

Mariusz SZECHIŃSKI

DEFORMACJE ZGINANYCH ELEMENTÓW ŻELBETOWYCH

Streszczenie. Niniejsze opracowanie ma na celu przedstawienie stanu badań w Polsce na temat sztywności i odkształcalności zginanych elementów żelbetowych. Przeglądem objęto prace związane z powyższym tematem opublikowane w Polsce w latach 1970-1988, a także niektóre prace wcześniejsze oraz wybrane publikacje zagraniczne. We wnioskach do pracy podjęto próbę podsumowania aktualnego stanu wiedzy w Polsce w omawianej dziedzinie nauki, z podkreśleniem jeszcze istniejących i wymagających wyjaśnienia braków, a także wskazania możliwości i kierunków dalszych badań.

1. WSTĘP

1.1. W przedstawianej pracy podjęto próbę oceny polskiego dorobku naukowego w dziedzinie badań nad sztywnością zginanych elementów żelbetowych. Zajęto się przy tym w szczególności badaniami dotyczącymi belek żelbetowych ich sztywności i ugięć wykonanymi w latach 1970-1988.

1.2. Przy opracowywaniu niniejszego przeglądu wykorzystano następujące materiały:

- Archiwum Inżynierii Lądowej,
- Biuletyn Techniczny Biur Projektowych Budownictwa Przemysłowego,
- Budownictwo Ogólne. Prace Centralnego Ośrodka Badawczo-Projektowego Budownictwa Ogólnego,
- Czasopismo Techniczne - Budownictwo (Politechnika Krakowska),
- Inżynierię i Budownictwo,
- Przegląd Budowlany,
- Prace Centralnego Ośrodka Badawczo-Projektowego Budownictwa Przemysłowego BISTYP,
- Prace IPPT PAN,
- Prace Instytutu Techniki Budowlanej,
- Prace Instytutów Budownictwa Politechnik: Krakowskiej, Świętokrzyskiej, Warszawskiej, Wrocławskiej i innych,
- Rozprawy Inżynierskie.

Ponadto wykorzystano materiały Konferencji Krynickiej, Symposium Reologii, Konferencji Mechaniki Konstrukcji Żelbetowych, Konferencji Mechaniki Ciała Stałego, a także inne materiały krajowe i zagraniczne.

Dodatkowo wykorzystano materiały nadesłane bezpośrednio przez autorów oraz uzyskane w bezpośrednich rozmowach z nimi.

Specjalne podziękowania składam tu Panu Prof. dr B. Lewickiemu za wnikliwą recenzję i nadesłane materiały oraz Panu Prof. dr. W. Kuczyńskiemu za cenne uwagi, jak też Panom Prof. dr. K. Fladze i Prof. dr. A. Borczowi za stałą pomoc i cenne uwagi.

1.3. Analizując dostępne w literaturze materiały na temat sztywności i odkształcalności zginanych elementów żelbetowych można stwierdzić, że badania w tej dziedzinie prowadzono i prowadzi się w trzech podstawowych kierunkach.

Pierwszy z tych kierunków obejmuje badania doświadczalne, drugi poszukiwania teoretycznego opisu zagadnienia, a trzeci zajmuje się rozwijaniem praktycznych metod obliczania deformacji.

Podczas omawiania w pracy badań doświadczalnych, starano się rozdzielić badania podstawowe od badań weryfikujących metody przyjmowane do obliczeń praktycznych.

Przez badania podstawowe należy rozumieć tu badania mające na celu zebranie danych do uogólnień teoretycznych bądź potwierdzające takie uogólnienia.

Przez badania weryfikujące rozumiano tu badania sprawdzające przydatność przyjmowanych w obliczeniach praktycznych metod wyznaczania deformacji w różnych warunkach ich stosowania z uwzględnieniem najróżnorodniejszych czynników.

Patrząc na rozwój teorii opisujących pracę i deformacje zginanych elementów żelbetowych, można mówić bądź o teoretycznym opisie pracy pojedynczego przekroju, bądź też o opisie pracy całego elementu. Tak też problem ten potraktowano w niniejszym przeglądzie, omawiając najpierw rozwój koncepcji opisu stanu naprężeń i odkształceń w pojedynczym przekroju żelbetowym, a następnie dopiero rozwój prób opisu pracy belki jako całości.

W zakresie rozwoju praktycznych metod obliczania deformacji belek żelbetowych przeanalizowano wyniki bardzo licznych wykonanych w kraju badań doświadczalnych poświęconych weryfikacji różnych koncepcji doskonalenie normowej metody obliczania ugięć, jak też omówiono rozwój tych koncepcji. Ponadto zajęto się innymi propozycjami praktycznego obliczania ugięć elementów żelbetowych, opracowanymi w kraju oraz możliwościami ich zastosowania.

1.4. We wnioskach do pracy starano się dać odpowiedź na pytanie, co wynikało z tak dużego wysiłku badawczego poświęconego zagadnieniom deformacji elementów żelbetowych. Uczyniono też próbę pokazania ciągle jeszcze istniejących braków w wiedzy na ten temat, braków, które wymagają uzupełnienia, a więc dalszych badań.

2. BADANIA DOŚWIADCZALNE

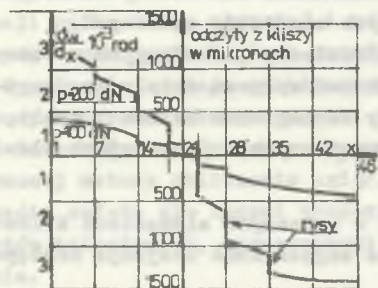
2.1. Badania doświadczalne mają na celu zebranie danych dla uogólnień mniej lub bardziej teoretycznych, lub też mają służyć do weryfikacji tych uogólnień, bądź też metod stosowanych w praktyce. Przyjęcie na wstępie tego stwierdzenia pozwala na pewne uporządkowanie przedstawianych dalej wyników badań, jako że badania te można podzielić na podstawowe, mające na celu poznanie specyfiki pracy badanych elementów, jak też na weryfikacyjne, służące sprawdzaniu przyjmowanych koncepcji. W niniejszym rozdziale omówiono wyniki badań podstawowych. Omówienie wyników badań weryfikacyjnych przeniesiono do rozdziału 4, gdzie omawia się zastosowania metod praktycznych obliczania ugięć.

2.2. Ogólnie biorąc, w zakresie badań doświadczalnych deformacji zginanych elementów żelbetowych można mówić o następujących zagadnieniach, którym warto poświęcić uwagę:

- zagadnienia badania stanu naprężeń i odkształceń w dowolnych przekrojach zginanych elementów żelbetowych. Zagadnienie to obejmuje szereg szczegółowych tematów badawczych, z których najważniejsze to:
 - badania związane z weryfikacją podstawowych założeń dotyczących przekrojów zginanych, takich jak: założenie o płaskości przekrojów przed i po odkształceniu, założenie o zależności naprężeń od odkształceń dla betonu stref ściskanej i rozciąganej czy też założenie o identyczności odkształceń stali i otaczającego ją betonu. Badania w wymienionych wyżej kierunkach mają zasadnicze znaczenie dla budowy teoretycznych modeli opisujących pracę żelbetowych elementów zginanych,
 - badania zmian w naprężeniach i odkształceniach, zachodzących w przekrojach zginanych elementów żelbetowych pod wpływem działania długotrwałych obciążeń. Można tu badać cechy reologiczne betonu i stali, jak też wpływ tych cech na stan sił wewnętrznych w przekrojach elementów żelbetowych;
- zagadnienie badania zjawisk zachodzących w zginanych elementach żelbetowych traktowanych jako całość. Powyższe zagadnienie obejmuje następujące tematy badawcze:
 - badania rozkładu naprężeń i odkształceń na długości elementu oraz związanych z tym zmian geometrycznych charakterystyk przekrojów,
 - badania związane z propagacją i rozwojem rys,
 - badania związane ze sztywnością i ugięciami elementów;
- badania wpływu różnorodnych czynników na deformacje elementów żelbetowych. Z najważniejszych takich czynników można wymienić następujące: rodzaj betonu, rodzaj stali, stopień zbrojenia, rozmieszczenie zbrojenia, kształt i rodzaj przekroju, konstrukcja elementów, sposób ich podparcia, rodzaj obciążenia i jego rodzaje.

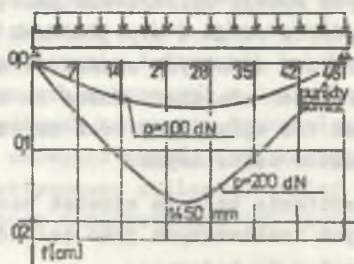
2.3. Przechodząc do omówienia wyników badań doświadczalnych, podstawowych, prowadzonych w kraju, należy zauważyć, że zajmowano się w nich prawie wszystkimi wymienionymi wyżej zagadnieniami. Gdyby chciał je podsumować, to można powiedzieć, że koncentrowały się one na trzech głównych kierunkach. Pierwszy obejmował badania pracy wydzielonych przekrojów żelbetowych, drugi badania całych elementów, trzeci zaś badania wpływu różnych czynników na odkształcenia i naprężenia zarówno w pojedynczych przekrojach, jak i w całych elementach.

2.3.1. Stosunkowo dużo uwagi poświęcono, dwom pierwszym kierunkom. Choć takie założenia, jak: hipoteza płaskich przekrojów, założenie o liniowej zależności naprężeń od odkształceń dla betonu i stali czy też założenie o identyczności odkształceń i otaczającego go betonu, przyjęte zostały na początku naszego wieku i praktycznie obowiązują w niezmienionej postaci do dziś, próby weryfikacji tych założeń podejmowane były wielokrotnie. Stosunkowo najszersze badania, weryfikujące podstawowe założenia teorii żelbetu, przeprowadził na zlecenie ITB Jankowiak. Rozpoczął on badania w połowie lat sześćdziesiątych i prowadził je do początku lat siedemdziesiątych. Badał belki jednoprzęsłowe o długości 145 cm, przekroju prostokątnym o wysokości 8 i szerokości 10 cm, zbrojone symetrycznie prętami $2 \phi 4,5$ mm w górnej i dolnej strefie. Belki były obciążane obciążeniem ciągłym równomiernym wywoływanym hydraulicznie. W pierwszym sprawozdaniu z tych badań [1] Jankowiak podaje wyniki rejestracji kątów obrotu dW/dx mierzonych w 46 punktach na belce. Wyniki te przedstawiono w postaci wykresu pokazanego na rys. 2.1, a następnie scałkowano je, otrzymując wykres ugięć pokazany na rys. 2.2.



Rys. 2.1. Zależność kąta obrotu od obciążenia wg badań Jankowiaka [1]

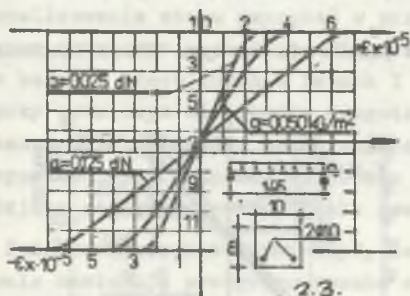
Fig. 2.1. Dependence of rotation angle on load according to Jankowiak's research [1]



Rys. 2.2. Wzrost ugięć belki w czasie jej obciążenia wg Jankowiaka [1]

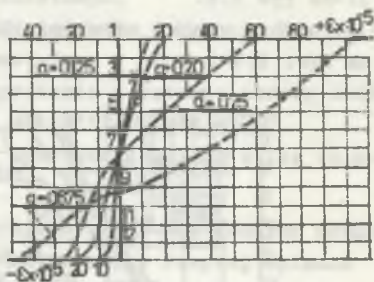
Fig. 2.2. Increase of beam deflections when loading according to Jankowiak [1]

Najważniejsze w sprawozdaniu jest stwierdzenie, że dW/dx nie jest funkcją ciągłą. W miejscu rysy występuje skok wykresu. Na tej podstawie Jankowiak sformułował tezę, że odkształcenia belek powstają w dużej mierze w rysach (twierdzenia te będą później podstawą dystrybucyjnej teorii zginania belek). Następnie zajął się doświadczalną weryfikacją założenia o liniowym rozkładzie odkształceń w przekroju belki przed i po zarysowaniu.



Rys. 2.3. Odkształcenia na wysokości przekroju w I fazie wg Jankowiaka [2,3]

Fig. 2.3. Strains at the height of cross section working in phase 1 according to Jankowiak [2,3]



Rys. 2.4. Odkształcenia na wysokości przekroju w II fazie wg Jankowiaka [2,3]

Fig. 2.4. Strains at the height of cross section working in phase 2 according to Jankowiak [2,3]

W sprawozdaniach [2,3,4] podał wyniki pomiarów przebiegu odkształceń na wysokości przekroju belki, w miarę wzrostu obciążenia. Wyniki te pokazano na rys. 2.3. i 2.4. Na ich podstawie Jankowiak sformułował szereg twierdzeń, z których najważniejsze można przedstawić następująco:

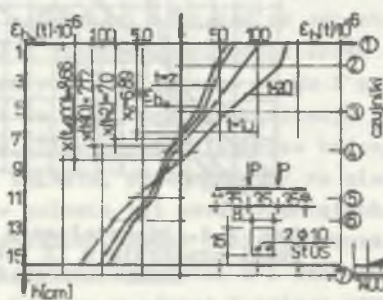
- hipoteza płaskich przekrojów w przekroju rysy nie sprawdza się, chociaż jest z pewnością dobrym przybliżeniem,
- strefa ściskana betonu zmniejsza się w miarę wzrostu obciążenia,
- po stronie zbrojenia występuje ściskanie w betonie, które następnie przechodzi w rozciąganie i ponownie w ściskanie na przeciwległej krawędzi,
- odkształcenia betonu w skrajnych włóknach strefy ściskanej są prawie takie same w przekroju zarysowanym jak między rysami,
- na deformacje belki ma wpływ historia obciążenia. W przypadku obciążenia powtarzającego się wyraża się to pozostawianiem deformacji, które nazwano resztkowymi.

W powyższych badaniach nie zajmowano się wpływem czasu trwania obciążenia na stan naprężeń i odkształceń w przekroju belki zginanej. Badania takie w latach siedemdziesiątych prowadził Szechiński. Badał on belki swobodnie podparte, o przekrojach prostokątnych i teowych. Rozpiętość belek wynosiła 105 cm, a obciążenie stanowiły dwie siły skupione na rozstawie

35 cm. Siły przykładano na belki tak, aby pracowały w fazie I lub II, a następnie obserwowano przez długi okres czasu zmiany, jakie zachodziły w obrazie odkształceń na wysokości przekroju.

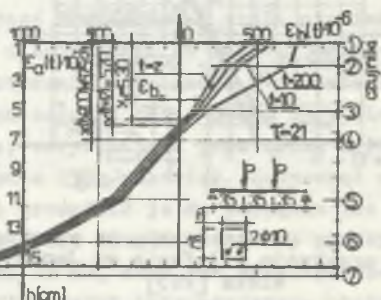
Wyniki badań dla belek o przekroju prostokątnym podano w pracach [5,6,7], a dla belek teowych wyników jeszcze nie opublikowano. Dla belek prostokątnych, pracujących w fazie I, zmiany odkształceń w czasie na wysokości przekroju przedstawiono na rys. 2.5, a dla belek pracujących w fazie II-na rys. 2.6.

Podobne wyniki uzyskano dla belek o przekroju teowym. Przedstawiono je na rys. 2.7 i 2.8.



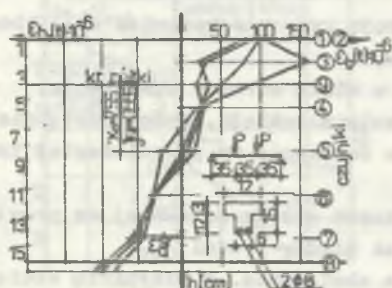
Rys. 2.5. Odształcenia długotrwałe w przekroju żelbetowym w fazie I. Z badań Szechińskiego [5,6,7]

Fig. 2.5. Long-time strains in reinforced concrete section working in phase 1. From Szechiński's research [5,6,7]



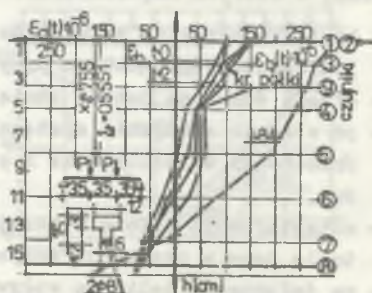
Rys. 2.6. Odształcenia długotrwałe w przekroju żelbetowym w fazie II. Z badań Szechińskiego [5,6,7]

Fig. 2.6. Long-time strains in reinforced concrete section working in phase 2. From Szechiński's research [5,6,7]



Rys. 2.7. Odształcenia doraźne w teowym przekroju żelbetowym w fazie I. Z badań Szechińskiego [5,6,7]

Fig. 2.7. Short-time strains in reinforced concrete T-section working in phase 1. From Szechiński's [5,6,7]



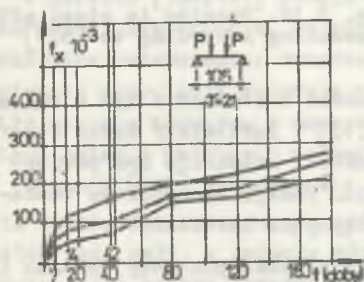
Rys. 2.8. Odształcenia długotrwałe w teowym przekroju żelbetowym w fazie I. Z badań Szechińskiego [5,6,7]

Fig. 2.8. Long-time strains in reinforced concrete T-section working in phase 1. From Szechiński's [5,6,7]

Na podstawie otrzymanych wyników sformułowano szereg twierdzeń, z których najważniejsze są następujące:

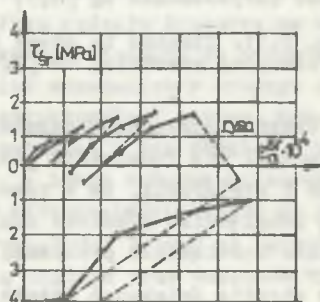
- zmiany kształtu krzywej odkształceń na wysokości przekroju w czasie, świadczą o tym, że warunki płaskości przekroju przed i po odkształceniu nie są zachowane,
- w miarę upływu czasu krzywa odkształceń wypełnia się, czyli wypełnia się również odpowiadająca jej krzywa naprężeń. Fakt ten, to znaczy zmiana kształtu krzywej naprężeń w czasie, powinien być uwzględniany podczas analizowania stanu naprężeń w przekroju żelbetowym,
- przy ustalonym obciążeniu długotrwałym odkształcenia w betonie i w stali w belkach pracujących w fazach I i II wzrastają,
- przy ustalonym obciążeniu długotrwałym naprężenia w betonie strefy ściskanej belki spadają, natomiast naprężenia w stali wzrastają,
- wysokość strefy ściskanej betonu rośnie w obu fazach belki, o ile działające obciążenie długotrwałe jest stałe.

Podsumowując, można zauważyć, że w przekrojach belek obciążonych długotrwałe następuje przegrupowywanie się sił wewnętrznych. Powyżej opisane zjawiska oddziałują na deformacje belek jako całości, co objawia się wzrostem ich ugięć w czasie. Wyniki pomiarów wzrostu ugięć w czasie pokazano na rys. 2.9.



