują jedynie zmiany kształtu bryły naprężeń, co prowadzi do zmniejszenia ramienia sił wewnętrznych i tym samym do wzrostu naprężeń i odkształceń w stali i oczywiście do wzrostu rozwarcia rysy [14], [36], [67], [48], [54].

Wzrost rozwarcia rysy przy obciążeniach wielokrotnie zmiennych (zmęceniowych) tłumaczy się przede wszystkim zupełnym zerwaniem przyczepności między betonem i stalą ($c = 0$), gdyż wg [49] ramię sił wewnętrznych ulega tylko niewielkim zmianom.

7. WNIOSKI

Przedstawiony przegląd osiągnięć polskich na tle osiągnięć światowych w dziedzinie badań nad rysami w belkach żelbetowych wskazuje, że wkład nauki polskiej jest znaczny, szczególnie w zakresie opracowań teoretycznych.

Istnieje jednak szereg zagadnień wymagających wyjaśnienia i opracowania pod kątem aktualnie występujących potrzeb. Wydaje się, że z punktu widzenia potrzeb praktycznych najistotniejsze jest opracowanie metod obliczeniowych umożliwiających stochastyczne prognozowanie procesu zarysowania. Dałoby to inżynierom możliwość elastycznego projektowania elementów żelbetowych z uwzględnieniem zróżnicowanych wymagań stanu granicznego zarysowania.

Stosunkowo mała liczba prac, szczególnie doświadczalnych, poświęconych problemom rysy przy obciążeniach zmiennych w czasie oraz wielokrotnie zmiennych powoduje, że weryfikacja różnych hipotez teoretycznych jest utrudniona, a ich uogólnienia w zastosowaniach praktycznych mogą być obarczone znacznymi błędami.

Problematyka rys w żelbecie nadal pozostaje w sferze zainteresowań poszczególnych ośrodków naukowych. Badania te są jednak nieskorelowane i jak się wydaje, prowadzone dorywczo. Znacznym utrudnieniem w wykorzystaniu osiągnięć różnych ośrodków jest brak wydawnictwa publikującego wyłącznie lub przede wszystkim szczegółowe a nie syntetyczne wyniki badań doświadczalnych.

LITERATURA

- [1] Acker P.: Cracking in structures during the construction period - Annales de l'Institut Technique du Batiment et des Travaux Nr 398/1981.
- [2] Bascoul A.: Formation des microfissures - Annales de l'Institut Technique du Batiment et des Travaux Nr 398/1981.
- [3] Borcz A.: Teoria konstrukcji żelbetowych. Wybrane zagadnienia. Cz. I - Politechnika Wrocławska 1973.
- [4] Borcz A., Kozłowski J.: Doświadczalna analiza współdziałania betonu ze zbrojeniem w elemencie wielokrotnie osiowo rozciągany - AIL t XXIX Z 1-2/1983.
- [5] Borcz A., Maj M., Suleja J., Trochanowski A.: Morfologia rys w zbiorniku na materiały sypkie. I i B 6/84.
- [6] Borcz A.: Fenomenologiczny model reologiczny betonu. Pr. Nauk. Inst. Bud. Politechniki Wrocławskiej Nr 40 Konf. Nr 9 - Mechanika Konstrukcji Betonowych 1983.
- [7] Borges F.J., Lima J.A.: Formation of cracks in beams low percentage of reinforcement - RILEM - symposium Sztokholm 1957.
- [8] Brice L.P.: Armature secondeire, fragilité et securité des constructions en beton armé - AIL 1/1968.
- [9] Bukowski B.: Morfologia rys w konstrukcjach żelbetowych i betonowych - AIL Z 4/1959.
- [10] Bukowski B.: Przegląd podstaw doświadczalnych żelbetu, AIL Z 3/1961.
- [11] Ciskreli G.D.: Soprotiwlenije rastiażeniya niearmirowanych i armirovanych betonow - Gos. Izd., Moskwa 1954.
- [12] Dąbrowski K., Sadowski A.: Obliczanie szerokości rozwarcia rys prostopadłych w zginanych belkach żelbetowych - I i B 9/1968.
- [13] Desay P.: Determination of the maximum crack width in reinforced concrete members - ACI Journal, august 1976.
- [14] Destrebecq J.F., Dyduch K.: Rozwój rys i odkształceń w belkach żelbetowych przy obciążeniu dźugotrwałym. - XXXI Konf. Nauk., Krynica 1985.
- [15] Efsen A., Krenchal H.: The formation of cracks in reinforced concrete structures and special method for control - RILEM - symposium Sztokholm 1957.
- [16] Elmer C.: Z teorii odkształceń elementów zbrojonych. AIL Z 1/1963.
- [17] Flaga K., Furtak K.: Wpływ jakości kruszywa na zarysowanie belek żelbetowych - AIL Z 1-2/1982.
- [18] Flaga K., Keczmarczyk St.: Influence of ultimate strain of concrete on cracking tensed zone of reinforced concrete bridge beams - II Konf. "Bezpieczeństwo budowni mostowych", Wrocław 1982.