Rys. 2.9. Ugięcia długotrwałe belek żelbetowych. Z badań Szechińskiego [5,6,7]

Fig. 2.9. Long-time deflections of reinforced concrete beams. From Szechiński's research

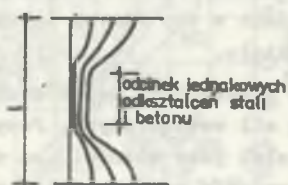


Rys. 2.10. Wykres współpracy betonu i zbrojenia przed i po zarysowaniu elementu. Z badań Kozłowskiego [8,9]

Fig. 2.10. Diagram of concrete-steel interaction before and after cracking. From Kozłowski's research [8,9]

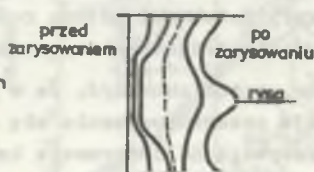
Problemem podstawowym w teorii żelbetu, współdziałania betonu i stali zajmował się Kozłowski w badaniach [8,9]. Stwierdził, że dla teoretycznego rozwiązania problemu najistotniejsze jest sformułowanie związku fizycznego, opisującego współpracę obu materiałów. Związek taki umożliwiłby obliczanie wybranych wielkości fizycznych w dowolnym punkcie wzdłuż ele-

mentu. Kozłowski twierdzi, że związek między naprężeniem stycznym a wydłużeniem zbrojenia w postaci proponowanej przez Guyona $\tau = k u$, jest poprawny dla obciążeń jednokrotnych. Dla obciążeń wielokrotnie zmiennych wzór Guyona nie stanowi poszukiwanego prawa przyczepności. Badania, na których oparł to twierdzenie, wykonał na elementach osiowo rozciąganych w kształcie walca, z pojedynczym prętem zbrojenia umieszczonym osiowo. Elementy te były wielokrotnie ściskane i rozciągane. Wyniki badań pokazano na rys. 2.10. Dodatkowo Kozłowski przedstawia wyniki pomiarów odkształceń mierzonych wzdłuż elementu przed i po jego zarysowaniu (rys. 2.11 i 2.12). Wyniki te potwierdzają klasyczne założenia o identyczności odkształceń stali i otaczającego ją betonu przed zarysowaniem oraz twierdzenie o skoku odkształceń w stali w momencie powstania rysy dla obciążeń jednokrotnych. Dla obciążeń wielokrotnych założenia te nie są spełnione.



Rys. 2.11. Odkształcenia w stali przed zarysowaniem wg [8,9]

Fig. 2.11. Strains in steel before cracking according to [8,9]



Rys. 2.12. Odkształcenia w stali po zarysowaniu wg [8,9]

Fig. 2.12. Strains in steel after cracking according to [8,9]

Jeszcze dokładniej zagadnieniem przyczepności i otoczenia rys w belkach zajmowali się Pędziwiatr [10,11] i Styś [12,13]. Pędziwiatr badał strefę rysy i stwierdził, że w rozważaniach o szerokości rozwarcia rys powinno się uwzględnić zjawiska deplanacji przekroju. Podaje szczegółowe teoretyczne rozwiązanie problemu, przyjmując następujące założenia:

- w strefie ściskanej istnieje doskonała przyczepność pomiędzy betonem i stalą, podobnie jak i w strefie rozciąganej na odcinkach, gdzie przyczepność nie jest naruszona. Na odcinkach, gdzie przyczepność jest naruszona, występuje poślizg zbrojenia,
- obowiązuje hipoteza płaskich przekrojów.
- naprężenia przyczepności w przypadku zbrojenia żebrowanego można opisać następująco:

$$\tau = \Psi(k - \delta_a) \text{ do czasu powstania rys wewnętrznych,}$$

$$\tau = G_1 \Delta - k_1 \delta_a \text{ po powstaniu rys wewnętrznych.}$$

Przy tych założeniach poszukuje się naprężeń w stali i w betonie, wartości poślizgu zbrojenia i naprężeń przyczepności, a następnie szerokości

rczwarcia rys. Pędziwiatr podaje w pracy [10] wyniki obliczeń dla belek prostokątnych, stwierdzając dobrą ich zgodność z wynikami badań doświadczalnych. Stwierdza też, że podana metoda może stanowić podstawę do rozwiązań nad zmianami sztywności w obszarze zarysowanym.

Styś, po zastosowaniu metody elastooptycznej warstwy powierzchniowej, otrzymał szczegółowe obrazy naprężeń w otoczeniu rys, potwierdzające tezę o falistym przebiegu osi obojętnej na odcinku zarysowanym.

Wyniki przedstawionych wyżej badań świadczą o tym, że przynajmniej niektóre z klasycznych założeń teorii zginania żelbetu będą z czasem z pewnością zmodyfikowane, choć z uwagi na znaczne trudności z wykorzystaniem tych założeń do praktycznych obliczeń należy spodziewać się, że nieprędko to nastąpi.

2.4. Na stan naprężeń i odkształceń, stan zarysowania i ugięcia belek żelbetowych może mieć wpływ bardzo wiele różnych czynników.

Mogą to być:

- rodzaj i wytrzymałość betonu lub stali,
- rodzaj podparcia,
- rodzaj i kształt przekroju,
- wpływ czynników losowych itp.

Szerokie badania na ten temat prowadzili Granosikowie [186,190] .

W pracach [186,187] podają wyniki badań wpływu rodzaju kruszywa na ugięcia belek. Stwierdzają, że ugięcia belek zwiększają się wraz ze wzrostem wskaźnika uziarnienia. Ponadto o ugięciach belek wykonanych z kruszyw o zmiennej granulacji decydują czynniki budowy strukturalnej betonu, tzn. siły wiążące kruszywo z zaczynem cementowym. Świadczą o tym różnice w ugięciach belek o podobnych cechach mechanicznych, a innym doborze kruszywa.

W pracy [188] Granosikowie analizują wpływ wytrzymałości betonu na ugięcia belek. Stwierdzają, że ogólnie wpływ wytrzymałości betonu na ugięcia belek jest mały, a zaczyna odgrywać pewną rolę dopiero przy zmianach wytrzymałości betonu powyżej 50%.

W pracach [189,190] na podstawie analizy statystycznej wpływu czynników losowych na ugięcia Granosik stwierdza, że rozrzut ugięć ma związek z wyłączeniem belek. Ze wzrostem obciążenia rozrzut średniej wartości ugięć maleje. Od wielkości wyłączenia około 70% siły niszczącej rozrzut ugięć jest praktycznie stały i wynosi $\pm 18\%$ wartości średniej.

Badania ugięć belek z doklejonym zbrojeniem, obciążonych długotrwale, wykonał Misztal [105] . Stwierdził, że żelbetowe belki wykonane w sposób tradycyjny oraz wzmocnione przez doklejenie na spodzie lub z boków zbrojenia wykazują podobne ugięcia.

3. KONCEPCJE TEORETYCZNE

3.1. Analizując problem teoretycznego opisu pracy żelbetowych elementów zginanych, należy na wstępie zauważyć, że musi być on rozpatrywany w dwóch etapach. Etap pierwszy polega na opisaniu stanu naprężeń i odkształceń w dowolnie wybranym przekroju elementu, natomiast etap drugi polega na rozpatrywaniu elementu jako całości. W etapie pierwszym należy określić naprężenia i odkształcenia w dowolnym punkcie, dowolnego przekroju, z uwzględnieniem różnorodnych czynników, takich jak czynniki materiałowe, statyczne, czy też związane z czasem trwania obciążenia. W etapie drugim konieczne do określenia są: sztywność ugięcia, szerokość rozwarcia i rozstaw rys. W etapie drugim wykorzystuje się założenia poczynione w etapie pierwszym.

3.2. Doświadczenia wykazują, że naprężenia w zginanych elementach żelbetowych, przy stopniowym zwiększaniu się obciążenia, ulegają zmianom nie tylko pod względem ilościowym, ale również jakościowym. Obciążony element przechodzi przez szereg stanów zwanych fazami pracy. Definicje podstawowych faz pracy zostały sformułowane i podane już u schyłku ubiegłego wieku przez Koenena. Definicje te wraz z napływem danych były uzupełniane, dochodząc do chyba najbardziej wyczerpującego opisu pracy belki żelbetowej pod obciążeniem doraźnym, podanego przez Łempickiego w pracach [14,15]. Definiuje on tam 15 faz, przez które przechodzi element żelbetowy, wraz ze wzrostem obciążenia i zmianą stopnia zbrojenia. Kolejność występowania faz w przekroju w ujęciu Łempickiego pokazano na rys. 3.1.



Rys. 3.1. Fazy pracy elementu zginanego wg Łempickiego

Fig. 3.1. Phase of bent reinforced concrete element's work according to Łempicki

Łempicki podaje również wyrażenia analityczne opisujące stan naprężeń i odkształceń w przekroju belki żelbetowej pracującej w różnych, zdefiniowanych przez siebie, fazach pracy. We wnioskach stwierdza, że przejście

z fazy I_a do wyższych, związane jest ze skokiem odkształceń w przekroju. Powstaje w związku z tym rysa o skończonej długości i następuje skok osi obojętnej reszty innych zjawisk wtórnych. Skokowy przyrost odkształceń w przekroju, w którym następuje parysowanie, jest funkcją ilości zbrojenia i maleje z jej wzrostem. Teoretyczne rozważania dotyczące belek statycznie wyznaczalnych wykorzystuje Lempicki dalej do badania belek statycznie niewyznaczalnych, podając metodę wyznaczania rozkładu momentów w prostokątnej ciągłej belce żelbetowej przy dowolnych charakterystykach jej przekroju i użytych do jej wykonania materiałach. Wszystkie swoje rozważania przeprowadził pomijając, co jest niezwykle istotne, następujące czynniki:

- zjawiska reologiczne,
- udział w pracy belki betonu zawartego między rysami,
- wpływ sił tnących na rozkład naprężeń i sztywność przekroju,
- wpływ naprężeń istniejących w przekrojach od poprzednich obciążeń, czyli tzw. historię obciążenia belki.

Ponadto założono krzywoliniową zależność naprężeń od odkształceń.

W praktyce nie uwzględnia się zbyt często tak wielu faz pracy belki, jak to proponował Lempicki i powszechnie przyjęło się [16, 17, 18, 19] operowanie trzema fazami pracy przekroju oznaczanymi przez I, II, III, przy czym fazy I i II dzieli się dodatkowo na podfazy oznaczane przez I_a , I_b , II_a , II_b . Dodatkowo najczęściej upraszcza się zagadnienie, operując prostoliniowymi wykresami naprężeń w poszczególnych fazach.

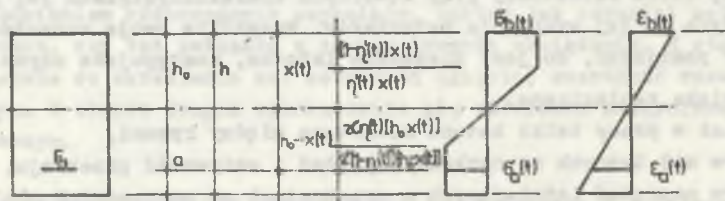
Analizę wpływu przyjęcia zależności naprężeń od odkształceń, czyli założenia o kształcie wykresu naprężeń w przekroju żelbetowym, na wyniki obliczeń naprężeń i odkształceń w dowolnym punkcie tego przekroju, z uwzględnieniem czasu trwania obciążenia, przeprowadził w pracy [20] Wołowicki. Oszacował wartości naprężeń w strefie ściskanej przekroju, przy przyjęciu kształtów wykresu kolejno: trójkątnego, trapezowego i parabolicznego. Naprężenia te dla $t \rightarrow \alpha$ odpowiednio dla wykresu trójkątnego wynoszą $\delta_b(t \rightarrow \alpha) = 4.0$ MPa, dla wykresu trapezowego $\delta_b(t \rightarrow \alpha) = 3.0$ MPa i dla wykresu parabolicznego $\delta_b(t \rightarrow \alpha) = 3.6$ MPa. Wszystkie wyniki otrzymano przy przyjęciu momentu zewnętrznego równego 3.25 kNm.

Oszacowanie dla wykresu parabolicznego Wołowicki wykonał korzystając z zaproponowanej przez siebie własnej metody, natomiast dla wykresów trójkątnego i trapezowego korzystał z metody zaproponowanej przez Mitzla w pracy [21].

We wnioskach stwierdza, że proponowana metoda obliczeń i przyjęcie parabolicznego wykresu naprężeń w strefie ściskanej nadaje się, z wystarczającą dokładnością, do analizy konstrukcji inżynierskich, zwłaszcza gdy poszukuje się ukrytych jej rezerw.

Należy podkreślić, że paraboliczny kształt wykresu jest powszechnie uważany za najbardziej zbliżony do rzeczywistości. Biorąc pod uwagę wyniki obliczeń, podane przez Wołowickiego, można zauważyć, że również przybliżenie rzeczywistej zależności prostoliniowymi wykresami trapezowymi, prowadzące do znacznego uproszczenia obliczeń, można uznać za poprawne.

Wprowadzając takie przybliżenie, całość problemu obliczania naprężeń i odkształceń w zginanym przekroju żelbetowym przedstawił Szechiński w pracach [22-31]. Zauważył on, że istnieje możliwość zintegrowania dotychczasowych propozycji opisu stanu naprężeń i odkształceń w przekroju żelbetowym i uzyskania opisu ogólnego, ważnego dla wszystkich faz, jeżeli założy się w przekroju zmienny trapezowy kształt wykresu naprężeń [25], tak jak to pokazano na rys. 3.2.



Rys. 3.2. Wykres naprężeń w przekroju zginanym wg Szechińskiego

Fig. 3.2. Stress diagram in bent reinforced concrete section according to Szechiński

Dla $t = 0$, czyli dla obciążeń krótkotrwałych, po wykorzystaniu pokazanych na rys. 3.2 założeń, otrzymano wyrażenie (3.1), opisujące w ogólny sposób wysokość strefy ściskanej, ważne dla wszystkich faz pracy przekroju.

$$\xi_0 = \frac{2\nu\eta_0\kappa^2(1-0,5\eta_0) + n_0\mu}{2(\eta'_0(1-0,5\eta'_0) - \eta_0\kappa^2(1-0,5\eta_0))} \left\{ -1 + \sqrt{1 - \frac{[4(\eta'_0(1-0,5\eta'_0) - \eta_0\kappa^2(1-0,5\eta_0))] [\eta_0\kappa^2(1-0,5\eta_0) + n_0\mu]}{[2\eta_0\kappa^2(1-0,5\eta_0) + n_0\mu]^2}} \right\} \quad (3.1)$$

Znając wysokość strefy ściskanej, można wyznaczyć naprężenia ze wzoru (3.2):

$$\delta_{b_0} = \frac{M\eta'_0\xi_0}{b(1-c'_0)(1-0,5\eta'_0)\xi_0^2 \cdot h_0^2\eta'_0 - \kappa^2\eta_0(1-0,5\eta_0)c_0} \quad (3.2)$$

Wyrażenie (3.2) pozwala na obliczanie naprężeń w betonie dla dowolnej fazy pracy elementu pracującego pod obciążeniem doraźnym.

Dla obciążeń długotrwałych $\xi(t)$ można wyznaczyć z równania algebraicznego dziewiątego stopnia o stałych współczynnikach, które podano w pracach [6,40]. Naprężenia w betonie wyrażą się wtedy w postaci ogólnej, następująco:

$$\delta_{bo}(t_n) = \frac{U(t_n) - K(t_n)}{\delta(t_n, \Theta) t_{n-1}} \quad (3.3)$$

gdzie:

$$U(t_n) = \frac{\xi(t_n) M(t_n)}{[1 - \xi(t_n)] E_a \left\{ \mu b h_0 [1 - \xi(t_n) \alpha'(t_n)] + \frac{b h_0^2}{n(t_n)} \left\{ 1 - \kappa [1 - \eta(t_n)] \right\} \kappa [1 - 0,5 \eta(t_n)] [1 - \xi(t_n)] \right\}} \quad (3.4)$$

$$K(t_n) = \delta_b(\tau) \left[\delta(t_n, \tau) - \delta(t_n, \Theta \tau^{t_1}] + \dots + \delta_b(t_{n-1}) \left[\delta(t, \Theta) t_{n-2}^{t_{n-1}} + \delta(t_n, \Theta) t_n^{t_{n-1}} \right] \right] \quad (3.5)$$

Dla faz I_a i I_b, jeżeli w wyrażeniu (3.5), przyjmą funkcję pełzania $\delta(t, \tau)$, liniową, w postaci zaproponowanej przez Arutuniana w pracy [32], to wyrażenie (3.3) będzie odpowiadać rozwiązaniom podanym przez tegoż Arutuniana w pracy [32].

Gdyby jako wyjściowe użyć równanie nieliniowego pełzania, to wyrażenie (3.3), przekształci się do postaci podanej przez Prokopowicza w pracy [33].

Jeżeli przyjmą $\delta(t, \tau)$ wg teorii starzenia się, wyrażenie (3.3) odpowiadać będzie, po odpowiednich przekształceniach, rozwiązaniom podanym przez Liwszica [34] i Szkerbelisa [35].

Dla fazy II_a, przy przyjęciu $\delta(t, \tau)$ wg teorii Arutuniana, rozwiązanie otrzymane po przekształceniach (3.3) będą odpowiadać rozwiązaniom podanym przez Manukiana w pracy [36].

Przyjmując natomiast $\delta(t, \tau)$ wg teorii starzenia się, przekształcone wyrażenie (3.3) będzie odpowiadać rozwiązaniom podanym przez Ulickiego w pracach [37, 38] i Wołowickiego w pracach [20, 45].

Jeżeli $\delta(t, \tau)$ przyjmą wg zmodyfikowanej teorii starzenia się, podanej przez Liwszica, to rozwiązania uzyskane z (3.3) będą odpowiadać podanym przez Szechińskiego w pracy [46].

Dla fazy II_b, przyjmując $\delta(t, \tau)$ wg Arutuniana otrzymane przez Szechińskiego wyrażenie (3.3) uogólnia rozwiązania podane przez niego w pracach [25, 29].

Przyjmując $\delta(t, \tau)$, wg teorii starzenia się, otrzymane rozwiązanie, po przekształceniach, będzie odpowiadać rozwiązaniom uzyskanym przez Mitzla w pracy [21] i Mitzla i Włodarczyka w pracy [47].

Dla fazy III, po przyjęciu granicznych wytrzymałości betonu i stali oraz $\delta(t, \tau)$, wg teorii Arutuniana, otrzymane z wyrażenia (3.3) wzory będą odpowiadać rozwiązaniom uzyskanym przez Tiemnowa [48], Opłaczko [49] i Filipowicza [50]. Natomiast po przyjęciu $\delta(t, \tau)$, wg teorii starzenia się, otrzymane wzory będą zgodne z podanymi przez Dyducha i Destrebecqua w pracy [51].

Wyniki otrzymane z obliczeń wykonanych z wykorzystaniem wyrażenia (3.3), dla różnych wybranych faz pracy, porównał Szechiński z wynikami doświadczeń opisanych w poprzednim punkcie [5,6,7].

Rezultaty tych porównań były zadowalające.

Analizę, podobnie ogólnego opisu pracy belek żelbetowych w różnych fazach, polecił Żórawski w pracach [52,53]. Stwierdza on, że w dotychczasowych pracach badających zachowanie się belek żelbetowych analizowano zmiany rozkładu sił wewnętrznych i odkształceń, zachodzące pod wpływem narastających obciążeń. Można to zrobić inaczej wprowadzając jako wartość zmieniającą się jednostkowe odkształcenia stali rozciąganej $\varepsilon_a + \Delta\varepsilon_a$. Korzystając z zasady płaskich przekrojów, Żórawski wprowadza zależności wiążące sprężyste odkształcenia jednostkowe w dowolnym punkcie przekroju $\varepsilon(z) = [\zeta/(1-\zeta)] \varepsilon_a$ z odkształceniami w stali.

Belkę dzieli na pasma, a następnie w środku każdego pasma liczy siłę N ściskającą lub rozciągającą. W rezultacie otrzymuje dla każdej wartości ε_a , odpowiednie rozkłady sił $N(z)$.

Ugięcia wyrażają się wzorem:

$$f_k = \sum_1^k \left[\sum_1^k \frac{\bar{\varepsilon}_a + \bar{\varepsilon}_g}{h_0} \Delta X_k \right] \Delta X_k, \quad (3.6)$$

gdzie: $\bar{\varepsilon}_g$ jest średnim odkształceniem górnego włókna przekroju, a $\bar{\varepsilon}_a$ jest średnim odkształceniem w stali. ΔX_k jest odległością pomiędzy przekrojami na długości belki. Wzór (3.6) analizuje się komputerowo.

Analizując przedstawione próby opisu stanu naprężeń w przekroju elementu, można stwierdzić, że w zasadzie wyczerpują one wszystkie istotne przypadki.

Za pomocą przedstawionych wzorów można wyznaczyć w dowolnym punkcie dowolnego przekroju naprężenia i odkształcenia, a więc uzyskać informację o stanie tego przekroju.

3.3. Podobne rozważania uogólniające i podobną systematykę można zastosować do określenia sztywności przekroju żelbetowego.

Wychodząc z równania krzywizny:

$$\frac{1}{\rho} = \frac{\varepsilon_p(t) + \varepsilon_a(t)}{h_0} \quad (3.7)$$

otrzyma się, po określeniu $\varepsilon_b(t)$ i $\varepsilon_a(t)$, ogólne wyrażenie na sztywność dowolnego przekroju żelbetowego pracującego w dowolnej fazie pracy, z uwzględnieniem długotrwałego działania obciążenia.

Wyrażenie to dla przekroju prostokątnego będzie przedstawiać się następująco:

$$B(t) = h_0 E_b(\tau) \xi(t) \left\{ [F_{bc1}(t) + F_{bc2}(t)/2] [h_0 - c'(t)] + \right. \\ \left. - \frac{\kappa \eta(t) [1 - \xi(t)] c(t)}{\eta(t) \xi(t)} [F_{br1}(t) + F_{br2}(t)/2] \right\} \quad (3.8)$$

Względna wysokość strefy ściskanej $\xi(t)$ wyznacza się dla tego przypadku z równań algebraicznych podanych w pracach Szechińskiego [29, 5].

Nie mówi się tu bliżej o określaniu ε_b i ε_a , choć jest to zagadnienie kluczowe. Mówiąc o przekrojach żelbetowych, nie można nie mówić o tym, czy są one przekrojami w miejscu rysy czy też poza nią. Przy rysowaniu się przekroju zachodzi zmiana jakościowa i skok wielkości opisujących ten przekrój. Skok ten musi być opisany i opis ten jest w podanych wzorach ukryty pod symbolami ζ , κ i F . Nie jest tu powiedziane, jaką metodę opisu tych zmian należy przyjąć.

Najbardziej znaną metodą obliczania ε_b i ε_a jest metoda zaproponowana przez Muraszowa [54], gdzie:

$$\varepsilon_b = \varepsilon_a \zeta_r \frac{x_{\zeta_r}}{h_0 - x_{\zeta_r}} \quad (3.9)$$

$$\varepsilon_a \zeta_r = \Psi_a \varepsilon_a \quad (3.10)$$

Przyjęcie średnich wartości odkształceń pozwoliło na ujednoczenie opisu zagadnienia. We wzorach tych Ψ_a jest współczynnikiem uwzględniającym pracę betonu pomiędzy rysami.

Należy podkreślić, że u podstaw powyższych rozważań leżą ogólnie akceptowane założenia o płaskości przekrojów przed i po odkształceniu, jak też założenie o prostoliniowości wykresów naprężeń.

Są to istotne ograniczenia, choć nie pogarszające specjalnie wyników obliczeń, co było wielokrotnie weryfikowane doświadczalnie.

Częściowe uwolnienie się od tych ograniczeń, tzn. od prostoliniowych wykresów naprężeń, proponuje w pracy [45] Purtak.

Przyjmuje on zależność naprężeń od odkształceń w postaci krzywoliniowej:

$$\delta_b(\eta) = \nu_0 (1 - a \eta^2 \chi^2) E_b \eta \bar{\epsilon}_b \quad (3.11)$$

gdzie:

$$\bar{\epsilon}_b = \bar{\epsilon}_a \frac{X}{h_0 - X}, \quad \chi = M/M_{bn}, \quad \eta = Y/X, \quad \bar{\epsilon}_a = \frac{M \Psi br}{z F_a E_a}$$

oraz

$$M_{bn} = \frac{0.7 \xi_{gr}}{\Psi_a} (1 - 0.4 \xi_{gr}) b h_0^2 R_b$$

Wyrażenia powyższe określają stan naprężeń i odkształceń w przekroju pracującym pod obciążeniem doraźnym.

Wyznaczenie odkształceń pozwala na określenie sztywności przekroju.

Określenie stanu naprężeń i odkształceń w przekroju zginanego elementu żelbetowego, jak też i sztywności tego przekroju, pozwala przejść dalej do etapu II, czyli rozpatrywania elementów jako całości.

3.4. Aktualnie istnieje wiele koncepcji dotyczących opisu przebiegu sztywności na długości belki żelbetowej. Z koncepcji tych prawie wszystkie cieszą się w Polsce dużym zainteresowaniem i są w ostatnich latach intensywnie rozwijane.

Za najważniejsze z tych koncepcji można uznać następujące:

- koncepcję sztywności stałej odcinkami,
- kontynuálną koncepcję sztywności,
- falową koncepcję sztywności,
- skokową koncepcję sztywności,
- dystrybucyjną koncepcję sztywności,

3.4.1. Koncepcja przyjmowania sztywności stałej odcinkami została sformułowana przez Muraszewa w pracy [54].

Warto tu na jej temat powiedzieć nieco więcej, jako że zrobiła ona karierę światową i między innymi polskie przepisy normowe dotyczące obliczania ugięć są na niej oparte.

Muraszew zajmuje się elementami pracującymi w fazie II twierdząc, że element znajduje się w tej fazie w chwili, gdy $M > M_T$, gdzie $M_T = R_T W_{zr}$. Przekroczenie przez moment zginający w belce wartości momentu rysującego (M_T) i powstanie pierwszej rysy kwalifikuje wg Muraszewa cały element do fazy II. Dla takiego elementu, po wyznaczeniu wg wyrażeń (3.9) i (3.10) średnich wartości odkształceń $\bar{\epsilon}_a$ i $\bar{\epsilon}_b$, można określić sztywność średnią stałą na długości.

Sztywność ta wyraża się następująco w równaniu krzywizny:

$$\frac{1}{\bar{\gamma}} = \frac{\epsilon_a \bar{s}_r}{h_0 - \bar{x}_{\bar{s}_r}} = \frac{M \bar{\Psi}_a}{W_a E_a (h_0 - \bar{x}_{\bar{s}_r})} = \frac{M}{B} \quad (3.12)$$

Powyższy wzór na krzywiznę oraz sztywność w przedstawionej postaci, oznaczona przez B, z różnymi modyfikacjami, stanowiły podstawę do opracowania zasad obliczania ugięć obowiązujących w normach wielu krajów, między innymi w normach radzieckich NiTU 123-55 [56], SNiP II-W 1-62 [57] i polskich PN-76/B-03264, PN-84/B-03264 [18].

Badania dotyczące weryfikacji powyższych założeń wykonane w Polsce, omówiono w następnym rozdziale. Tu warto prześledzić ogólne kierunki rozwoju tej metody, jako że miały one wpływ na badania polskie.

W normie NiTU 123-55 metoda Muraszewa została uzupełniona o wzór na sztywność dla fazy I w postaci $B_I = 0.85 E_b J_1$, gdzie J_1 oznacza sprawdzony moment bezwładności przekroju betonowego z uwzględnieniem zbrojenia, oraz o uwagi dotyczące obliczeń elementów obciążonych długotrwanie.

W normie SNiP II-W 1-62, ugięcia w fazie I oblicza się ze wzoru $f_I = f_{kk} + f_{kd}$, gdzie f_{kk} oznacza ugięcia krótkotrwałe od obciążeń krótkotrwałych, a f_{kd} oznacza ugięcia krótkotrwałe od obciążeń długotrwałych. Sztywność elementów obciążonych krótkotrwałe oblicza się tak jak poprzednio, tj. $B_I = 0.85 E_b J_1$. W fazie II $f_{II} = f_{k(k+d)} - f_{kd} + f_{dd}$, gdzie: $f_{k(k+d)}$ to ugięcia krótkotrwałe od działania całego obciążenia, a f_{dd} to całkowite ugięcie od obciążeń działających długotrwanie.

Obliczanie ugięć krótkotrwałych jest tu oparte w zasadzie na metodzie Muraszewa. Wprowadzono tu jednak nowe pojęcie $\bar{\Psi}_b = \frac{\epsilon_b \bar{s}_r}{E_b}$, otrzymując:

$$B_{II} = \frac{z h_0}{\bar{\Psi}_a / E_a F_a + \bar{\Psi}_b / \gamma E_b F_b} \quad (3.13)$$

Zasadniczym problemem w teorii Muraszewa i jej pochodnych jest określenie wartości współczynników $\bar{\Psi}_a$, $\bar{\Psi}_b$ i γ . Problemem tym zajmowało się w ZSRR wielu badaczy, między innymi Niemirowski, [92,93], Rokacz [94,95], Gornow [96-99], Wiłkow [100], podając określenia na $\bar{\Psi}$ i γ , oparte na własnych badaniach.

Badania polskie na ten temat omówiono w następnym rozdziale.

3.4.2. Koncepcja o kontynuualnej zmianie sztywności sformułowana została przez Kuczyńskiego w pracach [58-61], a następnie rozwijana i uzupełniana przez niego w pracach [62-80] oraz przez Goszczyńskiego i zespół w pracach [81-85] i Granosika [86].

Podstawowe założenia koncepcji kontynuualnej zmiany sztywności podano w pracach [59-61], na podstawie badań opisanych w pracy [58].

Proponuje się tam przyjęcie następujących założeń:

- przyjęcie określonego modelu przekroju żelbetowego,
- przyjęcie kontynuualnej zmiany sztywności uwarunkowanej zmianą momentu zginającego, przy czym zmiana ta zachodzi zarówno na długości elementu, jak też wraz ze wzrostem obciążeń,
- przyjęciu prawdziwości założonego prawa w sensie statystycznym,
- wprowadzeniu jednego parametru uwzględniającego uplastycznienie i zarysowanie,
- założenia, że w fazie I belka pracuje sprężyste,
- powstanie rysy związane z momentem rysującym jest odpowiednikiem drugiego stanu granicznego belki,
- krzywizna belki odnosi się do osi środkowej belki,
- oś obojętna jest osią teoretyczną.

Po przyjęciu tych założeń teoria kontynuualna pozwala rozwiązywać dwie grupy zagadnień:

- obliczać przemieszczenia (krzywizny, ugięcia i kąty obrotu) belek żelbetowych statycznie wyznaczalnych i niewyznaczalnych,
- analizować pracę belek statycznie niewyznaczalnych, tzn. redystrybucję momentów.

Na podstawie powyższych założeń Kuczyński podał dwie formy matematycznego ujęcia tego procesu:

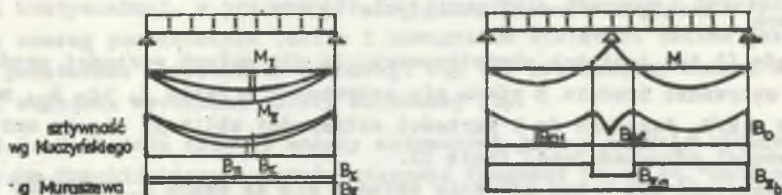
- hipotezę liniowych zmian sztywności, gdzie $B = B_0 (1 - \varphi m)$,
- hipotezę potęgowych zmian sztywności, gdzie $B = B_0 (1 - m \Psi)$.

Mimo, że obie formy różnią się między sobą wspólną cechą jest jednoparametrowe przedstawienie zjawiska zginania przez wszystkie fazy pracy belki żelbetowej.

Parametry φ i Ψ są doświadczalne i zależą od uplastycznienia i zarysowania betonu.

Ze względów praktycznych najczęściej obliczaną wielkością są ugięcia belek. Można je obliczyć korzystając z równania krzywizny w postaci $1/\rho = M/B$, gdzie B jest przyjęte jak w podanych powyżej hipotezach.

Różnice pomiędzy założeniami do teorii Kuczyńskiego i Muraszewa pokazano na rys. 3.3.



Ryc. 3.3. Porównanie sztywności wyznaczonych metodami Kuczyńskiego i wg PN-76/B-03264

Fig. 3.3. Comparison of stiffnesses determined in Kuczyński's methods with stiffnesses determined according to PN-76/B-03264

Kontynuualna teoria zginania żelbetu rozwinęła się znacznie w latach sześćdziesiątych. W tym okresie Kuczyński z zespołem podaje sposoby jej zastosowania kolejno:

- do obliczania wpływów reologicznych na ugięcia belek żelbetowych [63,64],
- do obliczania przemieszczeń belek [62,63],
- do obliczania belek na zarysowanie [66],
- do opisu redystrybucji momentów w elementach statycznie niewyznaczalnych.

Ponadto interesowano się ugięciami elementów żelbetowych, z uwzględnieniem wpływu różnych czynników, takich jak: rodzaj betonu i stali, uziarnienie kruszywa, kształt przekroju itp. [66], a także zastosowaniem EMC do obliczania ugięć [69].

W roku 1970 Kuczyński i Goszczyński podają propozycję metody normowej uproszczonego obliczania ugięć i rys w elementach żelbetowych, w której sztywność proponowano przyjmować następująco:

$$B = B_I \left[1 - m \left(1 - \frac{J_{II}}{J_I} \right) \varphi_{sch} \varphi_N \right]. \quad (3.14)$$

gdzie:

$m \left(1 - \frac{J_{II}}{J_I} \right)$ - nazwano stopniem zaangażowania przekroju,

m - jest stopniem zaawansowania obciążenia,

$$J_{II} = n F_a (h_0 - x_{II}) (h_0 - 1/3 x_{II}),$$

φ_N - uwzględnia wpływ sił podłużnych,
 φ_{sch} - uwzględnia rodzaj obciążenia belki.

Wzór (3.14) jest tak skonstruowany, że dla małych wartości współczynnika m sztywność średnia B równa się sztywności w fazie I, tj. B_I , natomiast dla $m = M/M_n$ dążącego do 1 wartości sztywności zbliżają się do wartości sztywności odpowiadającej fazie II.

Rozwartość rys w tej metodzie określa się ze wzoru $a_f = \frac{M(h-x)}{B}$.

Badania w podanych wyżej kierunkach kontynuowane są również w ostatnich latach.

Problemem uogólniania podanych w teorii rozwiązań zajmowali się Goszczyński w pracy [74] i Kuczyński w pracy [72]. Stwierdzają tam, że w większości zagadnień praktycznych ugięcia oraz kąty obrotu belek statycznie wyznaczalnych mogą być obliczane przy przyjęciu zasady stałego współczynnika podatności $K = M_n \frac{1}{B_0}$.

Wpływem wskaźnika podatności na ugięcia zajmuje się również Goszczyński w pracach [74,75]. Precyzuje on tam pojęcie tego wskaźnika, otrzymując $K = \lambda/h$.

gdzie:

$$\lambda = \frac{R_m}{E_{bo}} (1 - \alpha)^2 \frac{S_b}{e_j}.$$

Ugięcia w tym przypadku oblicza się z następującego wyrażenia:

$$\frac{d^2 \eta}{d \xi^2} = \frac{M_n l}{B_0} \cdot \frac{m}{1 - m^2} = K \frac{1}{1 - m^2}. \quad (3.15)$$

Goszczyński zajmuje się również zagadnieniami obliczania rozwarcia rys w ujęciu teorii kontynualnej, co rozwija w pracach [82-84], a wspólnie z Kuczyńskim i Granosikiem zajmuje się dalszym rozwojem analizy pracy ciągłych belek żelbetowych [84,86,87].

W pracach tych wykorzystuje się podany wyżej wskaźnik podatności, a analizę prowadzi się z wykorzystaniem metody obciążeń wtórnych. Ponieważ wskaźnik podatności jest zmienny na długości przęsła, dzieli się to przęsło na odcinki, na których $K_1 = \text{const}$ i oblicza się średni wskaźnik $K_0 = \sum K_1 l_1/l$.

Ponadto Granosik zajmował się jeszcze badaniami wpływów różnorodnych czynników na ugięcia [88-91]. Czynnikiemami tymi były: uziarnienie kruszywa, wytrzymałość betonu, wpływy losowe, wytrzymałość kruszywa itp. Wyniki tych badań omówiono wcześniej w punkcie 2.

Jako uzupełnienie przydatne w obliczeniach praktycznych deformacji wg teorii kontynuualnej, w pracach [78,79] Kuczyński, Tkaczyk i Krzyżanowski podali szereg pomocniczych tablic i nomogramów wielkości takich jak: wskaźniki podatności i wysokości przekroju czy też zredukowany moment bezwładności, wskaźnik wysokości strefy ściskanej itp.

3.4.3. Koncepcja falowej zmiany sztywności jest w trakcie opracowywania przez Szechińskiego i będzie stanowić fragment pracy pt. "Deformacje żelbetowych elementów zginanych pod obciążeniem długotrwałym", która ukaże się w 1989 roku.

Zasadnicze założenia tej koncepcji wynikają z następujących obserwacji:

- oś obojętna w belce na odcinku zarysowanym ulega sfalowaniu w punktach powstania rys. Fale na osi z upływem czasu trwania obciążenia zanikają,
- krzywe rozkładu odkształceń w stali i w betonie wzdłuż belki są sfalowane na odcinku zarysowanym. Fale na tych krzywych pogłębiają się wraz z upływem czasu trwania obciążenia,
- krzywe rozkładu naprężeń w stali i w betonie wzdłuż belki są sfalowane na odcinku zarysowanym. Fale na tych krzywych zanikają wraz z upływem czasu trwania obciążenia,
- zmiany naprężeń i odkształceń wywołują zmianę sztywności elementu, która ogólnie maleje, ale oprócz tego, różnica pomiędzy sztywnością w przekrojach zarysowanych i niezarysowanych pogłębia się, głównie na skutek narastania różnic pomiędzy odkształceniami w rysach i pomiędzy nimi.

Ogólny obraz przebiegu opisanych zjawisk ilustruje rys. 3.4.

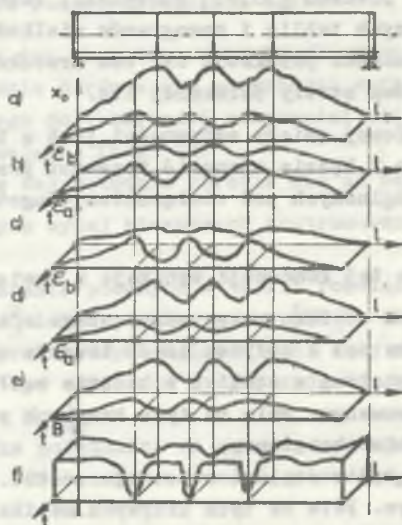
Sztywność belki w takim ujęciu można zapisać ogólnie następująco:

$$B(t) = f[B_I(t)] g(m) + h[B_I(t)] k(m). \quad (3.16)$$

gdzie: $m = M/M_T$, a $B_I(t)$ jest sztywnością dowolnego przekroju żelbetowego, obliczaną z wyrażenia (3.8) dla dowolnej fazy pracy belki, z uwzględnieniem czasu trwania obciążenia.