- [19] Flaga K.: Metody oceny zagrożenia wynikającego z zarysowania konstrukcji betonowej mostu - Konf. SITK "Metody oceny stanu technicznego mostów", Kraków 1983.
- [20] Flaga K., Furtak K.: Propagacja rys w belkach żelbetowych poddanych działaniu wzrastających obciążeń doraźnych - I i B 3/1983.
- [21] Flaga K., Furtak K.: Czynniki technologiczne a morfologia rys w belkach żelbetowych - Wyd. PAN - Oddział w Krakowie, Kraków (w druku).
- [22] Flaga K., Furtak K.: Nośność i zarysowanie mostu znajdującego się w stanie awaryjnym. VI Symp. nt.: "Badanie przyczyn i zapobieganie awariom konstrukcji budowlanych" - Szczecin 1980.
- [23] Francois D.: Concrete resistance to cracking - Annales de l'Institut Technique du Batiment et des Travaux, Nr 398/1981.
- [24] Furtak K.: Wpływ skurczu i pęcznienia betonu na uplastycznienie i zarysowanie strefy rozciąganej belek żelbetowych - I i B 8-9/1982.
- [25] Furtak K.: Wpływ warunków dojrzewania oraz parametrów cyklu obciążenia na stan zarysowania belek żelbetowych poddanych obciążeniom zmiennym - XXXI Konf. Nauk., Krynica 1985.
- [26] Furtak K.: Rola kruszywa w kształtowaniu cech wytrzymałościowych oraz obrazu zarysowania belek żelbetowych - Konf. SITK nt.: "Materiały konstrukcyjne do budowy mostów", Poznań 1981.
- [27] Godycki-Cwirko T.: Z badań nad rysami w zginanych elementach żelbetowych - I i B 2/1961.
- [28] Godycki-Cwirko T.: Mechanika betonu. Arkady, Warszawa 1982.
- [29] Goszczyńska B.: Losowy proces powstawania rys w strefie czystego zginania belek żelbetowych - praca doktorska, Politechnika Łódzka 1984.
- [30] Goszczyńska B.: Losowy proces powstawania rys w świetle badań eksperymentalnych - ZN P. Sw. Budownictwo 9/1980.
- [31] Goszczyńska B., Goszczyński S.: Rozwarcie rys w zginanych belkach żelbetowych - XXVII Konf. Nauk., Krynica 1981.
- [32] Goszczyńska B., Goszczyński S.: Stochastyczny proces powstawania rys w belkach żelbetowych - Konf. Sekcji Konstr. Bet. KILiW PAN, Janowice 1981.
- [33] Goszczyńska B., Goszczyński S., Mucha J.: Rozwarcia rys w płytach krzyżowo zbrojonych obciążanych doraźnie. XXXII Konf. Naukowa, Krynica 1986.
- [34] Goszczyński S., Goszczyńska B.: Losowy proces tworzenia się rys w belkach żelbetowych - AIL Z 3/1980.
- [35] Goszczyński S., Goszczyńska B.: Losowy proces tworzenia się rys w prętowych elementach żelbetowych - XXIV Konf. Nauk., Krynica 1978.
- [36] Goszczyński S., Goszczyńska B.: Rozwarcie rys w belkach żelbetowych pod działaniem obciążenia długotrwałego - XXX Konf. Nauk., Krynica 1984.
- [37] Goszczyński S., Mucha J.: Kontynuacja teorii zginania w zastosowaniu do płyt żelbetowych obciążonych doraźnie - AIL 4/1984.
- [38] Goto Y.: Cracks formation in concrete around deformed tension bars - ACI Journ., april 1971.
- [39] Granosik M.: Wpływ rodzaju betonu na rozwój rys w belkach żelbetowych - praca doktorska, Politechnika Warszawska 1979.
- [40] Hoła J., Moczko A.: Analiza procesu niszczenia wybranych struktur betonowych przy wykorzystaniu metody ultradźwiękowej - praca doktorska, Politechnika Wrocławska, 1984.
- [41] Jankowiak R.: Niektóre wyniki badań zginanej belki żelbetowej - XIV Konf. Nauk., Krynica 1968.