Funkcje f, g, h, k w wyrażeniu (3.16) powinny być tak dobrane, aby były spełnione następujące warunki brzegowe:

- dla $M = 0$ funkcja sztywności $B(t) = B_{I0}$, gdzie B_{I0} jest sztywnością przekroju niezarysowanego i nieobciążonego.
(Sztywność początkowa zależy jeszcze od wieku betonu i może to być w obliczeniach uwzględnione; wtedy $B_{I0} = B_{I0}(\tau)$),
- dla $0 < M < M_r$, funkcja sztywności $B_{I0} < B(t) < B_I(t)$, gdzie $B_I(t)$ jest sztywnością przekroju niezarysowanego, pracującego w fazach I_a i I_b ,
- dla $M > M_r$, funkcja sztywności $B(t)$ zdąży do $B_{II}(t)$, gdzie $B_{II}(t)$ jest sztywnością przekroju zarysowanego, pracującego w fazach II_a i II_b .



Rys. 3.4. Zmiany stanu naprężeń i odkształceń oraz sztywności w belkach żelbetowych obciążonych długotrwałe

Fig. 3.4. Changes in stress and strain state and in stiffness of long-time loaded reinforced concrete beams

Przykładowo, podane warunki spełnić będzie następujące wyrażenie:

$$B(t) = \frac{a(t)}{1+m a(t)} + b(t) - \frac{1.1 \text{ m}^2}{2.1 + m} \frac{c(t)}{2} \sin(\pi \zeta)^4 \left[\cos(2\pi \zeta) - 1 \right]^4.$$

gdzie:

$$a(t) = B_{I0} - B_I(t),$$

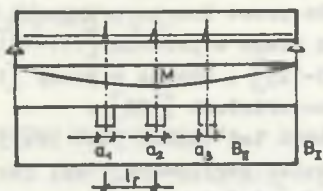
$$b(t) = B_{II}(t),$$

$$c(t) = B_I(t) - B_{III}(t).$$

Ugięcia elementów można obliczać z równania krzywizny wykorzystując wyrażenie (3.17). W praktyce opracowany został program maszynowy, który umożliwia wyznaczanie ugięć z uwzględnieniem podanych wyżej założeń.

3.4.4. Koncepcja skokowej zmiany sztywności sformułowana została przez Ryżyńskiego i Apanasa w pracy [100], na bazie wyników zamieszczonych wcześniej w [101], a następnie rozwinięta w pracach [104-105].

Podstawowym założeniem w tej koncepcji jest przyjęcie zmian sztywności na długości elementu tak, jak to pokazano na rys. 3.5.



Rys. 3.5. Sztywność belki żelbetowej z rysami wg Ryżyńskiego

Fig. 3.5. Stiffness of a cracked reinforced concrete beam according to Ryżyński

W rysach przyjęto sztywność $B_{II} = E_b J_{II}$, a pomiędzy rysami $B_I = E_b J_I$.

Ugięcia elementu najogólniej obliczyć można z równania jego osi odkształconej:

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{M_x}{E J_x} \quad (3.18)$$

całkując je po odpowiedniej liczbie przedziałów.

W praktyce zastosowano metodę obciążeń wtórnych. Wielkość momentu wtórnego na odcinkach niezarysowanych jest równa wielkości momentu wywołanego obciążeniem podstawowym $M_x^* = M_x$, natomiast w przekrojach zarysowanych $M_x^* = M_x J_I / J_{II}$.

Wielkości J_I , J_{II} , l_r , a_n , można obliczać jedną z metod podanych w pracy [106].

Ryżyński proponuje, aby rozstaw rys l_r obliczać wg propozycji CEB i korygować do najbliższego rozstawu strzemion. Wielkość a_n , przyczepności, proponuje się obliczać z następującego wyrażenia:

$$a_n = \frac{r_n}{\epsilon_{br} + \delta_{an}/E_a} \quad (3.19)$$

gdzie:

r_n - oznacza rozwartość rys,

δ_{an} - naprężenie w zbrojeniu w badanej rysie,

ϵ_{br} - wydłużenie ekstremalne betonu.

Powyższa metoda weryfikowana była doświadczalnie, a wyniki podano w pracach [103-105] .

3.4.5. Koncepcja dystrybucyjnego rozkładu sztywności elementu żelbetowego sformułowana została przez Borcza w pracach [107-116,122] , a następnie była rozwijana przez niego w pracach [117-121] oraz przez Łuczak i Majewskiego w pracach [123-125] , Ubyśza w pracy [126] , Zadwórnego [127] , jak też przez zespół w materiałach [128] .

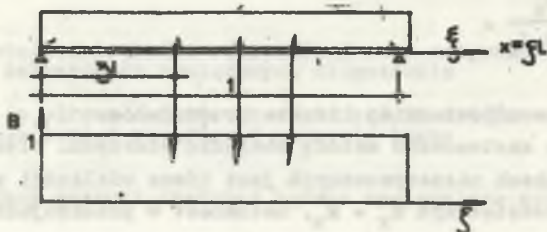
Podstawowym założeniem w tej teorii jest przyjęcie rozkładu sztywności na długości żelbetowej belki zarysowanej tak, jak to pokazano na rys. 3.6. Matematyczny model, odpowiadający przyjętemu założeniu, nawiązuje do obliczania przemieszczenia $v(\xi) = W/L$ konstrukcji jednorodnych bez rys.

Przyjmuje się następującą postać równania różniczkowego:

$$\alpha v(\xi) = p + \mathcal{D} . \quad (3.19)$$

gdzie:

- α - jest operatorem różniczkowym jak dla konstrukcji bez rys,
- p - jest uogólnionym obciążeniem konstrukcji,
- \mathcal{D} - jest operatorem opisującym defekt pochodzący od zarysowania.



Rys. 3.6. Belka żelbetowa z rysami wg Borcza

Fig. 3.6. Cracked reinforced concrete beam according to Borcz

Dla belki jednorodnej o stałej wysokości równanie (3.19) przyjmuje postać:

$$v, \xi \xi \xi \xi (\xi) = \frac{p l^3}{E J} + \frac{l^3}{E J} \mathcal{D} , \quad (3.20)$$

gdzie:

- $\xi = X/L$ - współrzędna bezwymiarowa,
- EJ - sztywność belki.

Zakładając, że ryś utworzy się w punkcie $\xi = \zeta$, rozwiązanie równania (3.20) przyjmuje się w postaci:

$$v(\xi) = v_1(\xi) + v_2(\xi, \zeta) h(\xi - \zeta). \quad (3.21)$$

gdzie:

$h(\xi - \zeta)$ - jest dystrybucją Heaviside'a o następujących cechach:

$$h(\xi - \zeta) = 0 \text{ dla } \xi \leq \zeta \text{ oraz } h(\xi - \zeta) = 1 \text{ dla } \xi > \zeta.$$

$v_1(\xi)$ i $v_2(\xi, \zeta)$ - są funkcjami ciągłymi.

Po zróżniczkowaniu rozwiązania (3.21) cztery razy otrzyma się:

$$v_{,\xi\xi\xi\xi}(\xi) = [v_1(\xi) + v_2(\xi, \zeta)],_{\xi\xi\xi\xi} \quad (3.22)$$

a następnie po uwzględnieniu równania (3.20):

$$v_{1,\xi\xi\xi\xi} = p l^3/EJ. \quad (3.23)$$

$$\begin{aligned} [v_2(\xi, \zeta) h(\xi - \zeta)],_{\xi\xi\xi\xi} = & v_{2,\xi\xi\xi\xi}(\xi, \zeta) h(\xi - \zeta) + v_{2,\xi\xi\xi\xi}(\xi, \zeta) \delta(\xi - \zeta) + \\ & + v_{2,\xi\xi\xi}(\xi, \zeta) \delta_{,\xi}(\xi - \zeta) + v_{2,\xi\xi}(\xi, \zeta) \delta_{,\xi\xi}(\xi - \zeta) + v_2(\xi, \zeta) \delta_{,\xi\xi\xi}(\xi - \zeta). \end{aligned} \quad (3.24)$$

Wyrażenia po prawej stronie (3.24) mogą być interpretowane jako: - złożone obciążenie, - siła skupiona, - skupiony moment zewnętrzny, - dyslokacja kątowa i - przesunięcie.

W punkcie rysy, tj. dla $\xi = \zeta$, w tej interpretacji możliwy jest tylko obrót, czyli tylko $v_{2,\xi}(\xi = \zeta) \neq 0$. Stąd po uwzględnieniu równania (3.20) wyrażenie (3.24) przyjmuje następującą postać:

$$D = \frac{EJ}{l^3} v_{2,\xi}(\xi, \zeta) \delta_{,\xi\xi}(\xi - \zeta). \quad (3.25)$$

Ostatecznie równanie (3.20) wyrazi się dla konstrukcji zarysowanej następująco:

$$v_{,\xi\xi\xi\xi}(\xi) = \frac{p l^3}{EJ} + \sum_1 r_1 \delta_{,\xi\xi}(\xi - \zeta_1). \quad (3.26)$$

Rozwiązanie równania (3.26) otrzymano posługując się funkcją wpływową i ma ono postać (3.27):

$$v(\xi) = \int_0^1 G(\xi, \zeta) \left[p^* \cdot (\zeta) + \sum_1^n r_i \delta_{,\xi\xi}(\zeta - \xi_i) \right] \cdot \quad (3.27)$$

Pierwsza część prawej strony równania (3.27) wyraża przemieszczenia belki sprężystej, natomiast część druga jest przemieszczeniem spowodowanym rysami.

Związek fizyczny:

$$r_i = -r_{oi} + r_{1i} v_{,\xi\xi}(\zeta_i) \cdot \quad (3.28)$$

zawiera niewiadomą funkcję rozwiązującą.

Gdy belka jest statycznie wyznaczalna, rozwiązanie (3.27) przedstawia jej ugięcia.

Dla belki swobodnie podpartej, obciążonej równomiernie, ugięcie w połowie rozpiętości, czyli dla $\xi = 0.5$, wyraża się następującym wzorem:

$$v(0.5) = \left[5/384 - \sum_1^n r_{1i} 0.5 \zeta_i (1 - \zeta_i) G_{,\xi\xi}(0.5 \zeta_i) + \right. \quad (3.29) \\ \left. - \sum_1^n r_{oi} G_{,\xi\xi}(0.5 \zeta_i) \right] \frac{g l^3}{E J} .$$

Dla belek o przekroju prostokątnym współczynnik r_1 został podany przez Borcza w pracy [108] w postaci:

$$r_1 = 0.5 \varphi \Psi l_f / L \cdot \quad (3.30)$$

gdzie:

l_f / L - współczynnik określający stosunek rozstawu rys do rozpiętości belki,

Ψ - współczynnik określający proporcję $\delta_{a5r} / \delta_a^{II}$,

φ - współczynnik doświadczalny, uwzględniający wpływ stopnia zbrojenia belki.

Wzór (3.30) był weryfikowany doświadczalnie przez Ubysza, a rezultaty podano w pracy [126] .

Powyższe rozważania zostały wykorzystane w pracy [117] do analizy re-dystrybucji momentów w belkach ciągłych oraz w pracy [129] do obliczeń belek obciążonych wielokrotnie.

W przypadku belek obciążonych wielokrotnie Borcz stwierdza, że w procesie monotonicznego obciążenia powstają w belce deformacje niesprężyste betonu, zwane przez niego resztkowymi. Całkowite odkształcenia są sumą odkształceń resztkowych i dodatkowo powstających odkształceń sprężystych, tak dobranych, aby zachować warunki nierozdzielności: $\epsilon_T = \epsilon_E + \epsilon_R$. Odkształcenia te wywołują w belce tzw. naprężenia własne, które pozostają po odciążeniu, czyli są uwięzione w belce. W procesie kolejnych obciążeń naprężenia od obciążenia zewnętrznego sumują się z naprężeniami własnymi. Borcz podaje sposób obliczania tych naprężeń.

Wraz z zespołem Borcz wykorzystał podane założenia do analizy innych elementów żelbetowych, takich jak słupy rozciągane [118], tarcze [109, 121], ramy [123] oraz do obliczeń dynamicznych belek i tarcz [123, 124].

3.5. W powyżej skomentowanych koncepcjach opisu pracy i deformacji zginanych elementów żelbetowych zajmowano się w przeważającej mierze zwykłymi przekrojami czy też elementami żelbetowymi, poddanymi czystemu zginaniu, obciążonymi krótko lub długotrwale.

Można zauważyć, że pozostaje wiele innych zagadnień związanych z procesem deformacji żelbetu, których tu nie omówiono.

Całkowicie pominięto np. zagadnienie wpływu sił poprzecznych na ugięcia, jak też nie omówiono zagadnień związanych z deformacjami zginanych przekrojów zespolonych. Nie powiedziano też zbyt wiele na temat badań ugięć elementów poddanych działaniu obciążeń powtarzalnych i dynamicznych oraz na temat badań specjalnych zagadnień związanych z obliczaniem ugięć. Do takich zagadnień można zaliczyć np. obliczanie ugięć belek ciągłych czy też belek o przekrojach nietypowych itp.

Ponadto należy zauważyć, że omówione do tej pory prace traktują wszystkie problemy deterministycznie. Obok znajomości związków przyczynowych interesuje nas jednak także prawdopodobieństwo, z jakim możemy oczekiwać przebiegu określonych zjawisk, akurat w tym przypadku zjawisk związanych z deformowaniem się zginanych elementów żelbetowych.

3.5.1. Dynamiką belek żelbetowych zajmowali się Borcz [113], Furtak [192] i Szulczyński z Saad Mezami [193].

Borcz zajmuje się drganiami i odkształceniami belek z rysami i bez. W ogólnym przypadku, wg niego, równanie różniczkowe ruchu belki sprężystej układu ciągłego zapisuje się następująco:

$$v_{,tttt} + \lambda^4 v_{,tt} = P_0(t), \quad (3.31)$$

gdzie:

$$\lambda^4 = m L^4 / E I .$$

Amplitudę ruchu belki swobodnie podpartej po uwzględnieniu warunków brzegowych można zapisać jako $X_n(\xi) = A \sin k_n \xi$.

Jest to funkcja własna równania (3.31).

Rozwiązanie równania różniczkowego ruchu (3.31) ma postać:

$$v(t) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n X_n(\xi) e^{-\frac{\eta^n}{4} \omega_{on} t} \cos(\omega_{on} t - \varphi_n) . \quad (3.32)$$

Belki żelbetowe charakteryzują się tym, że powstają w nich rysy i z tego powodu zmienia się sztywność konstrukcji.

Równanie ruchu belki żelbetowej ma następującą postać:

$$v_{,\xi\xi\xi\xi}(\xi, t) + \lambda^4 v_{,tt}(\xi, t) = \sum_n r_{n1} v_{,\xi\xi}(\xi_n, t) \delta_{,\xi\xi}(\xi - \xi_n) . \quad (3.33)$$

Rozwiązanie, równania (3.33) podano w pracy [113], otrzymując, że częstotliwości drgań własnych dla belki swobodnie podpartej bez rys wynoszą 47 Hz, natomiast dla belki z rysami 71 Hz.

Borcza stwierdza, że na skutek zarysowania występują skoki kąta obrotu. Belka zarysowana jest mniej sztywna od belki niezarysowanej. W rozpatrywanym przypadku przemieszczenia statyczne belki z rysami są około 2,4 raza większe od przemieszczeń belki z rysami. Na skutek drgań różnica ta będzie się powiększać.

Rozważania te znajdują teoretyczne potwierdzenie w doświadczeniach.

Furtak [192] badał dynamicznie belki z rysami i stwierdził, że szerokość rys w belkach powiększa się podczas drgań.

Saad Mszami i Szulczyński [193] badali ugięcia belek odciążonych wielokrotnie. Przedstawili następujące wnioski:

- powtarzalność obciążenia powoduje stały przyrost ugięć doraźnych oraz ugięć trwałych pozostających po odciążeniu,
- przy niesmiennym poziomie obciążenia przyrost ugięcia maleje przy kolejnych cyklach obciążenia i odciążania,
- przyrost ugięcia doraźnego jest większy od przyrostu ugięcia trwałego po odciążeniu.

3.5.2. Analizą przemieszczeń belek ciągłych zajmowali się Borcza w pracach [17, 112, 113], Kuczyński i Goszczyński [60, 69, 70], Borowicz i Zajac [194], Tkaczyk [43] i Knauff [41].

Borczyński w pracy [113] podał teoretyczne rozwiązanie zagadnienia wyznaczenia przemieszczeń belek ciągłych na bazie rachunku dystrybucyjnego.

Kuczyński w pracy [70] stwierdza, że dla pełnej analizy belki ciągłej należy rozwiązać najpierw belkę jako sprężystą, a następnie określić mechanizm jej zniszczenia w ujęciu teorii plastyczności. Są to dwa stany brzegowe zjawiska. Podczas eksploatacji rzeczywista belka będzie pracować pomiędzy tymi dwoma stanami. Obliczanie ugięć będzie się prowadzić iteracyjnie.

Knauff [196] podaje algorytm rozwiązania zagadnienia rozkładu momentów w żelbetowych belkach ciągłych. Podkreśla przy tym, że uogólnienie podanej metody pozwoli na obliczanie konstrukcji prętowych, a więc na stworzenie statyki prętowych konstrukcji żelbetowych.

Borowicz i Zajac [195] podają algorytm rozwiązywania ciągłych belek żelbetowych, z uwzględnieniem wpływu wyteżenia na sztywność zginania. W rozważaniach zastosowano model oparty na hipotezie potęgowych zmian sztywności.

Tkaczyk prowadził badania doświadczalne belek ciągłych o przekroju teowym. Stwierdził, że ugięcia wszystkich mierzonych punktów belek mają charakter ciągły bez wyraźnych załamania. Redystrybucja momentów zginających dla zbrojenia idealnego nie różni się od rozkładu sprężystego momentów.

3.5.3. Pawlikowski, Piliszek i Drentowicz zajmowali się analizą probabilistyczną stanów granicznych elementów żelbetowych [195, 138].

W pracy [138] ugięcie maksymalne elementu zakładają w postaci:

$$f = \frac{5}{384} \frac{(g_1 + g_2) l^4}{\eta_d^{-1} B_d} + \frac{4}{384} \frac{g_1 l^4}{\eta_k^{-1} B_k}, \quad (3.34)$$

gdzie:

B_d i B_k - są sztywnościami średnimi liczonymi wg PN-84/B-03264,

η_d i η_k - uwzględniają średnie odchylenie wyników badań i obliczeń.

Warunek stanu granicznego ugięć zapisać można następująco:

$$f = f(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_1), \quad (3.35)$$

a zakładając, że zmienne losowe X_i występujące we wzorze (3.35) wykazują rozkłady trójparametrowe Pearsona III typu, ogólne wzory na parametry rozkładu ugięć przybiorą postać:

$$\delta_f = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left[\frac{\partial f}{\partial x_i} \right]^2 \bar{x}_i^2 v_i^2}, \quad (3.36)$$

$$a_f = \frac{1}{\delta} \sum_{i=1}^n \left[\frac{\partial f}{\partial x_i} \right]^3 x_i^2 v_i^3 a_{x_i}. \quad (3.37)$$

Dla stropów prefabrykowanych zaprojektowanych metodą normową wyznaczyli prawdopodobieństwo nieprzekroczenia ugięć, otrzymując wynik rzędu 0.98-0.999.

Poziom wyrównania zapasu (wobec wymaganego normą $p(f \leq f_{dop}) = 0.95$) daje możliwość zmniejszenia przekrojów zbrojenia o 10%. Pociąga to za sobą zwiększenie ugięć o 8%.

4. PRAKTYCZNE METODY OBLICZANIA UGIĘĆ

4.1. Wiele krajów, w tym również Polska, w ostatnim okresie wprowadziło nowe zasady wymiarowania konstrukcji żelbetowych, przechodząc na metody bardziej oszczędne, dające mniejsze przekroje. Spowodowało to wzrost zainteresowania zagadnieniami związanymi z obliczaniem i przewidywaniem deformacji projektowanych konstrukcji, a w szczególności ich ugięć.

Sprawiło to również, że w wielu normach pojawiły się, dotąd nieobecne, przepisy dotyczące sprawdzania i obliczania ugięć.

Spśród szeregu istniejących teorii zginania żelbetu i opartych na tych teoriach metod obliczania ugięć, jak dotychczas szersze zastosowanie w praktyce, odzwierciedlające się w przepisach normowych, znalazły:

- metody radzieckie, zawarte w normach NiTU 123-55 i SNiP II-W 1-62, oparte na omówionej w poprzednim punkcie teorii Muraszewa,
- metody amerykańskie, zawarte w normach ACI-63 i ACI-71, oparte na wynikach prac You, Wintera i Bransona,
- zalecenia międzynarodowe, zawarte w biuletynach Europejskiego Komitetu ds. Betonu (CEB).

We wszystkich tych metodach ugięcia oblicza się całkując równanie krzywizny, zastępując sztywność EJ przekroju jednorodnego, sztywnością B przekroju żelbetowego. Różnice pomiędzy poszczególnymi metodami sprowadzają się do różnych sposobów przyjmowania rozkładu sztywności B na długości elementu, jak też do różnych sposobów określania B. Na ogół przyjmuje się, że sztywność B jest stała dla każdego fragmentu, elementu żelbetowego zginanego momentem o jednakowym znaku, a jej wartość jest równa sztywności średniej wyznaczonej w rysach i pomiędzy rysami.

4.2. W Polsce ugięcia elementów zginanych oblicza się do celów praktycznych najczęściej wg metody podanej w normie PN-84/B-03264.

Metoda ta jest oparta na teorii Muraszewa [54], w jej wersji ze zmianami omówionymi w poprzednim rozdziale, podanej w normach radzieckich [56,57].

Zainteresowanie metodą Muraszewa w Polsce sięga początku lat sześćdziesiątych i związane jest z dążeniami do zmniejszenia wymiarów stosowanych konstrukcji i elementów z betonu. Wyniknęła stąd konieczność kontroli odkształceń elementów w warunkach użytkowania. Wobec tego, że ówczesne przepisy dotyczące wymiarowania żelbetu, zawarte w normie PN-56/B-03260, nie ujmowały tego zagadnienia, sięgnięto do norm radzieckich NiTU 123-55 i SNiP II-W 1-62, w których podstawę do obliczania ugięć stanowiła metoda Muraszewa z uzupełnieniami omówionymi w punkcie 3.4.2. Odpowiednie wytyczne opracował w tym względzie Lewicki [130], a następnie problemem tym szerzej zajął się jego zespół w ITB, podejmując kolejno:

- badania na temat praktycznej przydatności metod obliczeń ugięć konstrukcji żelbetowych [132,133,146],
- badania wpływu na wielkość ugięć obciążenia długotrwałego [131,134,135,136,146],
- badania na temat wpływu obecności zbrojenia w strefie przypodporowej na wielkość ugięć elementów żelbetowych [132],

Lewicki, Drentowicz, Kubicki [131,132,146] przeprowadzili szerokie badania porównawcze różnych metod obliczania ugięć. Porównali wyniki wykonanych przez siebie badań doświadczalnych, z wynikami obliczeń ugięć wykonanymi różnymi sposobami, w tym wg:

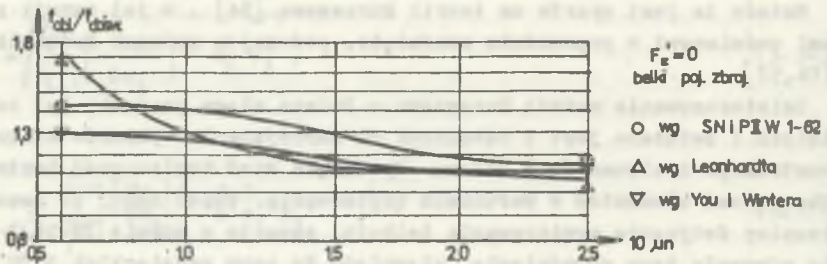
- normy radzieckiej SNiP II-W 1-62 [57],
- amerykańskiej metody You i Wintera,
- metody niemieckiej Leonhardta,
- metody Ulickiego.

Podany w SNiP II-W 1-62 wzór Niemirowskiego na Ψ_a dawał lepszą zgodność z wynikami badań, kiedy występujący w tym wzorze moment rysujący M_F , obliczać z uwzględnieniem zbrojenia i taką też propozycję wysunięto dla naszej praktyki.

Skorygowana metoda SNiP dała najlepszą zgodność z wynikami badań, średnio 7% in plus dla obciążenia krótkotrwałego i 17% dla obciążenia długotrwałego, podobnie jak i metoda Ulickiego oparta również na koncepcji Muraszewa. Metody You i Wintera i Leonhardta wykazały znacznie większe różnice.

Wyniki tych badań pokazuje rys. 4.1.

Na temat korekty wzoru na Ψ_a opublikowany został artykuł w prasie radzieckiej [136], w wyniku czego propozycje te, czyli polska wersja Ψ_a , wprowadzone zostały do następnego wydania SNiP.



Rys. 4.1. Porównanie wyników obliczeń ugięć różnymi metodami
Z badań Lewickiego [136]

Fig. 4.1. Comparison of deflections calculated in different methods.
From Lewicki's research [135]

W momencie podjęcia prac nad nową polską normą żelbetową w drugiej połowie lat sześćdziesiątych i potrzebą wyboru "normowej" metody obliczania ugięć, problem obliczania sztywności zginanych elementów żelbetowych nabrał dodatkowej wagi. Na podstawie wyników przeprowadzonych badań Lewicki, jako przewodniczący zespołu autorskiego opracowującego nową normę, zaproponował, żeby przyjąć jako "normową" metodę Muraszewa w wersji SNiP z pewnymi korektami.

Argumentami za przyjęciem metody Muraszewa [137] były przede wszystkim:

- klarowny model fizyczny pozwalający na dalsze doskonalenie,
- duża liczba wyników badań gwarantująca, że empiryczne wartości współczynników zostały dobrze wybrane,
- objęcie jedną metodą obliczania deformacji przekroju i rys w elementach zginanych,
- możliwość obliczania według tych samych zasad deformacji elementów mimośrodowo ściskanych.

Argumentem przeciw [138] było stwierdzenie, że metoda Muraszewa została podana przed 30 laty i nawet nieznacznie uzupełniona budziła zastrzeżenia również w ZSRR.

Szczególnie duża zastrzeżenia budziły podstawowe założenia tej metody, tj. np. założenie, że sztywność przekroju zginanego na odcinku występowania momentu jednakowego znaku jest stała i równa sztywności przekroju w miejscu maksymalnego momentu. Ponadto przekroczenie przez moment zginający momentu rysującego dla jednego przekroju oznacza w metodzie Muraszewa przejście całego elementu do fazy II. Wiadomo natomiast, że strefa zarysowania nie obejmuje od razu całej belki, lecz stopniowo ze wzrostem obciążenia powiększa się. Ponadto pomiędzy rysami beton nie jest zarysowany i odcinki te pracują jeszcze w fazie I. Nieścisłości teorii wynikające

z jej przybliżonego charakteru są korygowane współczynnikami Ψ_a, Ψ_b i Ψ , co nie zawsze daje pożądane rezultaty.

Ostatecznie jednak argumenty "za" przeważały i jako "normowa" przyjęto metodę Muraszewa wg propozycji Lewickiego.

Korekty dotyczyły wzoru na Ψ_a , przejścia pomiędzy fazami I i II przy obliczaniu sztywności oraz obliczania ugięć pod obciążeniem o różnym okresie działania [139,140].

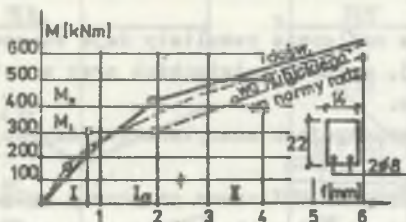
Korektę dotyczącą przejścia między fazami I i II przy obliczaniu sztywności zaproponował Kubicki w pracy [140]. Proponuje on wprowadzenie podziału elementów żelbetowych na niezarysowane, zarysowane i przejściowe (w metodzie SNiP obowiązuje podział elementów na dwa typy zarysowane i niezarysowane).

Faza I wg Kubickiego obowiązuje, gdy $0 < M < M_I$, gdzie $M_I = 0,85 M_{fp}$. Dla tej fazy $B_I = E J_p$.

Po przekroczeniu M_I powstaje pierwsza rysa, a potem następne. Stabilizacja następuje dopiero dla fazy II, gdy $M_I > M_{II}$, czyli gdy już nie powstają nowe rysy, a jedynie wzrasta ich rozwarłość. $M_{II} = \alpha M_I$, gdzie $\alpha = (0,01 + \mu)/\mu$. Pomiędzy M_I i M_{II} występuje faza przejściowa I_a , gdzie sztywność zapisuje Kubicki następująco:

$$B_{Ia} = B_I \left[1 - \left(1 - \frac{B_{II}}{B_I} \right) \frac{M - M_I}{M_{II} - M_I} \right] \quad (4.1)$$

Efekt działania tej korekty na wyniki obliczeń ugięć obrazuje rys.4.2.



Rys. 4.2. Ugięcia wg Kubickiego

Fig. 4.2. Deflections according to Kubicki

Analizę podstawowych założeń metody "normowej" dotyczących sztywności przeprowadza Knauff w pracy [147]. Porównuje on ugięcia obliczone trzema metodami: normowa, normowa zmodyfikowana i Kuczyńskiego. Modyfikacja metody normowej polegała na uwzględnianiu w obliczeniach zmian sztywności belki na jej długości. Otrzymane wyniki pokazano na rys. 4.3.

Knauff stwierdza, że pomimo wielu prób uściślenia wzorów opisujących sztywność elementów, trudno spodziewać się dobrej zgodności wyników obli-

czeń z rzeczywistymi ugięciami elementów, gdyż ugięcia zależą w znacznym stopniu od rozkładu sztywności wzdłuż elementu.

Szechiński [148] interesował się obliczaniem ugięć zginanych elementów żelbetowych, pracujących pod obciążeniem długotrwałym, z uwzględnieniem czynników takich jak wytrzymałość betonu i stopień zbrojenia. Pod uwagę wzięto 13 metod obliczania ugięć stosowanych w normach i przepisach różnych krajów, w tym:

- 1) polską normę PN-84/B-03264,
- 2) radziecką normę NiTU 123-55,
- 3) radziecką normę SNiP II-W 1-62,
- 4) metodę Ulickiego,
- 5) propozycję CEB,
- 6) propozycję PCA (Portland Cement Association),
- 7) propozycję CRSI (Concrete Reinforced Steel Institute),
- 8) amerykańskie normy ACI-63, ACI-71,,
- 9) metodę Bransona,
- 10) metodę "A-C" You i Wintera,
- 11) metodę "B-D" You i Wintera,
- 12) metodę BPR (Bureau of Public Roads),
- 13) metodę zaproponowaną przez Szechińskiego w pracy [71] .

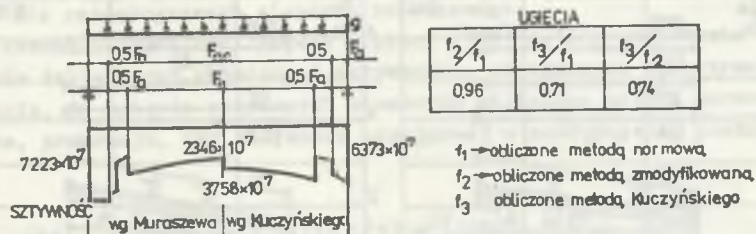
Wyniki obliczeń ugięć, uzyskanych przy wykorzystaniu wymienionych wyżej metod, pokazano na rys. 4.4 i 4.5 (numery podanych metod odpowiadają numerom naniesionym na rysunkach). Na rysunkach tych porównano również otrzymane wyniki obliczeniowe z rezultatami pomiarów uzyskanych z doświadczeń prowadzonych przez Szechińskiego, których rezultaty podano w pracy [5] .

Wyniki te wskazują, że najlepsze rezultaty daje stosowanie metod zawartych w normie polskiej, normach radzieckich oraz w metodzie zaproponowanej przez Szechińskiego.

Z metod opartych na propozycjach amerykańskich uzyskuje się wyraźnie zawyżone wyniki.

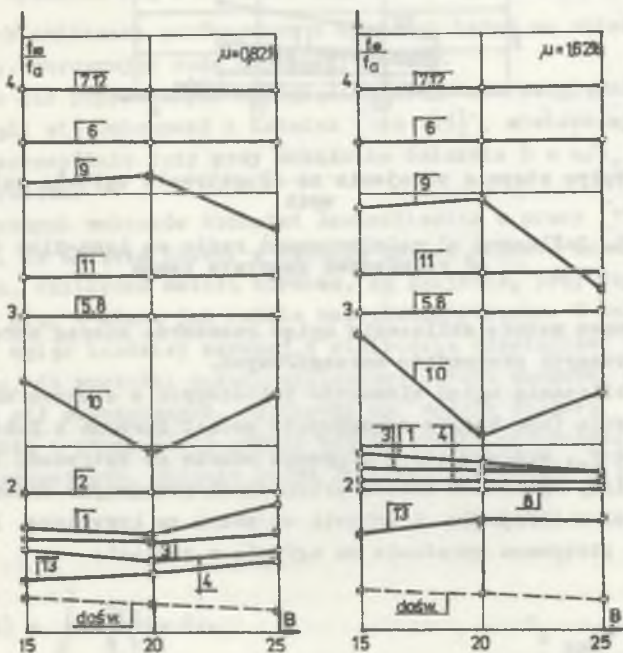
Dodatkowo można zauważyć, że obliczone przyrosty ugięć rosną wraz ze stopniem zbrojenia, natomiast wpływ klasy betonu na przyrosty obliczonych i doświadczalnych ugięć jest znikomy.

Penadte na podstawie uzyskanych wyników można stwierdzić, że aktualnie stosowana w Polsce metoda obliczania ugięć daje dobre rezultaty, aczkolwiek można mieć zastrzeżenia, co już było wielokrotnie podkreślane, do niektórych założeń leżących u jej podstaw czy też co do sposobu uwzględniania obciążeń długotrwałych.



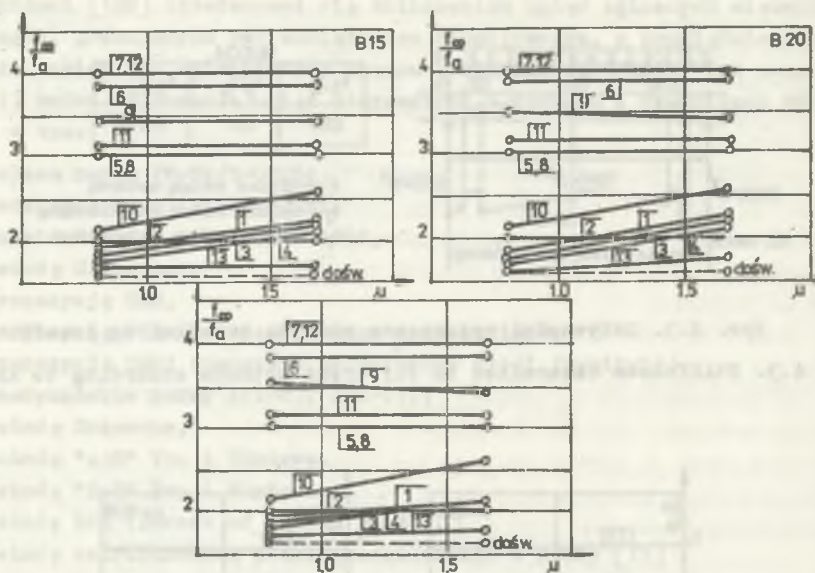
Rys. 4.3. Sztywności wyznaczone różnymi metodami wg Knauffa

Fig. 4.3. Stiffnesses determined in different methods according to Knauff



Rys. 4.4. Wpływ klasy betonu na długotrwałe ugięcia belek żelbetowych

Fig. 4.4. Influence of concrete class on long-time deflections of reinforced concrete beams



Rys. 4.5. Wpływ stopnia zbrojenia na długetrwałe ugięcia belek żelbetonowych

Fig. 4.5. Influence of reinforcement ratio on long-time deflections of reinforced concrete beams

4.3. Normowa metodę obliczania ugięć rozszerza szereg opracowań autorских, dotyczących przypadków szczególnych.

Sposób obliczania ugięć elementów żelbetonowych o skokowo zmiennej sztywności przekroju (np. biegów schodowych) podali Persona i Kubiak [150,151]. Współczynnik Ψ_{II} , występujący w normowym wzorze na sztywność B elementu, obliczać należy wg nich w takich przypadkach przyjmując sinusoidalny wykres naprężeń w zbrojeniu, a ugięcia ze wzoru na krzywiznę. Przy takich założeniach otrzymano wyrażenie na ugięcia w postaci:

$$f = \alpha \frac{M_{\max} l^2}{B}, \quad (4.2)$$

gdzie:

- α - współczynnik liczbowy charakteryzujący wpływ zmiennej sztywności,
- B - sprowadzona sztywność dla rozpatrywanego elementu pracującego w fazie II.

Współczynnik α wyznaczono metodą bezpośrednią korzystając ze wzoru Maxwella i otrzymano $\alpha = 0.0356$ dla sinusoidalnego charakteru zmiany sztywności. Dla elementu o stałej sztywności $\alpha = 0.1$ i jest około 3 razy większa niż dla rozpatrywanego elementu schodkowego.

Jasman i Szechiński podali w pracy [149] metodę obliczania ugięć wsporników żelbetowych o zmiennej sztywności, obciążonych długotrwale. Po stwierdzeniu, że ugięcia powyższych elementów obliczone metodą normową są заниżone, proponują, aby sztywność przyjmować w następującej postaci:

$$B_{II}(t) = \frac{E_a \delta r^2 b h_0^2 \mu [1 - \xi(t) \alpha^{IV}(t)]}{1 - \frac{\xi(t)}{1 - \xi(t)}}, \quad (4.3)$$

gdzie:

$\xi(t)$ - wyznacza się z równania algebraicznego podanego w pracy [149]. Ugięcia tak obliczone porównywano z wynikami badań na obiektach w skali naturalnej, otrzymując dużą zgodność wyników.

Wpływem sił poprzecznych na ugięcia, czego nie uwzględniła metoda normowa, zajęli się Dąbrowski i Kotwica [141-145], stwierdzając, że wpływ ten jest szczególnie duży przy wskaźniku ścinania $D = a/h_0 = 2.5$ i maleje z jego wzrostem.