- [42] Jankowiak R.: Doświadczalna weryfikacja podstawowych założeń klasycznej teorii belek żelbetowych - praca doktorska, Politechnika Wrocławska 1970.
- [43] Jonsson P.O., Osterman J., Waastund G.: Background of the swedish tentative standard specifications for limitation of crack with in reinforced concrete structures - RILEM - sympozjum Sztokholm 1957.
- [44] Kamyno R., Piątek Z.: Wpływ dużych odkształceń skurczowych na momenty zarysowania belek piaskobetonowych - I i B 3/1983.
- [45] Kozłowski J.: Studium współpracy betonu ze zbrojeniem w elemencie wielokrotnie, osiowo rozciągany - praca doktorska 1979.
- [46] Kozłowski J.: Badania doświadczalne współdziałania betonu ze zbrojeniem - XXVI Konf. Nauk., Krynica 1980.
- [47] Kuczyński Wł., Goszczyński S.: New cracking theory of reinforced concrete beams - AIL Z 3/1967.
- [48] Kuczyński Wł.: Praktyczne aspekty reologii rys w żelbecie - I i B 5/1975.
- [49] Kuryłko A., Kwasza W., Lewiczcz W.: Wpływ wielokrotnie zmiennych obciążeń na naprężenia graniczne, ugięcia i szerokość rozwarcia rys w balce żelbetowej - AIL Z 4/1977.
- [50] Łempicki J.: Teoria zginania belki żelbetowej statycznie wyznaczalnej - AIL Z 3/1956.
- [51] Łempicki J., Kotłęga B.: Zarysowanie belek żelbetowych - AIL Z 4/1958.
- [52] Majid K.I., Al Hashiki K.: Failure of brittle materials due to crack propagation - Structural Engineer 5/1976.
- [53] Mazars J.: Evolution of microcracks in concrete, the formation of crack - Annales de l'Institut Technique du Batiment et des Travaux, nr 398/1981.
- [54] Mielnik A.: Badanie naprężeń, mikrorys i innych parametrów belek żelbetowych za pomocą czujnika akustycznego (elektrofonoskopu) - XI Konf. Nauk., Krynica 1965.
- [55] Misztal St.: Wpływ długotrwałych obciążeń wielokrotnie powtarzalnych na stan naprężenia i odkształcenia w żelbetowych elementach zginanych - praca doktorska, Politechnika Wrocławska 1976.
- [56] Muraszew W.J.: "Trieszczinoustroicziwość, żestkost i procznost żelezobetona" - Masz strzizdat, Moskwa 1950.
- [57] Pędziwiatr J.: Obliczanie szerokości rozwarcia rys z wykorzystaniem związków przyczepności - XXXI Konf. Nauk., Krynica 1985.
- [58] PN-84/B-03264: Konstrukcje betonowe, żelbetowe i sprężone.
- [59] Saillard Y.: Calcul de fissuration du beton arme - AIL Z 1/1961.
- [60] Saliger R.: Nowa teoria żelbetu. PWT, Warszawa 1952.
- [61] Suwalski L. i inni: Budownictwo betonowe. T. II Arkady, Warszawa 1964.
- [62] Szulczyński T.: Wpływ skurczu betonu na wielkość momentu zarysowania zginanych elementów żelbetowych - AIL Z 2/1975.
- [63] Syczewski M.: Określenie aktywnej długości zakotwienia pręta stalowego w elemencie betonowym przy działaniu na beton naprężeń prostopadłych do pręta - ZN Politechniki Białostockiej Nr 3/1975.
- [64] Syczewski M., Stachurski W.: Wpływ naprężeń prostopadłych do osi pręta na jego zakotwienie w betonie - XX Konf. Nauk., Krynica 1974.
- [65] Syczewski M., Stachurski W.: Naprężenie w strefie zakotwienia pręta w betonie przy uwzględnieniu obciążeń prostopadłych do pręta. II B 7/1975.
- [66] Syczewski M., Stachurski W.: Zależność parametrów przyczepności i zakotwienia od obciążeń zewnętrznych. ZN Politechniki Białostockiej Nr 12/1976.

- [67] Ulickij J.J. i inni: Rasczot żelzobetonnych konstrukcji s ucziotom dlitelnyh processow - Gosstro izdat, Kijew 1960.
- [68] Wrześniowski K.: Z badań nad rysami w żelbecie - IiB 11/1958.
- [69] Wrześniowski K.: Określenie szerokości rozwarcia rys w zginanych elementach żelbetowych - AIL Z 3/1961.

ТРЕЩИНЫ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ БАЛОК

Резюме

В рапорте представлен синтез цитируемых публикаций и источников посвященных проблеме трещин в згибаемых железобетонных балках. Сравнение теоретических моделей с отдельными результатами экспериментальных исследований, касающихся действительных характеристик явления, дало возможность ряд предложений важных для ведения исследовательских работ. Весомый вклад польской науки виден особенно в отрасли теоретических разработок используя как детерминистские так и стохастические модели описывающие состояние трещин.

CRACKING OF REINFORCED CONCRETE BEAMS

Summary

A synthesis of quoted publications and source materials dealing with the problems of cracks in bent reinforced concrete beams has been presented in this report. A comparison of theoretical models with fragmentary results of experimental investigations that illustrate the real course of the phenomenon has permitted to formulate a number of conclusion which can be of value in directing further research. A significant contribution of Polish science is marked particularly within the range of theoretical elaborations that include both deterministic and probabilistic descriptions of the cracking state.