Do podobnych wniosków dochodzi Januszkiewicz w pracy [192]. Stwierdza, że ugięcia belek, w których oprócz momentu działa jeszcze siła poprzeczna, obliczone metodą normową, są заниżone, przy czym różnica ta powiększa się, w miarę jak rośnie naprężenie styczne. W celu uzyskania wielkości ugięć bardziej zgodnej z wielkością doświadczeń należy wg Januszkiewicza, do wartości ugięć, obliczonej metodą normową, dodać ugięcia od wpływu sił poprzecznych, obliczone np. metodą Dilgera.

Dąbrowski w pracy [141] podaje własną metodę obliczania ugięć od wpływu sił poprzecznych. Ugięcie to wg Dąbrowskiego wyraża się następującym wzorem:

$$f(Q) = \int_0^x \frac{q(x)}{G b z} dx. \quad (4.4)$$

gdzie: $G = \frac{E_b \eta \mu_B A \sin^4 \alpha \sin^4 \beta (\operatorname{ctg} \alpha + \operatorname{ctg} \beta)^2}{\Psi_B \sin^4 \beta + n \mu_B A \sin^4 \alpha}$ - jest modułem

odkształcenia postaciowego.

Całkowite ugięcie elementu, z uwzględnieniem wpływu sił poprzecznych, zapisać można następująco:

$$f(M, Q) = f(M) + f(Q),$$

gdzie:

$f(M)$ - wyznacza się metodą normową,

$f(Q)$ - tak jak to podano wyżej.

Sposób uwzględnienia wpływu wieku betonu w chwili obciążenia płyt stropowych na wielkość ugięć tych płyt podał Lewicki w pracy [152]. Sztywność od obciążeń krótko i długotrwałych zaleca się tam obliczać z podanych niżej wzorów:

$$B_k = E_b \frac{b h^3}{12} \eta_k, \quad (4.5)$$

$$B_d = E_b \frac{b h^3}{12} \eta_d, \quad (4.6)$$

gdzie η obliczone zostały w funkcji

$$\mu_n = \frac{P_a}{bh} \frac{E_a}{E_b} \quad \text{i} \quad L = \frac{M}{R_{bk} b h_o^2}.$$

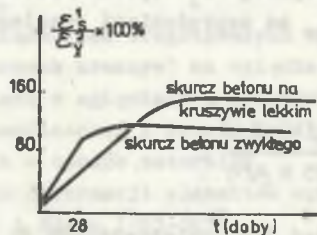
4.4. Wobec istotnych braków w kraju kruszyw do betonów podjęto w ITB i w różnych ośrodkach w kraju badania nad zastosowaniem do betonów kruszyw lekkich i piaskowych. Istotnym czynnikiem, który decyduje o przydatności betonów wykonywanych z użyciem takich kruszyw, jest ich odkształcalność, a więc również ugięcia elementów z nich wykonywanych.

4.4.1. Badaniami ugięć elementów zginanych z kruszywowych betonów lekkich zajęli się szczególnie: Lewicki, Gajownik i Wszyński [153-157].

W latach sześćdziesiątych przeprowadzono w ITB badania ugięć płyt zbrojonych z gazobetonu i szeregu odmian kruszywowych betonów lekkich [153, 154] pod kątem weryfikacji przydatności metody normowej do obliczania ugięć takich elementów. Wyniki tych badań i zalecenia praktyczne podał Lewicki w pracy [160].

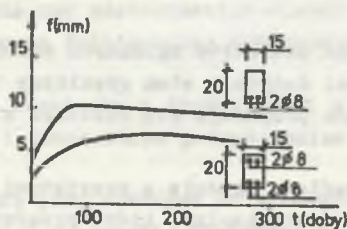
Gajownik w pracach [155, 156] podaje sposób obliczania ugięć belek wykonanych z betonu lekkiego. Specyfika obliczania ugięć belek z betonów oraz innego jego przebiegu w czasie. Przebieg i wielkość skurczu betonów

lekkich i ugięć belek z nich wykonanych w porównaniu z betonami zwykłymi pokazuje rys. 4.6.



Rys. 4.6. Porównanie odkształcalności skurczowej dla betonów zwykłych i wykonanych na kruszywach lekkich

Fig. 4.6. Comparison of shrinkage deformability for normal and lightweight concretes



Rys. 4.7. Ugięcia belek wykonanych z betonów zwykłych i lekkich

Fig. 4.7. Deflections of beams made of normal and lightweight concretes

Gajownik proponuje uwzględnić wpływ skurczu na ugięcia wprowadzając do wzoru na Ψ_{II} współczynnik $\alpha(t)$, równy:

$$\alpha(t) = \alpha_{\text{II}} - (\alpha_{\text{II}} - 1) \frac{\varepsilon_{\text{II}}(t)}{\varepsilon_{\text{II}}} \quad (4.7)$$

gdzie:

$\varepsilon_{\text{II}}(t)$ - wartość skurczu w chwili przyłożenia obciążenia,

ε_{II} - końcowa wartość skurczu.

Współczynnik Ψ_{II} przedstawia się wtedy w postaci:

$$\Psi_{\text{II}}(t) = 1.3 - s(t) \alpha M_{\text{I}}(t) / M \quad (4.8)$$

Ugięcia w tym przypadku oblicza się ze wzorów normowych, z tym że dla obliczania momentu rysującego M_T Gajownik zaleca przyjmowanie $R_T(t) = R_T - \delta_{bs}(t)$, gdzie: δ_{bs} są naprężeniami rozciągającymi wywołanymi skurczem obliczanym ze wzoru:

$$\delta_{bs}(t) = \frac{2.25 \varepsilon_s(t) E_s \mu}{1 + 2.25 n \mu / \eta} \quad (4.9)$$

Wyniki dalszych badań ITB, zmierzających do ustalenia korelacji między współczynnikiem pełzania betonu φ_p i ugięciami elementów z betonów na kruszywach lekkich, podano w pracach symposium CEB w Krakowie [157,158].

Studium porównawcze obliczeń ugięć płyt z betonów lekkich dokonane wg różnych metod przedstawił Janowski [159].

Piowarski [170,171] badał ugięcia elementów wykonanych z betonów lekkich zbrojonych laminatami i włóknem szklanym. Wnioski z jego prac były następujące:

- o wartości obciążenia elementów zginanych wykonanych z betonu lekkiego zbrojonych laminatami decyduje stan graniczny ugięć,
- ugięcia ww. elementów proponuje się obliczać z zależności $B = B_0 K$,
gdzie:

B_0 - sztywność określona zgodnie z przyjętymi założeniami,

K - współczynnik doświadczalny, który przedstawia się następująco:

$$K = \left[a/m + b(x) c/\mu n + d \right] \quad (4.10)$$

gdzie:

a, b, c - są współczynnikami wyznaczonymi z doświadczeń i zostały podane w pracy [157].

4.4.2. Na początku lat osiemdziesiątych wraz z kryzysem materiałowym zainteresowano się jeszcze bardziej problemem kruszyw zastępczych i deformacjami elementów z betonów na nich wykonanych.

Mroczkowski [161,162] badał długotrwałe ugięcia belek wykonanych z keramzytobetonu. Wyniki porównał z wartościami ugięć obliczonymi wg zaleceń PN-76/B-03264 jak dla betonów zwykłych.

Stwierdził, że ugięcia belek keramzytobetonowych są około 30% większe niż belek z betonów zwykłych.

Ruppert w badaniach [163,165] zajmuje się ugięciami belek wykonanych z betonu na kruszywach węglanowych, a w badaniach [164] z betonów na kruszywie Gralit.

Na podstawie otrzymanych wyników stwierdził, że wartości momentów rysujących dla badanych belek są niższe od momentów wyznaczonych wg PN-76/B-03264, natomiast ugięcia belek są mniejsze niż wyliczone wg normy.

Mucha [166] badał belki wykonane z betonu na kruszywach kolejno: z wapnia drobnziarnistego, z wapnia dolomitowego i piasku kwarcytowego, czyli z tzw. kruszyw reaktywnych.

Stwierdził, że przy obciążeniach długotrwałych wpływ rodzaju kruszywa (z badanych wymienionych trzech kruszyw) na ugięcia jest minimalny. Znaczne różnice zauważył natomiast w ugięciach w zależności od warunków dojrzewania betonu. Przyrost przemieszczeń i rozwój rys jest znacznie szybszy w elementach dojrzewających w sposób naturalny.

Inne wyniki w badaniach deformacji elementów wykonanych z betonów naparzanym otrzymali Furtak i Flaga [167-169].

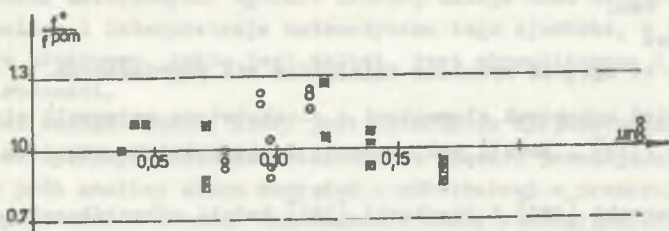
Stwierdzili oni, że przyrost rozwarcia rys w belkach dojrzewających w sposób naturalny jest wolniejszy niż w belkach naparzanym.

Piątek [172,173] zajmował się ugięciami, a ogólniej - stanami granicznymi użytkowania elementów wykonanych z betonu glinoporytowego. Stwierdził, że ugięcia takich elementów tylko nieznacznie odbiegają od ugięć elementów wykonanych z betonów zwykłych.

4.4.3. Szerokie badania nad zastosowaniem elementów wykonanych z betonów piaskowych prowadzono na Politechnice Warszawskiej w ITB i w wielu innych placówkach.

Badania te prowadzono w związku z trudnościami w uzyskaniu żwiru do produkcji prefabrykatów i powszechnym podwyższeniem punktu piaskowego w betonie.

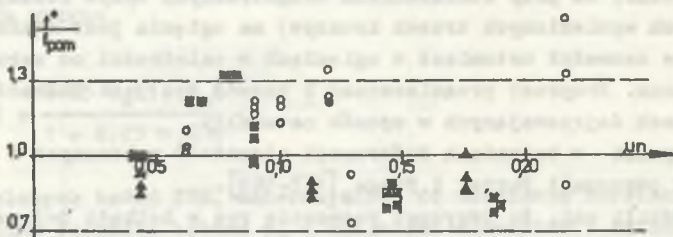
Wpływ stosowania piasku jako kruszywa na własności betonu omawiają w pracach [174-176] Lewicki i Wyszynski. Stwierdza się tam, że stosowanie drobnego kruszywa powoduje niewielkie zwiększanie się odkształceń betonu i to zarówno krótko-, jak i długotrwałych. Ugięcia elementów wykonanych z takich betonów mogą więc być nieznacznie większe od ugięć elementów wykonanych z betonu zwykłego.



Rys. 4.8. Ugięcia belek z piaskobetonu wg badań; WSI-Koszalin, Polit. Warszawskiej i Polit. Poznańskiej

Fig. 4.8. Deflections of sand concrete according to the research of: the High School of Engineering in Koszalin, Warsaw Institute of Technology, Poznań Institute of Technology

Badania ugięć elementów z piaskobetonu prowadzono w różnych ośrodkach. Wyniki tych badań opracowane przez Wyszyńskiego pokazano na rys. 4.8 i 4.9.



Rys. 4.9. Ugięcia długotrwałe belek z piaskobetonu wg badań: WSI-Koszalin, Polit. Warszawskiej i Polit. Poznańskiej

Fig. 4.9. Long-time deflections of sand concrete beams according to the Hight School of Engineering in Koszalin, Warsaw Institute of Technology, Poznań Institute of Technology

Ciaś i Knauff [177] badali belki z piaskobetonu o różnych przekrojach i stopniach zbrojenia. Otrzymane z badań wyniki pomiarów ugięć takich belek porównywali z wartościami ugięć, otrzymanymi wg zaleceń PN-76/B-03264. Stwierdzili, że ugięcia obliczone są mniejsze niż rzeczywiste i zaproponowali, aby ugięcia obliczać ze wzoru

$$f = f_z + f_q$$

gdzie:

f_z - to ugięcie od zginania obliczone z uwzględnieniem pełzania i skurczu,

nastomiast

f_q - to ugięcia wywołane działaniem sił poprzecznych.

Również zginanymi elementami z piaskobetonu zajmowali się Kotłęga [178] i Babut [179]. Badali oni elementy z piaskobetonu zbrojone cienkimi włóknami.

Piwowarski [180] i Płachecki [181] badali odkształcenia reologiczne belek i płyt wykonanych z piaskobetonu.

Wnioskiem generalnym z tych badań jest stwierdzenie, że proces pełzania i deformowania się badanych elementów z piaskobetonu przebiega podobnie jak dla betonów zwykłych.

Doraźne syntezы wyników badań ugięć piaskobetonowych elementów zginanych zawierają prace [174, 182], a pełne podsumowanie zawarto w [183].

Zalecenia praktyczne obliczania ugięć z piaskobetonu podane zostały w wytycznych [184].

4.5. W ostatnim okresie zauważa się tendencje do proponowania uproszczonych metod obliczania ugięć.

Zarzycki i Bielewski [185] stwierdzają, że ścisłe metody obliczania sztywności są pracochłonne i uciążliwe w praktyce, czego przykładem może być metoda normowa. Natomiast w większości przypadków praktycznych możliwe jest stosowanie metod uproszczonych.

Proponują oni obliczać ugięcia, przyjmując sztywność wg następującego wzoru:

$$B_{II} = \eta_0 \eta_1 \eta_2 \eta_3 E_b I_b \quad (4.11)$$

gdzie:

η_0 - współczynnik uwzględniający sprowadzony stopień zbrojenia i stopień wyteżenia elementu,

η_1 - współczynnik uwzględniający wpływ zbrojenia, kształtu przekroju i mimośrodowości w elementach ściskanych,

η_2 - współczynnik uwzględniający wpływ otuliny zbrojenia,

η_3 - współczynnik uwzględniający wpływ wilgotności środowiska.

W pracy [185] podano wartości i wzory do obliczania powyższych współczynników oraz rozwiązane przykłady.

Wyniki porównano z wynikami otrzymanymi metodą normową, uzyskując rezultaty zadowalające.

5. WNIOSKI

5.1. Niniejsze opracowanie ma za zadanie sprecyzowanie i podsumowanie polskiego dorobku w zakresie badań nad deformacjami, a ściślej - nad sztywnością i ugięciami zginanych elementów żelbetowych.

Sztywność belek żelbetowych, ogólnie biorąc, maleje wraz ze wzrostem obciążenia. Analiza i interpretacja matematyczna tego zjawiska, w przypadku materiału złożonego, jakim jest żelbet, jest skomplikowana i napotyka na duże trudności.

Już własności samego betonu, który jest materiałem sprężysto-plastycznym, a dodatkowo wykazuje zmienność własności w czasie, powodują znaczne skomplikowanie prób analizy stanu naprężeń i odkształceń w przekrojach i elementach wykonanych z betonu. Wprowadzenie stali i uwzględnienie współpracy betonu rozciąganego ze stalą, jak też wpływu rysowania się elementu utrudnia, a często nawet uniemożliwia wykonanie poprawnej analizy przyczyn zjawisk zachodzących w elemencie żelbetowym.

Tymczasem w praktyce inżynierskiej zasadniczym problemem jest danie odpowiedzi na pytanie, jak konkretnie i w miarę możliwości w niezbyt skomplikowany sposób określać przemieszczenia, a w szczególności ugięcia i kąty obrotu projektowanych elementów żelbetowych. Poza tym, określając te

wielkości ustaloną metodą, powinno się mieć pewność jej naukowego uzasadnienia, a także chciałoby się wiedzieć, jaki wpływ mają one na bezpieczeństwo projektowanej konstrukcji.

Powyższe problemy nabrzały ostrości w Polsce szczególnie w ostatnim okresie, w aspekcie wprowadzania znacznie oszczędniejszych norm projektowania konstrukcji żelbetowych, a więc związanego z tym znacznego zmniejszenia ich sztywności.

Podstawowym stanem ograniczającym wymiary projektowanych elementów stał się stan graniczny ugięć, stąd też duży nacisk na badania nad odkształcalnością, sztywnością i ugięciami konstrukcji żelbetowych.

Nacisk ten przyniósł ogromną ilość koncepcji i metod analizy i obliczania przemieszczeń belek, czego wyrazem jest niniejsza praca.

5.2. Podstawą wszelkich rozważań i zaleceń teoretycznych czy też praktycznych konstrukcji w ogólności, a konstrukcji żelbetowych w szczególności, powinien być eksperyment. Jest to jedyna droga sprawdzenia rozwiązań otrzymanych drogą analityczną. Bez weryfikacji doświadczalnej żadnego rozwiązania teoretycznego nie można uznać za ostateczne.

Z uwag tych wynika fakt ważności podstawowych badań doświadczalnych dotyczących zginania żelbetu, a w szczególności sztywności i deformacji konstrukcji z niego wykonanych.

Z tego też powodu badania w tych kierunkach rozpoczęto niemal od początku stosowania żelbetu i prowadzone są one intensywnie do dziś. Jako najbardziej znane można tu wymienić badania, które były prowadzone w latach 1908-1930 przez Bacha i Grafa w Wyższej Szkole Technicznej w Stuttgarcie, kontynuowane i podsumowane następnie przez Probstą, Saligera i innych. Najistotniejsze spostrzeżenia wynikające z tych badań dotyczą:

- wędrowki osi obojętnej w belkach zginanych,
- stanu naprężeń i odkształceń w przekrojach belek i na ich długości,
- sztywności przekrojów belek,
- zmian sztywności na długości belek.

Na podstawie tych badań ustalono szereg założeń do budowy teorii żelbetu, z których niektóre obowiązują do dziś.

Weryfikacji tych założeń dokonywano wielokrotnie, wskazując na ich braki i niedostatki. W wykonanych w Polsce badaniach zwracano przede wszystkim uwagę na szczegółowe rozpoznanie stanu odkształceń w belkach i w tej dziedzinie uzyskano znaczące rezultaty. Zaobserwowano i zbadano np. takie zjawiska, jak deplanacja przekroju zarysowanego, koncentracja naprężeń wokół rys, samonaprężenia czy też redystrybucja odkształceń w belkach pod wpływem długotrwałego obciążenia. Wiele z tych badań ma charakter unikalny i może wywołać nowe spojrzenie na opis teoretyczny pracy belek.

Nie można nie wspomnieć tu o badaniach szczegółowych, dotyczących np. wpływu budowy i własności materiałów składowych na odkształcalność żelbe-

towych elementów zginanych czy też o badaniach stanu odkształceń w elementach statycznie niewyznaczalnych.

Wszystko to stanowi o znaczącym wkładzie krajowych badań doświadczalnych w rozwój wiedzy o deformacjach belek żelbetowych.

5.3. Niewątpliwie największe osiągnięcia badawcze w kraju można zanotować w zakresie prób opisu pracy żelbetu.

Przy obecnym stanie wiedzy o żelbecie rozróżnić można dwa podejścia do analizy pracy konstrukcji z niego wykonanych [196] :

- podejście poprzez ustalanie równań konstytutywnych dotyczących ogólnych prawidłowości rządzących naprężeniami i odkształceniami; podejście takie zwykle się nazywa analizą konstrukcji,
- podejście polegające na określeniu związków fizycznych przez ustalenie odpowiedniego aparatu matematycznego niezbędnego do rozwiązywania konkretnych zadań; podejście takie nazywamy syntezą konstrukcji.

Analiza konstrukcji jest zwrócona bardziej na teoretyczny opis jej pracy, synteza, jako nadrzędna nad procesem projektowania konstrukcji, jest skierowana na cele praktyczne.

5.3.1. Podczas analizy konstrukcji należy poznać zachowanie się ustroju żelbetowego pod wpływem działań zewnętrznych. Wśród wielu metod analizy konstrukcji stosowanych na świecie wymienić należy dwie powstałe i rozwijane w Polsce: metodę kontynualnych zmian sztywności i metodę dystrybucyjnych zmian sztywności.

Metoda kontynualnych zmian sztywności pozwala na analizę pracy belek żelbetowych zarówno hiperstatycznych, jak i statycznie wyznaczalnych [196] . W efekcie jej stosowania można dla belek uzyskać:

- opis przemieszczeń wywołanych historią obciążenia,
- jednoznaczne określenie obciążenia niszczącego,
- potwierdzenie teoretyczne szeregu zjawisk i prawidłowości znanych z badań doświadczalnych,
- zgodność wyników teoretycznych i doświadczalnych, dostateczną dla potrzeb inżynierskich.

Rozwój metody kontynuальной i osiągnięte wyniki, omówione w rozdziale 3, pozwalają obecnie już stosować ją do opracowywania wniosków i zaleceń dla projektantów, aczkolwiek na razie jeszcze tylko w zakresie ustrojów prętowych i płyt.

Metoda dystrybucyjnych zmian sztywności również pozwala na analizę pracy belek żelbetowych statycznie wyznaczalnych, a dodatkowo jeszcze na analizę pracy belek obciążonych dynamicznie. Rozwój tej metody jest znaczny, niemniej trudno jeszcze mówić o jej zastosowaniach praktycznych.

Należy przybliżyć wyniki rozważań teoretycznych oraz badań doświadczalnych, wykonanych w ramach badań nad teorią dystrybucyjną, do ich praktycz-

nego wykorzystania w projektowaniu, a w szczególności do obliczania ugięć belek żelbetowych.

W praktyce można zaakceptować tylko takie metody i wzory, które nie wymagają czasochłonnych obliczeń. Drogą, którą można pójść, może być wprowadzenie do prostych metod korekt, w których uwzględni się złożoność konstrukcji żelbetowych.

Wykorzystując metodę dystrybucyjną, wielkości korygujące można będzie sprawdzić i wzbogacić np. przez podział ugięć na resztkowe i sprężyste.

Należy tu również wspomnieć o innych zasygnalizowanych w rozdziale 3 metodach, jak opracowanych lub też opracowywanych w kraju i mogących mieć znaczenie w przyszłości.

5.3.2. Do praktycznego obliczania ugięć w Polsce używa się najczęściej metody podanej w załączniku do normy PN-84/B-03264. Z przeglądu w rozdziale 4 wynika, że metoda ta, oparta na teorii Muraszewa, została szeroko zwerfikowana i zmodyfikowana przez polskich badaczy [197].

Badania prowadzono w kilku kierunkach, z których jako najważniejsze można tu wymienić następujące:

- badania wpływu krótko- i długotrwałych obciążeń na ugięcia belek,
- badania ugięć elementów z kruszywowych betonów lekkich,
- badania ugięć elementów z piaskobetonu,
- badania wpływu sił poprzecznych na ugięcia,
- badania ugięć płyt.

Rezultatem tych badań było wiele propozycji i zaleceń wprowadzonych w kraju do praktycznego zastosowania.

Pewnych uściśleń wymaga jeszcze faza I_a, tj. przejście od stanu zarysowania do stanu wyraźnego ukształtowania się rys.

Badania wymaga natomiast sposób obliczania ugięć płyt krzyżowo zbrojonych. Sposób obliczania takich płyt podany w normie PN-84/B-03264 jest bardzo przybliżony.

Najpilniejsze wydaje się w chwili obecnej rozszerzenie metody normowej tak, aby można było uwzględnić wpływ niezarysowanych czy też słabiej zarysowanych części przypadkowych belki na jej ugięcia. Wielokrotnie zwracano uwagę na słabość założeń metody normowej w tym względzie. Dodatkowym czynnikiem ujemnym jest tu fakt, że nie można przy tych założeniach analizować konstrukcji prętowych statycznie niewyznaczalnych.

Ogólnie jednak biorąc, metodę normową można uznać za wystarczająco ścisłą i dającą w większości przypadków poprawne wyniki, zgodne z wynikami doświadczeń. Wskazuje na to wiele przeprowadzonych badań kontrolnych i porównawczych, opisanych w poprzednim rozdziale.

LITERATURA

- [1] Jankowiak R.: Z badań doświadczalnych zarysowanej belki żelbetowej, Arch. Inż. Lądowej. T. XI, z.2 1965, ss. 187-202.
- [2] Jankowiak R.: Niektóre wyniki badań zginanej belki żelbetowej. Mat. XIV Konf. Krynickiej, T. I, 1968, ss. 143-154.
- [3] Jankowiak R.: Badania doświadczalne deformacji belek żelbetowych. ITB, Warszawa 1971.
- [4] Jankowiak R.: Weryfikacja doświadczalna podstawowych założeń klasycznej teorii belek żelbetowych. Praca doktorska. Inst. Budown. Polit. Wrocł., Wrocław 1970.
- [5] Szechiński M.: Badania ugięć belek żelbetowych pracujących w fazach I i II pod obciążeniem długotrwałym. Praca doktorska. Inst. Budown. Polit. Wrocł., Wrocław 1977.
- [6] Szechiński M.: Naprężenia i odkształcenia w żelbetowych belkach zginanych w ujęciu ogólnym. Mat. na VIII Sympozjum Reologii, Wrocław 1981.
- [7] Szechiński M.: Badania ugięć belek żelbetowych pracujących w fazie I Mat. XXXI Konf. Krynickiej. T. II. 1985, ss. 151-157.
- [8] Kozłowski J.: Badania doświadczalne współdziałania betonu ze zbrojeniem. Mat. XXVI Konf. Krynickiej. T. III. 1980, ss. 107-113.
- [9] Kozłowski J.: Studium współpracy betonu ze zbrojeniem w elemencie wielokrotnie osiowo rozciągany. Praca doktorska. Inst. Budown. Polit. Wrocł., Wrocław 1979.
- [10] Pędziwiatr J.: Obliczanie szerokości rozwarcia rysy z wykorzystaniem związków przyczepności. Mat. XXXI Konf. Krynickiej. T. II. 1985, ss. 61-67.
- [11] Pędziwiatr J.: Rysy w elementach żelbetowych. Praca doktorska. Inst. Budown. Polit. Wrocł., Wrocław 1985.
- [12] Styś D.: Analiza stanu naprężeń w otoczeniu szczeliny w betonowym elemencie zginanym z uwzględnieniem anizotropii materiału. Praca doktorska. Inst. Budown. Polit. Wrocł., Wrocław 1986.
- [13] Styś D.: Kształtowanie się strefy mikrozarysowania w otoczeniu szczeliny w elementach betonowych badanych metodą warstwy powierzchniowej. Arch. Inż. Lądowej. Nr 32, z. 2, 1986.
- [14] Lempicki J.: Teoria zginania belki żelbetowej statycznie wyznaczalnej. Arch. Inż. Lądowej. T. II, z. 3, 1956.
- [15] Lempicki J.: Teoria zginania belki żelbetowej statycznie niewyznaczalnej. PWN, Warszawa 1958.
- [16] Budownictwo Betonowe. T. II. Teoria żelbetu. Arkady, Warszawa 1968.
- [17] Suwałski L.: Żelbet. Arkady, Warszawa 1965.
- [18] Norma PN-76/84/B-03264. Konstrukcje betonowe, żelbetowe i sprężone. Obliczenia statyczne i projektowanie.
- [19] Kobiak J., Stachurski W.: Konstrukcje żelbetowe. T. I i II. Arkady, Warszawa 1986-87.
- [20] Wołowicki W.: O szacowaniu naprężeń i nośności przekroju zarysowanego od obciążeń długotrwałych. Mat. XXIV Konf. Krynickiej. T. 2, 1978, ss. 279-285.
- [21] Mitzel A.: Reologia betonu. Arkady, Warszawa 1976.
- [22] Szechiński M.: Analiza stanu naprężeń i odkształceń w I fazie pracy belki żelbetowej. Raporty Inst. Budown. Polit. Wrocł., Wrocław 1979.

- [23] Szechiński M.: Analiza stanu naprężeń i odkształceń w I fazie pracy belki żelbetowej obciążonej długotrwale. Mat. XXV Konf. Krynickiej. T. III. 1980, ss. 245-252.
- [24] Szechiński M.: Analiza stanu naprężeń i odkształceń w belce żelbetowej pracującej w fazie II, przy przyjęciu nieliniowej zależności naprężeń od odkształceń peźzania. Mat. VIII Sympozjum Reologii, Wrocław 1981.
- [25] Szechiński M.: Analiza stanu naprężeń i odkształceń w II fazie pracy zginanej belki żelbetowej. Mat. XXIV Konf. Krynickiej. T. II. 1978, ss. 253-262.
- [26] Szechiński M.: Analiza stanu naprężeń i odkształceń w belce żelbetowej pracującej w fazie I, przy przyjęciu nieliniowej zależności naprężeń od odkształceń peźzania. Raporty Inst. Budown. Polit. Wrocław, Wrocław 1979.
- [27] Szechiński M.: Naprężenia i odkształcenia w żelbetowych belkach zginanych. Raporty Inst. Budown. Polit. Wrocław, Wrocław 1979.
- [28] Szechiński M.: Ocena aktualnego stanu badań zjawisk w belkach żelbetowych obciążonych długotrwale. Mat. VII Sympozjum Reologii, Wrocław 1978.
- [29] Szechiński M.: Deformacje zginanych elementów żelbetowych obciążonych długotrwale. Arch. Inż. Lądowej. z. 1, 1988.
- [30] Szechiński M.: Wpływ nieliniowości peźzania betonu na stan naprężeń i odkształceń w belce żelbetowej pracującej w fazie I. Mat. XXIX Konf. Krynickiej. T. II. 1983.
- [31] Szechiński M.: Changes in the shape of the stress diagram for reinforced concrete beams. Materials and Structures. vol. 15, nr 86. Pa-ryż 1982.
- [32] Arutunian N. Ch.: Niekotoryje woprosy teorii poźzucesti. Gostiechlit., Leningrad 1952.
- [33] Prokopowicz I.E.: Wlijanije dlitelnych processow na napriazhennoje i deformirowannoje sostojanije sooruzhenii. Gosstrojizdat., Moskwa 1968.
- [34] Liwszje I.D.: Rasczot żelezobietonnych konstrukcji z ucetom wlijanija usadki i poźzucesti bietona. Budiwielnik. Kijów 1971.
- [35] Szkerbelis K.K.: Progiby żelezobietonnych konstrukcji z ucetom wlijanija usadki. Bieton i Żelezobieton, nr 10. 1960.
- [36] Manukian M.M.: Izgib żelezobietonnoj bażki z ucetom ustnowiszejsza poźzucesti tolko szatoj zony bietona. Izwiestia AN Armiańsko SSR. Seria fiz. mat. t.10. nr 4. 1957.
- [37] Ulicki J.J., Czżan-Czżun-Jao, Gołyszew A.B.: Rasczot żelezobietonnych konstrukcji z ucetom dlitelnych processow. Gosstrojizdat. USSR, Kijów 1960.
- [38] Ulicki J.J., Mateluk N.S., Reminec G.M.: Żestkost izgibajemych żelezobietonnych elementow. Gosstrojizdat, Kijów 1963.
- [39] Furtak K.: Wpływ czynników reologicznych na stan naprężenia i odkształcenia w belkach zespolonych. Inżynieria i Budownictwo, nr 5, 1978.
- [40] Furtak K.: Wpływ peźzania betonu na ugięcia belek zespolonych. Inżynieria i Budownictwo, nr 12. 1978.
- [41] Knauff M.: Statyka żelbetowych belek ciągłych z uwzględnieniem zmian sztywności pod wpływem momentów. Mat. XX Konf. Krynickiej. T. II. 1974, ss. 131-143.
- [42] Knauff A., Knauff M.: Niedokładności w obliczaniu ugięć belek żelbetowych spowodowanych założeniem stałej sztywności. Inżynieria i Budownictwo, nr 3, 1980.

- [43] Tkaczyk S.: Badania belek ciągłych o przekroju teowym. Mat. XXVI Konf. Krynickiej. T. III. 1980, ss. 253-260.
- [44] Biliński T.: Odształcenia opóźnione belek zespolonych żelbetowo-sprężonych. Mat. XXI Konf. Krynickiej. T. III. 1975, ss. 181-191.
- [45] Wołowicki W.: Stan naprężenia i odształcenia belki żelbetowej w świetle rozkładów prawdopodobieństw cech wytrzymałościowych. Inżynieria i Budownictwo, nr 3, 1978.
- [46] Szechiński M.: Zmodyfikowana teoria starzenia się w zastosowaniu do wyznaczania ugięć belek żelbetowych. Mat. VI Sympozjum Reologii, Wrocław 1975.
- [47] Mitzel A., Włodarczyk J.: Reologia zginanych belek żelbetowych. Mat. XIV Konf. Krynickiej. 1968, ss. 33-43.
- [48] Tiemnow J.J.: Izgib żelzobietonnoj bałki z obyčnoj armaturoj pri dlitielnoj nagruzkie. Izwiestia AN SSSR. Seria Stroit. i Arch. nr 3, Nowosybirsk 1962.
- [49] Opłaczko W.M.: Izgib żelzobietonnoj bałki z obyčnoj armaturoj pri dlitielnom diejstwi nagruzki i nieliniejnoj zawisimosti miezdu naprężeniami i dieformacjami bietona. Izwiestia WUZ, nr 4, Moskwa 1968.
- [50] Filipowicz A., Żółtkowski W.: Analiza stanu naprężeń w belkach suwnic powieszonych w świetle metody stanów granicznych. Konf. Nauk. Wydz. Inż. Łąd. Polit. Warszawskiej. T. I, Warszawa 1977.
- [51] Destrebecq J.F., Dyduch K.: Rozwój rys i odształceń w belkach żelbetowych przy obciążeniu długotrwałym. Mat. XXXI Konf. Krynickiej. T. 2. 1985, ss. 79-85.
- [52] Żórawski A.: Aproksymacja faz pracy belki żelbetowej. Mat. XXIX Konf. Krynickiej. T. II. 1983, ss. 181-185.
- [53] Żórawski A.: Odworowanie numeryczne faz pracy belki żelbetowej. Inżynieria i Budownictwo, nr 11, 1984.
- [54] Muraszew W.J.: Treszczinoustojczliwoat, żestkost i procznost żelzobietona. Masztrojizdat, Moskwa 1955.
- [55] Furtak K.: Obliczanie odształceń i naprężeń w belkach żelbetowych o przekroju prostokątnym w ujęciu kontynualnym. Inżynieria i Budownictwo, nr 3, 1983.
- [56] Norma NITU 123-55. Bietonnyje i żelzobietonnyje konstrukcji. Gosstrojizdat., Moskwa 1955.
- [57] Norma SNiP II-W 1-62. Bietonnyje i żelzobietonnyje konstrukcji. Gosstrojizdat., Moskwa 1962.
- [58] Kuczyński W.: Z badań nad sztywnością belek żelbetowych. Inżynieria i Budownictwo, nr 9, 1955.
- [59] Kuczyński W.: Podstawy hipotezy liniowych zmian sztywności belki żelbetowej podczas jej obciążania. Arch. Inż. Łądowej. T. 8. z. 1. 1961.
- [60] Kuczyński W.: Analiza pracy niektórych żelbetowych belek ciągłych w oparciu o teorię liniowych zmian sztywności. Arch. Inż. Łądowej. T. 8. z. 3. 1961.
- [61] Kuczyński W.: Konstrukcje betonowe. Kontynualna teoria zginania żelbetu. PWN, Warszawa 1971.
- [62] Kuczyński W.: Obliczanie przemieszczeń belek żelbetowych z uwzględnieniem uplastycznienia i zarysowania betonu. Inżynieria i Budownictwo, nr 11, 1962.
- [63] Kuczyński W., Kamińska M., Ulańska D.: Nowa metoda obliczania reologicznych ugięć belek żelbetowych. Inżynieria i Budownictwo, nr 3, 1966.
- [64] Kuczyński W.: Niektóre problemy wytrzymałościowe żelbetu w świetle zjawisk reologicznych. Inżynieria i Budownictwo, nr 8, 1960.

- [65] Kuczyński W., Goszczyński S.: Obliczanie belek żelbetowych na zarysowanie. Inżynieria i Budown., nr 2, 1968.
- [66] Kuczyński W., Janowski Z.: Obliczanie ugięć zbrojonych belek żelbetowych z keramzytobetonu. Inżynieria i Budownictwo, nr 7, 1968.
- [67] Kuczyński W., Kamińska M.: Wzory do obliczania ugięć i kątów obrotu belek żelbetowych. Inżynieria i Budown., nr 4, 1964.
- [68] Kuczyński W., Goszczyński S.: Studium nad aproksymacją funkcji 1 przemieszczeń osi belki żelbetowej. Arch. Inż. Łąd. T. 8, z. 4, 1962.
- [69] Kuczyński W., Goszczyński S.: Analiza kontynuualnej redystrybucji momentów w belkach ciągłych żelbetowych przy użyciu maszyny liczącej. Mat. XII Konf. Krynickiej. 1966.
- [70] Kuczyński W.: Nieliniowa statyka żelbetowych belek ciągłych w świetle zweryfikowanego przykładu. Inżynieria i Budown., nr 12, 1981.
- [71] Kuczyński W.: O praktycznych konsekwencjach ciągłości procesów zginania konstrukcji żelbetowych. Mat. Konf. Nauk. Wydz. Inż. Łądowej Polit. Warszawskiej, Warszawa 1977.
- [72] Kuczyński W.: Przemieszczenie przekrojów betonowych belek izostycznych w ujęciu kontynuualnym. Inżynieria i Budown., nr 7, 1981.
- [73] Kuczyński W., Goszczyński S., Kowalski H.: Ugięcia belek żelbetowych w świetle kontynuualnej teorii zginania. Mat. XXIV Konf. Krynickiej. T. II. 1978, ss. 175-187.
- [74] Kuczyński W., Goszczyński S.: Propozycje normowego uproszczonego obliczania rys i ugięć elementów żelbetowych. Mat. XVI Konf. Krynickiej. T. II. 1970.
- [75] Kuczyński W., Goszczyński S., Kowalska H.: Wskaźnik podatności a ugięcia belek żelbetowych. Inżynieria i Budown., nr 8, 1978.
- [76] Kuczyński W., Goszczyński S., Walasek A.: Propozycje normowego uproszczonego obliczania ugięć i rys elementów żelbetowych. Mat. XVI Konf. Krynickiej. T. I. 1970.
- [77] Kuczyński W., Kamińska M., Ulańska D.: Nowa metoda obliczania reologicznych ugięć belek żelbetowych. Inżynieria i Budown., nr 3, 1966.
- [78] Kuczyński W., Krzyżanowski L.: Wykresy i tablice do wyznaczania momentu zarysowania przekroju żelbetowego. Inżynieria i Budown., nr 7, 1980.
- [79] Kuczyński W., Tkaczyk S.: Tablice i wykresy do wyznaczania sztywności przekrojów żelbetowych. Inżynieria i Budown., nr 9, 1979.
- [80] Kuczyński W., Walasek A.: Przykłady obliczania ugięć belki podsuwnicowej. Poradnik konstruktora. Inżynieria i Budown., nr 6, 1971.
- [81] Goszczyński S.: Komputerowa analiza statyczna konstrukcji żelbetowych (belek ciągłych). Wydawn. Polit. Świętokrz. 1980.
- [82] Goszczyński S., Goszczyńska B.: Losowy proces tworzenia się rys w prętowych elementach żelbetowych. Mat. XXIV Konf. Krynickiej. T. II. 1978, ss. 115-123.
- [83] Goszczyński S., Goszczyńska B.: Rozwarcie rys w belkach żelbetowych pod działaniem obciążeń długotrwałych. Mat. XXX Konf. Krynickiej. T. II. 1984, s. 71-76.
- [84] Goszczyński S., Goszczyńska B.: Rozwarcie rys w żelbetowych elementach zginanych. Mat. XVII Konf. Krynickiej. T. II. 1981, ss. 79-84.
- [85] Goszczyński S., Geromin B., Mucha J., Ziemińska L.: Komputerowa analiza ugięć belki żelbetowej w funkcji losowej historii obciążenia. Mat. XXXI Konf. Krynickiej. 1985, ss. 97-99.
- [86] Granosik T., Hlebowicz B.: Wpływ czynników losowych na wzrost ugięć belek żelbetowych. Inżynieria i Budown., nr 12, 1980.

- [87] Granosik T., Hlebowicz B.: Algorytm rozwiązania ciągłych belek żelbetowych w ujęciu kontynuualnej teorii zginania żelbetu. Mat. XXVII Konf. Krynickiej. T. II. 1981, ss. 93-101.
- [88] Granosik T.: Statyczne badania ugięć i nośności zginanych belek żelbetowych. Arch. Inż. Łądowej. z. 1, 1979.
- [89] Granosik T., Granosik M.: Wpływ uziarnienia kruszywa na ugięcia belek żelbetowych. Inżynieria i Budown., nr 10, 1976.
- [90] Granosik T., Granosik M.: Wpływ wytrzymałości betonu na ugięcia belek żelbetowych. Inżynieria i Budown., nr 5, 1978.
- [91] Granosik T.: Wpływ wytrzymałości kruszywa na ugięcia belek żelbetowych. Inżynieria i Budown., nr 11, 1975.
- [92] Niemirowski J.M., Gwozdiew A.A., Dmitriew S.A.: O rasczotie progibow żelzobietonnych konstrukcji po projektu nowych norm SNiP II-W 1-62. Beton i Żelzobieton, nr 6, 1962.
- [93] Niemirowski J.M.: Żestkost izgibajemych żelzobietonnych elementow. Gosstrojizdat. Kijew 1963.
- [94] Rokacz A.S.: O dieformaczach bietona żelzobietonnych izgibajemych elementow. Bieton i Żelzobieton, nr 3, 1963.
- [95] Rokacz A.S.: K teorii żestkosti żelzobietonnych izgibajemych elementow pri kratkowiennom diejstwi nagruzki. Dokłady Lwowskiego Inż. Instituta. T. 4, wyp. 2. 1964.
- [96] Gornow W.N.: O dieformaczach żelzobietona. Bieton i Żelzobieton, nr 11, 1956.
- [97] Gornow W.N.: Żestkost izgibajemych żelzobietonnych elementow. Gosudarstwiennaja Promyszlenost, nr 7, 1952.
- [98] Gornow W.N.: Żestkost izgibajemych żelzobietonnych elementow. Wiestnik Inż. i Techn., nr 5, 1952.
- [99] Gornow W.N.: Issledowanije procznosti i żestkosti industrialnych konstrukcji żilych zdanij. Gos. Izdat. Lit. po Stroit i Arch. 1954.
- [100] Wiłkow K.J.: Żestkost i treszczinoustojcziwost żelzobietonnych izgibajemych elementow tawrogo i dwutawrogo sieczenija. Izwestia WUZ. Stroit. i Arch. nr 2, 1960.
- [101] Ryżyński A., Apanas L.: Obliczanie ugięć belek żelbetowych z uwzględnieniem skokowych zmian sztywności. Mat. XXV Konf. Krynickiej. T. III. 1980, ss. 205-212.
- [102] Ryżyński A., Wołowicki W.: Propozycja obliczania ugięć belki żelbetowej z uwzględnieniem niegładkości jej odkształconej. Arch. Inż. Łądowej. z. 2, 1968.
- [103] Ryżyński A., Wołowicki W.: Propozycja obliczania ugięć belki żelbetowej z uwzględnieniem niegładkości jej odkształconej. Arch. Inż. Łądowej. z. 2, 1968.
- [104] Ryżyński A., Wiatrak-Bogucka J.: Badania nad prowokowaniem rys przez strzemiona. Zeszyty Nauk. Polit. Poznańskiej. Bud. Łąd. nr 11, 1967.
- [105] Ryżyński A., Wiatrak-Bogucka J.: Wpływ strzemion na tworzenie się rys. Zeszyty Nauk. Polit. Poznańskiej. Bud. Łąd. nr 8, 1966.
- [106] Ryżyński A.: Stany graniczne użytkowania mostów betonowych. Rozprawy nr 108. Wydawn. Polit. Poznańskiej, 1980.
- [107] Borcz A.: Grundlagen der Distributionmechanik von stahlbeton. Studium II. VII Internationaler Kongres aber Anwendungen der Mathematik in der Ingenieurwissenschaften Weimar. Veb Verlag für Bauwesen. s. 40-44. Berlin 1975.
- [108] Borcz A.: Koncepcja ogólna mechaniki konstrukcji żelbetowych. Wydawn. Polit. Wrocław., 1980.
- [109] Borcz A.: Mechanics of Reinforced Concrete Structures. Mat. XX Konf. Mech. Ciała Stałego. Porąbka-Kozubnik 1978.

- [110] Borcz A.: Mechanika konstrukcji żelbetowych w stanie zarysowania. Wydawn. Polit. Wrocławskiej, 1978.
- [111] Borcz A.: Ogólna metoda obliczania deformacji żelbetowych konstrukcji z rysami. Mat. XXIII Konf. Krynickiej. T. II. 1977, ss. 27-35.
- [112] Borcz A.: Teoria konstrukcji żelbetowych. Wydawn. Polit. Wrocł. T. I. Wrocław 1973.
- [113] Borcz A.: Teoria konstrukcji żelbetowych. Wybrane badania wrocławskie. Wyd. Polit. Wrocł. T. II, Wrocław 1986.
- [114] Borcz A.: Uwagi o projektowaniu zginanych przekrojów żelbetowych z uwzględnieniem peźzania betonu. Arch. Inż. Łąd. T. XXX, z. 2-3. 1984.
- [115] Borcz A.: W sprawie mechaniki konstrukcji betonowych. Inż. i Budown. nr 4-5. 1986.
- [116] Borcz A.: Zastosowanie funkcji uogólnionych do teorii obliczania konstrukcji żelbetowych z rysami. Wyd. Polit. Wrocł., 1980.
- [117] Borcz A.: Redystrybucja momentów w belkach ciągłych. Mat. XIV Konf. Krynickiej. T. II. 1968.
- [118] Borcz A., Kozłowski J.: Doświadczalna analiza współdziałania betonu ze zbrojeniem w elemencie wielokrotnie osiowo rozciągany. Arch. Inż. Łądowej. T. XXIX. z. 1-2, 1982.
- [119] Borcz A., Tomczak T.: Samonapężenia od peźzania betonu w belkach żelbetowych. Mat. XVIII Konf. Krynickiej. T. II. 1982, ss. 35-44.
- [120] Borcz A., Ubysz A.: Obliczanie deformacji belek żelbetowych metodą macierzy. Pr. Nauk. Inst. Budown. Polit. Wrocł., nr 40, 1983.
- [121] Borcz A., Wawrzyniak A.: Metoda obliczania tarcz żelbetowych z rysami i obszarami deformacji plastycznych. Mat. XXXI Konf. Krynickiej. T. II. 1985, ss. 27-33.
- [122] Borcz A.: Dystrybucyjna mechanika konstrukcji żelbetowych. Mat. Konf. Nauk. Inst. Budown. Polit. Gdańskiej, Gdańsk 1975.
- [123] Łuczak-Romanow R.: Metoda obliczeń dynamicznych żelbetowych belek i ram z rysami. Rozpr. dokt. Inst. Bud. Polit. Wr. 1980.
- [124] Łuczak-Romanow R.: Metoda obliczeń dynamicznych belek i ram z rysami. Mat. XXVII Konf. Krynickiej. T. II. 1981.
- [125] Majewski S., Marszałek Z.: Iteracyjna metoda analizy żelbetowych belek i tarcz w zakresie fizycznie nieliniowym. Arch. Inż. Łądowej, z. 3, 1985.
- [126] Ubysz A.: Analiza deformacji żelbetowych ustrojów prętowych z wykorzystaniem macierzy przeniesienia. Rozpr. dokt. Inst. Budown. Polit. Wrocł., Wrocław 1981.
- [127] Zadworny B.: Redystrybucja sił wewnętrznych i odkształceń w prętowych konstrukcjach żelbetowych pod wpływem obciążeń długotrwałych. Rozpr. dokt. Inst. Budown. Polit. Wrocł. 1985.
- [128] Mechanika Konstrukcji Betonowych. Mat. Konf. Prace Nauk. Inst. Budown. Polit. Wrocł., nr 40, Wrocław 1983.
- [129] Borcz A.: Obliczanie ugięć belek żelbetowych obciążonych wielokrotnie. Prace Nauk. Inst. Budown. Polit. Wrocł. 1983.
- [130] Lewicki B.: Budynki mieszkalne z elementów wielkowymiarowych. Obliczenia i konstrukcje. Arkady, Warszawa 1961.
- [131] Lewicki B., Drentowicz H., Kubicki J.: Obliczanie ugięć konstrukcji żelbetowych pod obciążeniem długotrwałym. Badania i studia z dziedziny bud. uprzem. z. 2. ITB. 1965.
- [132] Drentowicz H., Kubicki J.: Ocena praktycznej przydatności metod obliczeń ugięć konstrukcji żelbetowych. Inżynieria i Budownictwo, nr 8-9, 1965.

- [133] Kubicki J., Zieleniewski S.: Obliczanie ugięć konstrukcji żelbetowych wg projektu nowej normy radzieckiej SNiP II-W 1-62, Inżynieria i Budownictwo, nr 3, 1962.
- [153] Gajownik R., Wyszyński D.: Rysy i ugięcia zbrojonych płyt z betonów lekkich. Inżynieria i Budownictwo, nr 8/9, 1965.
- [154] Lewicki B., Gajownik R., Wyszyński D.: Szczególne problemy projektowania elementów zbrojonych z betonów lekkich. Mat. X Konf. Krynickiej. 1964.
- [155] Gajownik R.: Obliczanie ugięć belek z kruszywowych betonów lekkich. Mat. XVIII Konf. Krynickiej. T. 2, 1972.
- [156] Gajownik R.: Współzależność odkształceń reologicznych betonu i ugięć z kruszywowych betonów lekkich. Rozpr. dokt. ITB. 1973.
- [157] Lewicki B., Gajownik R.: Rheological properties of light-weight concrete. CEB Symposium on Lightweight Concrete. Kraków 1973.
- [158] Lewicki B., Gajownik R.: Remarks and proposals for calculation of deflections of lightweight concrete elements. CEB Symposium on Lightweight Concrete. Kraków 1973.
- [159] Janowski Z.: Calculation and limitation of deflections in members made of lightweight aggregate concrete. CEB Symposium on Lightweight Concrete. Kraków 1973.
- [160] Lewicki B.: Płyty stropowe i dachowe z betonów lekkich. Arkady, Warszawa 1967.
- [161] Mroczkowski M., Przybyłowicz A.: Ocena stanów granicznych zginanych elementów keramzytonowych o średnim i maksymalnym stopniu zbrojenia. Mat. XXVI Konf. Krynickiej. T. III. 1980.
- [162] Mroczkowski M., Przybyłowicz A.: Ugięcia zbrojonych belek keramzytobetonowych pod długotrwałym obciążeniem. Mat. XXIX Konf. Krynickiej. T. II. 1983.
- [163] Ruppert J.: Ocena teoretyczno-badawcza elementów zginanych i ściskanych z betonu na kruszywie węglowym. Wyd. Polít. Krakowskiej, Kraków 1979.
- [164] Ruppert J., Libura M., Zarębska W.: Sztywność zginanych belek żelbetowych wykonanych z betonu na kruszywie Gralit. Inż. i Budown., nr 10, 1977.
- [165] Ruppert J., Libura M., Zarębska W.: Wpływ jakości kruszywa węglanowego na zachowanie się belek żelbetowych w stanach granicznych użytkowania. Cement, nr 2, 1981.
- [166] Mucha J.: Analiza przemieszczeń belek żelbetowych wykonanych z betonów na kruszywach reaktywnych, poddanych obciążeniom długotrwałym. Mat. XXVI Konf. Krynickiej. T. III. 1980.
- [167] Flaga K., Furtak K.: Propagacja rys w belkach żelbetowych poddanych działaniu wzrastających obciążeń doraźnych. Inż. i Budownictwo, nr 3, 1983.
- [168] Flaga K., Furtak K.: Wpływ jakości kruszywa na zarysowanie belek żelbetowych. Arch. Inż. Lądowej, z. 1-2, 1982.
- [169] Furtak K.: Wpływ warunków dojrzewania oraz parametrów cyklu obciążenia na stan zarysowania belek żelbetowych poddanych obciążeniom zmiennym. Mat. XXXI Konf. Krynickiej. T. II. 1985.
- [170] Piwowarski K., Dydenko J.: Sztywność zginanych elementów pumeksobetonowych zbrojonych włóknem szklanym. Mat. XXI Konf. Krynickiej. T. III. 1975.
- [171] Piwowarski K., Dydenko J.: Zginane elementy z betonów lekkich zbrojone laminatami. Mat. XXII Konf. Krynickiej. T. II. 1976.
- [172] Piątek Z., Borjanic W.: Obliczanie stanów granicznych użytkowania belek z betonów lekkich z uwzględnieniem odkształceń reologicznych. Przegląd Budowlany, nr 4, 1979.

- [173] Piątek Z., Borjanic W.: Stany graniczne belek wykonanych z betonu glinoporytowego. Inżynieria i Budownictwo, nr 8, 1979.
- [174] Lewicki B., Wyszynski D.: Problemy konstrukcyjne związane ze stosowaniem betonu piaskowego w konstrukcjach prefabrykowanych. Materiały Budowlane, nr 10, 1982.
- [175] Wyszynski D.: Konsekwencje konstrukcyjne stosowania do produkcji stropów żelbetowych betonów o wysokim stopniu zapiaszczenia. Budown. Ogólne, nr 3, 1982.
- [176] Wyszynski D., Sadek K.: Cechy wytrzymałościowe piaskobetonu. Budownictwo Ogólne, nr 9-10, 1983.
- [177] Cias A., Knauff A.: Obliczanie ugięć zginanych elementów z betonu piaskowego zbrojonego. Mat. XXIX Konf. Krynickiej. T. II. 1983.
- [178] Kotłęga Z., Woźniowski Z.: Badania zginania i ściskania zbrojonych belek z betonu piaskowego popioło-cementowego. Mat. XXVIII Konf. Krynickiej. T. II. 1982.
- [179] Babut R.: Badania i obliczanie elementów zginanych z betonu drobnoziarnistego uzbrojonego cienkimi włóknami stalowymi. Mat. XXV Konf. Krynickiej. T. II. 1979.
- [180] Piwowski K., Kaczmarski S., Dziurka M., Goszczyński S.: Odkształcenia belek zginanych od obciążeń długotrwałych w świetle własności piaskobetonu drobnoziarnistego. Mat. XXVIII Konf. Krynickiej. T. II. 1982.
- [181] Płachecki M.: Odkształcenia reologiczne elementów z piaskobetonu przy pierwszym i powtórnym obciążeniu długotrwałym. Mat. XXX Konf. Krynickiej. T. II. 1984.
- [182] Lewicki B., Wyszynski D.: Problemy konstrukcyjne związane ze stosowaniem betonu piaskowego w elementach prefabrykowanych. Budownictwo Ogólne, nr 1-2, 1980.
- [183] Wyszynski D., Sadek K., Dąbrowski D.: Komentarz do wytycznych projektowania prefabrykatów betonowych i żelbetowych z piaskobetonu. COBPBO, 1985.
- [184] Lewicki B., Wyszynski D., Sadek K., Dąbrowski G.: Wytyczne projektowania prefabrykatów betonowych i żelbetowych z piaskobetonu. COBPBO, 1986.
- [185] Zarzycki A., Bielewski J.: Uproszczona metoda obliczania sztywności zarysowanych elementów żelbetowych. Budownictwo Ogólne, nr 9-10, 1983.
- [186] Granosik T.: Wpływ wytrzymałości kruszywa na ugięcia belek żelbetowych. Inżynieria i Budownictwo, nr 11, 1975.
- [187] Granosik T., Granosik M.: Wpływ uziarnienia kruszywa na ugięcia belek żelbetowych. Inżynieria i Budownictwo, nr 10, 1976.
- [188] Granosik T., Granosik M.: Wpływ wytrzymałości betonu na ugięcia belek żelbetowych. Inż. i Budownictwo, nr 5, 1978.
- [189] Granosik T.: Statyczne badania ugięć i nośności zginanych belek żelbetowych. Arch. Inż. Lądowej, z. 1, 1979.
- [190] Granosik T., Hlebowicz B.: Wpływ czynników losowych na wzrost ugięć belek żelbetowych. Inżynieria i Budown., nr 12, 1980.
- [191] Misztal S., Zadworny B.: Odkształcenia reologiczne belek żelbetowych z doklejonym zbrojeniem. Inżynieria i Budown., nr 3, 1978.
- [192] Januszkiewicz A.: Wpływ sił poprzecznych na ugięcia zginanych belek żelbetowych. Mat. XXXI Konf. Krynickiej. T. II. 1985.
- [193] Saad Mazami A., Szulczyński T.: Ugięcia belek żelbetowych przy obciążeniu powtarzalnym. Mat. XIX Konf. Krynickiej. T. II. 1973.
- [194] Borowicz T., Zajac Z.: Algorytm rozwiązania ciągłych belek żelbetowych z uwzględnieniem wpływu wyteżenia na sztywność zginania. Mat. XXVI Konf. Krynickiej. T. I. 1980.

- [195] Pawlikowski J., Piliszek J.: Analiza probabilistyczna stanów granicznych stropów monolitycznych. Prace Naukowe Inst. Budown. Polit. Wrocł., nr 40, Wrocław 1982.
- [196] Kuczyński W.: O teorii konstrukcji żelbetowych w ujęciu synkretycznym. Mat. Konf. Nauk. Techn. ITB, Warszawa 1988.
- [197] Lewicki B., Kukulski W.: Następna wersja normy PN/B-013264 konstrukcje betonowe żelbetowe i sprężone. Mat. Konf. Nauk. Techn. ITB, Warszawa 1988.

ДЕФОРМАЦИИ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ ИЗГИБАЕМЫХ КОНСТРУКЦИЙ

Резюме

В статье представлены результаты исследований, проводимых в Польше, в области деформации железобетонных конструкций. Особое внимание в обзоре посвящено прогибам и жесткости железобетонных балок с учетом кратких и длительных процессов.

DEFORMATIONS OF BENT REINFORCED CONCRETE ELEMENTS

Summary

The paper intends to present the state of the research on stiffness and deformability of bent reinforced concrete elements carried out in Poland. The review has included the works related to the above subject published in Poland during 1970-1988 as well as some of the earlier works and selected foreign publications. In the conclusions of the work an attempt has been made to summarize the current state of art in the considered sphere of science, stressing the imperfections that exist and require to be explained, and to show possibilities and trends of further research.